

# Dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka prema drugoj generaciji Eurokoda

---

**Smolčić, Željko; Grandić, Davor; Šćulac, Paulo**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2023, 75, 1203 - 1216**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.14256/JCE.3855.2023>

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:157:250013>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-18**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



Primljen / Received: 1.9.2023.

Ispravljen / Corrected: 13.11.2023.

Prihvaćen / Accepted: 25.11.2023.

Dostupno online / Available online: 10.1.2024.

# Dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka prema drugoj generaciji Eurokoda

## Autori:

Izv.prof.dr.sc. **Željko Smolčić**, dipl.ing.građ.

Sveučilište u Rijeci

Građevinski fakultet

[zeljko.smolcic@uniri.hr](mailto:zeljko.smolcic@uniri.hr)

Autor za korespondenciju

Prof.dr.sc. **Davor Grandić**, dipl.ing.građ.

Sveučilište u Rijeci

Građevinski fakultet

[dgrandic@gradri.uniri.hr](mailto:dgrandic@gradri.uniri.hr)Doc.dr.sc. **Paulo Ščulac**, dipl.ing.građ.

Sveučilište u Rijeci

Građevinski fakultet

[paulo.sculac@gradri.uniri.hr](mailto:paulo.sculac@gradri.uniri.hr)

Pregledni rad

**Željko Smolčić, Davor Grandić, Paulo Ščulac**

## Dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka prema drugoj generaciji Eurokoda

U radu je opisan postupak dimenzioniranja armiranobetonskih pravokutnih presjeka prema normi FprEN 1992-1-1 (druga generacija Eurokoda 2). Dimenzioniranje je provedeno na dva načina: tablicama za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka i direktnim analitičkim postupkom. Korišten je proračunski dijagram naprezanje-deformacija betona u obliku parabole i pravca, dok je za čelik za armiranje korišten bilinearni proračunski dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije. Zbog toga je kod dimenzioniranja armiranobetonskog presjeka potrebno ograničiti deformaciju u tlačnoj zoni betona. Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka dobivene su novim postupkom kod kojeg se varira mehanički koeficijent armiranja vlačnom armaturom. Za usporedbu primijenjen je direktni analitički postupak kojim se mogu dimenzionirati armiranobetonski pravokutni presjeci bez upotrebe tablica. Izračunane su limitirajuće vrijednosti koeficijenta visine tlačnog područja za čisto savijanje prema normi FprEN 1992-1-1.

### Ključne riječi:

armiranobetonski presjek, druga generacija Eurokoda 2, savijanje, dimenzioniranje, tablice, dijagrami

Subject review

**Željko Smolčić, Davor Grandić, Paulo Ščulac**

## Design of reinforced concrete rectangular cross-sections according to the second generation of Eurocode

This paper describes the design procedure for reinforced concrete rectangular cross-sections according to the standard FprEN 1992-1-1 (second generation of Eurocode 2). Design was carried out in two ways: using design tables for reinforced concrete rectangular sections and using a direct analytical procedure. The stress-strain diagram in the form of a parabola-rectangle was used for concrete, while for the reinforcing steel a bilinear stress-strain diagram with a horizontal post-elastic branch without strain limit was applied. For this reason, when designing the reinforced concrete cross-section, it is necessary to limit the strain in the compression zone of the concrete. Tables for the design of reinforced concrete rectangular sections were obtained using a new procedure in which the mechanical reinforcement ratio is varied. A direct analytical procedure was used for comparison, which can be used for the design of reinforced concrete rectangular sections without the need to use tables. The limit values of the coefficient of the height of the compression zone for pure bending were calculated according to the standard FprEN 1992-1-1.

### Key words:

reinforced concrete cross-section, the second generation of Eurocode 2, bending, design, design tables, design charts

## 1. Uvod

Poznato je da su betoni velikih čvrstoća manje duktilni od betona uobičajenih čvrstoća, što ima za posljedicu mijenjanje oblika proračunskog dijagrama naprezanje-deformacija za betone velikih čvrstoća.

Prema sadašnjoj normi HRN EN 1992-1-1 [1] (prva generacija Eurokoda 2), proračunski se dijagrami naprezanje-deformacija betona razlikuju ovisno o razredu tlačne čvrstoće betona.

Za dimenzioniranje presjeka napreznih savijanjem od običnog betona s karakterističnom čvrstoćom određenom preko valjaka od 12 do 60 MPa (razredi tlačne čvrstoće C12/15 do C50/60) predviđa se uporaba dijagrama naprezanje-deformacija betona u obliku parabole drugog stupnja i pravca, bilinearnog dijagrama i dijagrama u obliku pravokutnika s graničnom deformacijom 3,5 ‰ i s deformacijom pri dostignutoj čvrstoći 1,75 ‰ za bilinearni i 2,0 ‰ za dijagram u obliku parabole i pravca. Za razrede tlačne čvrstoće betona velikih čvrstoća C55/67, C60/75, C70/85, C80/95 i C90/105, normom HRN EN 1992-1-1 propisane, granične deformacije betona smanjuju se u odnosu na deformacije za obične betone poprimajući za svaki razred betona različitu vrijednost. S druge strane, deformacije pri dostignutoj tlačnoj čvrstoći betona velike čvrstoće povećavaju se s povećanjem razreda tlačne čvrstoće betona, a funkcija zakrivljenog dijela dijagrama (parabola) približava se kosom pravcu. U slučaju uporabe jednolike raspodjele tlačnog naprezanja, u presjeku variraju koeficijent za određivanje efektivne visine tlačnog područja presjeka i efektivne tlačne čvrstoća betona. Za razrede tlačne čvrstoće C12/15 do C50/60 navedene efektivne veličine su konstante, a za razrede tlačne čvrstoće C55/67, C60/75, C70/85, C80/95 i C 90/105 one se smanjuju ovisno o primijenjenom razredu. Zbog navedenih razlika u dijagramima naprezanje-deformacija betona, trebalo je napraviti po šest različitih tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka napreznih savijanjem i/ili dijagrama interakcije poprečnih presjeka izloženih savijanju i osnoj sili za svaki razmatrani oblik presjeka (pravokutni, T-presjek, okrugli puni i šuplji presjek itd.). Po šest navedenih pomagala (tablice i dijagrame interakcije) trebalo je napraviti bez obzira na odabrani dijagram naprezanje-deformacija betona: dijagram u obliku parabole i pravca, bilinearni dijagram ili jednolika raspodjela naprezanja na efektivnoj visini tlačnog područja.

U Europi tradicionalno prevladava uporaba dijagrama naprezanje-deformacije betona u obliku parabole i pravca [2-6], a u SAD i UK preferira se uporaba jednolike raspodjele naprezanja betona na efektivnoj visini tlačnog područja presjeka (naziva se i pravokutna raspodjela naprezanja) [7, 8].

Pomagala za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka u obliku tablica i dijagrama u skladu s važećom prvom generacijom Eurokoda 2 dostupna su u literaturi (knjige, priručnici i članci). Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka dostupne su u literaturi [3-6], a dijagrami interakcije za pravokutni presjek opterećen jednoosnim savijanjem i osnom

silom dostupni su u literaturi [3, 5, 6]. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek dostupni su u literaturi [3, 5, 6, 9]. Dijagrami interakcije za kružni šuplji presjek za omjer unutarnjeg i vanjskog promjera 0,9 dostupni su u literaturi [3]. U literaturi [6] dostupni su dijagrami interakcije za dimenzioniranje pravokutnih presjeka izloženih dvoosnom savijanju i osnoj sili.

Prema novoj normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) dani su dijagrami naprezanje-deformacija čiji se oblik ne mijenja ovisno o razredu tlačne čvrstoće betona. Proračunski dijagram naprezanje-deformacije betona dan je u obliku parabole drugog stupnja i pravca. Alternativno, dopušteno je rabiti jednoliku raspodjelu tlačnih naprezanja u presjeku s efektivnom visinom dijagrama jednakom 0,8 visine tlačnog područja presjeka.

Zbog takvog pojednostavljenja, trebat će za odabrani proračunski dijagram naprezanje-deformacija (oblika parabole i pravca ili jednolika raspodjela) izraditi samo jedne tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka, koje će vrijediti za sve razrede tlačne čvrstoće betona.

