

Ljuljanje i prevrtanje blokova u obalnim građevinama uslijed dinamičke pobude

Gligora, Valentina

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:757913>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-28**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

Valentina Gligora

**Ljuljanje i prevrtanje blokova u obalnim građevinama uslijed dinamičke
pobude**

Završni rad

Rijeka, 2021.

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Preddiplomski sveučilišni studij
Mehanika II**

**Valentina Gligora
JMBAG: 0114028609**

**Ljuljanje i prevrtanje blokova u obalnim građevinama uslijed dinamičke
pobude**

Završni rad

Rijeka, veljača 2021.

Naziv studija: **Sveučilišni preddiplomski studij Građevinarstvo**

Znanstveno područje: Tehničke znanosti

Znanstveno polje: Temeljne tehničke znanosti

Znanstvena grana: Tehnička mehanika

Tema završnog rada

**LJULJANJE I PREVRTANJE BLOKOVA U OBALNIM GRAĐEVINAMA USLIJED
DINAMIČKE POBUDE PODLOGE**

**ROCKING AND OVERTURNING OF BLOCKS IN COASTAL STRUCTURES DUE TO
DYNAMIC BASE EXCITATION**

Kandidat: **VALENTINA GLIGORA**

Kolegij: **MEHANIKA 2**

Završni rad broj: **20-P-06**

Zadatak:

Izvesti jednadžbu kretanja za ljuljanje krutog bloka na krutoj podlozi uslijed dinamičke pobude podloge. U jednadžbu ugraditi horizontalne i vertikalne sile od hidrostatskog djelovanja vode. Osmisliti i provesti eksperimentalno ispitivanje umanjenog fizikalnog modela bloka (ili blokova) uronjenog u vodu na potresnom stolu. Provesti mjerenja optičkim metodama i prikazati rezultate.

Usporediti rezultate odabranog eksperimenta s numeričkim rješenjem jednadžbi kretanja.

Tema rada je uručena: 24. veljače 2020.

Komentor:

doc. dr. sc. Nino Krvavica
dipl. ing. građ.

Mentorica:

doc. dr. sc. Nina Čeh,
dipl. ing. građ.

IZJAVA

Završni/Diplomski rad izradio/izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom/mentoricom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Valentina Gligora

U Rijeci, 22.02.2021.

IZJAVA

Završni/Diplomski rad nastao je kao rezultat rada u okviru projekta
Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci

Voditelj projekta prof. dr. sc. Nevenka Ožanić
Šifra projekta RC.2.2.06-0001
Financijer projekta Europski fond za regionalni razvoj (EFRR)
 Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta RH
Pravna nadležnost Republika Hrvatska

U Rijeci, 3. 9. 2020.

Mentor:

doc. dr. sc. Nina Čeh

Zahvala

Zahvaljum se mentorici doc. dr. sc. Nini Čeh i komentoru doc. dr. sc. Ninu Krvavici na uloženom trudu, razumijevanju i prenesenom znanju.

Završni rad posvećujem svojoj obitelji i prijateljima u znak zahvalnosti za bezuvjetnu ljubav, razumijevanje i podršku.

Sažetak

U radu je provedeno eksperimentalno ispitivanje umanjenog fizikalnog modela bloka uronjenog u vodu na potresnom stolu. Svrha i cilj provedenog istraživanja jest bolje razumijeti u kojim uvjetima dolazi do ljuljanja i pretvrtnja bloka na krutoj podlozi uronjenog u vodu uslijed dinamičke pobude podloge. Osim ljuljanja i pretvrtnja, promatrane su sile nastale djelovanjem vode i valova. Za potrebe istraživanja korištena je plastična posuda ispunjena vodom i kruti blok postavljen na sredini posude. Kruti blok predstavlja pojednostavljeni i umanjeni model obalne građevine, za koju su napravljena optička mjerenja preko kojih se mogu vidjeti pomaci bloka.

Rezultati dobiveni eksperimentalnim ispitivanjima uz detaljnija istraživanja mogu se primijeniti i u praksi kako bi se spriječilo ljuljanje i prevrtanje obalnih konstrukcija.

Ključne riječi: ljuljanje blokova, prevrtanje blokova, ubrzanje podloge, eksperimentalno ispitivanje.

Abstract

In this work experimental investigation of small scale physical model of a block submerged in water on seismic platform was conducted. The scope and purpose of this research was to provide a better understanding of rocking and overturning of the block occurs on a rigid foundation subject to a dynamic excitation. Beside rocking and overturning, rigid forces due to water and waves effect were also observed. For the purpose of the research, a plastic container filled with water was used and a solid block was positioned on the center of the container. The solid block represents a simplified small-scale model of a coastal structure which was monitored by means of optical measurment to obtain the displacements.

Results obtained in this experimental program, along with a detailed future research, can be applied for some real coastal structures to prevent them from rocking and overturning.

Key words: rocking blocks, overturning blocks, ground excitation, exsperimental investigation.

1 Sadržaj

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2 | UVOD..... | 1 |
| 3 | LJULJANJE BLOKOVA | 2 |
| 3.1 | GRANIČNA AKCELERACIJA ZA POČETAK LJULJANJA BLOKA | 2 |
| 3.2 | SLOBODNO LJULJANJE BLOKA | 4 |
| 3.2.1 | <i>Slobodno ljuljanje oko točke A.....</i> | <i>5</i> |
| 3.2.2 | <i>Slobodno ljuljanje bloka oko točke B.....</i> | <i>6</i> |
| 3.3 | LJULJANJE BLOKA PRILIKOM UBRZANJU PODLOGE..... | 7 |
| 3.3.1 | <i>Ljuljanje bloka oko točke A pri ubrzanju podloge.....</i> | <i>7</i> |
| 3.3.2 | <i>Ljuljanje bloka oko točke B pri ubrzanju podloge.....</i> | <i>7</i> |
| 3.4 | ANALITIČKO RJEŠENJE JEDNADŽBE ZA SLOBODNO LJULJANJE BLOKA..... | 8 |
| 3.5 | NUMERIČKO RJEŠENJE JEDNADŽBI | 9 |
| 3.5.1 | <i>Numeričko rješenje jednadžbe za točku A.....</i> | <i>9</i> |
| 3.5.2 | <i>Numeričko rješenje jednadžbi za točku B.....</i> | <i>10</i> |
| 4 | DJELOVANJE VODE I VALOVA..... | 12 |
| 4.1 | HIDROSTATSKE SILE | 12 |
| 4.2 | MEHANIKA VALOVA | 13 |
| 4.2.1 | <i>Parametri vala.....</i> | <i>13</i> |
| 4.2.2 | <i>Teorija valova malih amplituda.....</i> | <i>14</i> |
| 4.2.3 | <i>Određivanje parametara vala.....</i> | <i>15</i> |
| 4.2.4 | <i>Određivanje pritiska ispod vala.....</i> | <i>16</i> |
| 5 | LJULJANJE BLOKA URONJENOG U VODU | 17 |
| 5.1 | JEDNADŽBA LJULJANJA BLOKA URONJENOG U VODU | 19 |
| 5.1.1 | <i>Jednadžba ljuljanja bloka uronjenog u vodu oko točke A.....</i> | <i>19</i> |
| 5.1.2 | <i>Jednadžba ljuljanja bloka uronjenog u vodu oko točke B.....</i> | <i>20</i> |
| 5.2 | NUMERIČKO RJEŠENJE JEDNADŽBE..... | 21 |
| 5.2.1 | <i>Numeričko rješenje jednadžbe za točku A.....</i> | <i>21</i> |
| 5.2.2 | <i>Numeričko rješenje jednadžbi za točku B.....</i> | <i>22</i> |
| 6 | PROVOĐENJE EKSPERIMENTA..... | 25 |
| 6.1 | OPREMA..... | 25 |
| 6.2 | UZORCI BLOKOVA | 27 |
| 6.3 | PROVOĐENJE EKSPERIMENTA | 28 |
| 7 | REZULTATI | 29 |
| 8 | ZAKLJUČAK..... | 40 |
| | LITERATURA | 41 |
| | POPIS SLIKA:..... | 42 |

1 UVOD

Obalne građevine kao što su lukobrani, umjetna su zaštita luka od valova. Izvedeni su od betonskih blokova, stupova i kamenog nasipa. Osim zaštitnog djelovanja, lukobrani služe za manevriranje i pristajanje brodova, rekreaciju i sport. Konstantno djelovanje sila vode i valova, kao i njihova razarajuća moć vrlo su važan čimbenik pri projektiranju i izvedbi obalnih građevina.

Cilj ovoga rada je ispitati i bolje razumijeti ljučenje i prevrtanje blokova u obalnim građevinama uslijed dinamičke pobude podloge. Kako bismo razumijeli takvo ponašanje krutoga tijela uronjenoga u vodu, potrebno je poznavati osnovne jednadžbe kretanja krutoga tijela ili bloka, kao i utjecaj hidrostatskih sila na promatrani blok.

Na temelju eksperimentalnih ispitivanja umanjenog fizikalnog modela, ispitano je ponašanje krutog bloka pri ubrzanju podloge. Na potresni stol je postavljena plastična posuda ispunjena vodom unutar koje se nalazi kruti blok određenih dimenzija. Eksperiment se zasniva na tome da se nanese ubrzanje podloge, te se prati stanje mirovanja, ljučenja i prevrtanja bloka prilikom ubrzanja.

Nakon određivanja amplituda i frekvencija koja daju zanimljive rezultate ponašanja promatranog bloka, vrše se optička mjerenja snimanja bloka. Optičkim mjerenjima dolazi se do veličine kuteva zaokreta bloka ovisno o osima u 3D prikazu.

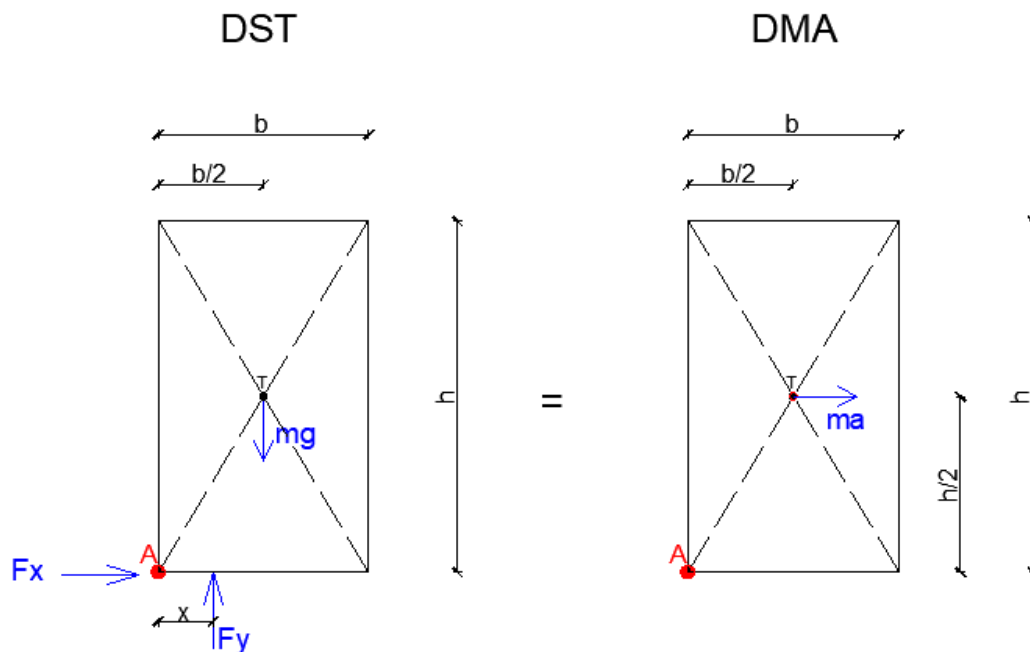
Izvodom jednadžbi i interpretacijom rezultata dobivenih u eksperimentima, dan je bolji uvid u princip ljučenja i prevrtanja blokova u obalnim građevinama uslijed dinamičke pobude.

2 LJULJANJE BLOKOVA

Dinamika krutoga tijela složeno je kretanje koje se u nekim slučajevima može pojednostaviti na ljuljanje – rotaciju krutoga tijela (bloka) oko njegovih donjih uglova s prebacivanjem iz jednog ugla na drugi. Pritom se pretpostavlja da tijekom ljuljanja ne dolazi do proklizavanja između bloka i podloge kao ni do odskakivanja bloka od podloge. Uslijed određene dinamičke pobude može doći do prevrtanja bloka, odnosno do kolapsa konstrukcije.

2.1 Granična akceleracija za početak ljuljanja bloka

U ovom slučaju promatran je blok koji miruje, odnosno translatorno se kreće s podlogom koja horizontalno ubrzava. Blok će iz stanja mirovanja krenuti rotirati kada akceleracija podloge pređe određenu granicu. Dijagrami slobodnog tijela i mase i ubrzanja bloka prije početka ljuljanja prikazani su na sljedećoj slici (Slika 1).



Slika 1: Dijagrami DST i DMA – stanje translacije bloka zajedno s podlogom

Označene vrijednosti na dijagramima dane su u nastavku:

- DST – dijagram slobodnog tijela,
- DMA – dijagram masa * akceleracija,
- A – točka oko koje blok rotira nakon dostizanja granične akceleracije podloge,
- T – težište bloka i točka djelovanja težine bloka,
- F_x , F_y – sile podloge,
- b i h – širina i visina bloka,

- $b/2$ – horizontalna udaljenost težišta od uglova bloka,
- $h/2$ – vertikalna udaljenost težišta od uglova bloka,
- x – udaljenost djelovanja rezultantne sile od podloge F_y i točke A

Jednadžbe kojima možemo opisati dijagrame DST i DMA sa Slike 1 su:

- suma sila u horizontalnom smjeru:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ F_x &= ma \end{aligned} \quad (1)$$

- suma sila u vertikalnom smjeru:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ F_y - mg &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

- suma momenata oko točke A:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= m \cdot a \cdot \frac{h}{2} \\ m \cdot g \cdot \frac{b}{2} - F_y \cdot x &= m \cdot a \cdot \frac{h}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

Kod granične vrijednosti $x=0$, sila F_y djeluje točno u točki A, pa gornja jednažba glasi:

$$m \cdot g \cdot \frac{b}{2} = m \cdot a \cdot \frac{h}{2} \quad (4)$$

Iz jednadžbe slijedi izraz za granično ubrzanje¹:

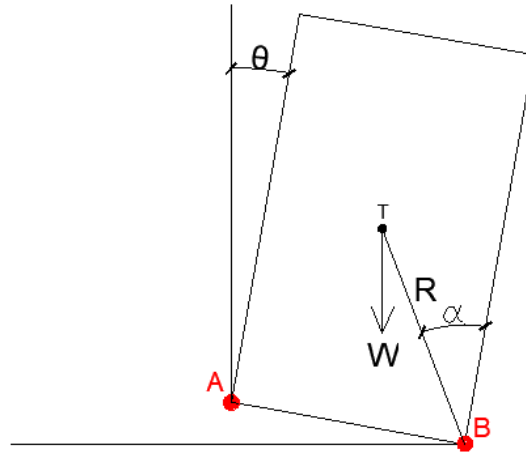
$$a = g \cdot \frac{b}{h} = g \cdot \tan \alpha \quad (5)$$

Ukoliko se granično ubrzanje pređe, dolazi do rotacije bloka oko točke A.

