

# Utjecaj veličine zidnog nosača na njegovu nosivost i duktilnost

---

**Smolčić, Željko; Ožbolt, Joško; Meštrović, Darko**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2008, 60, 1031 - 1041**

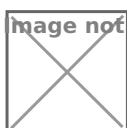
**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:585117>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-05**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



# Utjecaj veličine zidnog nosača na njegovu nosivost i duktilnost

Željko Smolčić, Joško Ožbolt, Darko Meštrović

## Ključne riječi

zidni nosač, utjecaj veličine zidnog nosača, nosivost, duktilnost, nelinearni proračun, metoda konačnih elemenata

## Key words

wall girder, influence of wall girder size, bearing capacity, ductility, nonlinear analysis, finite-element method

## Mots clés

poutre de mur, influence de grandeur d'une poutre de mur, capacité portante, ductilité, analyse non-linéaire, méthode des éléments finis

## Ключевые слова

стенная балка, влияние величины стенной балки, несущая способность, дуктильность, нелинейный расчёт, метод конечных элементов

## Schlüsselworte

Wandträger, Einfluss der Grösse des Wandträgers, Tragfähigkeit, Duktilität, unlineare Berechnung, Methode der endlichen Elemente

Ž. Smolčić, J. Ožbolt, D. Meštrović

Izvorni znanstveni rad

## Utjecaj veličine zidnog nosača na njegovu nosivost i duktilnost

Prikazani su rezultati proračuna utjecaja veličine zidnog nosača bez armature za preuzimanje posmičnih naprezanja na njegovu nosivost i duktilnost. Primijenjen je program za nelinearni proračun betonskih konstrukcija temeljen na metodi konačnih elemenata. Proračun je proveden za tri različita postotka armiranja na savijanje i pokazuje da se povećanjem dimenzija smanjuje nominalna nosivost i duktilnost. Ističe se da za inženjersku praksu pad nominalne nosivosti nije značajan.

Ž. Smolčić, J. Ožbolt, D. Meštrović

Original scientific paper

## Influence of wall girder size on its bearing capacity and ductility

Results obtained by determining, through shear stress analysis, the influence of size of wall girders without reinforcement on their bearing capacity and ductility are presented. The program for non-linear analysis of concrete structures, based on the finite-element method, was used. The analysis was conducted for three different percentages of reinforcement aimed at countering the bending action. This analysis has shown that the nominal bearing capacity and ductility reduce with the increase in size. It is stressed that this reduction of nominal capacity is not significant for engineering practice.

Ž. Smolčić, J. Ožbolt, D. Meštrović

Ouvrage scientifique original

## L'influence de grandeur des poutres de mur sur leur capacité portante et ductilité

Les résultats obtenus au cours de la définition, par l'analyse de la contrainte de cisaillement, de l'influence de la grandeur des poutres de mur sur leur capacité portante et ductilité, sont présentés. Le programme pour l'analyse non-linéaire des constructions de béton, basé sur la méthode des éléments finis, a été utilisé. L'analyse a été faite pour trois pourcentages différents du renforcement visé à réduire la flexion. Cette analyse a montré que la capacité portante nominale, ainsi que la ductilité, diminuent avec l'augmentation de la grandeur. Les auteurs soulignent que cette réduction de la capacité portante nominale ne peut pas être considérée importante dans les applications techniques pratiques.

Ж. Смолчич, Й. Ожболт, Д. Мештрович

Оригинальная научная работа

## Влияние величины стенной балки на её несущую способность и дуктильность

В работе показаны результаты расчёта влияния величины стенной балки без арматуры для принятия сдвиговых напряжений на её несущую способность и дуктильность. Применена программа по нелинейному расчёту бетонных конструкций, основанная на методе конечных элементов. Расчёт проведён для трёх различных процентов армирования на изгиб и показывает, что с увеличением размеров снижается номинальная несущая способность и дуктильность. Подчёркивается, что для инженерной практики падение номинальной несущей способности является незначительным.

Ž. Smolčić, J. Ožbolt, D. Meštrović

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Einfluss der Grösse des Wandträgers auf dessen Tragfähigkeit und Duktilität

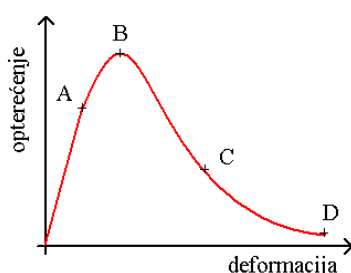
Dargestellt sind Ergebnisse der Berechnung des Einflusses der Grösse des Wandträgers ohne Bewehrung gegen Schubspannung auf dessen Tragfähigkeit und Duktilität. Angewendet war ein Programm für unlineare Berechnung von Betonkonstruktionen, begründet auf der Methode der endlichen Elemente. Die durchgeführte Berechnung für drei verschiedene Prozente der Biegebewehrung zeigt dass der Zuwachs der Abmessungen die nominale Tragfähigkeit und Duktilität vermindert. Es wird hervorgehoben dass die Minderung der nominalen Tragfähigkeit für die Ingenieurspraxis nicht bedeutend ist.

Autori: Mr. sc. **Željko Smolčić**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu;  
prof. dr. sc. **Joško Ožbolt**, dipl. ing. građ., Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart;  
prof. dr. sc. **Darko Meštrović**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

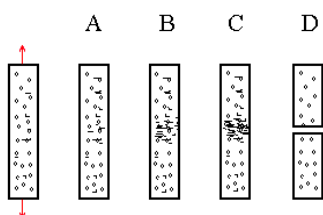
## 1 Uvod

Betonske konstrukcije pune su defekata, oštećenja i mikropukotina prisutnih i prije nanošenja opterećenja. Takva oštećenja mogu nastati npr. zbog temperaturnih promjena i skupljanja betona. Defekti u materijalu mogu višestruko smanjiti njihovu čvrstoću [6]. Razlog je tome koncentracija naprezanja u okolini defekta i s time vezano oslobađanje energije pri porastu oštećenja (pukotina). Ako veličina pukotine (defekta) prelazi kritičnu vrijednost, tada za nosivost konstrukcije postaje mjerodavna energija sloma materijala, a ne njegova čvrstoća. Ako materijal nije u stanju preuzeti energiju oslobodenu širenjem pukotina, dolazi do krhkog sloma.

a)



b)



Slika 1. Kvizikrhki materijal – (a) tipična veza između opterećenja (naprezanja) i deformacije (pomaka) i (b) prikaz karakterističnih stanja

Griffith je 1920. godine postavio temelje linearne mehanike loma (LEFM). Njegova teorija loma može se direktno primijeniti samo na elastične, homogene i krhke materijale kao što su, primjerice staklo, željezo i slični materijali. Glavni razlog zbog čega se LEFM ne može direktno primijeniti na beton jest činjenica da beton nije krhki materijal [6]. Tipični radni dijagram betona pri direktnom vlačnom opterećenju prikazan je na slici 1. Do točke A beton se ponaša gotovo linearno elastično (70 – 80 % vlačne čvrstoće), nakon toga dolazi do razvoja mikropukotina u području u kojoj je materijal probnog uzorka (prizma) najslabiji. Kao posljedica toga materijal se ponaša nelinearno (područje A-B, tzv. očvršćenje materijala). Nakon dostizanja nosivosti dolazi do lokalizacije oštećenja (područje omekšavanja, područje B-C-D) i konačno do formiranja otvorene pukotine. Materijali koji pokazuju umjereno očvršćivanje prije dostizanja nosivosti i omekšanje nakon dostizanja nosivosti nazivaju se kvizikrhkim materijalima. U takvim je materijalima

tzv. područje procesa na vrhu pukotine konačne veličine. Pretpostavka je linearne mehanike loma da je područje procesa u kojoj se troši deformacijska energija koja se oslobađa pri rastu pukotine beskonačno mala. S obzirom da kod betona područje procesa može u usporedbi s veličinom konstrukcije biti relativno velika, linearna se mehanika loma na betonske konstrukcije može direktno primijeniti samo kod ekstremno velikih konstrukcija. Zbog toga se za veliku većinu betonskih konstrukcija treba koristiti nelinearnom mehanikom loma.