Prema drugoj generaciji, kao i u prvoj generaciji Eurokoda 2, dopušta se za čelik za armiranje rabiti bilinearni dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije. Ograničenje deformacije potrebno je provoditi u slučaju kada se rabi bilinearni dijagram s kosom gornjom granom. U SAD-u [8] i prema ranijoj UK normi [11] te aktualnoj UK praksi [7] rabi se isključivo dijagram naprezanje-deformacija čelika za armiranje s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije. U Republici Hrvatskoj i susjednim zemljama ponešto je drukčija praksa ograničavanja deformacije armature. Praksa u Hrvatskoj može se pratiti od uvođenja proračuna prema graničnim stanjima nosivosti, najprije kao alternativna metoda metodi dopuštenih naprezanja prema Pravilniku o tehničkim mjerama i uvjetima za beton i armirani beton iz 1971. godine [12], zatim kao propisana metoda prema Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13] i napokon preko uvođenja europske prednorme ENV 1992-1-1 [14] i aktualne europske norme HRN EN 1992-1-1 [1]. Prema navedenim Pravilnicima [12, 13] za sve tada propisane vrste čelika za armiranje rabio se bilinearni dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom i ograničenjem deformacije od 10 ‰. U isto vrijeme (70-ih i 80-ih godina prošlog stoljeća) u Njemačkoj se rabio dijagram naprezanje-deformacije s horizontalnom gornjom granom i ograničenjem deformacije od 5 ‰ (prema DIN 1045:1978) [15]. U CEB-FIB model normi iz 1978. godine [16] također je preporučeno bilinearni dijagram naprezanje-deformacija čelika za armiranje s horizontalnom gornjom granom i ograničenjem deformacije od 10 ‰. Neke su zemlje u svojim nacionalnim normama uvodile i druge veličine ograničenja deformacije čelika za armiranje, npr. u Nizozemskoj 7 ‰ [17]. Prema prednormi ENV 1992-1-1, smije se rabiti bilinearni dijagram naprezanje-deformacija čelika za armiranje s kosom ili horizontalnom gornjom granom. Ako bi se primijenila kosa gornja grana deformacija čelika za armiranje ograničava se na 10 ‰, a

primijenili bi se dijagrami s horizontalnom gornjom granom, u normi se navodi da se deformacija čelika ne ograničuje iako u nekim slučajevima može biti svrhovito da se ona ograniči (ne navodi se na koju vrijednost). U Republici Hrvatskoj prve tablice i dijagrame interakcije u skladu s europskom prednormom ENV 1992-1-1 izradio je profesor Ivan Tomičić [18]. On se odlučio na primjenu bilinearnog dijagrama naprezanje-deformacija za čelik za armiranje s horizontalnom gornjom granom i ograničenjem deformacije od 20 ‰. Naime, kako je naveo u Priručniku [18], Njemački odbor za armirani beton iz 1992. godine [19] predložio je da se u vrijeme privremene uporabe prednorme rabi bilinearni dijagram s horizontalnom granom i graničnom deformacijom za čelik 20 ‰.

Za primjenu važeće generacije Eurokoda 2 (HRN EN 1992-1-1 i ostale norme niza HRN EN 1992) u Hrvatskoj izrađena su pomagala za dimenzioniranje presjeka u obliku tablica i/ili dijagrama interakcije objavljena u literaturi [4, 5, 9]. Pri izradi navedenih pomagala za dimenzioniranje u Hrvatskoj primjenjivao se dijagram naprezanje-deformacija čelika za armiranje s horizontalnom granom i ograničenjem deformacije od 20 ‰. To je posljedica uvriježene prakse iz razdoblja primjene prednormi (ENV 1992-1-1 i drugih normi iz niza EN 1992) kada se zbog navedenog razloga primjenjivalo ograničenja deformacije čelika za armiranje od 20 ‰. Prema sadašnjoj normi HRN EN 1992-1-1, također se mogu koristiti bilinearni dijagrami naprezanje-deformacije s kosom ili horizontalnom gornjom granom. Kad se primjenjuje kosa gornja grana, potrebno je pri dimenzioniranju presjeka provjeriti nije li prekoračena granična deformacija  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ , gdje je  $\varepsilon_{uk}$  karakteristična deformacija čelika za armiranje pri najvećem opterećenju. Kad se primjenjuje dijagram s horizontalnom gornjom granom, provjera ograničenja deformacije nije potrebna. Autori su za alternativnu primjenu u nastavi na Građevinskom fakultetu u Rijeci izradili tablice za dimenzioniranje pravokutnih presjeka opterećenih na savijanje uz primjenu dijagrama naprezanje-deformacije betona u obliku parabole i pravca te bilinearnog dijagrama naprezanje-deformacija armature s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije armature. Razlike rezultata u smislu potrebne količine armature kod primjene tablica za dimenzioniranje koje su izrađene s ograničenjima deformacije armature na 20 ‰ i bez ograničenja deformacije armature zanemarive su ( $\leq 1,0$  ‰). Te razlike rezultata (s ograničenjem deformacije i bez ograničenja deformacije) bile bi gotovo zanemarive i za druga ograničenja deformacije čelika za armiranje (npr. 5 ‰ ili 10 ‰) ako se rabi dijagram naprezanje-deformacija čelika s horizontalnom gornjom granom jer je za sve navedene deformacije naprezanje u čeliku jednako proračunskoj granici popuštanja.

U Njemačkoj se primjenjuje nacionalni dodatak prvom dijelu Eurokoda 2 prve generacije DIN EN 1992-1-1/NA:2013 [20]. Prema tom dodatku, ograničenje deformacije čelika za armiranje kada se primjenjuje bilinearni dijagram naprezanje-deformacija s kosom gornjom granom bit će 25 ‰. Za primjenu horizontalne gornje grane dijagrama u navedenom nacionalnom dodatku ne

navodi se potreba za ograničenjem deformacije čelika. Međutim, u njemačkoj literaturi izrađena su pomagala s ograničenjem deformacije čelika na 25 ‰, bez obzira na primjenu kose ili horizontalne gornje grane bilinearnog dijagrama naprezanje-deformacija [2, 6]. To je zato što je tako bilo propisano u njemačkoj normi DIN 1045-1 [21] čija je primjena prethodila uvođenju prve generacije Eurokoda 2 u Njemačkoj.

Prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2), pravila za proračunski dijagram naprezanje-deformacija čelika za armiranje ostala su jednaka onima u Eurokodu 2, to jest može se odabrati bilinearni dijagram naprezanje-deformacija s kosom gornjom granom uz ograničenje deformacije čelika za armiranje ili s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije.

Na temelju navedenog razmatranja odlučeno je u radu rabiti dijagram naprezanje-deformacija betona u obliku parabole drugog stupnja i pravca, a za čelik za armiranje bilinearni dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije. Kad bi se za čelik za armiranje primjenio dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije, u čeliku za armiranje nikada ne bi došlo do dostizanja granične deformacije jer se ona nalazi u beskonačnosti. Posljedica spomenutih pretpostavki je to da se pri dimenzioniranju armiranobetonskog presjeka mora ograničiti deformacija u tlačnoj zoni betona na -3,5 ‰.

U prošlosti se dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka provodilo metodom dopuštenih naprezanja (klasična teorija), i to u Republici Hrvatskoj posljednji put kao alternativna metoda prema Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13]. Dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka prema metodi dopuštenih naprezanja zasniva se na dokazu da najveća naprezanja u betonu i u armaturi, koja se mogu pojaviti tijekom građenja i tijekom uporabe, ne budu veća od dopuštenih naprezanja. Pri dimenzioniranju armiranobetonskih presjeka prema metodi dopuštenih naprezanja primjenjuje se pretpostavke raspucanog presjeka (stanje naprezanja presjeka II). Zbog brojnih nedostataka, metoda dopuštenih naprezanja više se ne primjenjuje [2].

Pri izradi tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka primjenjuju se novi postupak kod kojeg se varira mehanički koeficijent armiranja vlačnom armaturom, zato što je potrebna površina vlačne armature linearno ovisna o mehaničkom koeficijentu armiranja vlačnom armaturom. Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka izrađene su pomoću računalnog programa Mathcad 15 [22].

Osim tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka, u radu je izveden i predložen direktni analitički postupak kojim se mogu dimenzionirati armiranobetonski pravokutni presjeci bez upotrebe tablica, a problem se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe.

Norma FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) nije definirala limitirajuće vrijednosti koeficijenta visine tlačnog područja za čisto savijanje, koje služe kao granica između jednostruko armiranog presjeka i dvostruko armiranog presjeka.

S obzirom na to, ovdje su predložene limitirajuće vrijednosti koeficijenta visine tlačnog područja za čisto savijanje koje se mogu primijeniti tijekom dimenzioniranja armiranobetonskih presjeka prema normi FprEN 1992-1-1.

## 2. Proračunski dijagrami

Tlačna naprezanja i tlačne deformacije betona i čelika za armiranje, dane u ovom radu, uzimaju se s negativnim predznakom, a vlačna naprezanja i vlačne deformacije uzimaju se s pozitivnim predznakom. Deformacije betona i armature izražavaju se u promilima.

### 2.1. Proračunski dijagram betona

Prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2), vrijednost proračunske tlačne čvrstoće određuje se izrazom (1):

$$f_{cd} = \eta_{cc} \cdot k_{tc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \tag{1}$$

gdje je  $f_{ck}$  karakteristična tlačna čvrstoća betona,  $\gamma_c$  parcijalni koeficijent sigurnosti za beton ( $\gamma_c = 1,50$  za stalne i prolazne proračunske situacije),  $\eta_{cc}$  koeficijent kojim se u obzir uzimaju razlike između stvarne tlačne čvrstoće valjka i efektivne tlačne čvrstoće koja se javlja u konstrukciji, a  $k_{tc}$  koeficijent kojim se u obzir uzima učinak dugotrajnog opterećenja i trenutka opterećenja na tlačnu čvrstoću betona.

$$\eta_{cc} = \left( \frac{f_{ck,ref}}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1,0 \tag{2}$$

U normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) dane su sljedeće preporučene vrijednosti:

- $f_{ck,ref} = 40$  MPa
- $k_{tc} = 1,00$  za  $t_{ref} \leq 28$  dana za beton s razredima cementa CR (brzo vezujući) i CN (normalno vezujući) i  $t_{ref} \leq 56$  za beton s razredima cementa CS (sporo vezujući) gdje se proračunsko opterećenje ne očekuje najmanje tri mjeseca nakon betoniranja, a gdje je  $t_{ref}$  starost betona u trenutku određivanje tlačne čvrstoće betona,
- $k_{tc} = 0,85$  za druge slučajeve uključujući kada je  $f_{ck}$  zamijenjen s  $f_{ck}(t)$ .

U Nacionalnom dodatku se prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) smiju dati druge vrijednosti (hrvatski Nacionalni dodatak u fazi je izrade).