¹ Čeh N. (2018), Newtonovi zakoni dinamike, web skripta iz kolegija Mehanike 2, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet

2.2 Slobodno ljuljanje bloka

Prilikom ljuljanja, blok rotira oko centra rotacije, odnosno točaka A i B, uz pretpostavku da nema proklizavanja između bloka i podloge i da nema odskakivanja bloka od podloge. Karakteristike bloka ovise o njegovoj težini (W), momentu inercije s obzirom na težište (I) i centru gravitacije. Radijalna udaljenost centra gravitacije od centara rotacije (A i B) označava se s oznakom $R = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$. Skica ljuljanja bloka dana je na Slici 2.



Slika 2: Ljuljanje bloka

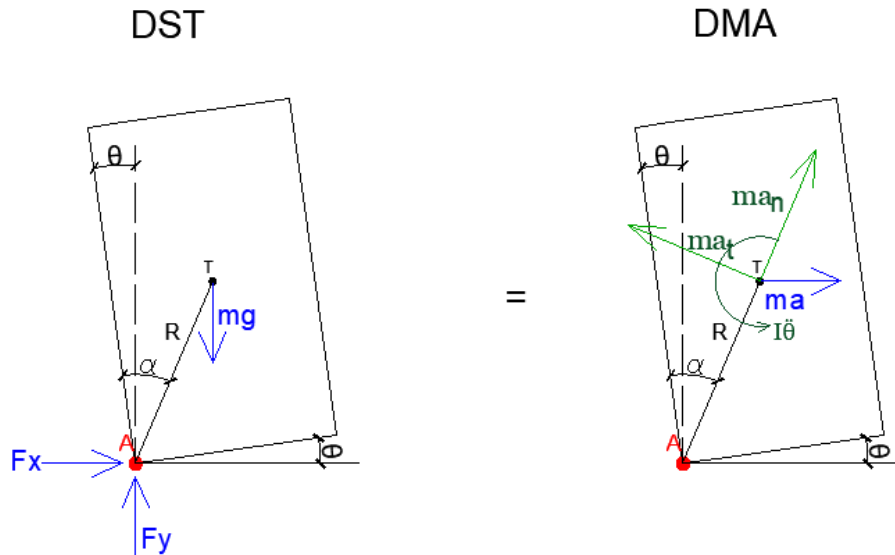
Na Slici 2 je:

α – kut koji R zatvara s vertikalom prilikom mirovanja bloka, naziva se i kut vitkosti

θ – kut nagiba bloka u odnosu na vertikalni položaj.

2.2.1 Slobodno ljuľanje oko toĉke A

Na slici (Slika 3) prikazani su dijagram slobodnog tijela i dijagram masa * akceleracija, tijekom rotacije bloka oko lijevog ugla (toĉke A).



Slika 3: Dijagrami DST i DMA za slobodno ljuľanje bloka oko toĉke A

Za sluĉaj slobodnog ljuľjanja, ĉlan $m \cdot a$ jednak je nuli stoga jednaĉba ljuľjanja bloka glasi:

$$-mgR \cdot \sin(\alpha - \theta) = I\ddot{\theta}. \quad (6)$$

Zbog pojednostavljenja jednaĉbe, prvo rastavljamo

$$\sin(\alpha - \theta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\theta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\theta), \quad (7)$$

zatim uvodimo pretpostavku da blok ima male rotacije (kut $\theta \rightarrow 0$):

$$\sin(\theta) \rightarrow \theta$$

$$\cos(\theta) \rightarrow 1,$$

odnosno:

$$\sin(\alpha) \cdot \cos(\theta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\theta) = \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \cdot \theta. \quad (8)$$

Takoĉer uvodimo pretpostavku da je blok vitak (kut $\alpha \rightarrow 0$):

$$\sin(\alpha) \rightarrow \alpha$$

$$\cos(\alpha) \rightarrow 1$$

odnosno:

$$\sin(\alpha) - \cos(\alpha) \cdot \theta = \alpha - \theta. \quad (9)$$

Konaĉna jednaĉba za slobodno ljuľjanje bloka glasi

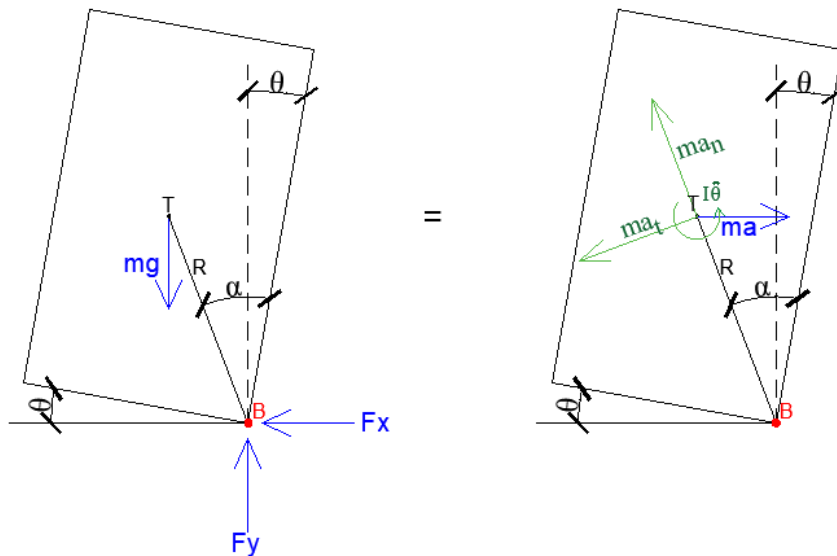
$$-mgR \cdot (\alpha - \theta) = I\ddot{\theta}, \quad (10)$$

odnosno¹:

$$I\ddot{\theta} - mgR\theta = -mgR\alpha. \quad (11)$$

2.2.2 Slobodno ljuljanje bloka oko točke B

Na slici (Slika 4) prikazani su dijagram slobodnog tijela i dijagram masa * akceleracija, tijekom rotacije bloka oko desnog ugla (točke B).



Slika 4: Dijagrami DST i DMA za slobodno ljuljanje bloka oko točke B

Za slučaj slobodnog ljuljanja, član $m \cdot a$ jednak je nuli stoga jednadžba ljuljanja bloka glasi:

$$mgR \cdot \sin(\alpha + \theta) = I\ddot{\theta}. \quad (12)$$

Zbog pojednostavljenja jednadžbe, uvodi se ista aproksimacija za male rotacije i vitke blokove kao u dijelu 2.2.1.

Konačna jednadžba za slobodno ljuljanje bloka glasi:

$$mgR \cdot (\alpha + \theta) = I\ddot{\theta}, \quad (13)$$

odnosno¹:

$$I\ddot{\theta} - mgR\theta = mgR\alpha. \quad (14)$$

¹ Čeh N. (2018), Newtonovi zakoni dinamike, web skripta iz kolegija Mehanika 2, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet

2.3 Ljuljanje bloka prilikom ubrzanju podloge

Kao i prilikom slobodnog ljuljanja, dijagrami DST i DMA ostaju isti i za ovaj slučaj (Slike 3 i 4). Zbog ubrzanja podloge, komponenta $m \cdot a$ više nije jednaka nuli.

2.3.1 Ljuljanje bloka oko točke A pri ubrzanju podloge

Iz dijagrama dobivamo sljedeći izraz za moment oko točke A:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha - \theta) \\ -mg \cdot R \cdot \sin(\alpha - \theta) &= I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha - \theta). \end{aligned} \quad (15)$$

Zbog pojednostavljenja jednadžbe, uvodi se ista aproksimacija za male rotacije i vitke blokove kao u dijelu 2.2.1.

Uvrštavajući to u jednadžbu momenta dobivamo

$$\begin{aligned} -mg \cdot R \cdot (\alpha - \theta) &= I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot (1 + \alpha\theta), \\ \text{tj.} \end{aligned} \quad (16)$$

$$I\ddot{\theta} = maR + ma \cdot R \cdot \alpha\theta - ma_t R - mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta.$$

Zbog jako malih vrijednosti kuteva α i θ , umnožak $\alpha \cdot \theta \rightarrow 0$ te se član „ $R\alpha\theta$ “ može zapisati kao $R0$. Također a_t možemo zapisati kao $a_t = R\ddot{\theta}$. Jednadžba stoga glasi²:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta). \quad (17)$$

2.3.2 Ljuljanje bloka oko točke B pri ubrzanju podloge

Iz dijagrama dobivamo sljedeći izraz za moment oko točke B:

$$\begin{aligned} \sum M_B &= I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha + \theta) \\ mg \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta) &= I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha + \theta). \end{aligned} \quad (18)$$

Zbog pojednostavljenja jednadžbe, uvodi se ista aproksimacija za male rotacije i vitke blokove kao u dijelu 2.2.1.

Uvrštavajući to u jednadžbu momenta:

² Čeh N. (2018), *A Contribution to Dynamic Characterisation of Ordered Blocky Systems*, doktorska disertacija, Građevinski fakultet Rijeka

$$mg \cdot R \cdot (\alpha + \theta) = I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot (1 + \alpha\theta),$$

tj. (19)

$$I\ddot{\theta} = maR + ma \cdot R \cdot \alpha\theta - ma_t R + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta.$$

Zbog jako malih vrijednosti kuteva α i θ , umnožak $\alpha \cdot \theta \rightarrow 0$ te se član „ $R\alpha\theta$ “ može zapisati kao $R0$. Također a_t možemo zapisati kao $a_t = R\ddot{\theta}$. Jednadžba stoga glasi²:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha + \theta). \quad (20)$$

2.4 Analitičko rješenje jednadžbe za slobodno ljuljanje bloka

Jednadžba ljuljanja bloka oko točke A pri ubrzanju podloge izvedena je u poglavlju 2.3.1., a glasi²:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta). \quad (21)$$

Ukoliko se član $\ddot{\theta}$ prebaci na drugu stranu, dobijemo:

$$(I + mR^2)\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta. \quad (22)$$

Član $(I + mR^2)$ možemo zapisati kao I_A :

$$I_A\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta. \quad (23)$$

Prebacujući nepoznanice na jednu stranu, dobijemo²:

$$I_A\ddot{\theta} + mg \cdot R\theta = maR + mg \cdot R\alpha. \quad (24)$$

Rješenje jednadžbe (24) možemo dobiti promatrajući najprije homogeni dio jednadžbe (s lijeve strane jednakosti), a nakon toga tražeći partikularno rješenje. Partikularno rješenje ovisi o tome kakva je funkcija pobude podloge, dakle potrebno ga je pronaći za svaku drukčiju funkciju pobude podloge.

² Čeh N. (2018), *A Contribution to Dynamic Characterisation of Ordered Blocky Systems*, doktorska disertacija, Građevinski fakultet Rijeka

2.5 Numeričko rješenje jednadžbi

2.5.1 Numeričko rješenje jednadžbe za točku A

Jednadžba ljuľjanja bloka oko točke A pri ubrzanju podloge izvedena je u poglavlju 2.3.1., a glasi:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta). \quad (25)$$

Ukoliko se član $\ddot{\theta}$ prebaci na drugu stranu, dobijemo:

$$(I + mR^2)\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta. \quad (26)$$

Član $(I + mR^2)$ možemo zapisati kao I_A :

$$I_A\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta. \quad (27)$$

Prebacujući nepoznanice na jednu stranu, dobijemo:

$$I_A\ddot{\theta} + mg \cdot R\theta = maR + mg \cdot R\alpha. \quad (28)$$

Za trenutak i jednadžba ljuľjanja bloka glasi:

$$I_A\ddot{\theta}_i + mg \cdot R\theta_i = ma_iR + mg \cdot R\alpha. \quad (29)$$

Numeričku aproksimaciju druge derivacije kuta θ , odnosno kutnog ubrzanja $\ddot{\theta}$ glasi

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\theta_i - \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{\beta \cdot \Delta t^2} \quad (30)$$

i kutne brzine $\dot{\theta}$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_{i-1} + (1 - \gamma)\Delta t \cdot \ddot{\theta}_{i-1} + \gamma \cdot \Delta t \cdot \ddot{\theta}_i, \quad (31)$$

gdje za linearane probleme β i γ iznose: $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = \frac{1}{4}$, uvodimo u gornju jednadžbu kretanja.

Ukoliko uvrstimo izraz za $\ddot{\theta}_i$ u jednadžbu ljuľjanja bloka oko točke A dobijemo:

$$I_A \cdot \frac{\theta_i - \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{\beta \cdot \Delta t^2} + mg \cdot R\theta_i = ma_iR + mg \cdot R\alpha \quad (32)$$

Jednadžbu množimo s $\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A}$, pa glasi:

$$\theta_i \left(1 + mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} \right) = \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} (ma_iR + mgR\alpha) \quad (33)$$

$$+\theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}.$$

Iz jednadžbe dobivamo izraz za θ_i^3 :

$$\theta_i = \frac{\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} (ma_i R + mg R \alpha) + \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{1 + mg R \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A}}. \quad (34)$$

2.5.2 Numeričko rješenje jednadžbi za točku B

Jednadžba ljuljanja bloka oko točke B pri ubrzanju podloge izvedena je u dijelu 2.3.2., a glasi:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha + \theta). \quad (35)$$

Ukoliko se član $\ddot{\theta}$ prebaci na drugu stranu, dobijemo:

$$(I + mR^2)\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta. \quad (36)$$

Član $(I + mR^2)$ možemo zapisati kao I_B :

$$I_B\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta. \quad (37)$$

Prebacujući nepoznanice na jednu stranu, dobijemo:

$$I_B\ddot{\theta} - mg \cdot R\theta = maR + mg \cdot R\alpha. \quad (38)$$

Za trenutak i jednadžba ljuljanja bloka glasi:

$$I_B\ddot{\theta}_i - mg \cdot R\theta_i = ma_i R + mg \cdot R\alpha. \quad (39)$$

Numerička aproksimacija prve i druge derivacije kuta θ prikazana je u poglavlju 2.5.1.