Iako se mehanika loma za kvizikrhke materijale počela primjenjivati početkom 80-ih godina prošlog stoljeća, još se uvijek malo propisa za dimenzioniranje betonskih i armiranobetonskih konstrukcija koristi rezultatima mehanike loma. Činjenica jest da bi mehaniku loma trebalo uključiti u norme za projektiranje betonskih i armiranobetonskih konstrukcija zbog izjednačavanja sigurnosti konstrukcija, poboljšavajući na taj način njihovu pouzdanost i ekonomičnost. Utjecaj veličine konstrukcije na njezinu nosivost i duktilnost (učinak veličine) najuvjerljiviji je argument u korist primjene mehanike loma na betonske konstrukcije.

Pri dimenzioniranju zidnih nosača, prema trenutačno valjanim normama (ENV 1992-1-1), utjecaj veličine konstrukcije ne uzima se u obzir pri dokazu posmične nosivosti, odnosno dimenzioniranje se provodi po teoriji plastičnosti. Kako bi se utvrdila valjanost ove pretpostavke, provedena je 3D nelinearna numerička analiza zidnog nosača bez armature za preuzimanje posmičnih naprezanja. U analizi su varirane dimenzije nosača, svojstva materijala (betona) te postotak armature potrebne za preuzimanje momenata savijanja.

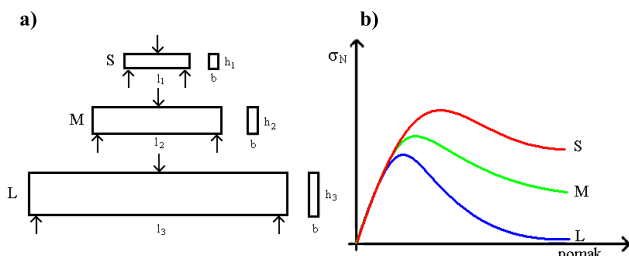
## 2 Učinak veličine

Utjecaj veličine konstrukcije na njezinu nosivost i duktilnost (učinak veličine) [2, 3, 8, 15] definira se kao promjena nominalne nosivosti s prirastom dimenzija konstrukcije. Ako nema promjene nominalne nosivosti pri promjeni dimenzija konstrukcije nema ni učinka veličine. Učinak veličine se može zorno uočiti ako usporedimo ponašanje triju betonskih greda različitih veličina – male, srednje i velike (slika 2.). Sve tri grede imaju istu (konstantnu) širinu  $b$  i isti odnos raspona prema visini ( $l/h$ ). Ako takve grede opterećujemo na savijanje uz kontrolu pomaka do sloma, uočiti ćemo različito ponašanje greda. U principu će veća greda imati manju duktilnost i manju nominalnu nosivost nego manja greda (slika 2.b), pri čemu je nominalna nosivost definirana kao:

$$\sigma_N = \frac{F_U}{b \cdot h} \quad (1)$$

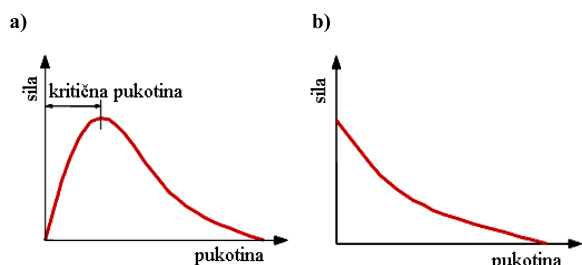
gdje je  $F_U$  = sila sloma (nosivost).

Kod velike grede pri pojavi pukotine oslobodi se relativno velika deformacijska energija koju beton ne može preuzeti te dolazi do nestabilnog razvoja pukotina (krhki slom). Nasuprot tome, kod male grede beton može prihvatiti oslobođenu energiju deformacije te je razvoj pukotine stabilan (duktilni slom).



Slika 2. Tri geometrijski slične betonske grede opterećene na savijanje – (a) geometrija i (b) nominalna nosivost u funkciji pomaka mjenenog na mjestu nanošenja opterećenja

Učinak veličine ima dva aspekta - statistički i deterministički. Weibullov, statistički učinak veličine [2, 6], izražava činjenicu da je u većoj konstrukciji veća vjerojatnost za postojanje defekata koji utječu na slom konstrukcije. Na taj se način objašnjava činjenica da veća konstrukcija ima manju nominalnu nosivost. Iako statistički aspekt nije zanemariiv, deterministički aspekti, oslobađanje deformacijske energije pri pojavi pukotine, u interakciji sa statističkim aspektima glavni su uzrok za postojanje učinka veličine.



Slika 3. Tip konstrukcije ovisno o razvoju pukotine pri nanošenju opterećenja: (a) stabilni razvoj pukotine i (b) nestabilni razvoj pukotine

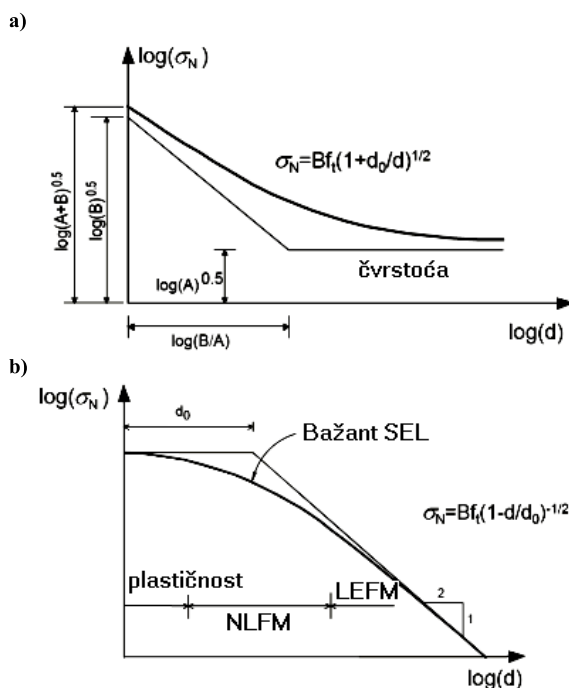
Kod determinističkog je učinka veličine nominalna nosivost ovisna o deformacijskoj energiji koja se oslobađa kao posljedica pojave pukotina u betonu. Stabilan razvoj pukotine(a) znači da je prije dosezanja kritične duljine pukotine(a) porast opterećenja moguć s porastom pukotine(a). Za takve konstrukcije (npr.: proboj ploče i stupa, slom na posmik kod relativno vitkih greda, čupanje sidra iz betonskog bloka) učinak veličine je značajan i trebalo bi ga uzeti u obzir pri dimenzioniranju. Nasuprot tome, ako je razvoj pukotine(a) nestabilan, tj. ako maksimalno opterećenje praktički koincidira s pojavom pukotine, tada će učinak veličine na nosivost biti slabo izražen, odnosno važan samo kod relativno malih kons-

trukcija bez praktičnog značenja. Zbog konačne veličine područja procesa (*fracture process zone* - FPZ) te zbog male brzine oslobađanja deformacijske energije, za sve relativno male betonske konstrukcije karakteristično je da je uvijek moguć relativno stabilan razvoj pukotina. Zbog toga je kod svih relativno malih betonskih konstrukcija učinak veličine prisutan.

Kod nestabilnog razvoja pukotine učinak se može opisati formulom (slika 4.a), [8].

$$\sigma_N = Bf_t \left(1 + \frac{d_0}{d}\right)^\alpha \quad (2)$$

gdje je  $\sigma_N$  = nominalna čvrstoća,  $f_t$  = vlačna čvrstoća,  $d$  = veličina konstrukcije (visina grede, duljina sidrenja i slično),  $B$  i  $d_0$  = konstante ovisne svojstvima materijala određene eksperimentalno ili numerički i  $\alpha$  = konstanta ( $0 < \alpha < 1$ ).



Slika 4. Utjecaj veličine konstrukcije na nominalnu nosivost: (a) nestabilni razvoj pukotina i (b) stabilni razvoj pukotina

Konstrukcije kod kojih je  $d > d_0$  učinak veličine je malen i nominalna čvrstoća se praktički poklapa s čvrstoćom materijala. Nasuprot tome, kod konstrukcija kod kojih je  $d < d_0$  učinak veličine je značajniji i za vrlo se male konstrukcije gornja granica nominalne čvrstoće poklapa sa čvrstoćom prema teoriji za elastoplastične materijale. Veličina  $d_0$  je poznata kao tzv. karakteristična dimenzija konstrukcije i zajedno s parametrima  $B$  i  $\alpha$  potrebno ga je za svaki problem odrediti eksperimentalno ili u kombinaciji s numeričkom analizom.