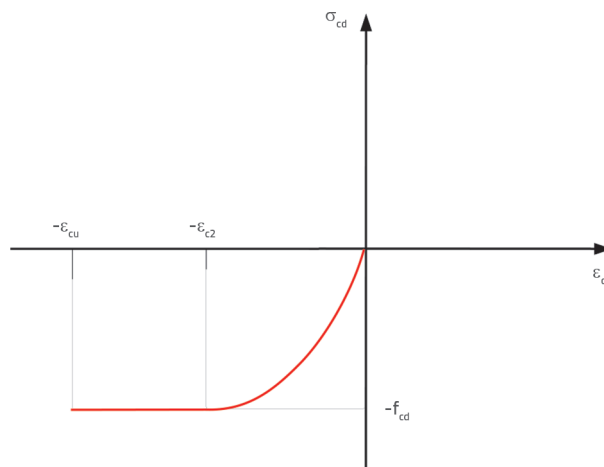
Za dimenzioniranje poprečnih presjeka na savijanje s osnom silom može se rabiti pojednostavljeni odnos naprezanje-deformacija betona (parabola i pravac), prikazan na slici 1. Naprezanje u betonu može se prikazati sljedećim izrazima:

$$\sigma_{cd} = -f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad \text{za } -\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq 0 \tag{3}$$

$$\sigma_{cd} = -f_{cd} \quad \text{za } -\epsilon_{cu} \leq \epsilon_c \leq -\epsilon_{c2} \tag{4}$$

$$\sigma_{cd} = 0 \text{ MPa} \quad \text{za } \epsilon_c > 0 \tag{5}$$

gdje je  $\epsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$  a  $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ .

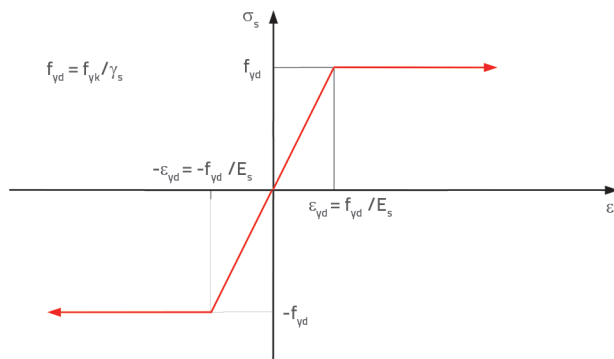


Slika 1. Dijagram naprezanje-deformacija za beton

### 2.2. Proračunski dijagram čelika za armiranje

Prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2), za dimenzioniranje presjeka može se rabiti dijagram naprezanje-deformacija za čelik za armiranje s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije.

Na slici 2.  $f_{vd}$  je proračunska granica popuštanja čelika za armiranje,  $f_{yk}$  je karakteristična granica popuštanja čelika za armiranje, a  $\gamma_s$  je parcijalni koeficijent za čelik za armiranje ( $\gamma_s = 1,15$  za stalne i prolazne proračunske situacije).



Slika 2. Dijagram naprezanje-deformacija za čelik za armiranje

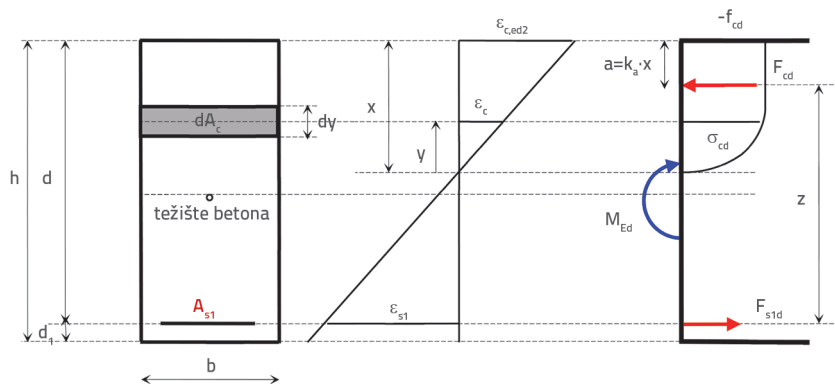
Naprezanje u armaturi (prema slici 2.) opisano je izrazima:

$$\sigma_s = -f_{vd} \quad \text{za } \epsilon_s \leq -\epsilon_{vd} \tag{6}$$

$$\sigma_s = \epsilon_s E_s \quad \text{za } -\epsilon_{vd} < \epsilon_s < \epsilon_{vd} \tag{7}$$

$$\sigma_s = f_{vd} \quad \text{za } \epsilon_s \geq \epsilon_{vd} \tag{8}$$

gdje je modul elastičnosti čelika  $E_s = 200$  GPa, a  $\epsilon_{vd}$  proračunska deformacija armature u trenutku popuštanja armature.



Slika 3. Pravokutni poprečni presjek s raspodelom deformacija, naprezanja i sila

Krak unutarnjih sila (slika 3.) je:

$$z = d - k_a \cdot x = d - k_a \cdot (\xi \cdot d) = (1 - k_a \cdot \xi) \cdot d = \zeta \cdot d \quad (12)$$

gdje je:

$$\zeta = 1 - k_a \cdot \xi \quad (13)$$

koeficijent kraka unutarnjih sila, a  $k_a$  je koeficijent položaja rezultante proračunske tlačne sile u betonu.

Diferencijalna površina betona dobije se prema slici 3:

$$dA_c = b \cdot dy \quad (14)$$

### 3. Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka

#### 3.1. Opis poprečnog presjeka

Opis pravokutnog poprečnog presjeka s armaturom prikazan je na slici 3. Usvojena je pretpostavka da ravni presjeci i nakon deformacije presjeka ostaju ravni (Bernoullijeva hipoteza ravnih presjeka), što ima za posljedicu da će se sve točke deformiranog presjeka nalaziti u istoj ravnini (ravnini deformacije) koja prolazi kroz neutralnu os presjeka  $x$ . Kod dimenzioniranja armiranobetonskog presjeka upotrebljavaju se ove pretpostavke:

- ravni presjeci ostaju ravni
- deformacije armature, u vlačnom i tlačnom području, jednake su deformaciji okolnog betona
- vlačna čvrstoća betona se zanemaruje
- raspodjela tlačnih naprezanja betona izvodi se iz proračunskog dijagrama naprezanje-deformacija
- naprezanje u čeliku za armiranje izvodi se iz proračunskih dijagrama naprezanje-deformacija.

Na osnovu sličnosti trokuta (slika 3.) dobiva se:

$$\frac{|\varepsilon_{c,ed2}|}{x} = \frac{|\varepsilon_{c,ed2}| + \varepsilon_{s1}}{d} \quad (9)$$

gdje je  $\varepsilon_{c,ed2}$  deformacija betona na gornjem rubu,  $\varepsilon_{s1}$  je deformacija vlačne armature,  $x$  je visina neutralne osi dok je  $d$  udaljenost od težišta vlačne armature od gornjeg ruba presjeka (statička visina).

Izraz (9) možemo prikazati kao:

$$x = \frac{|\varepsilon_{c,ed2}|}{|\varepsilon_{c,ed2}| + \varepsilon_{s1}} d = \xi \cdot d \quad (10)$$

gdje je:

$$\xi = \frac{|\varepsilon_{c,ed2}|}{|\varepsilon_{c,ed2}| + \varepsilon_{s1}} \quad (11)$$

koeficijent visine tlačnog područja.

#### 3.2. Koeficijenti $\alpha_v$ i $k_a$

Proračunska tlačna sila u betonu određuje se prema izrazu:

$$F_{cd} = \left| \int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot (dA_c) \right| \quad (15)$$

Uvrštavanje izraza (14) u izraz (15) dobiva se:

$$F_{cd} = \left| \int_0^x \sigma_{cd} \cdot (b \cdot dy) \right| = \left| b \cdot \int_0^x \sigma_{cd} \cdot dy \right| \quad (16)$$

Na osnovi sličnosti trokuta (slika 3.) dobiva se:

$$\frac{\varepsilon_c}{y} = \frac{\varepsilon_{c,ed2}}{x} \quad (17)$$

Izraz (17) može se prikazati kao:

$$y = \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} \varepsilon_c \quad (18)$$

Diferenciranjem izraza (18) dobiva se:

$$dy = \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} d\varepsilon_c \quad (19)$$

Uvrštavanjem izraza (19) u izraz (16) dobiva se:

$$F_{cd} = \left| b \cdot \int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \left( \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} d\varepsilon_c \right) \right| = \left| b \cdot x \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_{c,ed2}} \int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot d\varepsilon_c \right) \right| \quad (20)$$

Ako se izraz (20) pomnoži i podijeli s  $f_{cd}$  dobiva se:

$$F_{cd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \left| \frac{1}{\varepsilon_{c,ed2} \cdot f_{cd}} \int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_c \cdot d\varepsilon_c \right| = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_v \quad (21)$$

gdje je  $\alpha_v$  koeficijent punoće i prikazan je izrazom (22):

$$\alpha_v = \left| \frac{1}{\varepsilon_{c,ed2} \cdot f_{cd}} \int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_c \cdot d\varepsilon_c \right| \quad (22)$$

Kada se izrazi (3) i (4) uvrste u izraz (22) i provede integracija, dobiju se izrazi:

$$\alpha_v = \frac{|\varepsilon_{c,ed2} \cdot (\varepsilon_{c,ed2} + 6)|}{12} \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_{c,ed2} < 0 \quad (23)$$

$$\alpha_v = \frac{|3 \cdot \varepsilon_{c,ed2} + 2|}{3 \cdot |\varepsilon_{c,ed2}|} \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{c,ed2} < -\varepsilon_{c2} \quad (24)$$