Ukoliko uvrstimo izraz za $\ddot{\theta}_i$ u jednadžbu ljuljanja bloka oko točke B dobijemo:

$$I_B \cdot \frac{\theta_i - \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{\beta \cdot \Delta t^2} - mg \cdot R\theta_i = ma_i R + mg \cdot R\alpha. \quad (40)$$

Jednadžbu množimo s $\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B}$, pa glasi:

³ Wilson E. L. (1962), *Dynamic Analysis using numerical integrations*, knjiga

$$\theta_i \left(1 - mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B} \right) = \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B} (ma_i R + mgR\alpha) + \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}. \quad (41)$$

Iz jednadžbe dobivamo izraz za θ_i^3 :

$$\theta_i = \frac{\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B} (ma_i R + mgR\alpha) + \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{1 - mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B}}. \quad (42)$$

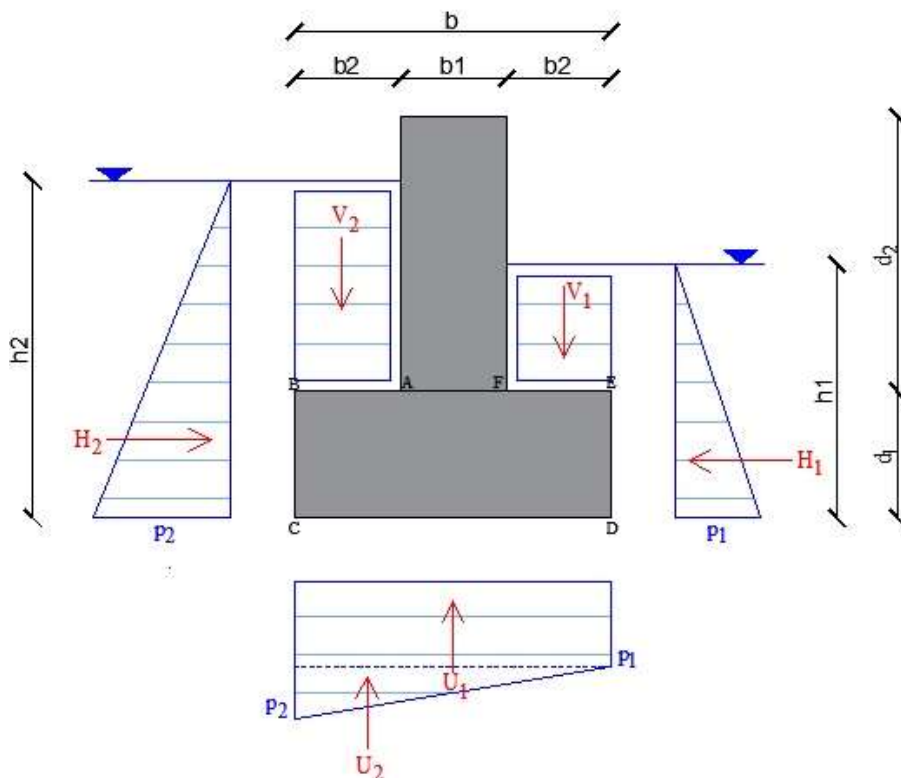
³ Wilson E. L. (1962), *Dynamic Analysis using numerical integrations*, knjiga

3 DJELOVANJE VODE I VALOVA

Valove možemo opisati kao pokrete dijelova vodene mase. Mogu biti uzrokovani prirodnim silama kao što su vjetar, astronomski utjecaj, razlike u tlaku zraka ili zbog seizmičkih poremećaja. Osim prirodnih sila, na nastanak valova utječu i razna plovila kao što su brodovi, čamci i brodice. Obalni reljef kao i obalne građevine pod konstantnim su djelovanjem sila nastalih od vode i valova. Njihov utjecaj promatran je u narednom tekstu.

3.1 Hidrostatske sile

Sile nastale kao posljedica djelovanja statičkog tlaka na uronjeno tijelo koje miruje. Utjecaj hidrostatskih sila povećava se s dubinom, te uvijek djeluju okomit na površinu tijela.



Slika 5: Hidrostatska opterećenja blokova uronjenih u vodu

Označene vrijednosti na slici (Slika 5) dane su u nastavku:

- b, b_1 – širina bloka,
- d_1, d_2 – visina bloka,
- h_1, h_2 – razina vode,
- p_1, p_2 – hidrostatski pritisak na blok,
- $H_1, H_2, V_1, V_2, U_1, U_2$ – hidrostatske sile koje djeluju na blok.

Izrazi za određivanje hidrostatskih pritisaka na blok uronjen u vodu dani su u nastavku.

$$p_A = p_B = \gamma_w \cdot (h_2 - d_1), \quad (43)$$

$$p_E = p_F = \gamma_w \cdot (h_1 - d_1), \quad (44)$$

$$p_C = \gamma_w \cdot h_2, \quad (45)$$

$$p_D = \gamma_w \cdot h_1, \quad (46)$$

gdje je γ_w specifična težina vode.

Hidrostatske sile sa Slike 5 definirane su izrazima⁴:

$$H_1 = \frac{p_1 \cdot h_1 \cdot 1m'}{2} = \frac{p_D \cdot h_1 \cdot 1m'}{2}, \quad (47)$$

$$H_2 = \frac{p_2 \cdot h_2 \cdot 1m'}{2} = \frac{p_C \cdot h_2 \cdot 1m'}{2}, \quad (48)$$

$$V_1 = p_E \cdot (h_1 - d_1) \cdot 1m', \quad (49)$$

$$V_2 = p_A \cdot (h_2 - d_1) \cdot 1m', \quad (50)$$

$$U_1 = p_1 \cdot b \cdot 1m' = p_D \cdot b \cdot 1m' \text{ i} \quad (51)$$

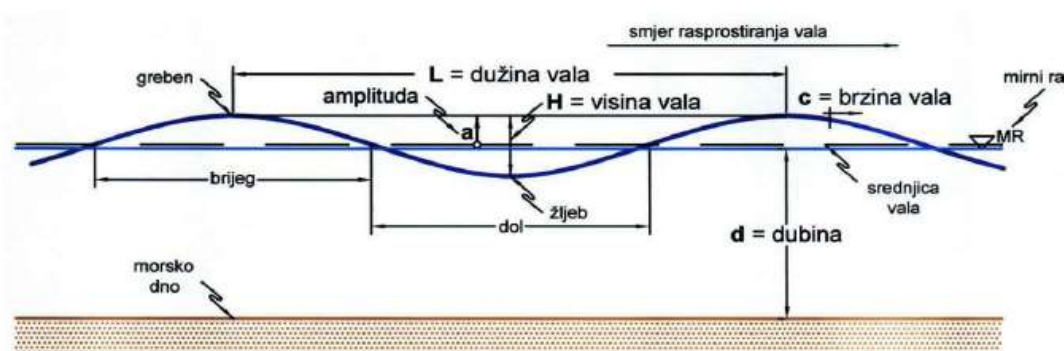
$$U_2 = \frac{(p_2 - p_1) \cdot b \cdot 1m'}{2}. \quad (52)$$

3.2 Mehanika valova

Kako bismo razumijeli ponašanje valova, potrebno je znati njihov nastanak i princip djelovanja. Kroz osnovne parametre valova i teoriju djelovanja valova malih amplituda, ispitana su djelovanja vode i valova na obalne konstrukcije.

3.2.1 Parametri vala

Na slici (Slika 6)⁵ može se vidjeti oblik profila vala, kao i osnovne parametre koji ga čine.



Slika 6: Osnovni parametri za opis profila vala (Pršić, 2011.)

⁴ Krvavica N. (2019), *Primjena hidrostatičke, web skripta iz kolegija Obalno inženjerstvo, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet*

⁵ Carević D., Pršić M. (2018), *Pomorske građevine, web skripta, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Dio 1*

Osnovni parametri:

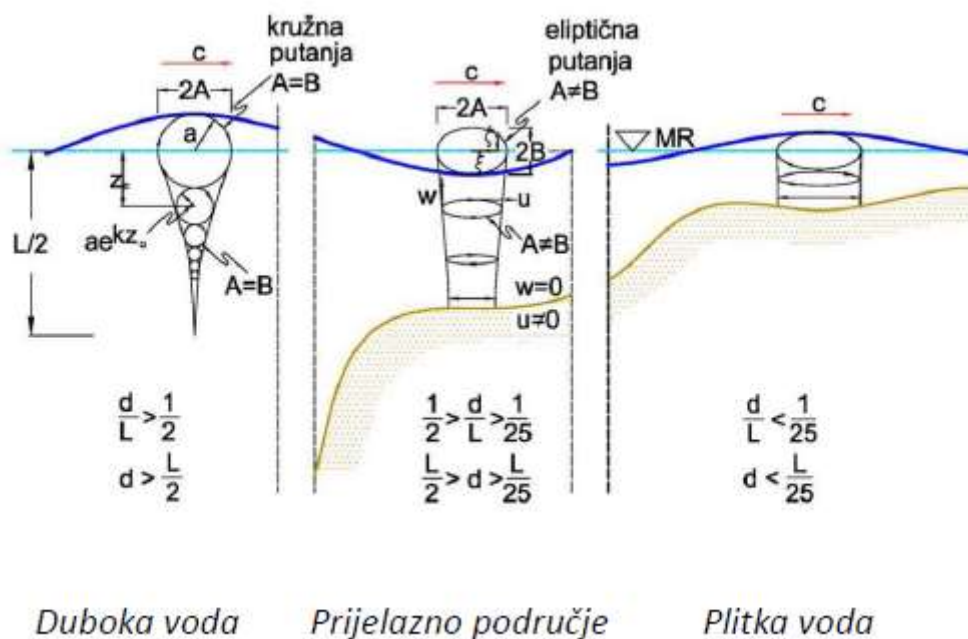
- H – visina vala,
- L – duljina vala,
- H/L – strmost vala,
- T – period vala,
- d – dubina vala.

3.2.2 Teorija valova malih amplituda

Takozvana Airyjeva teorija ili linearna teorija, prva je aproksimacija gibanja mora koja vrijedi za malu strmost vala ($H/L < 1/150$).

Ovisno o promatranj dubini vode, javlja se različito gibanje valova. Prema spomenutoj teoriji postoje tri područja: duboko, prijelazno i plitko.

Dobivanje vrijednosti relativnih dubina ovisno o dubini vode može se vidjeti na slici (Slika 7)⁵.



Slika 7: Utjecaj dubine na putanje čestica vala (Pršić, 2011.)

⁵ Carević D., Pršić M. (2018), Pomorske građevine, web skripta, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Dio 1

| Relativna dubina | Duboka voda $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$ | Prijelazno područje $\frac{1}{25} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$ | Plitka voda $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$ |
|--|--|--|---|
| 1. Profil vala | isto | $\eta_1 = \frac{H}{2} \cos \left[\frac{2\Pi x}{L} - \frac{2\Pi t}{T} \right] = \frac{H}{2} \cos \Theta$ | isto |
| 2. Brzina vala | $C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\Pi} = \sqrt{\frac{gL}{2\Pi}}$ | $C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\Pi} \tanh \left(\frac{2\Pi d}{L} \right) = \sqrt{\frac{gL}{2\Pi} \tanh \frac{2\Pi d}{L}}$ | $C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$ |
| 3. Dužina vala | $L = L_0 = \frac{gT^2}{2\Pi} = C_0 T, T = \sqrt{\frac{2\Pi L}{g}}$ | $L = \frac{gT^2}{2\Pi} \tanh \left(\frac{2\Pi d}{L} \right)$ | $L = T \sqrt{gd} = CT$ |
| 4. Brzina grupe valova | $C_g = \frac{1}{2} C = \frac{gT}{4\Pi}$ | $C_g = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\Pi \frac{d}{L}}{\sinh(4\Pi \frac{d}{L})} \right] \times C$ | $C_g = C = \sqrt{gd}$ |
| 5. Brzina čestica a) Horiz. b) Vert. | $u = \frac{\Pi H}{T} e^{-\frac{2\Pi z}{L}} \times \cos \Theta$ $w = \frac{\Pi H}{T} e^{-\frac{2\Pi z}{L}} \times \sin \Theta$ | $u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\Pi(z+d)/L]}{\cosh(2\Pi d/L)} \times \cos \Theta$ $w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\Pi(z+d)/L]}{\cosh(2\Pi d/L)} \times \sin \Theta$ | $u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \Theta$ $w = \frac{H\Pi}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin \Theta$ |
| 9. Pritisak ispod vala | $p = \rho g \eta e^{-\frac{2\Pi z}{L}} - \rho g z$ | $p = \rho g \eta \frac{\cosh[2\Pi(z+d)/L]}{\cosh(2\Pi d/L)} - \rho g z$ | $p = \rho g(\eta - z)$ |

Slika 8: Prikaz parametara vala prema linearnoj teoriji (Pršić, 2011.)⁵

3.2.3 Određivanje parametara vala

Prvi korak u određivanju parametara vala je odrediti duljinu vala uz pretpostavku da se nalazi u dubokom području. Formula za izračun duljine vala dana je u tablici sa slike (Slika 8):

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} [m] \quad (53)$$

Drugi korak je provjera područja kojem pripada (d/L_0). Nakon toga slijedi izračun strmosti i brzine napredovanja vala⁶:

$$\text{Strmost vala: } \frac{H}{L} [/\] \quad (54)$$

i

$$\text{brzina vala: } c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} = \frac{L}{T} [m/s] \quad (55)$$

Ukoliko se radi o prijelaznom području potrebno je izračunati stvarnu duljinu vala, te iterativnom metodom pretpostavljenu dubinu približno izjednačiti s izračunatom duljinom vala. Formula za stvarnu duljinu vala dana je u nastavku.

⁵ Carević D., Pršić M. (2018), Pomorske građevine, web skripta, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Dio 1

⁶ Krvavica N. (2019), Gibanje mora, web skripta iz kolegija Obalno inženjerstvo, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L_0}\right) \quad (56)$$

3.2.4 Određivanje pritiska ispod vala

Određivanje pritiska vala ispod grebena provodi se tako što se po formulama iz prijašnjeg poglavlja izračuna duljina vala, te područje dubine djelovanja vala.

Slijedeći korak je proračun pritiska na razini mora ($z=0$) i na dubini x ($z=x$) prema danoj formuli⁶:

$$p = \rho g \eta \frac{\cosh(2\pi(z+d)/L)}{\cosh(2\pi d/L)} - \rho g z \quad (57)$$

Izrazi navedeni u poglavlju 3.2. ne koriste se u kasnijim izvodima. Zbog pojednostavljenja proračuna, djelovanje valova promatrano je kao lokalno izdizanje ili spuštanje razine vode s obje strane bloka. Takvo ponašanje može se isključivo opisati utjecajem hidrostatskih sila na blok.

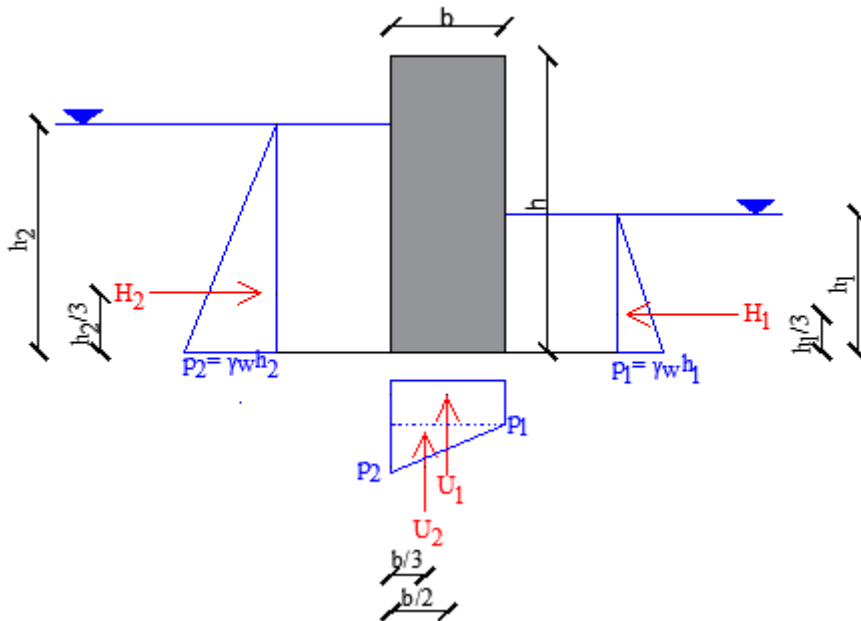
⁶ Krvavica N. (2019), *Gibanje mora, web skripta iz kolegija Obalno inženjerstvo, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet*

4 LJULJANJE BLOKA URONJENOG U VODU

Ljuljanje bloka uronjenog u vodu također se događa oko njegovih donjih uglova s prebacivanjem iz jednog ugla na drugi. Uslijed određene dinamičke pobude može doći do prevrtanja. Uz težinu bloka u ovom slučaju javljaju se sile od vode.