Za konstrukcije koje pokazuju stabilan razvoj pukotine učinak veličine se može opisati formulom (slika 4.b):

$$\sigma_N = Bf_c \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)^{-1/2} \quad (3)$$

Ta je formula u literaturi poznata kao Bažantov zakon učinka veličine [2]. Ona pokazuje kontinuirani prijelaz nominalne čvrstoće od čvrstoće dobivene prema teoriji plastičnosti (nema učinka veličine) k nominalnoj čvrstoći prema teoriji linearne mehanike loma (LEFM) prema kojoj je učinak veličine maksimalan. Konstrukcije kod kojih je  $d > d_0$  su bliže LEFM-u i one pokazuju znatnu redukciju nominalne čvrstoće s porastom dimenzija, dok su konstrukcije kod kojih je  $d < d_0$  bliže teoriji plastičnosti i one su pretežno duktilne.

Ako pravila za dimenzioniranje betonskih i armiranobetonskih konstrukcija nisu ovisna o dimenziji konstrukcije, konstrukcije većih dimenzija će u principu imati manji koeficijent sigurnosti nego konstrukcije manjih dimenzija. Dakako, ova konstatacija vrijedi općenito, no praktične su implikacije važne samo onda ako je učinak veličine značajan. S obzirom da učinak veličine ovisi pored svojstava materijala i o geometriji (vitka greda, zidni nosač, proboj stupa i ploče, itd.), potrebno je za svaki tip konstrukcije ustanoviti utjecaj veličine konstrukcije na nominalnu nosivost. Ako je utjecaj značajan, učinak veličine na nosivost odnosno duktilnost morao bi se uzeti u obzir pri dimenzioniranju konstrukcija.

### 3 Nelinearni numerički model

#### 3.1 Općenito

Proračun zidnih nosača proveden je uporabom programa MASA [9]. Brojnim numeričkim eksperimentima pokazalo se da je program u stanju realno opisati ponašanje betonskih i armiranobetonskih konstrukcija [11, 12, 13]. To je program za trodimenzijski (3D) nelinearni proračun betonskih i armiranobetonskih konstrukcija koji se bazira na metodi konačnih elemenata. Uporabljene su klasični konačni elementi formulirani u okviru mehanike lokalnog kontinuuma, a oštećenja (pukotine) su tretirana u okviru koncepta tzv. „razmazanih“ pukotina (*smearred crack approach*). Kako bi se osigurala objektivnost rezultata s obzirom na izbor veličine konačnih elemenata, primijenjena je tzv. *crack band* metoda [1] gdje se pretpostavlja da se oštećenje betona lokalizira u jednom nizu (trak) konačnih elemenata. U skladu s tim pretpostavka je da se deformacijska energija konstrukcije oslobađa u tom nizu konačnih elemenata čija širina približno odgovara širini jednoga konačnog elementa. Zbog oštećenja betona (pukotina) potrebno je osigurati konstantnu disipaciju energije koja mora biti neovisna o veličini konačnih elemenata. Zbog toga je potrebno radni dijagram betona vezati uz veličinu konačnog elementa, tako da vrijedi:

$$G_F = A_f H = konst. \quad (4)$$

gdje je  $G_F$  = energija sloma betona (materijalna konstanta),  $A_f$  = ploština ispod jednoosnoga vlačnog radnog dijagrama betona (naprezanje-prosječna deformacija), a  $H$  je veličina konačnog elementa (širina razmazane pukotine).

Uz pretpostavku da je i tlačna energija sloma betona ( $G_C$ ) materijalna konstanta, vrijedi:

$$G_C = A_c H = konst. \quad (5)$$

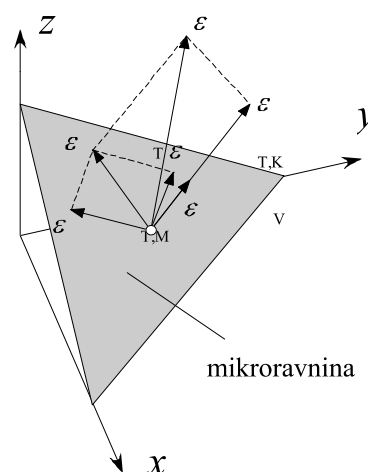
gdje je  $A_c$  ploština ispod jednoosnoga tlačnog radnog dijagrama betona. Pretpostavlja se da je  $G_C$  približno  $G_C = 100G_F$ .

Vlačna i tlačna čvrstoća betona te pripadajuće deformacije moraju biti neovisni o veličini konačnog elementa. To znači da samo grana omekšavanja radnog dijagrama betona (B – D, slika 1.) mora biti prilagođena veličini konačnog elementa tako da su zadovoljene veze (4) i (5).

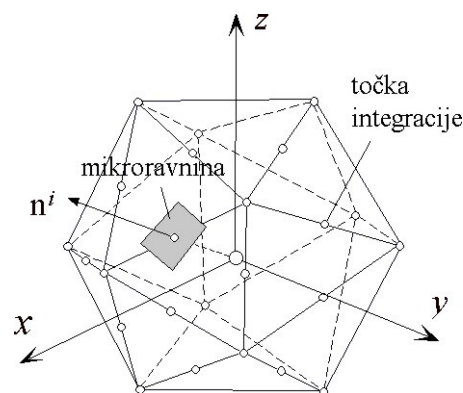
#### 3.2 Mikroravninski model betona

Kao konstitutivni zakon ponašanja betona primijenjen je tzv. mikroravninski model betona (*microplane model*).

a)



b)



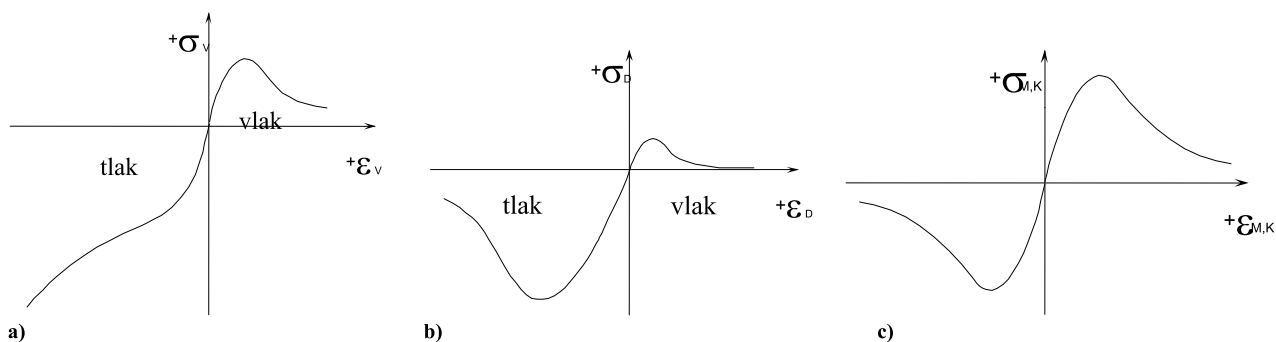
Slika 5. Koncept mikroravninskog modela: (a) komponente deformacija na mikroravnini i (b) tipična diskretizacija kugle jediničnog radijusa s dvadeset i jednom integracijskom točkom (simetrija)

S fizikalnog motrišta u mikroravninskom modelu mikroravnine predstavljaju smjerove mogućih oštećenja ili osjetljiva mjesta u strukturi betona, npr. kontaktne ravnine između zrna agregata i morta (*contact interface*). Svaka mikroravnina  $i$  definirana je jediničnim vektorom vanjske normale  $\mathbf{n}^i$ . Komponente deformacije na mikroravnini predstavljaju projekcije poznatoga makroskopskog tenzora deformacije u točki kontinuuma (integracijska točka u metodi konačnih elemenata) u smjeru unaprijed definiranih komponenata vektora deformacije na mikroravnini. Mikroravninski vektor deformacije rastavlja se na normalnu  $\varepsilon_N$  i posmičnu komponentu  $\varepsilon_T$ . Normalna deformacija  $\varepsilon_N$  se dalje rastavlja na volumensku komponentu  $\varepsilon_V$  i devijatorsku komponentu  $\varepsilon_D$ , a posmična mikroravninska deformacija  $\varepsilon_T$  na dvije međusobno okomite posmične komponente  $\varepsilon_K$  i  $\varepsilon_M$  (slika 5).