Kada se izračuna suma statičkih momenata proračunske tlačne sile betona s obzirom na gornji rub betona, dobiva se

$$F_{cd} \cdot a = \int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot (x - y) \cdot dA_c \quad (25)$$

Uvrštavanjem izraza (15) u izraz (25) dobiva se:

$$\left( \int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c \right) \cdot a = \int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot (x - y) \cdot dA_c \quad (26)$$

A dijeljenjem izraza (26) sa  $\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c$  dobiva se:

$$a = \frac{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot (x - y) \cdot dA_c}{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c} = \frac{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot x \cdot dA_c}{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c} - \frac{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot y \cdot dA_c}{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c} \quad (27)$$

odnosno:

$$a = x - \frac{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot y \cdot dA_c}{\int_{A_c} \sigma_{cd} \cdot dA_c} \quad (28)$$

Uvrštavanjem izraza (14) u izraz (28) dobiva se:

$$a = x - \frac{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot y \cdot (b \cdot dy)}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot (b \cdot dy)} = x - \frac{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot y \cdot dy}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot dy} \quad (29)$$

Uvrštavanjem izraza (18) i (19) u izraz (29) dobiva se:

$$a = x - \frac{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \left( \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} \cdot \varepsilon_c \right) \cdot \left( \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} \cdot d\varepsilon_c \right)}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \left( \frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} \cdot d\varepsilon_c \right)} = x - \frac{\frac{x}{\varepsilon_{c,ed2}} \int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot d\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot d\varepsilon_c} \quad (30)$$

Dijeljenjem izraza (30) s x, dobiva se:

$$\frac{a}{x} = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot d\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot d\varepsilon_c} \quad (31)$$

Lijeva strana izraza (31) predstavlja koeficijent položaja rezultante proračunske tlačne sile u betonu:

$$k_a = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot d\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_{c,ed2}} \sigma_{cd} \cdot d\varepsilon_c} \quad (32)$$

Kada se izrazi (3) i (4) uvrste u izraz (32) i provede integracija, dobit će se izrazi:

$$k_a = \frac{|\varepsilon_{c,ed2} + 8|}{4 \cdot |\varepsilon_{c,ed2} + 6|} \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_{c,ed2} < 0 \quad (33)$$

$$k_a = \frac{|3 \cdot \varepsilon_{c,ed2}^2 + 4 \cdot \varepsilon_{c,ed2} + 2|}{2 \cdot |3 \cdot \varepsilon_{c,ed2} + 2| \cdot |\varepsilon_{c,ed2}|} \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{c,ed2} < -\varepsilon_{c2} \quad (34)$$

U radu deformaciju betona na gornjem rubu  $\varepsilon_{c,ed2}$  uvijek ograničavamo na  $-\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$  zato jer ne ograničavamo deformaciju čelika za armiranje. Iz izraza (24) dobivamo da je koeficijent punoće  $\alpha_v(-3,5 \text{ ‰}) = 0,810$ , a iz izraza (34) koeficijent položaja rezultante proračunske tlačne sile u betonu  $k_a(-3,5 \text{ ‰}) = 0,416$ .

### 3.3. Jednadžbe ravnoteže

Proračunska sila u vlačnoj armaturi izračunava se s pomoću izraza (35):

$$F_{s1d} = \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} \quad (35)$$

gdje je:  $\sigma_{s1d}$  proračunsko naprezanje u vlačnoj armaturi, a  $A_{s1}$  površina vlačne armature.

Moment nosivosti kojim se presjek odupire savijanju, izračunan s obzirom na težište vlačne armature, iznosi:

$$M_{Rd} = F_{cd} \cdot z \quad (36)$$

Moment nosivosti kojim se presjek odupire savijanju, izračunan s obzirom na težište tlačne sile u betonu, iznosi:

$$M_{Rd} = F_{s1d} \cdot z \quad (37)$$

U presjecima naprežanim momentom savijanja potrebno je zadovoljiti:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (38)$$

gdje je:  $M_{Ed}$  proračunski djelujući moment savijanja, a  $M_{Rd}$  moment nosivosti presjeka.

Za dimenzioniranje presjeka primjenjuje se uvjet ravnoteže:

$$M_{Ed} = M_{Rd} = F_{cd} \cdot z \quad (39)$$

ili

$$M_{Ed} = M_{Rd} = F_{s1d} \cdot z \quad (40)$$

Na osnovi uvjeta ravnoteže (39) i izraza (21), (10) i (12) dobiva se:

$$M_{Ed} = F_{cd} \cdot z = (b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_v)(\zeta \cdot d) = (b \cdot (\xi \cdot d) \cdot f_{cd} \cdot \alpha_v)(\zeta \cdot d) \quad (41)$$

odnosno:

$$M_{Ed} = (\alpha_v \cdot \xi \cdot \zeta) (b \cdot d^2 \cdot f_{cd}) \quad (42)$$

Dijeljenjem izraza (42) s  $b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$  dobiva se:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \mu_{Rd} = \alpha_v \cdot \xi \cdot \zeta \quad (43)$$

gdje je  $\mu_{Ed}$  bezdimenzijska vrijednost proračunskog djelujućeg momenta savijanja, a  $\mu_{Rd}$  bezdimenzijska vrijednost moment nosivosti presjeka.

Potrebna površina armature može se odrediti iz izraza (40), uz primjenu izraza (35) i (12):

$$M_{Ed} = F_{s1d} \cdot z = (\sigma_{s1} \cdot A_{s1})(\zeta \cdot d) \quad (44)$$

Ako pretpostavimo da je u vlačnoj armaturi došlo do popuštanja, to znači da naprezanje u vlačnoj armaturi jednako proračunskoj granici popuštanja armature  $\sigma_{s1} = f_{yd}$  (slika 2.), tada izraz (44) postaje:

$$M_{Ed} = (f_{yd} \cdot A_{s1})(\zeta \cdot d) \quad (45)$$

Dijeljenjem izraza (45) s  $f_{yd} \cdot \zeta \cdot d$  dobiva se izraz:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (46)$$

Alternativno, potrebna površina vlačne armature može se odrediti iz sume horizontalnih sila u poprečnome presjeku:

$$\sum H = 0 \quad (47)$$

$$F_{s1d} - F_{cd} = 0 \quad (48)$$

$$F_{s1d} = F_{cd} \quad (49)$$

Uvrštavanjem izraza (21), (35) i (10) u izraz (49) i uz pretpostavku da je u vlačnoj armaturi došlo do popuštanja ( $\sigma_{s1} = f_{yd}$ ), dobiva se:

$$F_{yd} \cdot A_{s1} = b \cdot (\xi \cdot d) \cdot f_{cd} \cdot \alpha_v \quad (50)$$

Dijeljenjem izraza (50) s  $f_{yd}$  dobiva se:

$$A_{s1} = \alpha_v \cdot \xi \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d = \rho_1 \cdot b \cdot d \quad (51)$$

gdje su:

$$\omega_1 = \alpha_v \cdot \xi \quad (52)$$

mehanički koeficijent armiranja vlačnom armaturom, i

$$\rho_1 = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (53)$$

koeficijent armiranja vlačnom armaturom.

### 3.4. Limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje

Limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje potrebne su kako bi se znala granica između jednostruko armiranog presjeka i dvostruko armiranog presjeka. Budući da norma FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) nije definirala limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje, u ovom su radu predložene i izvedene te limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje.

Limitirajuća vrijednost koeficijenta visine tlačnog područja  $\xi_{lim} = x / d$  dobiva se izjednačavanjem odnosa momenta savijanja nakon preraspodjele (linearna teorija elastičnosti s preraspodjelom) i elastičnog momenta savijanja  $\delta_M \leq 1$ .

Norma FprEN 1992-1-1 dopušta primjenu linearne teorije elastičnosti s preraspodjelom, bez provjere rotacijskog kapaciteta, ako je:

$$\delta_1 \geq \frac{1}{1 + 0,7 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{1000 f_{yd}}} + \frac{x}{d} \quad (54)$$

Konstrukcije se još uvijek pretežno izračunavaju prema linearnoj teoriji elastičnosti, što bi značilo da je  $\delta_M = 1$  (nema preraspodjele momenta savijanja). Ako se izraz (54) izjednači s jedan dobiva se izraz:

$$\frac{1}{1 + 0,7 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{1000 f_{yd}}} + \frac{x}{d} = 1 \quad (55)$$

odnosno dobiva se limitirajuća vrijednost koeficijenta visine tlačnog područja  $\xi_{lim}$ :

$$\xi_{lim} = \frac{x}{d} = 1 - \frac{1}{1 + 0,7 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{1000 f_{yd}}} \quad (56)$$

Na osnovi sličnosti trokuta (slika 3.) i izraza (9) i uz  $\varepsilon_{c,ed2} = -\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$  dobiva se limitirajuća vrijednost vlačne deformacije u armaturi:

$$\varepsilon_{s1,lim} = \frac{-3,5 \text{ ‰} (1 - \xi_{lim})}{\xi_{lim}} \quad (57)$$



Tablica 1. Limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje ( $E_s = 200 \text{ GPa}$ ,  $\gamma_s = 1,15$ )

| $f_{yk}$ [MPa] | $f_{yd}$ [MPa] | $\epsilon_{c,ed2,lim}$ [‰] | $\epsilon_{s1,lim}$ [‰] | $\xi_{lim}$ | $\zeta_{lim}$ | $\mu_{Rd,lim}$ | $\omega_{1,lim}$ |
|----------------|----------------|----------------------------|-------------------------|-------------|---------------|----------------|------------------|
| 400            | 347,826        | -3,5                       | 2,484                   | 0,585       | 0,757         | 0,358          | 0,473            |
| 450            | 391,304        | -3,5                       | 2,795                   | 0,556       | 0,769         | 0,346          | 0,450            |
| 500            | 434,783        | -3,5                       | 3,106                   | 0,530       | 0,780         | 0,334          | 0,429            |
| 550            | 478,261        | -3,5                       | 3,416                   | 0,506       | 0,789         | 0,323          | 0,410            |
| 600            | 521,739        | -3,5                       | 3,727                   | 0,484       | 0,799         | 0,313          | 0,392            |
| 700            | 608,696        | -3,5                       | 4,348                   | 0,446       | 0,814         | 0,294          | 0,361            |

Kod proračuna betonskih konstrukcija prema normi FprEN 1992-1-1 moguće je koristiti čelik za armiranje sa sljedećim karakterističnim granicama popuštanja čelika za armiranje  $f_{yk}$ : 400 MPa, 450 MPa, 500 MPa, 550 MPa, 600 MPa i 700 MPa. Zbog toga moramo izračunati limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje za svih šest različitih razreda čvrstoće (granica popuštanja) čelika za armiranje.