Izrazi za određivanje hidrostatskih sila na blok uronjen u vodu dani su u nastavku teksta.

- a. Hidrostatske sile na blok uronjen u vodu za slučaj kada je $h_1 < h_2$.



Slika 9: Hidrostatsko opterećenje na blok za slučaj $h_1 < h_2$

Izrazi za određivanje hidrostatskih sila za promatrani slučaj glase

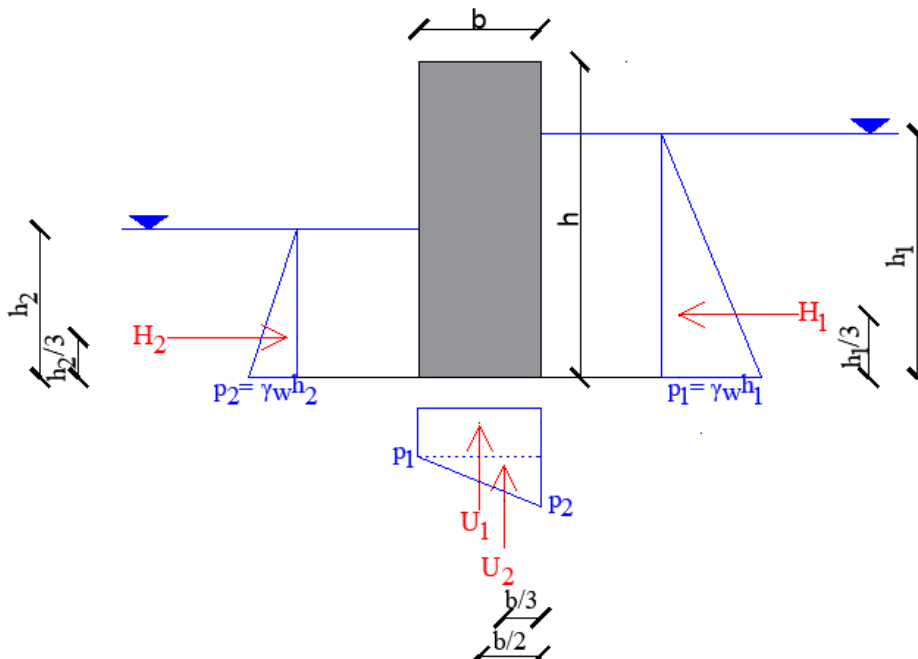
$$H_1 = \frac{\gamma_w \cdot h_1^2 \cdot 1m'}{2}, \quad (58)$$

$$H_2 = \frac{\gamma_w \cdot h_2^2 \cdot 1m'}{2}, \quad (59)$$

$$U_1 = \gamma_w \cdot h_1 \cdot b \cdot 1m', \quad (60)$$

$$U_2 = \frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b \cdot 1m'}{2}. \quad (61)$$

b. Hidrostatske sile na blok uronjen u vodu za slučaj kada je $h_1 > h_2$.



Slika 10: Hidrostatsko opterećenje na blok uronjen u vodu za slučaj $h_1 > h_2$

Izrazi za određivanje hidrostatskih sila za promatrani slučaj glase

$$H_1 = \frac{\gamma_w \cdot h_1^2 \cdot 1m'}{2}, \quad (62)$$

$$H_2 = \frac{\gamma_w \cdot h_2^2 \cdot 1m'}{2}, \quad (63)$$

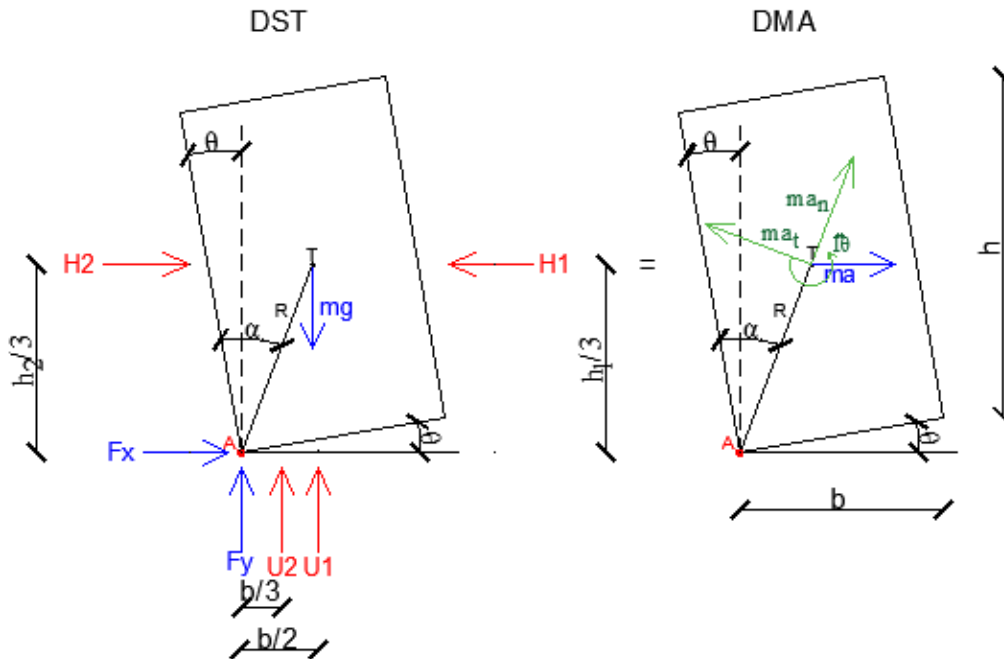
$$U_1 = \gamma_w \cdot h_2 \cdot b \cdot 1m', \quad (64)$$

$$U_2 = \frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b \cdot 1m'}{2}. \quad (65)$$

4.1 Jednadžba ljuľanja bloka uronjenog u vodu

4.1.1 Jednadžba ljuľanja bloka uronjenog u vodu oko točke A

Na slici (Slika 11) prikazani su dijagram slobodnog tijela i dijagram mase i akceleracije, tijekom rotacije bloka oko lijevog ugla (točke A).



Slika 11: Dijagrami DST i DMA za ljuľanje bloka oko točke A, uronjenog u vodu

Iz dijagrama dobivamo sljedeći izraz za moment oko točke A:

$$\sum M_A = I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha - \theta) \quad (66)$$

$$-mg \cdot R \cdot \sin(\alpha - \theta) + U_1 \frac{b}{2} + U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3} = I\ddot{\theta} + ma_t R$$

$$-ma \cdot R \cdot \cos(\alpha - \theta).$$

Zbog pojednostavljenja jednadžbe, uvodi se ista aproksimacija za male rotacije i vitke blokove kao u poglavlju 2.2.1.

Uvrštavajući to u jednadžbu momenta:

$$I\ddot{\theta} = maR + ma \cdot R \cdot \alpha\theta - ma_t R - mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta$$

$$+ U_1 \frac{b}{2} + U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3}. \quad (67)$$

Zbog jako malih vrijednosti kuteva α i θ , član „ $R\alpha\theta$ “ može se zapisati kao $R\theta$. Također a_t možemo zapisati kao $a_t = R\ddot{\theta}$. Jednadžba stoga glasi:

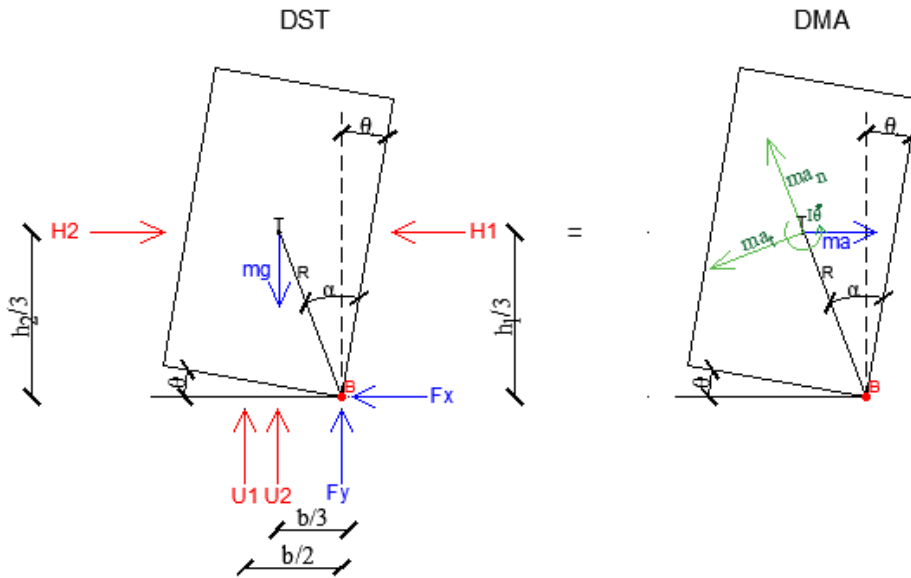
$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta) + U_1 \frac{b}{2} + U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3}. \quad (68)$$

Ukoliko u jednađzbu uvrstimo izraze za hidrostатke sile dobivamo:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta) + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (69)$$

4.1.2 Jednađzba ljuľanja bloka uronjenog u vodu oko točke B

Na slici (Slika 12) prikazani su dijagram slobodnog tijela i dijagram mase i akceleracije, tijekom rotacije bloka oko lijevog ugla (točke B)



Slika 12: Dijagrami DST i DMA za ljuľanje bloka oko točke B, uronjenog u vodu

Iz dijagrama dobivamo sljedeći izraz za moment oko točke B:

$$\sum M_B = I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha + \theta) \quad (70)$$

$$mg \cdot R \cdot \sin(\alpha + \theta) - U_1 \frac{b}{2} - U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3} = I\ddot{\theta} + ma_t R - ma \cdot R \cdot \cos(\alpha + \theta).$$

Zbog pojednostavljenja jednađzbe, uvodi se ista aproksimacija za male rotacije i vitke blokove kao u dijelu 2.2.1.

Uvrštavajući to u jednađzbu momenta:

$$I\ddot{\theta} = maR - ma \cdot R \cdot \alpha\theta - ma_t R + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta - U_1 \frac{b}{2} - U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3}.$$

Zbog jako malih vrijednosti kuteva α i θ , član „ $R\alpha\theta$ “ može se zapisati kao $R0$. Također a_t možemo zapisati kao $a_t = R\ddot{\theta}$. Jednadžba stoga glasi:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha + \theta) - U_1 \frac{b}{2} - U_2 \frac{b}{3} + H_1 \frac{h_1}{3} - H_2 \frac{h_2}{3}. \quad (71)$$

Ukoliko u jednadžbu uvrstimo izraze za hidrostatke sile dobivamo:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha + \theta) - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} - \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (72)$$

4.2 Numeričko rješenje jednadžbe

4.2.1 Numeričko rješenje jednadžbe za točku A

Jednadžba ljuľjanja bloka oko točke A pri ubrzanju podloge izvedena je u poglavlju 4.1.1., a glasi:

$$I\ddot{\theta} = maR - mR^2\ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha - \theta) + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (73)$$

Ukoliko se član $\ddot{\theta}$ prebaci na drugu stranu, dobijemo:

$$(I + mR^2)\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (74)$$

Član $(I + mR^2)$ možemo zapisati kao I_A :

$$I_A\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha - mg \cdot R\theta + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (75)$$

Prebacujući nepoznanice na jednu stranu, dobijemo:

$$I_A\ddot{\theta} + mg \cdot R\theta = maR + mg \cdot R\alpha + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (76)$$

Za trenutak i jednadžba ljuljanja bloka glasi:

$$I_A \ddot{\theta}_i + mg \cdot R \theta_i = ma_i R + mg \cdot R \alpha + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} \quad (77)$$

$$+ \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Zbog pojednostavljenja jednadžbe, uvodi se ista aproksimacija za male kuteve (Wilsonova knjiga) kao u dijelu 4.1.1.

Ukoliko uvrstimo izraz za $\ddot{\theta}_i$ u jednadžbu ljuljanja bloka oko točke A dobijemo:

$$I_A \cdot \frac{\theta_i - \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{\beta \cdot \Delta t^2} + mg \cdot R \theta_i = ma_i R + mg \cdot R \alpha$$

$$+ (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (78)$$

Jednadžbu množimo s $\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A}$, pa glasi:

$$\theta_i \left(1 + mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} \right) = \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} \left(ma_i R + mgR \alpha + (\gamma_w \cdot h_1 \cdot b) \frac{b}{2} + \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_2 - h_1) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3} \right)$$

$$+ \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}. \quad (79)$$

Iz jednadžbe dobivamo izraz za θ_i :

$$\theta_i = \frac{\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A} \left(ma_i R + mgR \alpha - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} - \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3} \right) + \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{1 - mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_A}} \quad (80)$$

4.2.2. Numeričko rješenje jednadžbi za točku B

Jednadžba ljuljanja bloka oko točke B pri ubrzanju podloge izvedena je u dijelu 4.1.2., a glasi:

$$I \ddot{\theta} = maR - mR^2 \ddot{\theta} + mg \cdot R(\alpha + \theta) - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} \quad (81)$$

$$- \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Ukoliko se član $\ddot{\theta}$ prebaci na drugu stranu, dobijemo:

$$(I + mR^2)\ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} \quad (82)$$

$$- \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Član $(I + mR^2)$ možemo zapisati kao I_B :

$$I_B \ddot{\theta} = maR + mg \cdot R\alpha + mg \cdot R\theta - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} \quad (83)$$

$$- \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Prebacujući nepoznanice na jednu stranu, dobijemo:

$$I_B \ddot{\theta} - mg \cdot R\theta = maR + mg \cdot R\alpha - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} \quad (84)$$

$$- \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Za trenutak i jednažba ljuľjanja bloka glasi:

$$I_B \ddot{\theta}_i - mg \cdot R\theta_i = ma_i R + mg \cdot R\alpha - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} \quad (85)$$

$$- \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}.$$

Zbog pojednostavljenja jednažbe, uvodi se ista aproksimacija za male kuteve (Wilsonova knjiga) kao u dijelu 4.2.2.