Na svakoj se mikroravnini unaprijed definiraju jednoosni zakoni ponašanja materijala za sve tri komponente mikroravninske deformacija (V, D, T):

$$\sigma_V = F(\varepsilon_V); \quad \sigma_D = F_D(\varepsilon_D); \quad \sigma_{Tr} = F_{Tr}(\varepsilon_{Tr}, \varepsilon_V) \quad (6)$$

gdje  $r$  stoji za dvije međusobno okomite komponente deformacije mikroravnine (M, K). Tipične veze, prikazane kvalitativno, između mikroravninskih deformacija i naprezanja za volumensku, devijatorsku i posmične komponente prikazane su na slici 6.



Slika 6. Veza između naprezanja i deformacije (prikazana kvalitativno): (a) volumenska komponenta, (b) devijatorska komponenta i (c) posmične komponente, M i K

$$\sigma_{ij} = \sigma_V \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_S \left[ \sigma_D \left( n_i n_j - \frac{\delta_{ij}}{3} \right) + \frac{1}{2} \sigma_M (m_i n_j + m_j n_i) + \frac{1}{2} \sigma_K (k_i n_j + k_j n_i) \right] \Omega(\mathbf{n}) ds \quad (8)$$

Iz poznatih komponenata deformacija na mikroravnini i poznatih jednoosnih konstitutivnih zakona materijala mikroravnine moguće je izračunati pripadajuće komponente naprezanja za sve mikroravnine. Nakon što su poznate komponente mikroravninskih naprezanja na svim mikroravninama, makroskopski tenzor naprezanja dobije se iz uvjeta jednakosti virtualnog rada unutar volumena kugle jediničnog radijusa i virtualnog rada po

površini te iste kugle, što je tzv. slaba forma diferencijalne jednačbe ravnoteže u točki kontinuuma [4]:

$$\frac{2\pi}{3} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = \int_S (\sigma_N \delta \varepsilon_N + \sigma_M \delta \varepsilon_M + \sigma_K \delta \varepsilon_K) \Omega(\mathbf{n}) ds \quad (7)$$

gdje su  $\sigma_{ij}$  i  $\varepsilon_{ij}$  tenzor naprezanja odnosno deformacije u točki kontinuuma (indeksna notacija),  $\mathbf{n}$  je jedinični vektor normale okomit na mikroravninu,  $\delta \varepsilon_{ij}$ ,  $\delta \varepsilon_N$ ,  $\delta \varepsilon_M$  i  $\delta \varepsilon_K$  su male promjene deformacija na makrorazini (tenzor deformacija) odnosno na razini mikroravnine (komponente deformacija mikroravnine za sve smjerove mikroravnine). Funkcijom  $\Omega(\mathbf{n})$  moguće je definirati početnu anizotropiju materijala. Za obični se beton uzima  $\Omega(\mathbf{n}) = 1$ , što podrazumijeva početnu izotropiju.

Uvođenjem jednačbe (6) u (7) te uporabom izraza za projekciju tenzora deformacija u smjeru deformacija na mikroravnini (*kinematic constraint*) dolazi se do veze između tenzora naprezanja  $\sigma_{ij}$  i komponenata naprezanja mikroravnine:

gdje  $n$ ,  $m$  i  $k$  definiraju smjerove (V, D) dvije međusobno okomite posmične komponente deformacija na mikroravnini (M, K), a  $\delta_{ij}$  je Kronecker delta. U općenitom slučaju izračunavanje integrala u (8) nije moguće provesti u zatvorenoj formi, nego se provodi numerički tako da se kugla jediničnog radijusa diskretizira s dvadeset i prvom integracijskom točkom

(koristi se simetrija, slika 5.). Više detalja vezano uz mikroravninski model može se naći u [10].

#### 4. Proračun zidnih nosača

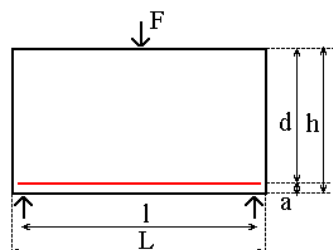
##### 4.1 Geometrija, svojstva materijala i opterećenje

Zidni nosači često se rabe u inženjerskoj praksi. Eksperimentalna analiza utjecaja veličine nosača na njihovu

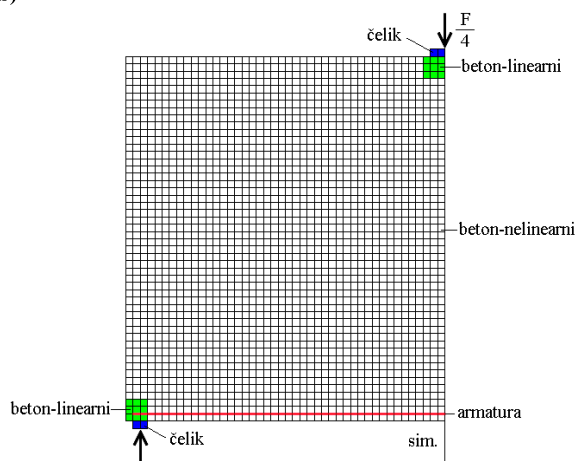


nosivost provedena je do sada samo za nosače relativno male visine do 1,00 m [7, 8]. Rezultati pokazuju postojanje značajnog učinka veličine samo do visine nosača od približno 1,0 m. U nedostatku eksperimentalnih podataka numerički će se proračunati učinak veličine za zidne nosače visine preko 1,0 m.

a)



b)



Slika 7. (a) Zidni nosač s konstantnom širinom  $b = 0,20$  m i (b) tipična diskretizacija nosača konačnim elementima pola modela

Prema ENV 1992-1-1 gredu čiji raspon  $l$  iznosi manje od dvostruke visine  $h$  treba tretirati kao zidni nosač. Ovdje će se proračunavati zidni nosač odnosa  $l/h = 1,68$ . Razmatrano je 5 veličina armiranobetonskih zidnih nosača koji su geometrijski slični u dvije dimenzije ( $l$  i  $h$ , slika 7.). Nosači imaju konstantnu širinu  $b = 0,20$  m. Visina nosača je varirana od  $h_1 = 0,625$  m do  $h_5 = 10,0$  m. Odabrane su tri vrste betona prema njegovoj kvaliteti, i to razredi C25/30, C35/40 i C50/60. Upotrijebljena je armatura B500 A, dok je postotak armiranja za svaki razred betona  $\rho = 0,15\%$ ,  $\rho = 0,825\%$  i  $\rho = 1,5\%$ . Pretpostavljena je potpuna veza između armature i betona (bez proklizavanja armature). Ukupno je numerički analizirano 45 nosača. Nosači su opterećeni koncentriranom silom u sredini raspona koja je uz kontrolu pomaka nanošena sve do sloma.

Oznaka modela s obzirom na tip betona i količinu armature dan je u tablici 1. Svaki nosač veličine XS do XL analiziran je sa svih devet tipova materijala odnosno

armiranja navedenih u tablici 1. Tipična diskretizacija (mreža konačnih elemenata) s odgovarajućim rubnim uvjetima prikazana je na slici 7. Beton je diskretiziran s volumenskim konačnim elementima s osam čvorova dok je armatura modelirana s jednoosnim štapnim elementima. S obzirom da postoje dvije vertikalne ravnine simetrije, kod modela XS, S, M i L modelirana je samo četvrtina nosača (dvostruka simetrija), dok je kod modela XL analizirana polovina nosača (jednostruka simetrija) jer je za taj model veličina konačnih elemenata  $200 \times 200 \times 200$  mm, što je upravo širina nosača. Geometrijske karakteristike modela i veličine konačnih elemenata za svaki od modela dan je u tablici 2.