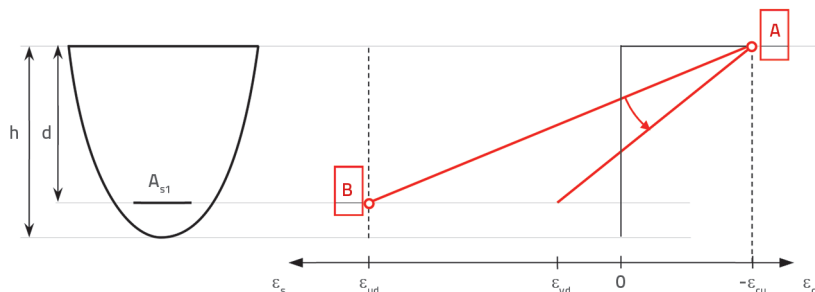
Limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje za različite karakteristične granice popuštanja čelika za armiranje  $f_{yk}$  prikazane su u tablici 1.

### 3.5. Tablice za dimenzioniranje

Mogući raspon raspodjele deformacija u armiranobetonskom presjeku općeg oblika za slučaj čistog savijanja prikazan je na slici 4.

Armiranobetonski presjek naći će se u graničnom stanju nosivosti kada je dostignuta bar jedna granična deformacija u betonu ( $-\epsilon_{cu}$ ) ili čeliku za armiranje ( $\epsilon_{s1}$ ) (slika 4.). Ako se upotrijebi proračunski dijagram naprezanje-deformacija za čelik za armiranje s horizontalnom gornjom crtom bez ograničenja deformacija (slika 2.), tada granična deformacija čelika za armiranje nikada neće biti dostignuta. Da bi armiranobetonski presjek bio u graničnom stanju nosivosti, potrebno je dosegnuti i ograničiti deformaciju u tlačnoj zoni betona na  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ .

Tablicu za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka mogli smo dobiti na način da ograničavamo deformaciju u tlačnoj zoni betona na  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ , a varira se deformacija u vlačnoj armaturi  $\epsilon_{s1}$  kao funkcija od  $\omega_1$  (rotacija oko točke A na slici 4.).



Slika 4. Moguće raspodjele deformacija u armiranobetonskom presjeku općeg oblika za slučaj čistog savijanja

Uraduje prikazan novi postupak izrade tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka na način da se varira mehanički koeficijent armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$  zato jer je, prema izrazu (51), potrebna površina vlačne armature linearno ovisna o mehaničkom koeficijentu armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$ .

Ovakvim načinom dobivaju se tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka kod kojih je ista maksimalna apsolutna pogreška prilikom proračuna potrebne površine vlačne armature koja je jednaka koraku variranja mehaničkog koeficijenta armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$  (0,010).

Pri izradi tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka, rotacijom oko točke A, poznato nam je  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ ,  $\omega_1$  se varira od 0,010 do 0,540 s korakom 0,010, a nepoznanica je  $\epsilon_{s1}$ .

Uvrštavanjem izraza (11) i (24) u izraz (52) uz  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$  dobiva se vlačna deformacija u armaturi  $\epsilon_{s1}$  kao funkcija od  $\omega_1$ :

$$\epsilon_{s1} = -3,5 \text{ ‰} \left| \frac{\alpha_v(-3,5 \text{ ‰})}{\omega_1} - 1 \right| \tag{58}$$

Vlačnu deformaciju u armaturi  $\epsilon_{s1}$  kao funkciju od  $\omega_1$  moguće je dobiti direktno iz izraza (58) samo zato jer je deformacija u tlačnoj zoni betona  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ , a kao posljedica toga koeficijent punoće  $\alpha_v(-3,5 \text{ ‰}) = 0,810$  također je konstanta. Kada bi se deformacija u tlačnoj zoni betona  $\epsilon_{c,ed2}$  kretala od 0 ‰ do  $-3,5 \text{ ‰}$ , tada bi se vlačna deformacija u armaturi  $\epsilon_{s1}$  morala dobiti rješavanjem jedne nelinearne jednadžbe s jednom nepoznicom, za svaki redak tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka.

Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka dobivaju se na način da je  $\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ ,  $\omega_1$  se varira od 0,010 do 0,540 s korakom 0,010, a vlačna deformacija u armaturi  $\epsilon_{s1}$  kao funkcija od  $\omega_1$  dobiva se pomoću izraza (58). Preostale vrijednosti u tablici  $\xi$ ,  $\zeta$  i  $\mu_{Ed}$  dobivaju se pomoću izraza (11), (13) i (43).

Tablica za dimenzioniranje armirano-betonskih pravokutnih presjeka izrađena je pomoću računalnog programa Mathcad 15 [22] i prikazana je u tablici 2.

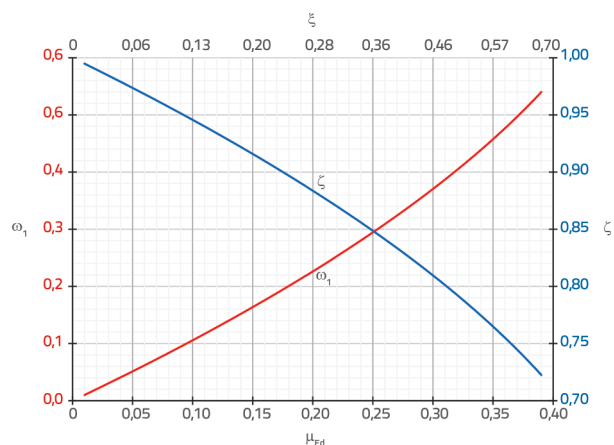
**Tablica 2. Tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka,  $\alpha_v(-3,5\%) = 0,810$  i  $k_s(-3,5\%) = 0,416$**

| $\xi = x/d$ | $\zeta = z/d$ | $\mu_{Ed}$ | $\omega_1$ |
|-------------|---------------|------------|------------|
| 0,012       | 0,995         | 0,010      | 0,010      |
| 0,025       | 0,990         | 0,020      | 0,020      |
| 0,037       | 0,985         | 0,030      | 0,030      |
| 0,049       | 0,979         | 0,039      | 0,040      |
| 0,062       | 0,974         | 0,049      | 0,050      |
| 0,074       | 0,969         | 0,058      | 0,060      |
| 0,086       | 0,964         | 0,067      | 0,070      |
| 0,099       | 0,959         | 0,077      | 0,080      |
| 0,111       | 0,954         | 0,086      | 0,090      |
| 0,124       | 0,949         | 0,095      | 0,100      |
| 0,136       | 0,943         | 0,104      | 0,110      |
| 0,148       | 0,938         | 0,113      | 0,120      |
| 0,161       | 0,933         | 0,121      | 0,130      |
| 0,173       | 0,928         | 0,130      | 0,140      |
| 0,185       | 0,923         | 0,138      | 0,150      |
| 0,198       | 0,918         | 0,147      | 0,160      |
| 0,210       | 0,913         | 0,155      | 0,170      |
| 0,222       | 0,908         | 0,163      | 0,180      |
| 0,235       | 0,902         | 0,171      | 0,190      |
| 0,247       | 0,897         | 0,179      | 0,200      |
| 0,259       | 0,892         | 0,187      | 0,210      |
| 0,272       | 0,887         | 0,195      | 0,220      |
| 0,284       | 0,882         | 0,203      | 0,230      |
| 0,296       | 0,877         | 0,210      | 0,240      |
| 0,309       | 0,872         | 0,218      | 0,250      |
| 0,321       | 0,866         | 0,225      | 0,260      |
| 0,334       | 0,861         | 0,233      | 0,270      |
| 0,346       | 0,856         | 0,240      | 0,280      |
| 0,358       | 0,851         | 0,247      | 0,290      |
| 0,371       | 0,846         | 0,254      | 0,300      |
| 0,383       | 0,841         | 0,261      | 0,310      |
| 0,395       | 0,836         | 0,267      | 0,320      |
| 0,408       | 0,830         | 0,274      | 0,330      |
| 0,420       | 0,825         | 0,281      | 0,340      |
| 0,432       | 0,820         | 0,287      | 0,350      |
| 0,445       | 0,815         | 0,293      | 0,360      |
| 0,457       | 0,810         | 0,300      | 0,370      |
| 0,469       | 0,805         | 0,306      | 0,380      |
| 0,482       | 0,800         | 0,312      | 0,390      |