Ukoliko uvrstimo izraz za $\ddot{\theta}_i$ u jednažbu ljuľjanja bloka oko točke B dobijemo:

$$I_B \cdot \frac{\theta_i - \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{\beta \cdot \Delta t^2} - mg \cdot R\theta_i = ma_i R + mg \cdot R\alpha$$

$$- (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} - \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3}. \quad (86)$$

Jednadžbu množimo s $\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B}$, pa glasi:

$$\begin{aligned} \theta_i \left(1 - mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B}\right) &= \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B} \left(ma_i R + mgR\alpha - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} - \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3} \right) \\ &+ \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1} \end{aligned} \quad (87)$$

Iz jednadžbe dobivamo izraz za θ_i :

$$\theta_i = \frac{\frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B} \left(ma_i R + mgR\alpha - (\gamma_w \cdot h_2 \cdot b) \frac{b}{2} - \left(\frac{\gamma_w \cdot (h_1 - h_2) \cdot b}{2} \right) \frac{b}{3} + \left(\frac{\gamma_w \cdot h_1^2}{2} \right) \frac{h_1}{3} - \left(\frac{\gamma_w \cdot h_2^2}{2} \right) \frac{h_2}{3} \right) + \theta_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\theta}_{i-1} - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \cdot \ddot{\theta}_{i-1}}{1 - mgR \cdot \frac{\beta \cdot \Delta t^2}{I_B}} \quad (88)$$

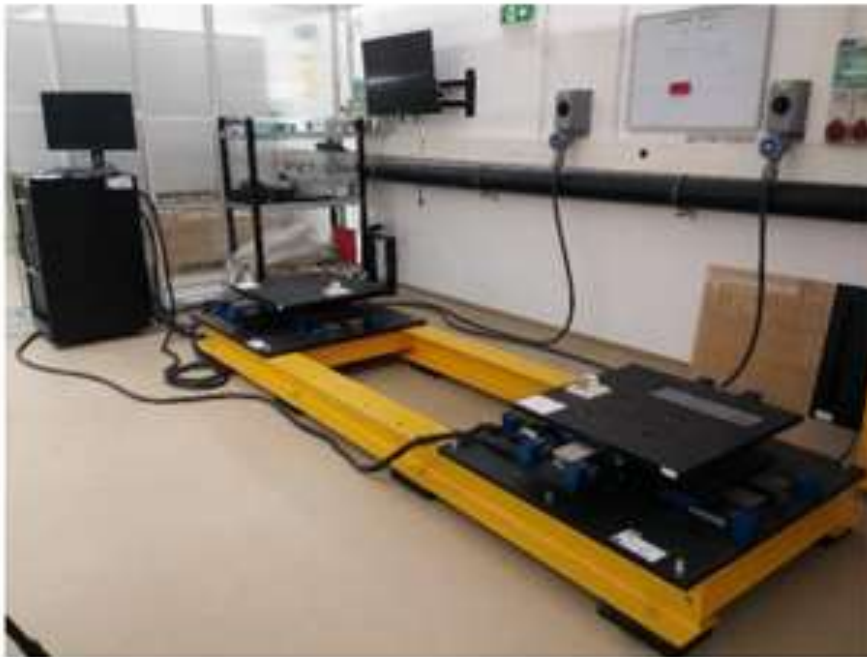
Na temelju prethodno navedenih izraza potrebno je pronaći numerička rješenja za svaki vremenski korak, koristeći Excel ili neki drugi programski paket. Osim geometrije, mase, gustoće i drugih parametara, potrebno je poznavati i parametre koji definiraju funkciju pobude podloge i visinu vode s obje strane bloka.

5 PROVOĐENJE EKSPERIMENTA

Laboratorijski eksperiment provodi se u kontroliranom okruženju u svrhu boljeg razumijevanja ljuljanja i prevrtanja blokova u obalnim građevinama prilikom dinamičke pobude. Na potresni stol postavljena je plastična posuda ispunjena vodom u kojoj se nalazi promatrani blok. Nakon eksperimenta na potresnom stolu, vrši se snimanje bloka optičkim mjernim sustavom te obrada dobivenih rezultata. U nastavku teksta prikazana je namjena i korištenje opreme u svrhu ekperimentalnih ispitivanja.

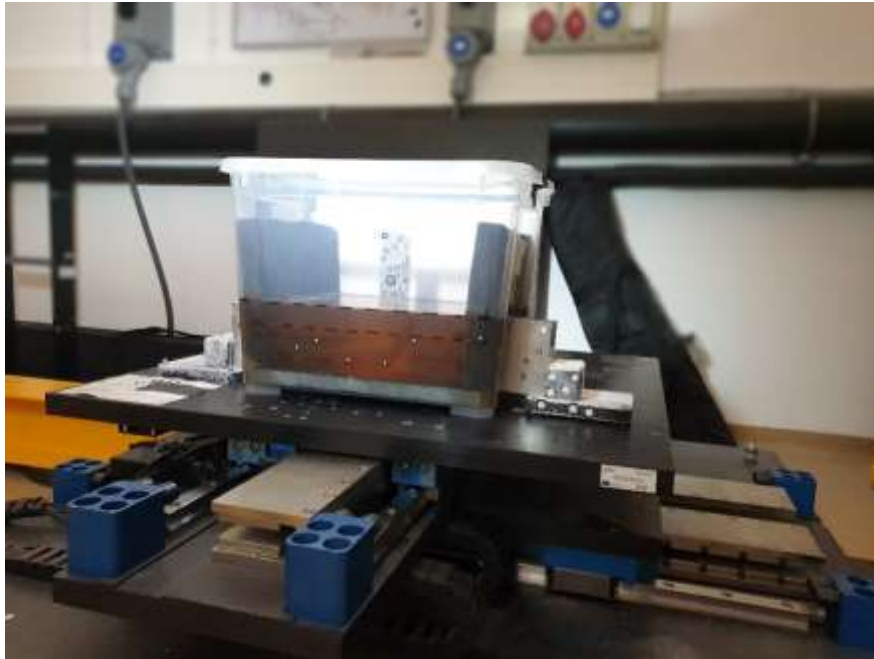
5.1 Oprema

Dinamička pobuda nanosi se putem upravljačke jedinice na potresni stol (Slika 13)⁷ na kojem se nalazi blok uronjen u plastičnu posudu s vodom (Slika 14).



Slika 13: Sustav od dvije dvoosne potresne platforme Quanser STI-III

⁷ https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf



Slika 14: Plastična posuda

Nakon provedenog ispitivanja područja ljuljanja bloka, prelazi se na snimanje bloka optičkim mjernim sustavom GOM mbH PONTOS 3D 4M (Slika 15)⁷.



Slika 15: Optički mjerni sustav GOM mbH PONTOS 3D 4M

⁷ https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf

Za kalibraciju kamera koristi se priručnik za korištenje optičkog sustava za mjerenje. Za potrebe ovoga rada korišten je sustav M4 i leće 20 mm.

Za obradu rezultata koristi se upravljačka jedinica s GOM programskim paketima Aramis i Pontos (Slika 16)⁷.



Slika 16: Upravljačka jedinica s GOM programskim paketima Aramis i Pontos

5.2 Uzorci blokova

Za provedbu eksperimenta korištena su tri bloka različitih veličina:

Blok B4S – masa 226,6 g, kvadratna baza sa stanicama duljine 0,03 m, visina 0,09 m

Blok B6S – masa 339,6 g, kvadratna baza sa stanicama duljine 0,03 m, visina 0,135 m

Blok B7S – masa 453,2 g, kvadratna baza sa stanicama duljine 0,03 m, visina 0,18 m

Temelj modela predstavlja blok B2L – masa 856,6 g, kvadratna baza sa stanicama duljine 0,06 m, visina 0,09 m

⁷ https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf

5.3 Provođenje eksperimenta

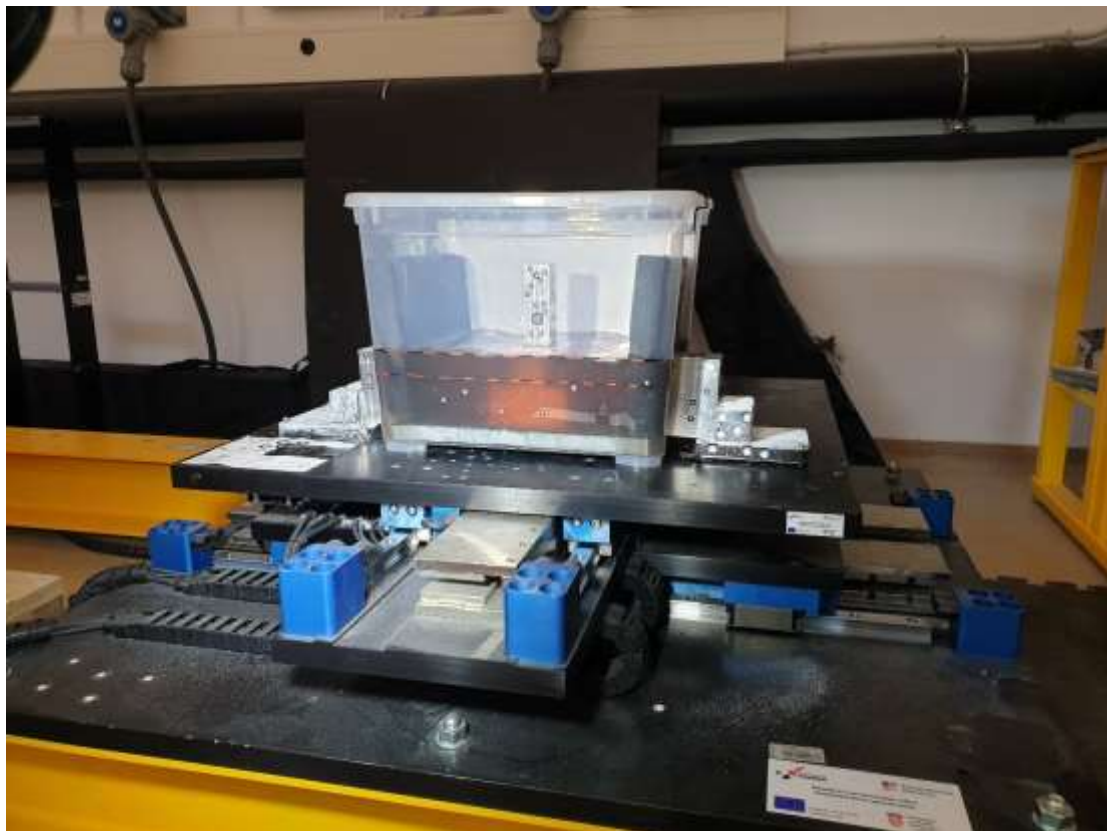
Cilj eksperimenta dobivanje je amplituda i frekvencija pri kojima dolazi do ljuljanja, odnosno prevrtanja bloka.

Prilikom ispitivanja korištena su tri bloka različitih dimenzija. Blokovi su pojedinačno postavljeni na horizontalno postavljen, fiksiran blok koji se nalazi na sredini plastične posude ispunjene vodom. Na bočne stanice posude postavljene su spužve kako bi se dobilo što realnije djelovanje valova, odnosno umanjila njihova refleksija. Posuda je također pričvršćena za potresni stol kako nebi došlo do prelijevanja vode.

Nakon postavljanja modela i opreme, slijedi nanošenje dinamičke pobude putem potresnog stola. Potresnim stolom upravlja se pomoću računalne jedinice. Na njoj se nalaze računalni programi za kalibriranje stola i nanošenje sinusoidalne pobude.

Za ovaj eksperiment amplituda je uzeta 0,1 cm, 0,3 cm i 0,5 cm, dok je frekvencija uzeta od 1 Hz do 10 Hz.

Nakon provedenog većeg broja eksperimenata, blokove se postavlja na određene amplitude i frekvencije te se s opisanim sustavom kamera snima njihovo kretanje.

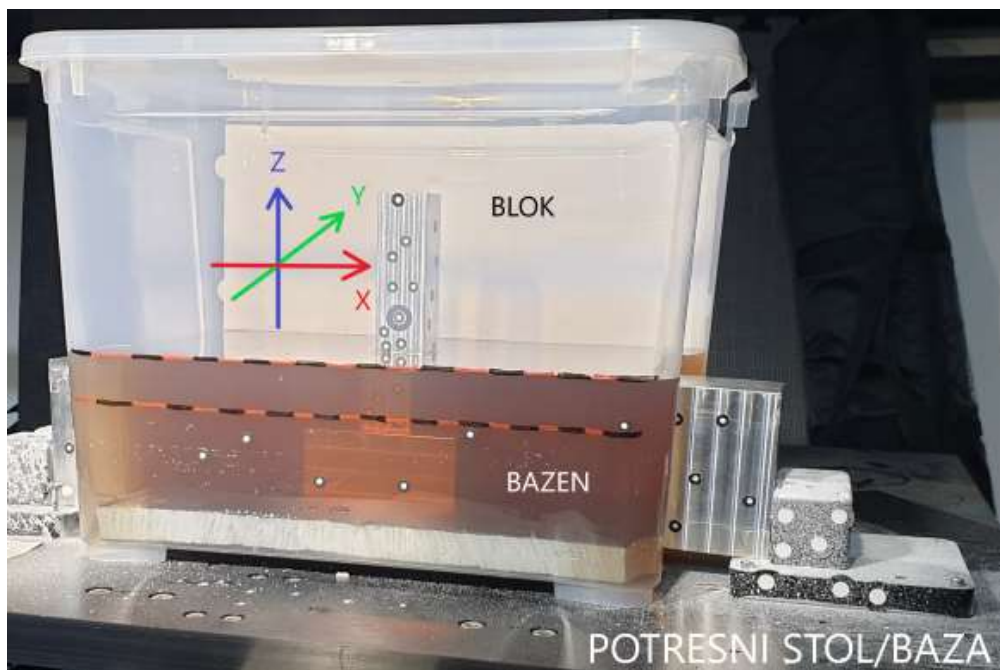


Slika 17: Eksperimentalno ispitivanje bloka uronjenog u vodu

6 REZULTATI

Nakon izvedenog niza eksperimenata, dobivene su vrijednosti kuteva rotacije za blok uronjen u vodu. Na grafovima se može uočiti ponašanje bloka od stanja mirovanja do prevrtanja. Tijekom mjerenja blok je paralelno postavljen s osi nanošenja pobude. Za svaki eksperiment pronađeno je vrijeme t_0 pri kojem graf kreće od nule onda kada stvarno krene funkcija podloge. Rezultati eksperimenata prikazani su grafičkim putem u narednom tekstu.