Tablica 1. Opis modela s obzirom na tip betona i postotak armiranja

oznaka modela	razred betona	postotak armiranja [%]
C25_0.150	C25/30	0.150
C25_0.825	C25/30	0.825
C25_1.500	C25/30	1.500
C35_0.150	C35/40	0.150
C35_0.825	C35/40	0.825
C35_1.500	C35/40	1.500
C50_0.150	C50/60	0.150
C50_0.825	C50/60	0.825
C50_1.500	C50/60	1.500

Tablica 2. Geometrijske karakteristike zidnih nosača

Oznaka veličine	Širina nosača $b$ [m]	Visina nosača $h$ [m]	Raspon nosača $l$ [m]	Duljina nosača $L$ [m]	Veličina KE [m]
XS	0,20	0,625	1,05	1,10	1,25
S	0,20	1,25	2,10	2,20	2,5
M	0,20	2,50	4,20	4,40	5,0
L	0,20	5,00	8,40	8,80	10,0
XL	0,20	10,00	16,80	17,60	20,0

Tablica 3. Mehaničke karakteristike betona

Beton	C25/30	C35/40	C50/60
$E_c$ [MPa]	30500	33500	37000
$\nu$	0,20	0,20	0,20
$f_t$ [MPa]	1,80	2,20	2,90
$f_c$ [MPa]	25,00	35,00	50,00
$G_F$ [N/mm]	0,07	0,08	0,10

Makroskopske mehaničke karakteristike betona prikazane u tablici 3. gdje je  $E_c$  = modul elastičnosti betona,  $\nu$  = Poissonov broj,  $f_t$  = vlačna čvrstoća,  $f_c$  = jednoosna tlačna čvrstoća i  $G_F$  = energija sloma. Ponašanje armature pretpostavljeno je kao idealno elastoplastično s modulom elastičnosti  $E_s = 200000$  MPa i granicom popuštanja  $f_y = f_t = 500$  MPa.

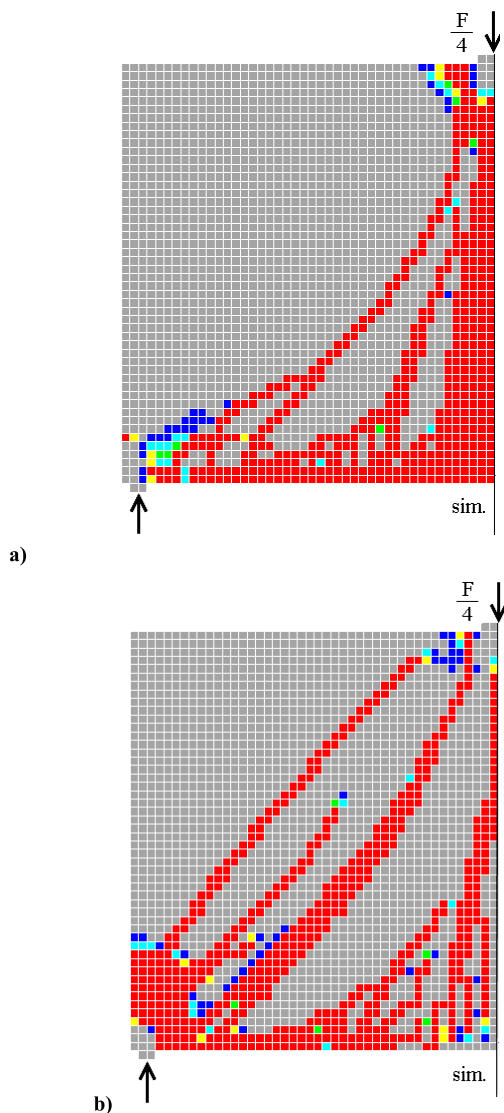
U proračunskim su modelima svi betonski 3D konačni elementi nelinearni, osim elemenata iznad ležajne ploče i na mjestu uvođenja sile opterećenja u sredini nosača.

Razlog tome je prije svega sprječavanje lokalnog sloma betona na mjestu unošenja sile. Ležajne čelične ploče te ploče za unošenje opterećenja modelirane su sa 3D konačnim elementima čije je pretpostavljeno ponašanje linearno-elastično.

Kao što je već spomenuto, za sve modele opterećenje se nanosilo u sredini raspona uz kontrolu pomaka. Proračun je inkrementalno-iterativni, dakle unutar svakog inkrementa pomaka do rješenja se dolazi iterativno, uz primjenu Newton-Raphsonove iterativne metode te uz upotrebu sekantne matrice krutosti [4].

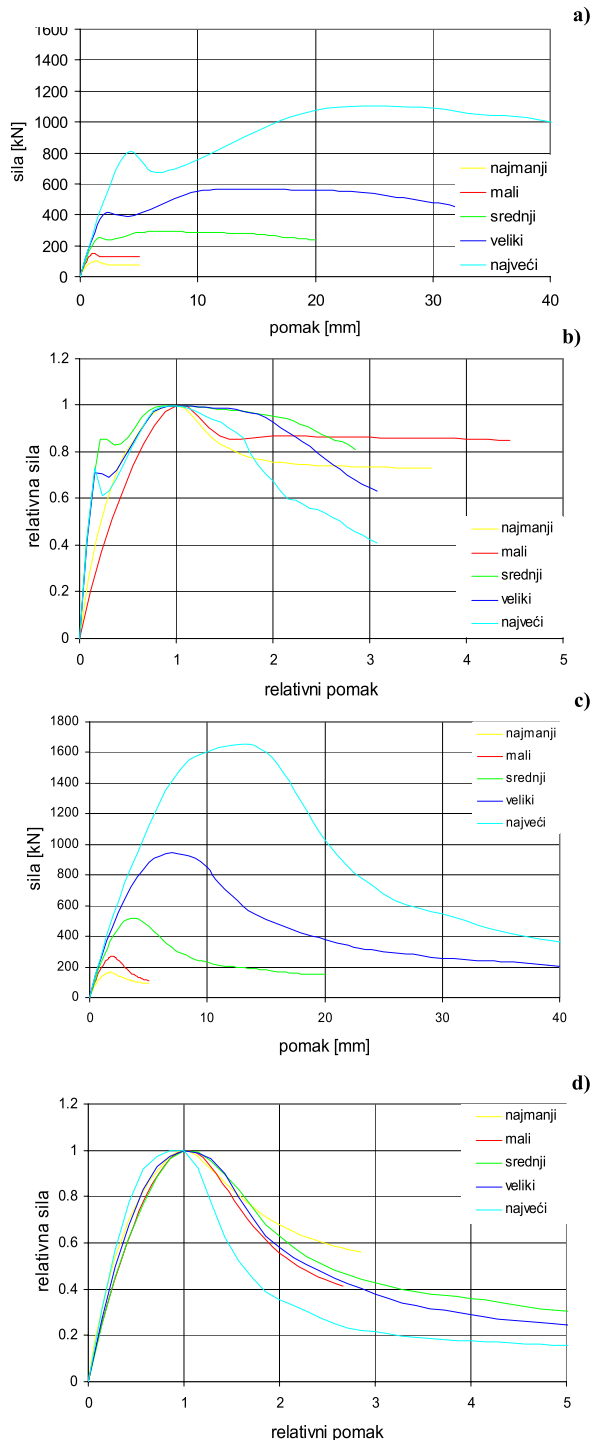
### 4.2 Rezultati proračuna

Rezultati proračuna pokazuju dva tipična oblika sloma zidnih nosača. Prikaz oba oblika sloma za nosač M od