**Tablica 2. Tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka,  $\alpha_v(-3,5\%) = 0,810$  i  $k_s(-3,5\%) = 0,416$  - nastavak**

| $\xi = x/d$ | $\zeta = z/d$ | $\mu_{Ed}$ | $\omega_1$ |
|-------------|---------------|------------|------------|
| 0,494       | 0,794         | 0,318      | 0,400      |
| 0,506       | 0,789         | 0,324      | 0,410      |
| 0,519       | 0,784         | 0,329      | 0,420      |
| 0,531       | 0,779         | 0,335      | 0,430      |
| 0,544       | 0,774         | 0,341      | 0,440      |
| 0,556       | 0,769         | 0,346      | 0,450      |
| 0,568       | 0,764         | 0,351      | 0,460      |
| 0,581       | 0,758         | 0,356      | 0,470      |
| 0,593       | 0,753         | 0,362      | 0,480      |
| 0,605       | 0,748         | 0,367      | 0,490      |
| 0,618       | 0,743         | 0,372      | 0,500      |
| 0,630       | 0,738         | 0,376      | 0,510      |
| 0,642       | 0,733         | 0,381      | 0,520      |
| 0,655       | 0,728         | 0,386      | 0,530      |
| 0,667       | 0,723         | 0,390      | 0,540      |

Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka (tablica 2.) mogu se prikazati kao dijagram ovisnosti koeficijenta kraka unutarnjih sila  $\zeta$  i bezdimenzijske vrijednosti proračunskog djelujućeg momenta savijanja  $\mu_{Ed}$  i kao dijagram ovisnosti mehaničkog koeficijenta armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$  i bezdimenzijske vrijednosti proračunskog djelujućeg momenta savijanja  $\mu_{Ed}$  (slika 5.). Dijagram ovisnosti koeficijenta kraka unutarnjih sila  $\zeta$  i bezdimenzijske vrijednosti proračunskog momenta savijanja  $\mu_{Ed}$  mogu služiti kao zamjena tablicama za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka. Dijagram ovisnosti mehaničkog koeficijenta armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$  i bezdimenzijske vrijednosti proračunskog djelujućeg momenta savijanja  $\mu_{Ed}$  mogu se koristiti pri određivanju momenta nosivosti  $M_{Rd}$ .



**Slika 5. Dijagrami funkcija  $\zeta(\mu_{Ed})$  i  $\omega_1(\mu_{Ed})$**

#### 4. Direktni analitički postupak

Direktnim analitičkim postupkom moguće je dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka prema normi FprEN 1992-1-1 (druga generacija Eurokoda 2) bez upotrebe tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka navedenih u tablici 2. [3].

Kod direktnog analitičkog postupka potrebno je dobiti visinu neutralne osi  $x$  rješavanjem kvadratne jednadžbe, nakon čega dobivamo potrebnu površinu vlačne armature  $A_{s1}$ . Izraze kod direktnog analitičkog postupka moguće je dobiti samo ako ograničavamo deformaciju u tlačnoj zoni betona na  $\varepsilon_{c,ed2} = -\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$ , kao što je prikazano u poglavlju 3.

Opis pravokutnog poprečnog presjeka  $s$  armaturom prikazan je na slici 3., koji smo koristili tijekom izrade tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka.

Uvrštavanjem izraza (21) i (12) u izraz (39) dobivamo:

$$M_{Ed} = M_{Rd} = F_{cd} \cdot z = (\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}) \cdot (d - k_a(-3,5\text{‰}) \cdot x) \quad (59)$$

Deformacija u tlačnoj zoni betona je  $\varepsilon_{c,ed2} = -\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$ , koeficijent punoće  $\alpha_v(-3,5\text{‰}) = 0,810$ , koeficijent položaja rezultante proračunske tlačne sile u betonu  $k_a(-3,5\text{‰}) = 0,416$ , a jedina nepoznanica u izrazu (59) je visina neutralne osi  $x$ .

Sređivanjem izraza (59) dobiva se kvadratna jednadžba:

$$\frac{k_a(-3,5\text{‰})}{d} x^2 - x + \frac{M_{Ed}}{\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0 \quad (60)$$

koja ima dva rješenja:

$$x_{1,2} = \frac{d}{2 \cdot k_a(-3,5\text{‰})} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot k_a(-3,5\text{‰}) \cdot M_{Ed}}{\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (61)$$

Prvo rješenje  $x_1$  iz izraza (61) nema fizikalno značenje zato jer dobivamo da je  $x_1 > d$ , prema tome drugo rješenje  $x_2$  daje visinu neutralne osi  $x = x_2$ :

$$x = \frac{d}{2 \cdot k_a(-3,5\text{‰})} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot k_a(-3,5\text{‰}) \cdot M_{Ed}}{\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (62)$$

Vlačnu deformaciju u armaturi  $\varepsilon_{s1}$  dobivamo pomoću izraza (9), uz uvrštavanje deformacije u tlačnoj zoni betona  $\varepsilon_{c,ed2} = -\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$ :

$$\varepsilon_{s1} = \frac{-3,5\text{‰} \cdot (d - x)}{x} \quad (63)$$

Uvrštavanjem izraza (35) i (21) u izraz (48), uz pretpostavku da je došlo do popuštanja u vlačnoj armaturi  $\sigma_{s1d} = f_{yd}$  i deformacija u tlačnoj zoni betona  $\varepsilon_{c,ed2} = -\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$ , dobivamo:

$$F_{s1d} - F_{cd} = (f_{yd} \cdot A_{s1}) - (\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}) = 0 \quad (64)$$

Sređivanjem izraza (64) dobiva se potrebna površina vlačne armature:

$$A_{s1} = \frac{\alpha_v(-3,5\text{‰}) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (65)$$

Limitirajući moment savijanja za jednostruko armirani presjek dobije se pomoću izraza (43):

$$M_{Rd,lim} = \mu_{Rd,lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (66)$$

a limitirajuća bezdimenzijska vrijednost moment nosivosti presjeka  $\mu_{Rd,lim}$  dobiva se pomoću tablice 1.

Dobiveni izrazi vrijede općenito bez obzira na odabrani dijagram naprezanje-deformacija betona. Kada bi smo odabrali dijagram naprezanje-deformacija betona u obliku jednolike raspodjele tlačnog naprezanja, koji je dopušten prema normi FprEN 1992-1-1, tada se pretpostavlja da je koeficijent punoće  $\alpha_v(-3,5\text{‰}) = 0,8$ , a koeficijent položaja rezultante proračunske tlačne sile u betonu  $k_a(-3,5\text{‰}) = 0,4$ .

#### 5. Numerički primjeri

##### 5.1. Primjer 1

Izračunava se armatura za pravokutni presjek  $b = 30$  cm i  $h = 65$  cm ( $d = 61$  cm) (vidjeti sliku 3.), naprezan momentom savijanja od stalnog djelovanja  $M_G = 40$  kNm i momentom savijanja od promjenjivog djelovanja  $M_Q = 65$  kNm. Koeficijent sigurnosti za stalno djelovanje je  $\gamma_G = 1,35$ , a koeficijent sigurnosti za promjenjivo djelovanje  $\gamma_Q = 1,50$ . Gradivo: C25/30 i B500. Starost betona u trenutku određivanja tlačne čvrstoće betona  $t_{ref} = 28$  dana. Za beton se primjenjuje razred cementa CN (normalno vezujući). U primjeru se neće provjeravati minimalna ni maksimalna armatura.

Radi usporedbe, primjer treba riješiti tablicama za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka i direktnim analitičkim postupkom.

Koeficijent  $\eta_{cc}$  sukladno izrazu (2):

$$\eta_{cc} = \left( \frac{f_{ck,ref}}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 1,0$$

$$\eta_{cc} = \left( \frac{40}{25} \right)^{\frac{1}{3}} = 1,17 \leq 1,0$$

$$\eta_{cc} = 1,0$$

Koeficijent  $k_{tc}$  za starost betona u trenutku određivanje tlačne čvrstoće betona  $t_{ref} = 28$  dana i razred cementa CN (normalno vezujući):

$$k_{tc} = 1,0$$

Proračunska tlačna čvrstoća betona (1):

$$f_{cd} = \eta_{cc} \cdot k_{tc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot 1,0 \cdot \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ MPa}$$

Proračunska granica popuštanja armature (slika 2.):

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

Proračunski moment savijanja:

$$M_{Ed} = M_G \cdot \gamma_G + M_Q \cdot \gamma_Q = 40 \cdot 1,35 + 65 \cdot 1,50 = 151,5 \text{ kNm}$$

### a) Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka

Limitirajuće vrijednosti za jednostruko armiranje za B500 su (tablica 1.):

$$\xi_{lim} = x/d = 0,530, \mu_{Rd,lim} = 0,334 \text{ i } \xi_{lim} = z/d = 0,780$$

Bezdimenzijska veličina momenta savijanja (43):

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{15150}{30 \cdot 61^2 \cdot 1,67} = 0,081 < \mu_{Rd,lim} = 0,334$$

Budući da je  $\mu_{Ed} < \mu_{Rd,lim}$ , imamo slučaj jednostrukog armiranja. Iz tablica 2. očita se (prvi veći ili jednak  $\mu_{Ed}$ ):

$$\xi = 0,111, \xi = 0,954 \text{ i } \mu_{Ed} = 0,086$$

Potrebna se površina vlačne armature računa prema izrazu (46):

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\xi \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{15150}{0,954 \cdot 61 \cdot 43,47} = 5,99 \text{ cm}^2$$

### b) Direktni analitički postupak

Limitirajući moment savijanja za jednostruko armirani presjek dobije se pomoću izraza (66):

$$M_{Rd,lim} = \mu_{Rd,lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,334 \cdot 30 \cdot 61^2 \cdot 1,667 = 62141 \text{ kNcm} = 621,41 \text{ kNm}$$

Budući da je  $M_{Ed} = 151,50 \text{ kNm} < M_{Rd,lim} = 621,41 \text{ kNm}$ , imamo slučaj jednostruko armiranog presjeka.