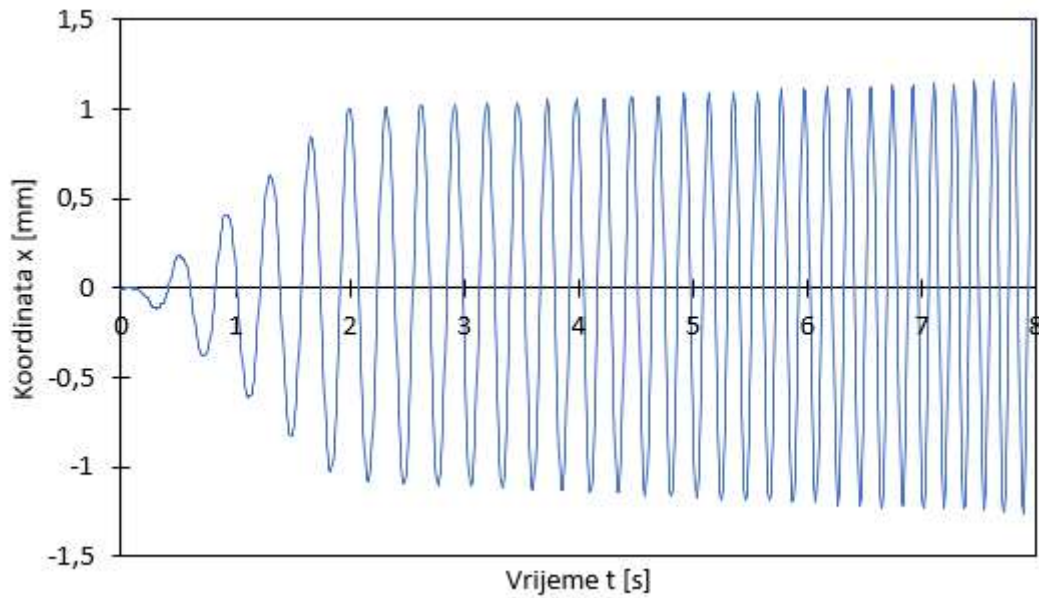
Na slici (Slika 18) prikazani su smjerovi osi koordinatnog sustava. X-os, uzdužna je os bazena dok su y-os i z-os, poprečna i vertikalna os bazena.



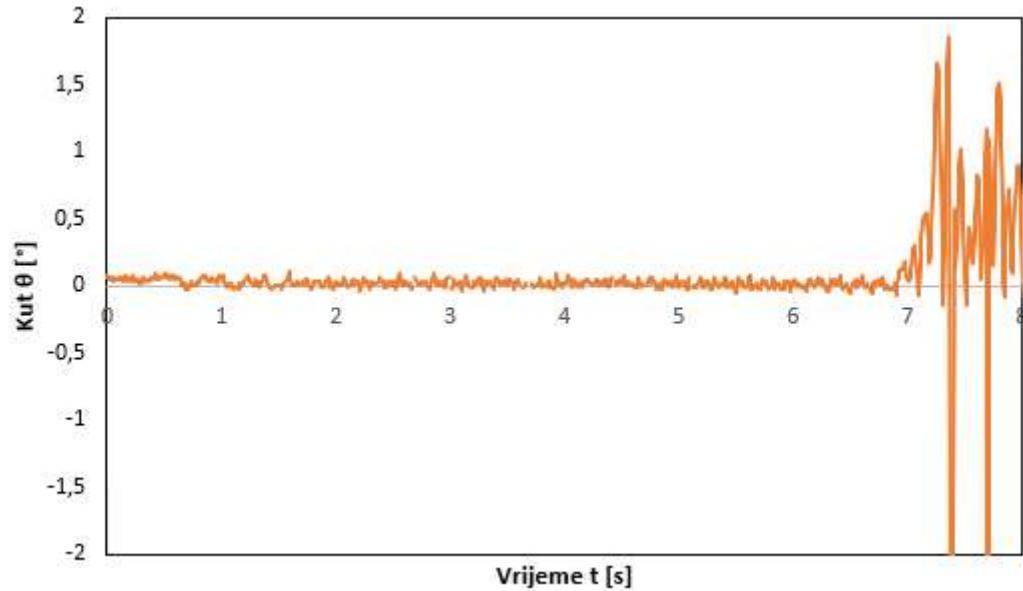
Slika 18: Smjerovi osi koordinatnog sustava

a. Eksperiment 1

Mjerenje bloka trajalo je 12 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $1,86^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,2 sekunde. Između 6,8 i 8,2 sekundi vidljivo je ljuljanje bloka.



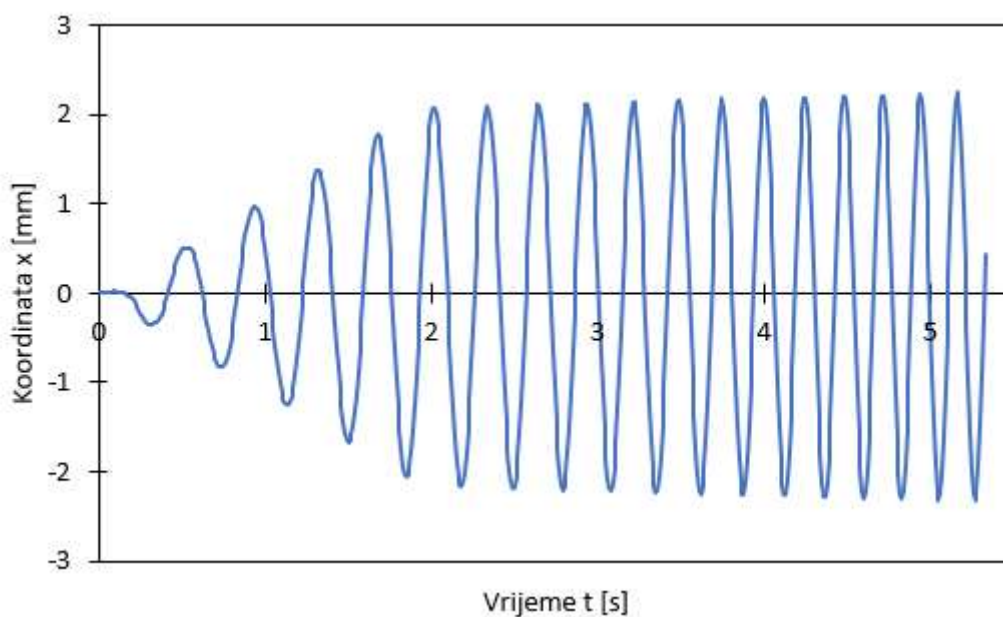
Graf 1: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 1



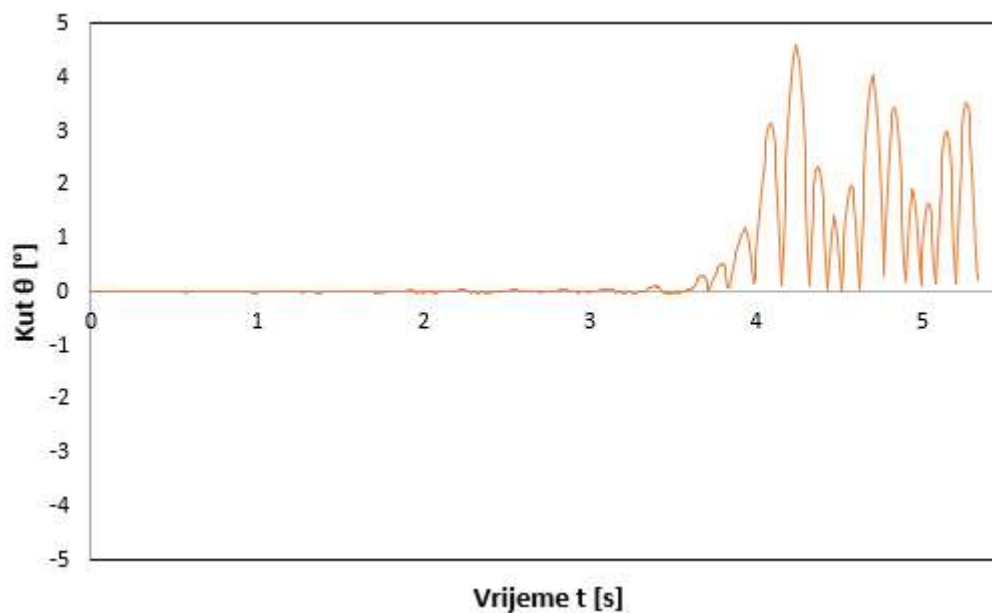
Graf 2: Kut rotacije bloka, eksperiment 1

b. Eksperiment 2

Mjerenje bloka trajalo je 17,03 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $4,62^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 11,7 sekundi. U vrlo kratkom vremenu dolazi do ljuljanja, ali i do prevrtanja bloka.



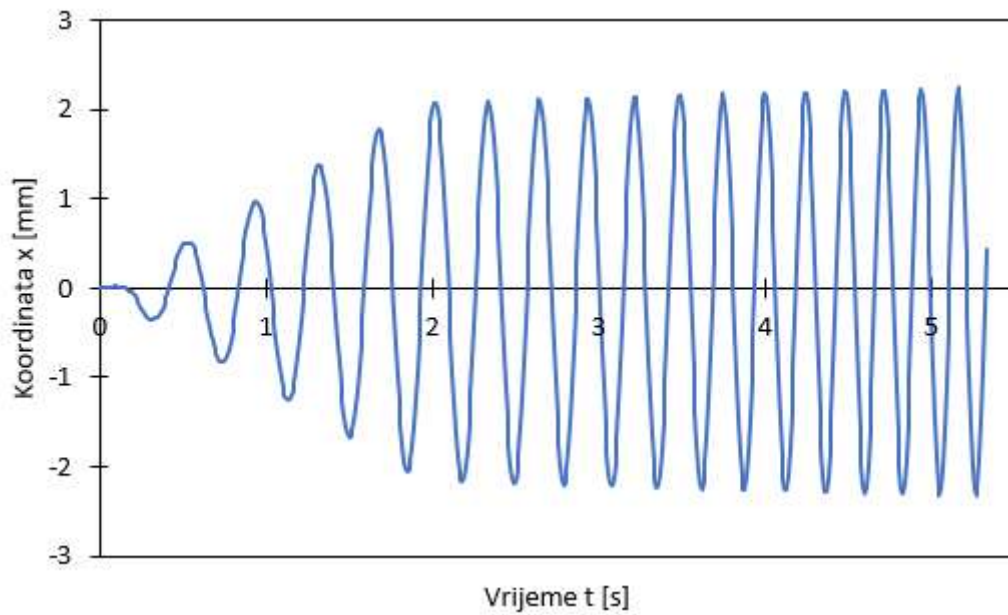
Graf 3: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 2



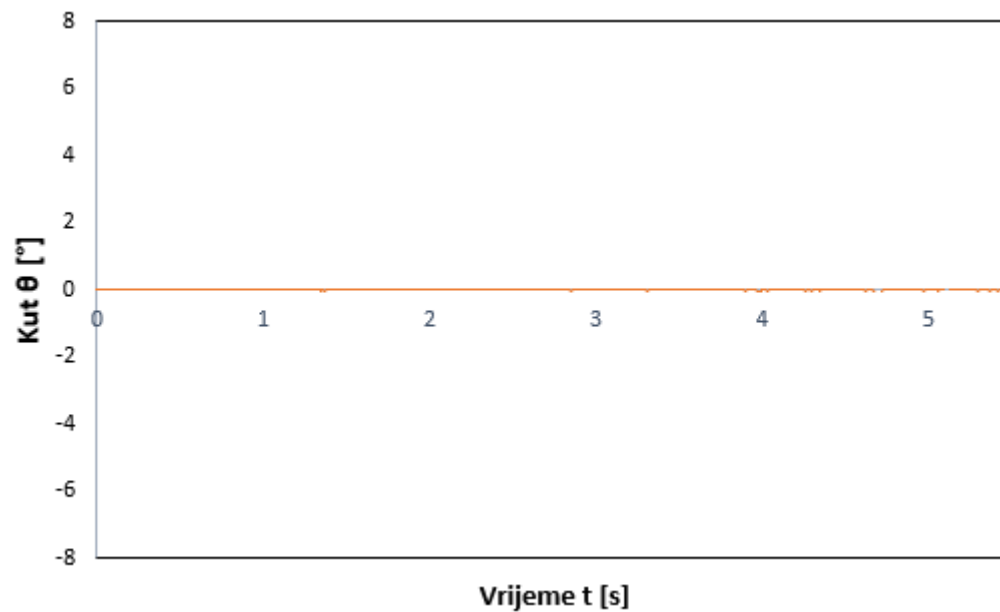
Graf 4: Kut rotacije bloka, eksperiment 2

c. Eksperiment 3

Mjerenje bloka trajalo je 12,99 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $7,73^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 1 sekundu.



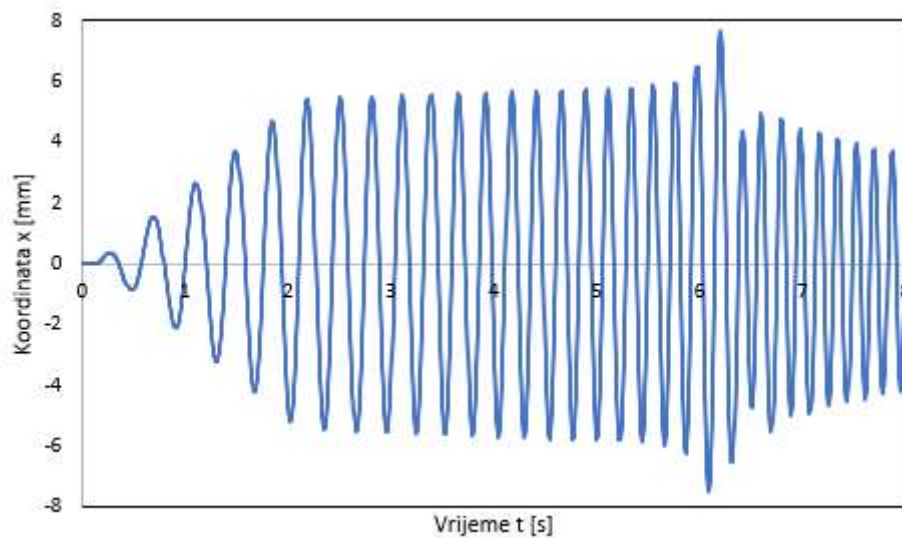
Graf 5: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 3



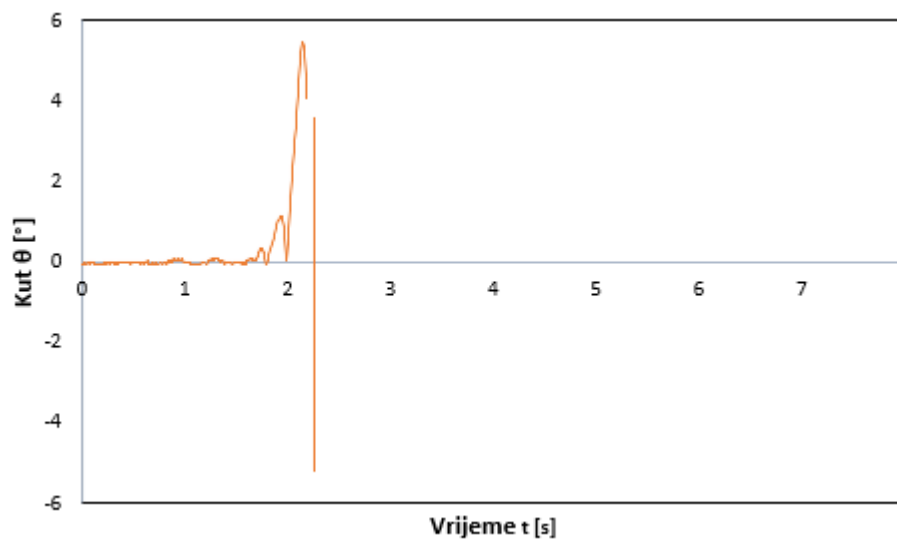
Graf 6: Kut rotacije bloka, eksperiment 3

d. Eksperiment 4

Mjerenje bloka trajalo je 14,04 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $5,6^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,42 sekunde. Do prevrtanja bloka dolazi u 2,23 sekundi.