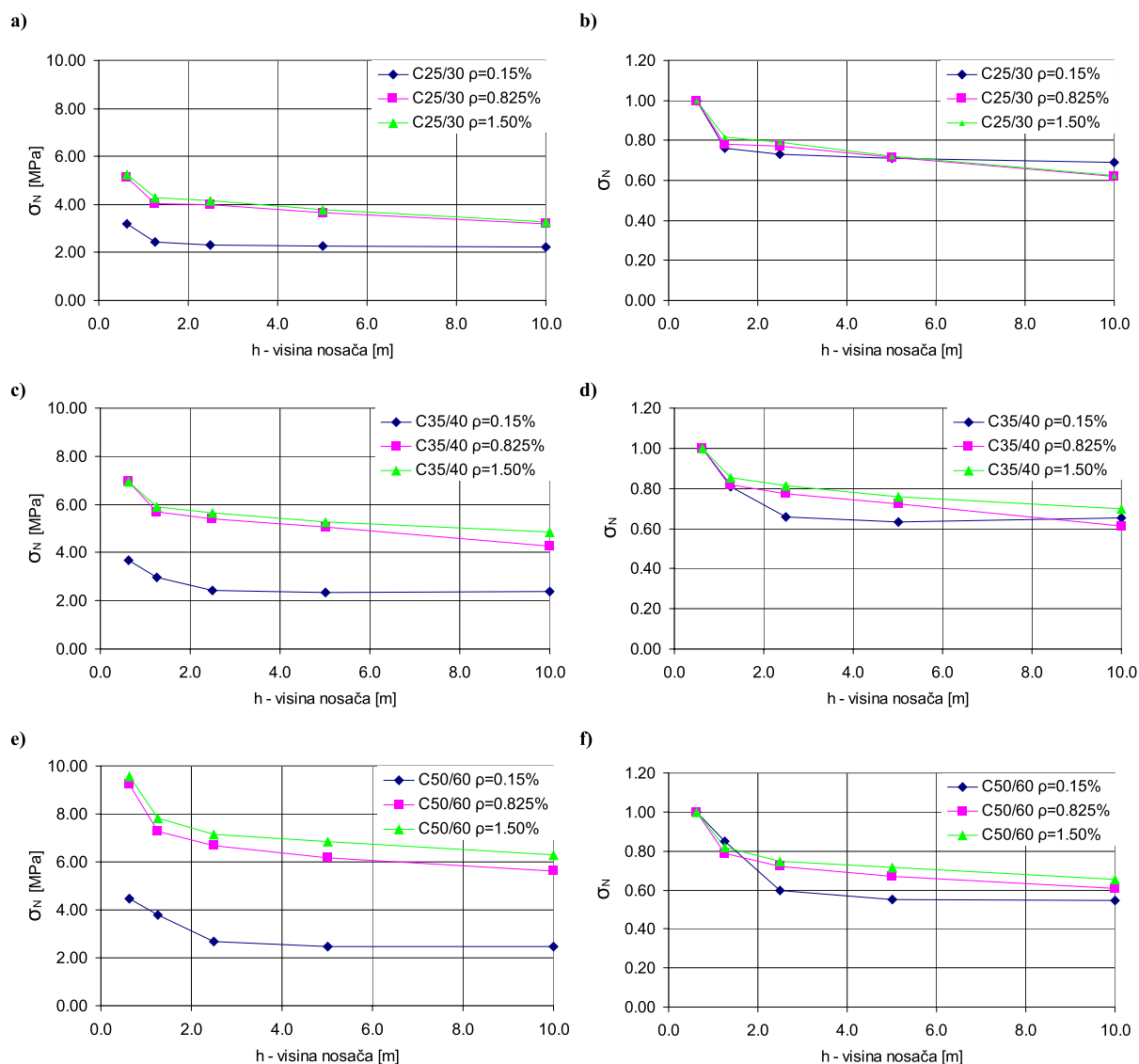
Slika 8. Pukotine, lokalizacija glavne vlačne deformacije nakon doseganja nosivosti: (a) za duktilni slom zbog armature (C25\_0.150\_M) i (b) za krhki slom na posmik zbog prekoračenja vlačne čvrstoće betona (C25\_1.50\_M)

betona razreda C25/30 s postotkom armiranja  $\rho = 0,150$  % odnosno  $\rho = 1,500$  % dan je na slici 8. Crvena (tamna) područja su područja oštećenja (maksimalne glavne vlačne deformacije). Prvi oblik sloma je slom zbog armature, dok je drugi slom zbog betona.



Slika 9. Dijagram sile-pomak: (a) apsolutne vrijednosti za duktilni slom (C25\_0.150), (b) relativne vrijednosti za duktilni slom (C25\_0.150), (c) apsolutne vrijednosti za krhki slom na posmik (C25\_1.50), (d) relativne vrijednosti za krhki lom (C25\_1.50)



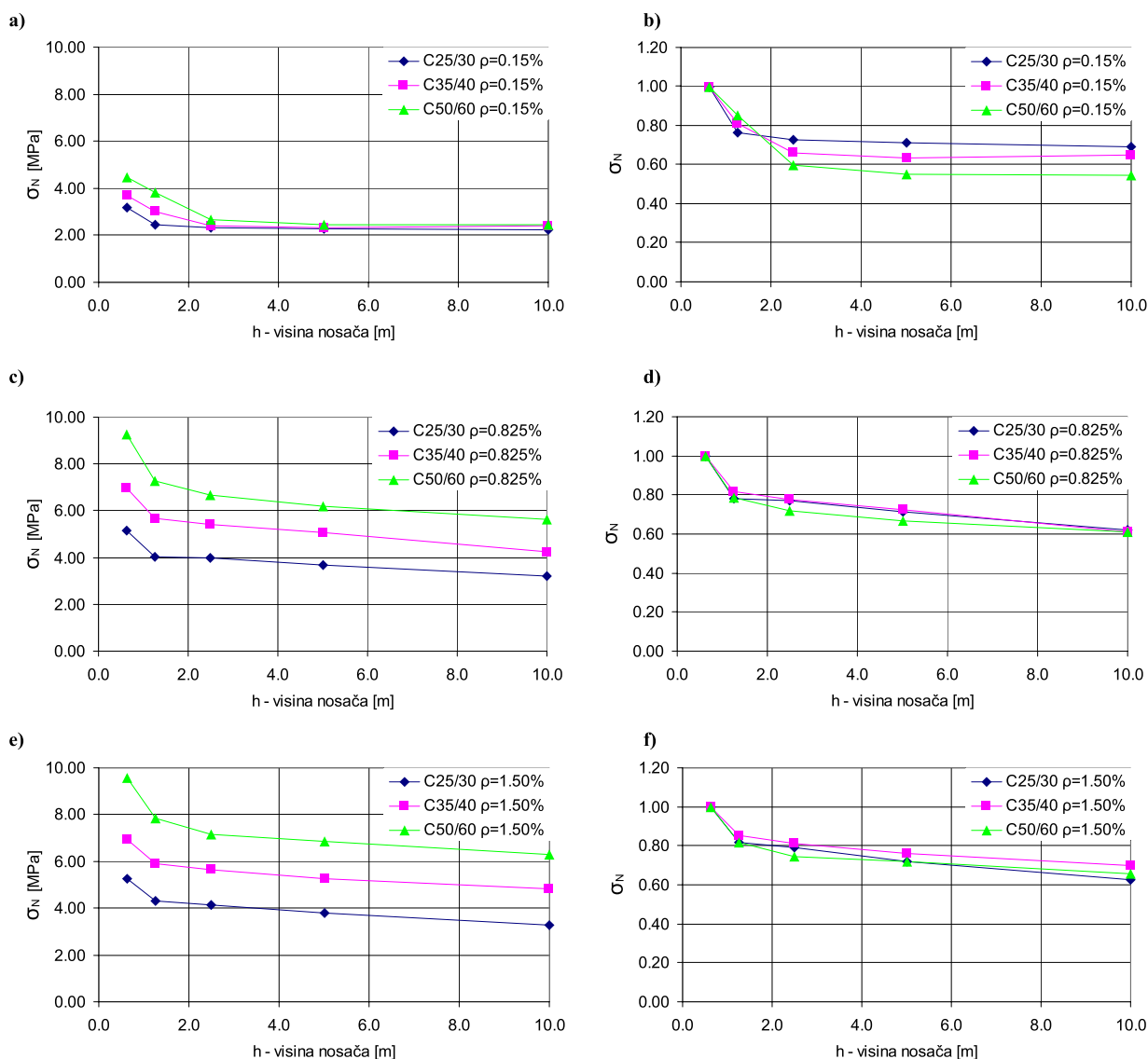


Slika 10. Utjecaj veličine nosača na nominalnu nosivost (apsolutno i relativno) kao funkcija razreda betona te kao funkcija postotka armiranja: (a, b) beton C25/30, (c, d) beton C35/40 i (e, f) beton C50/60

Prema očekivanju, za relativno slabo armirane nosače s postotkom armiranja od 0,150 %, neovisno o razredu betona, dolazi do popuštanja armature s relativno duktilnim ponašanjem nosača. Do konačnog sloma dolazi u tlačnom području kada se vertikalna pukotina od savijanja proširi do gornjeg tlačnog područja nosača tako da do sloma dolazi kada je tlačna čvrstoća betona prekoračena (slika 8.a). Za veće postotke armiranja (0,825 % i 1,500 %), neovisno o razredu betona, dolazi do relativno krhkog sloma. Naime, zbog prekoračenja vlačne čvrstoće u području maksimalnih glavnih vlačnih deformacija pukotina koja se formira u području ležaja pod kutom od približno  $45^{\circ}$  širi se prema mjestu nanošenja opterećenja (gornje tlačno područje), što uzrokuje relativno krhki tlačno-posmični oblik sloma (slika 8.b). Tipični su dijagrami veze opterećenja i pomaka za oba

oblika sloma prikazani na slici 9. Prikazane su apsolutne i relativne zavisnosti opterećenja i pomaka. Može se uočiti da za oba oblika sloma duktilnost opada s porastom dimenzija nosača. Osobito je to izraženo za duktilni tip sloma (popuštanje vlačne armature) gdje duktilnost s porastom dimenzija nosača drastično opada (slika 9.b), što pokazuje značajan učinak veličine na duktilnost zidnog nosača. To znači da kod većih nosača moramo osigurati više konstruktivne armature da bi se osigurao duktilni slom nego kod malih nosača [8, 14]. U vrijedećim normama ovo trenutno nije slučaj.