Visina neutralne osi  $x$  (izraz 62):

$$x = \frac{61}{2 \cdot 0,416} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,416 \cdot 15150}{0,810 \cdot 30 \cdot 61^2 \cdot 1,667}} \right] = 6,42 \text{ cm}$$

Potrebna površina vlačne armature dobije se pomoću izraza (65):

$$A_{s1} = \frac{\alpha_v(-3,5\%) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,810 \cdot 30 \cdot 6,42 \cdot 1,667}{43,478} = 5,97 \text{ cm}^2$$

Površina vlačne armature dobivena direktnim analitičkim postupkom (5,97 cm<sup>2</sup>) numerički je točna i uvijek će biti manja ili jednaka površini vlačne armature dobivene tablicama za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka (5,99 cm<sup>2</sup>) zato što dimenzioniranjem pomoću tablica tražimo prvi veći ili jednak  $\mu_{Ed}$  od računski dobivenog  $\mu_{Ed}$  kako bismo bili na strani sigurnosti.

## 5.2. Primjer 2

Ovaj primjer je isti kao primjer 1 samo što je proračunski moment savijanja  $M_{Ed} = 100, 200, 300, 400, 500$  i  $600 \text{ kNm}$ , a karakteristične tlačne čvrstoće betona su  $f_{ck} = 40, 45, 50, 55, 60, 70, 80$  i  $90 \text{ MPa}$ . Dimenzioniranje je provedeno prema normi HRN EN 1992-1-1 [1] (prva generacija Eurokoda 2) i normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2). Za čelik za armiranje korišten je bilinearni proračunski dijagram naprezanje-deformacija s horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije.

Dimenzioniranjem prema normi HRN EN 1992-1-1 uzimamo  $\alpha_{cc} = 1,0$ , a ostali parametri dijagrama naprezanje-deformacija betona prikazani su u tablici 3.

Tablica 3. Značajke betona prema normi HRN EN 1992-1-1 [1] (prva generacija Eurokoda)

| Beton                | C40/50 | C45/55 | C50/60 | C55/67 | C60/75 | C70/85 | C80/95 | C90/105 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| $f_{ck}$ [MPa]       | 40     | 45     | 50     | 55     | 60     | 70     | 80     | 90      |
| $\epsilon_{c2}$ [‰]  | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,2    | 2,3    | 2,4    | 2,5    | 2,6     |
| $\epsilon_{cu2}$ [‰] | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,1    | 2,9    | 2,7    | 2,6    | 2,6     |
| $n$                  | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 1,75   | 1,6    | 1,45   | 1,4    | 1,4     |

Tablica 4. Značajke betona prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda)

| Beton               | C40/50 | C45/55 | C50/60 | C55/67 | C60/75 | C70/85 | C80/95 | C90/105 |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| $f_{ck}$ [MPa]      | 40     | 45     | 50     | 55     | 60     | 70     | 80     | 90      |
| $\epsilon_{c2}$ [‰] | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,0    | 2,0     |
| $\epsilon_{cu}$ [‰] | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,5    | 3,5     |
| $k_{tc}$            | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0     |
| $\eta_{cc}$         | 1,000  | 0,961  | 0,928  | 0,899  | 0,874  | 0,830  | 0,794  | 0,763   |

Tablica 5. Rezultati dimenzioniranja

| $M_{Ed}$<br>[kNm] | $(A_{s1,2G} - A_{s1,1G}) / A_{s1,1G}$ [%] |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                   | $f_{ck}$ [MPa]                            |       |       |       |       |       |       |       |
|                   | 40  | 45    | 50    | 55    | 60    | 70    | 80    | 90    |
| 100               | 0,000                                     | 0,065 | 0,112 | 0,110 | 0,106 | 0,102 | 0,096 | 0,105 |
| 200               | 0,000                                     | 0,136 | 0,234 | 0,230 | 0,220 | 0,211 | 0,199 | 0,217 |
| 300               | 0,000                                     | 0,215 | 0,369 | 0,361 | 0,345 | 0,329 | 0,309 | 0,335 |
| 400               | 0,000                                     | 0,305 | 0,519 | 0,506 | 0,482 | 0,457 | 0,427 | 0,462 |
| 500               | 0,000                                     | 0,406 | 0,687 | 0,667 | 0,633 | 0,596 | 0,555 | 0,598 |
| 600               | 0,000                                     | 0,523 | 0,877 | 0,847 | 0,800 | 0,748 | 0,693 | 0,745 |

Značajke betona prema normi FprEN 1992-1-1 [10] (druga generacija Eurokoda 2) prikazani su u tablici 4.

Ukupno je potrebno napraviti 48 dimenzioniranja prema prvoj generaciji Eurokoda 2 i 48 dimenzioniranja prema drugoj generaciji Eurokoda 2. Kod svakog dimenzioniranja izračunana je potrebna površina vlačne armature prema prvoj generaciji Eurokoda 2  $A_{s1,G}$  i potrebna površina vlačne armature prema drugoj generaciji eurokodova  $A_{s1,2G}$ . Razlika rezultata dimenzioniranja je prikazana kao  $(A_{s1,2G} - A_{s1,G}) / A_{s1,G}$ . Ako dobijemo da je  $(A_{s1,2G} - A_{s1,G}) / A_{s1,G}$  veći od 0, onda smo s dimenzioniranjem po drugoj generaciji Eurokoda 2 na strani sigurnosti u odnosu na prvu generaciju Eurokoda 2, odnosno dobivamo veću površinu armature dimenzioniranjem prema drugoj generaciji Eurokoda 2 nego prema prvoj generaciji Eurokoda 2. Rezultati provedenog dimenzioniranja prikazani su u tablici 5.

Uočava se da je razlika  $(A_{s1,2G} - A_{s1,G}) / A_{s1,G}$  uvijek pozitivna, što znači da se dimenzioniranjem prema drugoj generaciji Eurokoda 2 dobiva veća površina vlačne armature negoli dimenzioniranjem prema prvoj generaciji Eurokoda 2. Najveća razlika je za  $M_{Ed} = 600$  kNm i  $f_{ck} = 50$  MPa i iznosi  $(A_{s1,2G} - A_{s1,G}) / A_{s1,G} = 0.877$  %.

### 5.3. Primjer 3

Provedena je usporedba dimenzioniranja presjeka prema prvoj [1] i drugoj [10] generaciji Eurokoda 2 te Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13] (PBAB) uz primjenu odgovarajućih tablica za dimenzioniranje [5, 18]. Zbog toga se dodatno dimenzionira presjek iz primjera 5.1a) prema prvoj generaciji Eurokoda 2 [1] i Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13] (PBAB).

#### a) Proračun prema prvoj generaciji Eurokoda [1]

Prema prvoj generaciji Eurokoda [1] sve veličine su iste kao i kod druge generacije Eurokoda 2 [10] (primjer 5.1a) osim izraza za proračunsku tlačnu čvrstoću betona [1], iako se dobiva ista proračunska tlačna čvrstoća betona po obje generacije Eurokoda 2:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ MPa}$$

Limitirajuće vrijednosti za jednostruko armiranje za betone razreda čvrstoće od C12/15 do C50/60 [5]:

$$\xi_{lim} = x/d = 0,45, \mu_{Rd,lim} = 0,296 \text{ i } \zeta_{lim} = z/d = 0,813$$

Bezdimenzijska veličina momenta savijanja [5]:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{15150}{30 \cdot 61^2 \cdot 1,67} = 0,081 < \mu_{Rd,lim} = 0,296$$

Budući da je  $\mu_{Ed} < \mu_{Rd,lim}$  imamo slučaj jednostrukog armiranja.

Iz tablica [5] se očitava (prvi veći ili jednak  $\mu_{Ed}$ ):

$$\varepsilon_{c,ed2} = -2,6 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1} = 20 \text{ ‰}, \xi = 0,115, \zeta = 0,955 \text{ i } \mu_{Ed} = 0,082$$

Potrebna se površina vlačne armature računa prema izrazu [5]:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{15150}{0,955 \cdot 61 \cdot 43,47} = 5,98 \text{ cm}^2$$

#### b) Proračun prema Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13] (PBAB)

Kod proračuna prema PBAB, ako je moguće, primjenjuju se iste oznake kao i prema prvoj [1] i drugoj [10] generaciji Eurokoda 2. Prema PBAB, upotrebljavaju se globalni koeficijenti sigurnosti za djelovanje, a nema koeficijenata sigurnosti za gradiva. Koeficijent sigurnosti za stalno djelovanje iznosi  $\gamma_G = 1,6$ , a koeficijent sigurnosti za promjenjivo djelovanje  $\gamma_Q = 1,8$ .

Proračunski moment savijanja prema PBAB:

$$M_{Ed} = M_G \cdot \gamma_G + M_Q \cdot \gamma_Q = 40 \cdot 1,6 + 65 \cdot 1,8 = 181 \text{ kNm}$$

Prema PBAB, upotrebljavaju se marke betona (MB) koje su karakteristične tlačne čvrstoće betona (10 % fraktil) dobivene preko kocke stranice ruba 20 cm. Prema obje generacije Eurokoda 2, karakteristična tlačna čvrstoća betona (5 % fraktil) može se dobiti (osim preko cilindra promjera 15 cm i visine 30 cm) i preko kocke stranice ruba 15 cm.