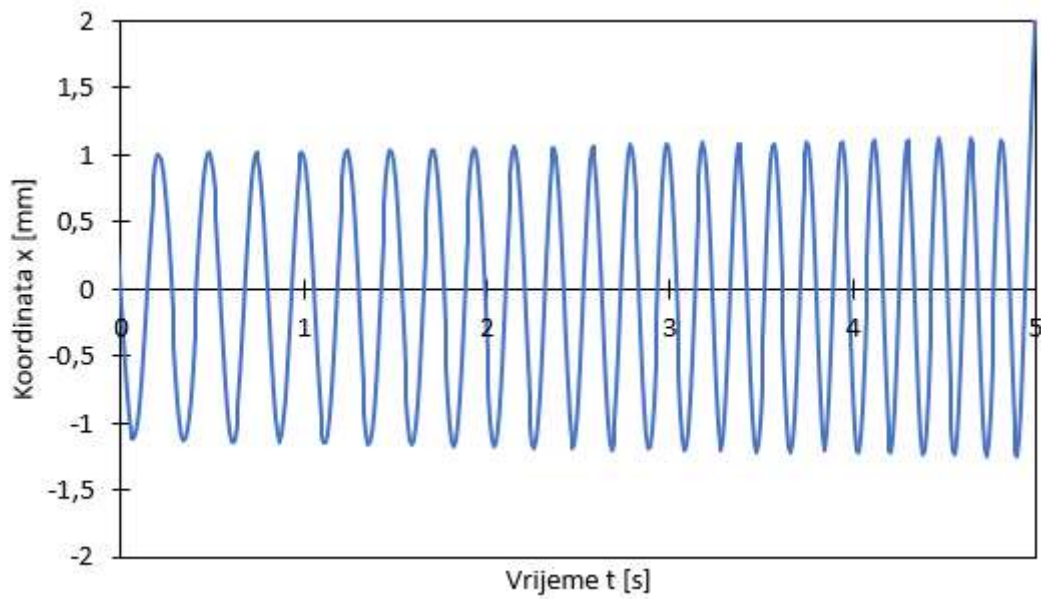
Graf 7: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 4



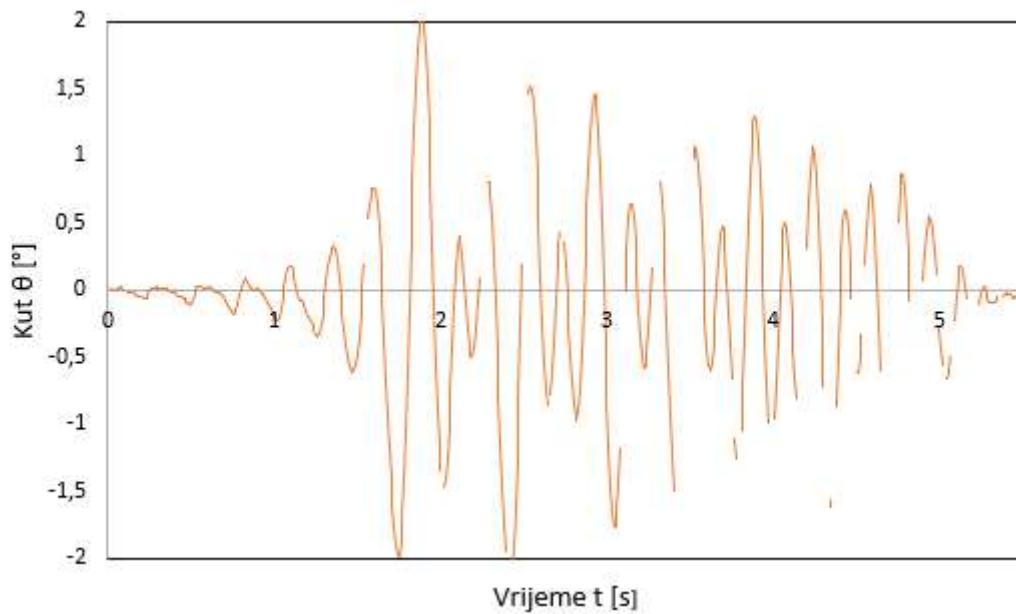
Graf 8: Kut rotacije bloka, eksperiment 4

e. Eksperiment 5

Mjerenje bloka trajalo je 14,1 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $2,06^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 7,5 sekundi.



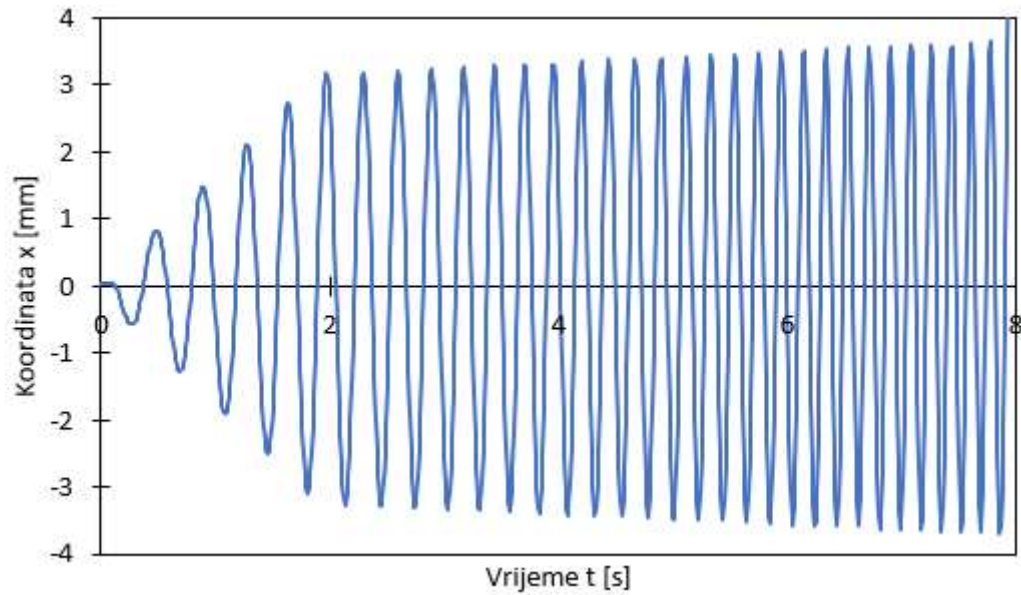
Graf 9: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 5



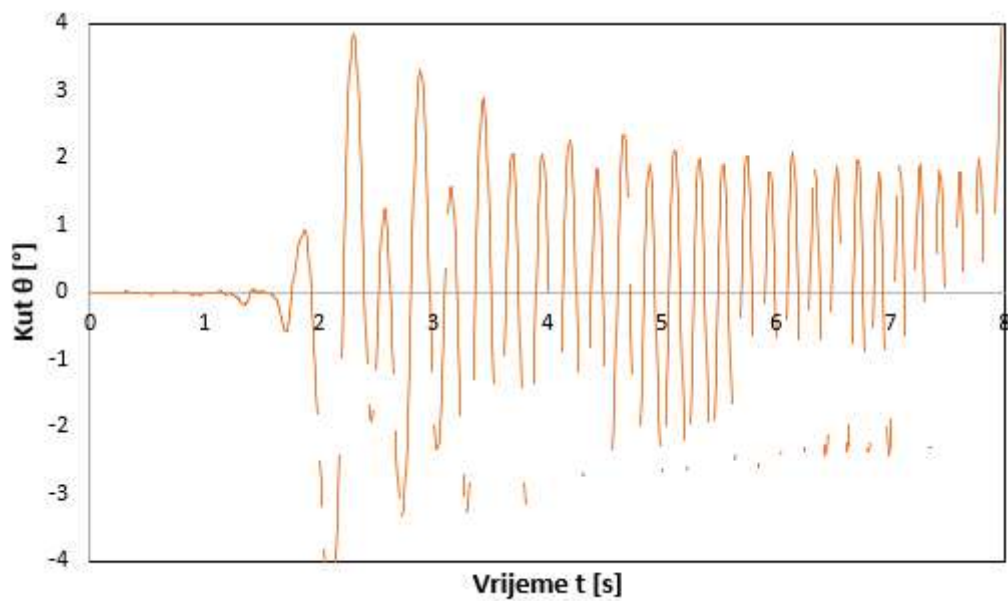
Graf 10: Kut rotacije bloka, eksperiment 5

f. Eksperiment 6

Mjerenje bloka trajalo je 13,41 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $19,62^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,3 sekunde.



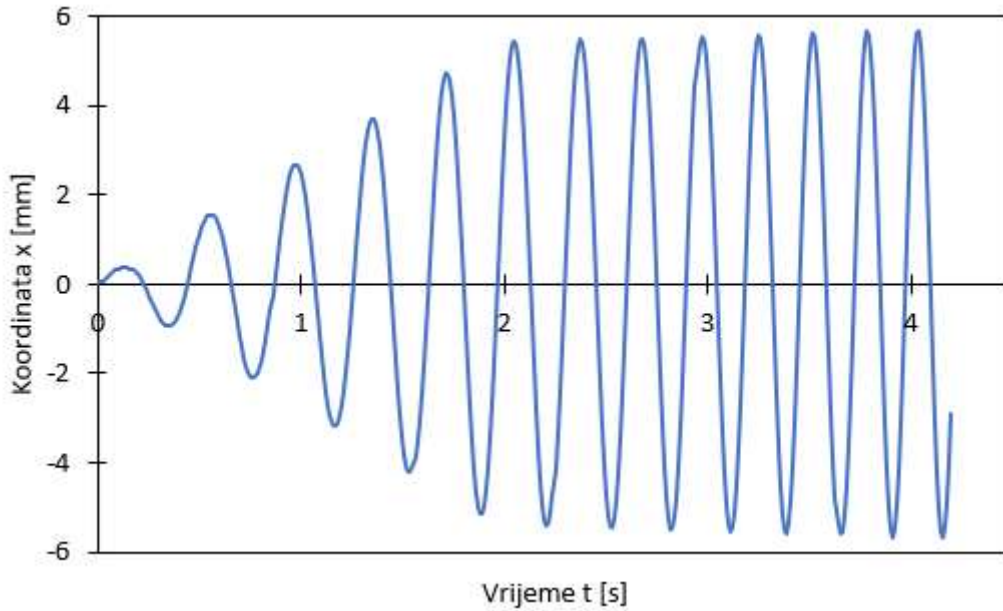
Graf 11: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 6



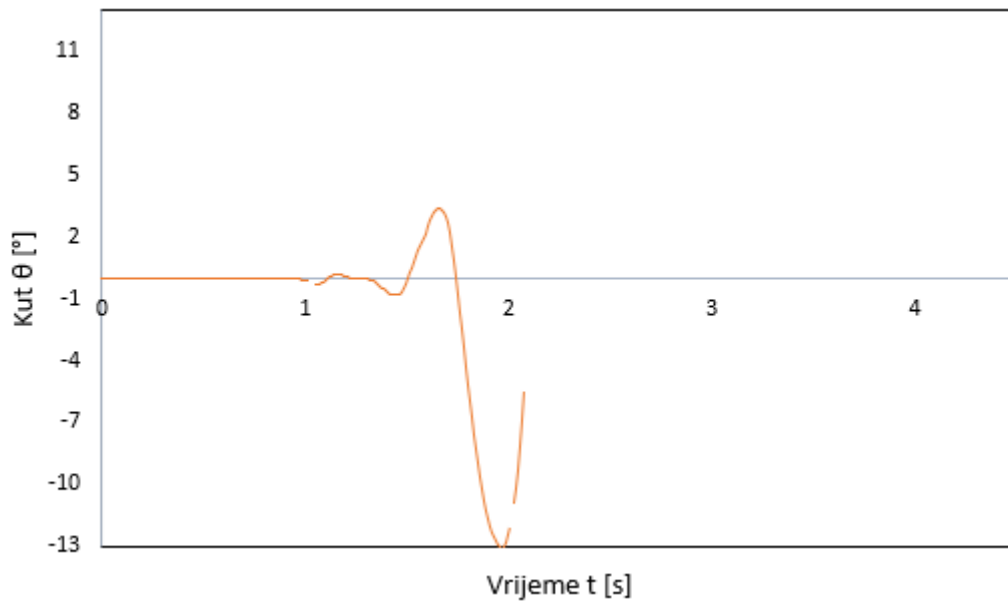
Graf 12: Kut rotacije bloka, eksperiment 6

g. Eksperiment 7

Mjerenje bloka trajalo je 9,1 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je 3,38 °. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,9 sekundi.



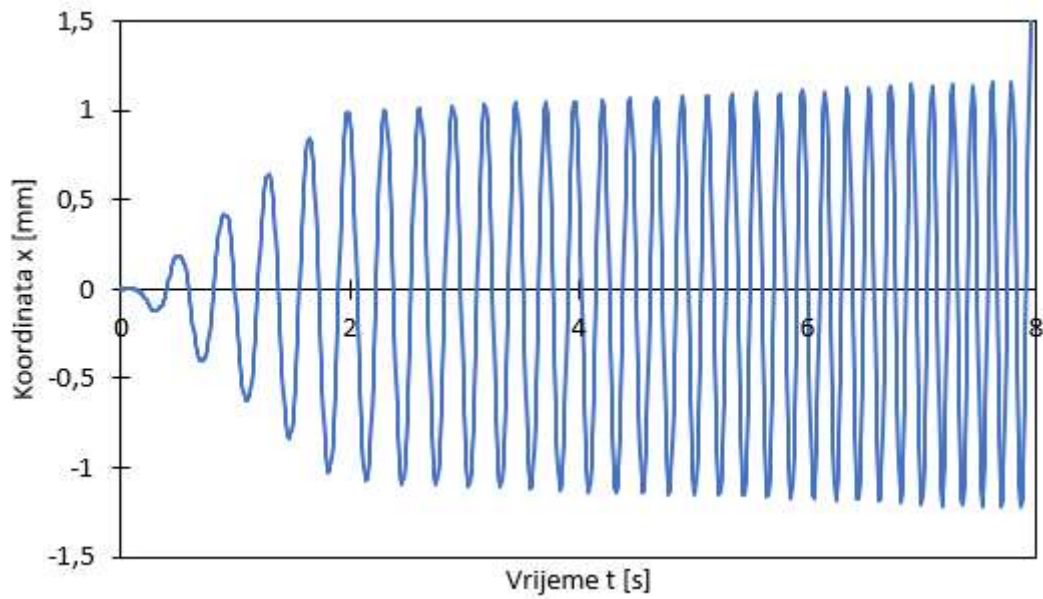
Graf 13: Kut rotacije bloka, eksperiment 7



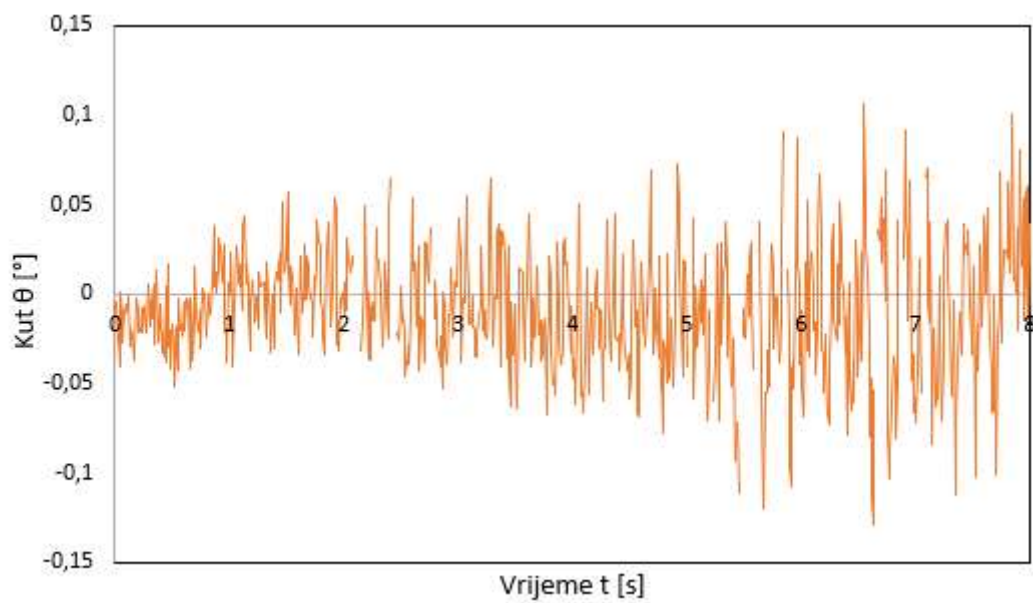
Graf 14: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 7

d. Eksperiment 8

Mjerenje bloka trajalo je 13,57 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $0,13^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,25 sekundi.