Na slici 10. prikazana je nominalna nosivost u funkciji visine nosača za sve razrede betona i za sve postotke armiranja. Na svakoj slici razred betona je konstantan, a variran je postotak armiranja. Prikazane su apsolutne



Slika 11. Utjecaj veličine nosača na nominalnu nosivost (apsolutno i relativno) kao funkcija razreda betona te kao funkcija postotka armiranja: (a, b) postotak armiranja  $\rho = 0,15\%$ , (c, d) postotak armiranja  $\rho = 0,825\%$  i (e,f) postotak armiranja  $\rho = 1,50\%$

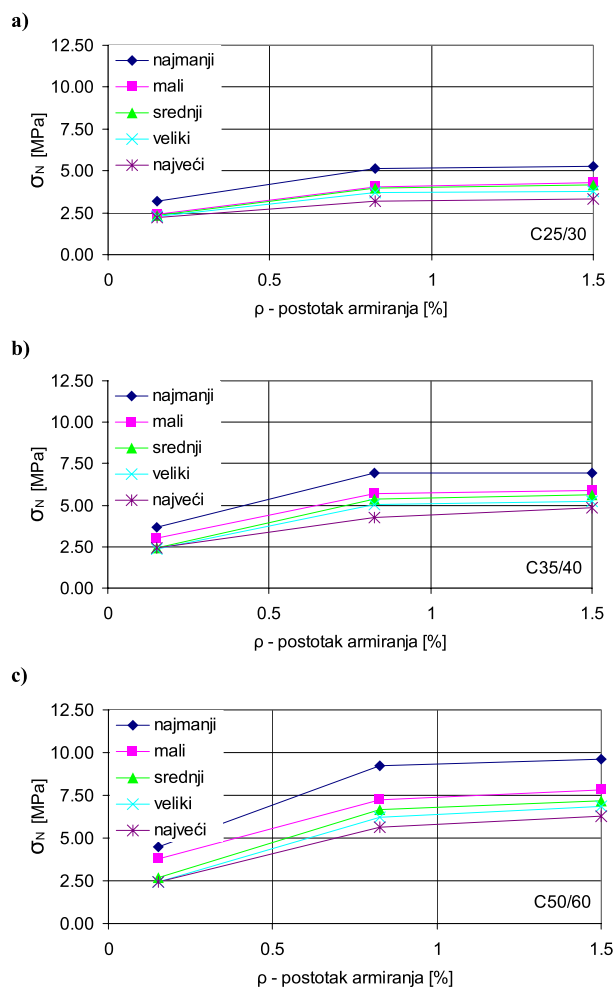
vrijednosti nominalnih naprezanja (slike 10. a,c,e) i njihovih relativnih vrijednosti (slike 10. b,d,f), pri čemu su za pojedini postotak armiranja nominalne čvrstoće normalizirane s odgovarajućom vrijednosti nominalne nosivosti za najmanji nosač. Isti su dijagrami prikazani na slici 11., s time što je ovdje na svakom od dijagrama postotak armiranja konstantan, a variran je razred betona odnosno učinak veličine je prikazan u funkciji oblika sloma. Slike 10. a i b pokazuju učinak veličine za različite kvalitete betona pri duktilnom modu sloma ( $\rho = 0,150\%$ ) dok slike 10 c,d,e,f pokazuju učinak veličine za sve kvalitete betona u slučaju sloma po betonu (slom na posmik;  $\rho = 0,825\%$  i  $\rho = 1,50\%$ ).

Svi rezultati, bez obzira na postotak armiranja ili razred betona, pokazuju da se s porastom visine nosača njegova nominalna nosivost smanjuje. Najveći pad nominalne

nosivosti, što znači najveći učinak veličine, može se uočiti u rasponu visine nosača od 0,80 m do približno 2,0 m. To je osobito izraženo za nosače koji pokazuju duktilni tip sloma. Ako je slom nosača po armaturi, nominalna je nosivost ovisna o postotku armiranja a za nosače veće od  $h = 2,0$  m je zanemariv. Nasuprot tome, u slučaju sloma po betonu, nominalna je nosivost ovisna o razredu betona, viši razred daje veću nosivost, a praktički neovisna o postotku armiranja. Nadalje, prema očekivanju, u tom je slučaju učinak veličine na posmičnu nosivost nosača s  $h > 2,0$  m značajniji nego u slučaju duktilnog sloma po armaturi.

Na slici 12. prikazana je ovisnost nominalne nosivosti kao funkcija postotka armiranja za pojedine razrede betona i za sve dimenzije nosača. Iz dijagrama se vidi da za slom nosača na posmik ( $\rho = 0,825\%$  i  $\rho = 1,50\%$ )

nominalna nosivost praktički nije ovisna o postotku armiranja. Osim toga, nominalna je nosivost za sve veličine nosača veća ako je razred betona veći. Nominalna nosivost nosača koji pokazuju duktilni slom, prema očekivanju, približno linearno raste s porastom armature, a razred betona, za nosače od praktičkog značenja ( $h > 2,0$  m), nema gotovo nikakva utjecaja na nominalnu nosivost.



Slika 12. Utjecaj postotka armiranja na nominalnu nosivost u funkciji veličine nosača za betone: (a) C20/25, (b) C35/40 i (c) C50/60

Za inženjersku su praksu zanimljivi zidni nosači s visinom koja je veća od približno 2,0 m. Takvi nosači s relativno niskim postotkom armiranja i slomom po armaturi ne pokazuju praktički nikakav učinak veličine na nominalnu nosivost koja je ovisna samo o postotku armiranja. Nosači s  $h > 2,0$  m koji imaju slom po betonu (slom na posmik) pokazuju nešto značajniji utjecaj veličine na nominalnu nosivost. Ako se, primjerice, dimenzija poveća s  $h = 2,0$  m na  $h = 5,0$  m, dakle s faktorom povećanja 2,50, relativna nosivost smanji se s približno 0,8 na 0,7, dakle za 14 %. To je relativno malo i sa stajališta inženjerske prakse gotovo zanemarivo.

Nadalje, nominalna nosivost nosača koji se slome na posmik praktički je neovisna o postotku armiranja. Kod takvih nosača najveći utjecaj na nosivost ima kvaliteta betona.

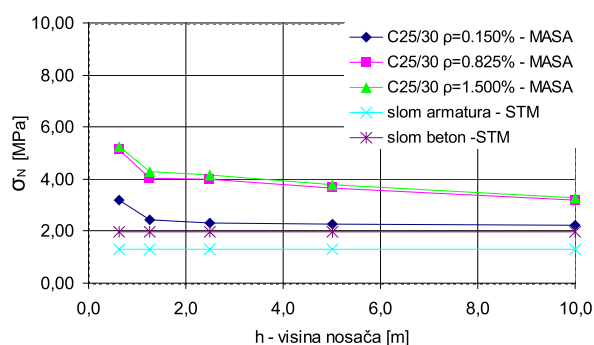
Za razliku od učinka veličine na nominalnu nosivost, rezultati numeričke analize kao i rezultati nedavno objavljenih numeričkih i eksperimentalnih istraživanja [14] pokazuju znatan učinak veličine na duktilnost visokostjevnih nosača. Naime, s porastom dimenzija nosača duktilnost znatno opada. Osobito to vrijedi za nosače koji pokazuju slom po armaturi.