Prema Pravilniku o tehničkim normativima za beton i armirani beton [13] (PBAB) (tablica 1.), odnos tlačne čvrstoće betona

dobiven na kocki stranice 20 cm i tlačne čvrstoće betona dobiven na kocki stranice 15 cm iznosi 0,95. Karakteristična tlačna čvrstoća betona preko kocke stranice 15 cm, prema obje generacije Eurokoda 2, za beton C25/30 iznosi 30 MPa.

Dakle, marka betona (MB) prema PBAB (karakteristična tlačna čvrstoće betona preko kocke stranice 20 cm) iznosi 95 % karakteristične tlačne čvrstoće betona preko kocke stranice 15 cm za beton C25/30:

$$MB = 0,95 \cdot 30 = 28,50 \text{ MPa}$$

Marki betona MB 28,50 odgovara proračunska čvrstoća na tlak  $f_b = 19,52 \text{ MPa}$  (dobiveno prema [13] linearnom interpolacijom iz tablice 15.).

Bezdimenzijska veličina momenta savijanja [18]:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_b} = \frac{18100}{30 \cdot 61^2 \cdot 19,52} = 0,083$$

Iz tablica za dimenzioniranje pravokutnih presjeka prema PBAB [18] odabire se prvi veći ili jednak  $\mu_{Ed}$ :

$$\varepsilon_{c,ed2} = -1,7 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1} = 10 \text{ ‰}, \xi = 0,145, \zeta = 0,947 \text{ i } \mu_{Ed} = 0,084$$

Prema PBAB granična deformacija betona je -3,5 ‰ a granična deformacija armature je 10 ‰.

Potrebna se površina vlačne armature računa prema [18] (prema PBAB u nazivniku nije proračunska granica popuštanja nego karakteristična granica popuštanja armature):

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yk}} = \frac{18100}{0,947 \cdot 61 \cdot 50} = 6,27 \text{ cm}^2$$

### c) Usporedba rezultata

Prema prvoj generaciji Eurokoda 2 (primjer 3a) dobiva se površina vlačne armature 5,98 cm<sup>2</sup>, a prema drugoj generaciji Eurokoda 2 (primjer 1a) dobiva se površina vlačne armature 5,99 cm<sup>2</sup>. Ova razlika je posljedica primjene različitih tablica za dimenzioniranje i očitavanja prvoga većega ili jednakoga  $\mu_{Ed}$  radi sigurnosti. Kada bi se koristile iste tablice tada bi dobili iste rezultate prema prvoj i drugoj generaciji Eurokoda 2.

Prema PBAB dobiva se nešto veća površina vlačne armature (6,27 cm<sup>2</sup>) od površina vlačne armature prema obje generacije Eurokoda 2, ali to je posljedica uporabe različitih koeficijenata sigurnosti.

## 6. Zaključak

Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka osnovno su pomagalo dimenzioniranja pravokutnih presjeka na savijanje. S pomoću tablica za

dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka mogu se jednostavno i brzo dimenzionirati pravokutni armiranobetonski presjeci. To je posebno korisno u okolnostima široke primjene računalnih programa za projektiranje konstrukcija s mogućnošću automatskog dimenzioniranja konstrukcije u vremenu uvođenja druge generacije konstrukcijskih Eurokodova. Naime, barem u fazi prilagodbe na nove norme inženjerima će biti potreban pouzdan alat za kontrolu rezultata pri projektiranju specijaliziranim računalnim programima.

U radu je predložen i izveden novi postupak izrade tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka na način da se varira mehanički koeficijent armiranja vlačnom armaturom  $\omega_1$  zato jer je potrebna površina vlačne armature linearno ovisna o mehaničkom koeficijentu armiranja vlačnom armaturom. Prednost takvog postupka izrade tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka je u tome što se dobiva ista maksimalna apsolutna pogreška tijekom izračuna potrebne površine vlačne armature koja je jednaka koraku variranja mehaničkog koeficijenta armiranja vlačnom armaturom (0,010). Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka izrađene su prema normi FprEN 1992-1-1 (druga generacija Eurokoda 2). Uz tablice su izrađeni dijagrami za jednostavnije dimenzioniranje armiranobetonskih pravokutnih presjeka izloženih savijanju. Dijagrami se mogu rabiti za proračun potrebne armature i za određivanje momenata nosivosti presjeka.

Izveden je i predložen direktni analitički postupak kojim se mogu dimenzionirati armiranobetonski pravokutni presjeci bez upotrebe tablica, koji je numerički točan, a problem se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe. Pokazano je da se kod pravokutnog armiranobetonskog presjeka, uz primjenu dijagrama naprezanje-deformacija betona u obliku parabola i pravca, može izvršiti dimenzioniranje primjenom direktnog analitičkog postupka.

U radu je provedena usporedba dimenzioniranja presjeka uz uporabu proračunskog dijagrama naprezanje-deformacija betona prema prvoj i drugoj generaciji Eurokoda 2. Utvrđeno je da su razlike u izračunanoj količini armature prema tim dvjema generacijama normi zanemarive, čime je dokazano da su pojednostavnjenja dijagrama naprezanje-deformacije betona u drugoj generaciji na strani sigurnosti i racionalna.

Autori rada smatraju da bi se trebala razmotriti šira primjena proračunskog dijagrama naprezanje-deformacija betona u obliku pravokutne raspodjele naprezanja jer ona omogućava primjenu direktnog analitičkog postupka kod pravokutnog i kod T-presjeka. Primjena proračunskog dijagrama naprezanje-deformacija betona u obliku pravokutne raspodjele naprezanja dopuštena je prema normi FprEN 1992-1-1, a pojednostavnjuje dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka.

Također, autori predlažu da se kod dimenzioniranja armiranobetonskog presjeka uvijek ograničava deformacija

u tlačnoj zoni betona na  $-3,5\text{ ‰}$  (rotacija oko točke A) jer to omogućava jednostavniji postupak dimenzioniranja koji se može primijeniti i pri izradi dijagrama interakcije.

Budući da norma FprEN 1992-1-1 nije definirala limitirajuće vrijednosti za čisto savijanje, u ovom se radu predlažu limitirajuće vrijednosti.

## Zahvala

Ovaj je članak rezultat rada u okviru znanstvenoistraživačkog UNIRI projekta "Poboljšanje proračunskih modela za ocjenu stanja građevinskih konstrukcija" koji se financira sredstvima Sveučilišta u Rijeci (br. projekta uniri-tehnic-18-127).

## LITERATURA

- [1] HRN EN 1992-1-1:2013 - Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija - 1-1. dio: Opća pravila i pravila za zgrade (EN 1992-1-1:2004+AC:2010), Hrvatski zavod za norme, 2013.
- [2] Tomičić, I.: Betonske konstrukcije, Treće izmijenjeno i dopunjeno izdanje, DHGK, 1996.
- [3] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2), Berlin Heidelberg: Springer, 2010.
- [4] Kišiček, T., Sorić, Z., Galić J.: Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka, Građevinar, 62 (2010) 11, pp. 1001-1010.
- [5] Sorić, Z., Kišiček, T.: Betonske konstrukcije 1, Drugo izdanje, Građevinski fakultet Zagreb, 2014.
- [6] Holschemacher, K., Müller, T., Lobisch, F.: Bemessungshilfsmittel für Betonbauteile nach Eurocode 2, Ernst & Sohn, 2012.
- [7] Mosley, B., Bungey, J., Hulse, R.: Reinforced Concrete Design to Eurocode 2, Sixth Edition, Palgrave Macmillan, 2007.
- [8] ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318R-19), American Concrete Institute, 2019.
- [9] Smolčić, Ž., Grandić, D.: Dijagrami interakcije za AB kružni poprečni presjek, Građevinar, 64 (2012) 1, pp. 23-31.
- [10] FprEN 1992-1-1:2022: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures, CEN, 2022.
- [11] BS 8110-Part 1:1997: Structural use of concrete - Part 1: Code practice for design and construction, BSI, 1997.
- [12] Službeni list SFRJ: Pravilnik o tehničkim mjerama i uvjetima za beton i armirani beton, broj 51, 1971.
- [13] Službeni list SFRJ: Pravilnik o tehničkim normativima za beton i armirani beton, broj 11, 1987.
- [14] ENV 1992-1-1:1991-Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Comitee for Standardization, 1991.
- [15] Beton-Kalender, Teil II: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung - DIN 1045, Ausgabe Dezember 1978, Ernst & Sohn, 1984.
- [16] Comité Euro-International du Béton: CEB-FIP model code for concrete structures, 1978.
- [17] Radosavljević, Ž.: Armirani beton - Knjiga 2, Građevinski fakultet u Beogradu, 1981.
- [18] Tomičić, I.: Priručnik za proračun armiranobetonskih konstrukcija, Društvo hrvatskih građevinskih konstruktora, 1993.
- [19] Kordina, K.: Bemessungshilfsmittel zu Eurocode 2 - Teil 1, Planung von Stahlbeon und Spannbetontragwerken, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 425, Beuth Verlag GmbH, 1992.
- [20] DIN EN 1991-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, DIN Deutsches Institut für Normung, 2013.
- [21] Beton-Kalender 2009 - Teil 2: Konstruktiver Hochbau, Aktuelle Massivbaunormen: DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Stand, Ernst & Sohn, 2009.
- [22] Mathcad 15.0 M010: User's Guide, 2011.