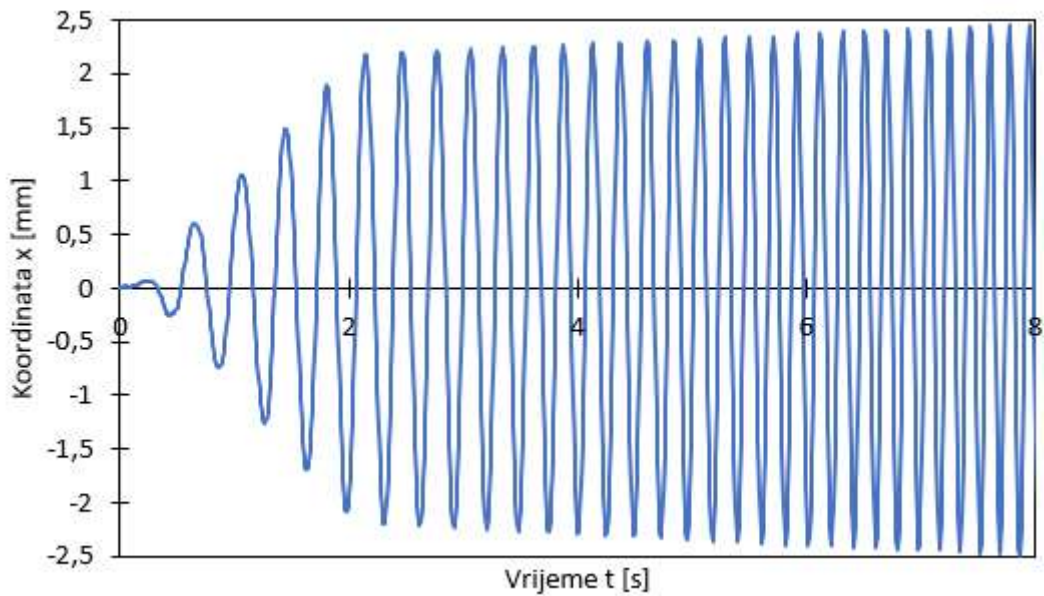
Graf 15: Kut rotacije bloka, eksperiment 8



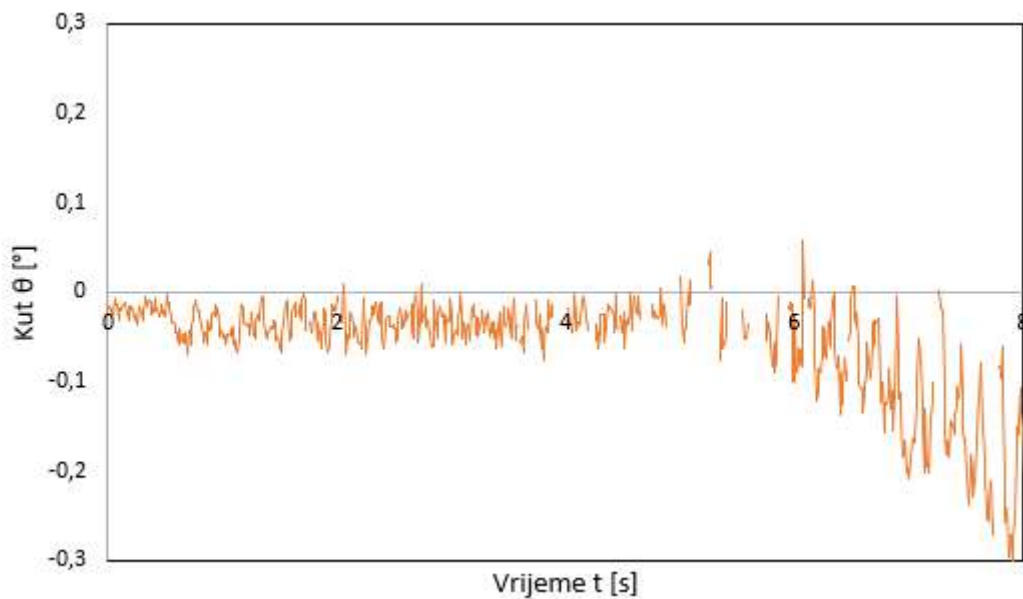
Graf 16: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 8

e. Eksperiment 9

Mjerenje bloka trajalo je 14 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $0,59^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,2 sekunde.



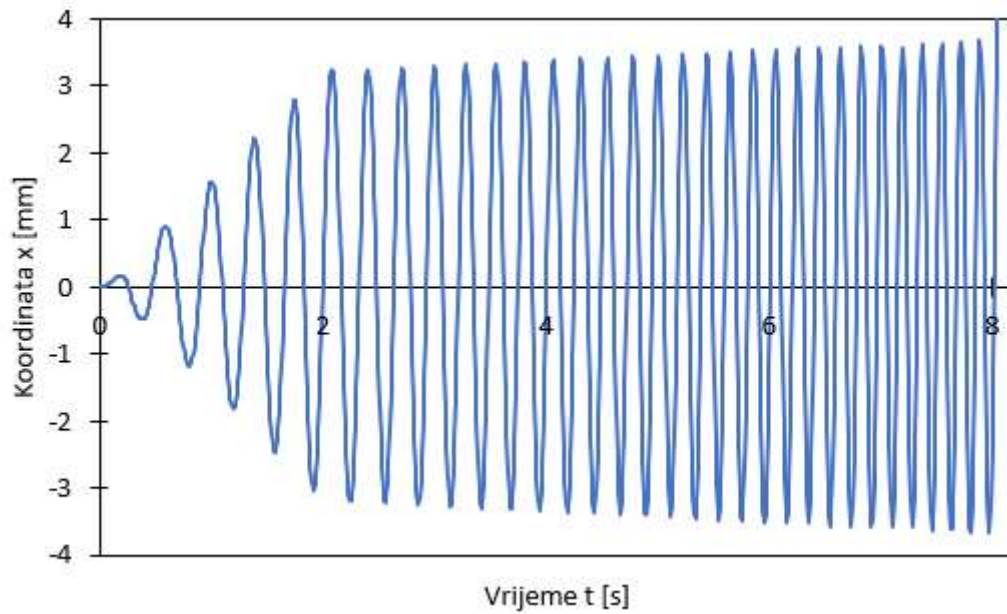
Graf 17: Kut rotacije bloka, eksperiment 9



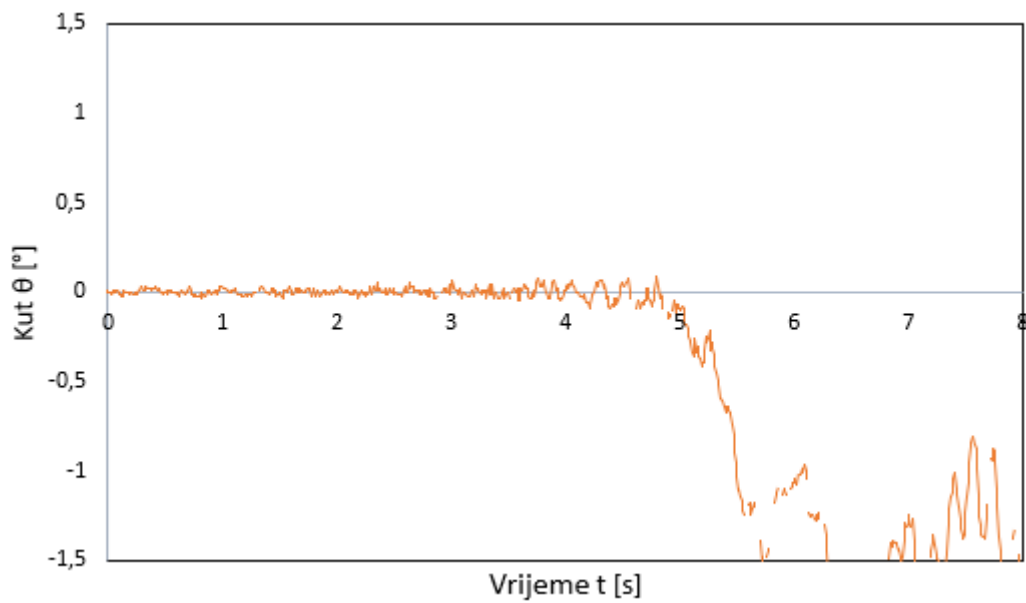
Graf 18: Kut rotacije bloka, eksperiment 9

f. Eksperiment 10

Mjerenje bloka trajalo je 13,99 sekundi, a najveći postignuti kut rotacije bloka je $0,89^\circ$. Početno vrijeme grafa t_0 iznosi 4,26 sekundi.



Graf 19: Funkcija pomaka podloge, eksperiment 10



Graf 20: Kut rotacije bloka, eksperiment 10

7 ZAKLJUČAK

Obalne građevine umjetna su zaštita luka, prometnica, šetališta, ali i stambenih objekata. Kao takve pod stalnim su, nepovoljnim djelovanjem sila od vode i valova. Prilikom ljuljanja blokova od kojih se sastoje obalne građevine, može doći do prevrtanja blokova, odnosno kolapsa konstrukcije. Cilj ovoga rada eksperimentalno je ispitivanje uvjeta pri kojima će doći do ljuljanja i prevrtanja blokova uronjenih u vodu. Tijekom izvođenja pokusa dobivene su neke vrijednosti frekvencija i amplituda pri kojima promatrani blok miruje, ljulja se ili dolazi do prevrtanja. Koordinatni sustav promatranog bloka opisan je s osima x , y i z . Os x – x uzdužna je os bazena, y – os poprečna, a z – os je vertikalna os bazena. Za svaki eksperiment dane su vrijednosti funkcije pomaka podloge kao i kuta rotacije pri kojem se blokovi ljuljaju. Sa grafova možemo očitati granične vrijednosti pri kojima dolazi do prevrtanja bloka. Također, izvedene su jednadžbe kretanja za ljuljanje bloka, odnosno njegovu rotaciju oko donjih uglova, uronjenog u vodu, a izvedena su i numerička rješenja jednadžbi.

U nastavku ovoga rada potrebno je pronaći numerička rješenja za svaki vremenski korak, koristeći odgovarajući programski paket i tako dobivene rezultate za ljuljanje i prevrtanje usporediti s eksperimentalno dobivenima. Za buduća ispitivanja potrebno je osmisliti bolji način mjerenja visine vode s obje strane bloka, kako bi se izbjegla primijenjena odokativna metoda. Na taj način možemo dobiti jasniji uvid u nedostatke pojednostavljenog modela i bolje razumijeti mehaniku ljuljanja krutih tijela uronjenih u vodu. Kao i u promatranom fizikalnom modelu bloka uronjenog u vodu, navedeni izvodi mogu se primijeniti i na stvarnim problemima koji se javljaju u obalnim konstrukcijama.

8 LITERATURA

- [1] Čeh N. (2018), Newtonovi zakoni dinamike, web skripta iz kolegija Mehanika 2, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet
- [2] Čeh N. (2018), A Contribution to Dynamic Characterisation of Ordered Blocky Systems, doktorska disertacija, Građevinski fakultet Rijeka
- [3] Wilson E. L. (1962), Dynamic Analysis using numerical integrations, knjiga
- [4] Krvavica N. (2019), Primjena hidrostatičke, web skripta, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet
- [5] Carević D., Pršić M. (2018), Pomorske građevine, web skripta, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Dio 1
- [6] Krvavica N. (2019), Gibanje mora, web skripta, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet
- [7] https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf

Popis slika:

Slika 1: Dijagrami DST i DMA – stanje translacije bloka zajedno s podlogom (autor)

Slika 2: Ljuljanje bloka (autor)

Slika 3: Dijagrami DST i DMA za slobodno ljuljanje bloka oko točke A (autor)

Slika 4: Dijagrami DST i DMA za slobodno ljuljanje bloka oko točke B (autor)

Slika 5: Hidrostatska opterećenja blokova uronjenih u vodu (autor)

Slika 6: Osnovni parametri za opis profila vala

(http://www.grad.hr/nastava/hidrotehnika/gf/plovni_putevi_i_luke/predavanja/PPL_Pogl_2_1_40311.pdf)

Slika 7: Utjecaj dubine na putanje čestica vala

(http://www.grad.hr/nastava/hidrotehnika/gf/plovni_putevi_i_luke/predavanja/PPL_Pogl_2_1_40311.pdf)

Slika 8: Prikaz parametara vala prema linearnoj teoriji

(http://www.grad.hr/nastava/hidrotehnika/gf/plovni_putevi_i_luke/predavanja/PPL_Pogl_2_1_40311.pdf)

Slika 9: Hidrostatsko opterećenje bloka uronjenog u vodu za slučaj $h_1 < h_2$ (autor)

Slika 10: Hidrostatsko opterećenje bloka uronjenog u vodu za slučaj $h_1 > h_2$ (autor)

Slika 11: Dijagrami DST i DMA za ljuljanje bloka oko točke A, uronjenog u vodu (autor)

Slika 12: Dijagrami DST i DMA za ljuljanje bloka oko točke B, uronjenog u vodu (autor)

Slika 13: Sustav od dvije dvoosne potresne platforme Quanser STI-III

(https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf)

Slika 14: Plastična posuda (autor)

Slika 15: Optički mjerni sustav GOM mbH PONTOS 3D 4M

(https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf)

Slika 16: Upravljačka jedinica s GOM programskim paketima Aramis i Pontos

(https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf)

Slika 17: Eksperimentalno ispitivanje bloka uronjenog u vodu (autor)

Slika 18: Smjerovi osi koordinatnog sustava (autor)