#### 4.3. Usporedba dobivenih rezultata s rezultatima prema modelu tlačni štapovi i zatege

Osim provedenog nelinearnog proračuna zidnih nosača, proveden je i proračun prema vrijedećim normama uz uporabu modela tlačni štapovi i zatege (ENV 1991-1-1). Zidni nosač idealiziran je sa statički određenom rešetkom, u kojoj zamišljeni ravni tlačni štapovi prenose tlačna naprezanja u betonu, a vlačni štapovi (armatura) vlačna naprezanja. Sile u elementima rešetke određuju se iz uvjeta ravnoteže čvorova rešetke. Mehanička su svojstva materijala pretpostavljena ista kao u numeričkoj analizi (karakteristične vrijednosti), a faktor sigurnosti za materijal (čelik i armatura) uzet je  $\gamma_M = 1,0$ .

Proračun pokazuje da neovisno o razredu betona za  $\rho = 0,15$  % do sloma dolazi preko armature (duktilni lom), dok za  $\rho = 0,825$  % i  $\rho = 1,50$  % do sloma dolazi preko betona (krhki slom). Prema modelu tlačni štapovi i zatege, neovisno o razredu betona, za  $\rho = 0,15$  % do sloma dolazi preko armature, dok za  $\rho = 0,825$  % i  $\rho = 1,50$  % do sloma dolazi preko betona. Dakle oblici sloma su isti kao u prikazanom proračunu, samo što je primjenom modela tlačni štapovi i zatege nominalna nosivost nešto manja i ona je neovisna o veličini zidnog nosača.

Na slici 13. prikazana je nominalna nosivost u funkciji visine nosača za beton razreda C 25/30 i postotke armi



Slika 13. Utjecaj veličine nosača na nominalnu nosivost za beton C25/30 i različite postotke armiranja dobiven proračunom te uporabom modela tlačni štapovi i zatege

ranja  $\rho = 0,15 \%$ ,  $0,825 \%$  i  $\rho = 1,50 \%$  dobivene proračunom. Na slici je također prikazana nominalna nosivost prema modelu tlačni štapovi za slom po armaturi te za slom po betonu. Može se vidjeti da za nosivost prema modelu tlačni štapovi nema učinka veličine, a nominalna nosivost za najveći nosač (za  $h = 10 \text{ m}$ ) približno je 30 % manja nego nosivost dobivena u provedenom proračunu. Uz pretpostavku da se numerički rezultati dobro slažu s rezultatima eksperimenta, može se zaključiti da su rezultati prema modelu tlačni štapovi i zatege (norme za dimenzioniranje) dovoljno konzervativni, s obzirom da je prema trenutačno valjanim propisima efekt dugotrajnog opterećenja (puzanje betona)  $1/0,85 = 1,18 < 1,30$ .

## 5 Zaključak

U članku su prikazani rezultati proračuna za slobodno oslonjene zidne nosače opterećene na savijanje koncentriranom silom u sredini raspona. Nosači nemaju armature za preuzimanje glavnih vlačnih naprezanja. U analizi su varirane dimenzije nosača, postotak vlačne armature te razred betona. Cilj je istraživanja utvrditi utjecaj veličine nosača na nosivost i duktilnost (učinak veličine) te ustanoviti ispravnost postojećih norma za dimenzioniranje zidnih nosača koji pri dimenzioniranju ne uzimaju u obzir veličinu nosača. Proračun je proveden uporabom 3D programa za nelinearni proračun betonskih i armiranobetonskih konstrukcija (MASA) koji se bazira na metodi konačnih elemenata.

Na osnovi rezultata analize može se zaključiti:

1. Zidni nosači s relativno niskim postotkom armiranja ( $\rho = 0,15 \%$ ) pokazuju duktilni slom po armaturi, dok se nosači s većim postotkom armature ( $\rho = 0,825 \%$  i  $\rho = 1,50 \%$ ) slome na posmik;
2. Nominalna nosivost nosača koji imaju duktilni slom prije svega ovisi o postotku armiranja, dok kod nosača koji imaju slom na posmik nosivost prije svega ovisi o razredu (karakteristikama) betona;
3. Principijelno, neovisno o tipu sloma, svi nosači pokazuju smanjenje nominalne nosivosti s porastom dimenzija nosača. Prije svega to vrijedi za manje nosače ( $h < 1,5 \text{ m}$ );
4. Učinak veličine na nosivost kod nosača koji su zanimljivi za inženjersku praksu ( $h > 2,0 \text{ m}$ ) je u slučaju duktilnog sloma po armaturi zanemariv. U slučaju sloma na posmik učinak veličine na nosivost je značajniji, no sa stajališta dimenzioniranja zidnih nosača u praksi se on može zanemariti;
5. Porastom dimenzija nosača duktilnost opada. Osobito je to izraženo za nosače veće o  $2,0 \text{ m}$  koji pokazuju slom po armaturi.

Može se konstatirati da rezultati numeričke studije potvrđuju valjanost postojećih norma za dimenzioniranje zidnih nosača koje su neovisne o dimenzijama nosača. Međutim, normama bi trebalo odgovarajućim konstrukcijskim mjerama, npr. jače konstrukcijsko armiranje tlačnog područja zidnih nosača, usvojiti činjenicu da duktilnost nosača s porastom dimenzija drastično opada.

## LITERATURA

- [1] Bažant, Z. P.; Oh, B. H.: *Crack band theory for fracture of concrete*. RILEM, 1983. 93(16), 155-177.
- [2] Bažant, Z. P.: *Size Effect in blunt fracture: Concrete, Rock, Metal*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1984. 110(4), 518-535.
- [3] Bažant, Z. P.; Ožbolt, J.; Eligehausen, R.: *Fracture Size Effect: Review of Evidence for Concrete Structures*, Journal of Str. Eng., ASCE, 1994. 102(8), 2377-2398.
- [4] Belytschko, T.; Liu, W. K.; Moran, B.: *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons Ltd. 2001.
- [5] ENV 1992-1-1, Design of Concrete Structures-Part 1-1, General Rules and Rules for Building, Revised final draft, Brussels, October 1990
- [6] Karihaloo, B. L.: *Fracture Mechanics and Structural Concrete*, Longman Scientific & Technical, Sydney, 1994.
- [7] Lechwalter, N.: *The bearing capacity of concrete compression struts in truss-system, exemplified by the case of short beams*, PhD Thesis, Darmstadt, Germany. 1988.
- [8] Ožbolt, J.: *Size Effect in Concrete and Reinforced Concrete Structures*, Postdoctoral Thesis, University of Stuttgart, Germany, 1995.
- [9] Ožbolt, J.: MASA – MAcroscopic Space Analysis, Internal Report, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart. 1998.
- [10] Ožbolt, J.; Li, Y.-J.; Kožar, I.: *Microplane Model for Concrete with Relaxed Kinematic Constraint*, International Journal of Solids and Structures, 2001., 38, 2683-2711.
- [11] Ožbolt, J.; Mayer U.; Vocke, H.: *Smeared fracture FE analysis of reinforced concrete structures – theory and example*, Special ASCE publication: Modeling of Inelastic Behaviour of RC Structures Under Seismic Loads, 2001., 234-256.
- [12] Ožbolt, J.; Meštrović, D.; Li, Y.-J.; Eligehausen, R.: *Compression failure – beams made of different concrete types and sizes*, Journal of Structural Engineering, ASCE, 2005., 126(3), 200-209.
- [13] Ožbolt, J.; Meštrović, D.; Kožar, I.: *Trodimenzijski proračun prearmiranih greda*, Građevinar 58 (2006)2, 95-101.
- [14] Pimentel, M.; Chachim, P.; Figueiras, J.: 2008. *Deep-beams with indirect supports: numerical modelling and experimental assessment*, Computers and Concrete, 2008., Vol. 5, No. 2, 117-134.
- [15] Reinhardt, H. W.: *Similitude of brittle fracture of structural concrete*. IABSE Colloquium on Advances in Reinforced Concrete, Delft, 1981. 175-184.