

Gravitacija i Keplerovi zakoni

Milardović, Lucija

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:199661>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-15**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI

LUCIJA MILARDOVIĆ

GRAVITACIJA I KEPLEROVI ZAKONI

Završni rad

Rijeka, srpanj 2019.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI

Sveučilišni preddiplomski studij
Fizika

Lucija Milardović
JMBAG: 0114025381

Gravitacija i Keplerovi zakoni

Završni rad

U Rijeci, 31.07.2019.

SADRŽAJ:

1. UVOD.....	5
2. RAZRADA.....	8
2.1. Johannes Kepler	8
2.2. Prvi Keplerov zakon	10
2.3. Drugi Keplerov zakon	14
2.4. Treći Keplerov zakon	16
3. ZAKLJUČAK	19
4. LITERATURA	20

SAŽETAK

U ovome radu objasniti ću pojam gravitacije i Keplerovih zakona gibanja koji se na to vežu. U samome uvodu definirati ću pojam gravitacije, od prvih vremena pa sve do znanstvenog tumačenja te prirodne pojave. Kroz povijest, svaki je znanstvenik imao svoja uvjerenja, a kako je ljudska svijest napredovala tako su se i shvaćanja mijenjala. Tako će Kepler na temelju dotadašnjih saznanja, u 16.stoljeću doći do vlastitih spoznaja koje ću detaljnije objasniti kroz njegov rad i objavu takozvanih “Keplerovih zakona gibanja“.

Ključne riječi: gravitacija, Keplerov zakon, planet, Sunce, gibanje, sila, zakon

1. UVOD

Riječ „gravitacija“ dolazi od latinske riječi „gravitas“, što znači težina. To je fenomen prirode kojim se sva tijela koja posjeduju određenu masu ili energiju (npr. planeti, zvijezde, svjetlost) međusobno privlače. Uloge gravitacije kao prirodne pojave su višestruke i velike: gravitacija je u svemiru omogućila da se plinovite tvari počnu povezivati i tako stvarati zvijezde, a onda povezivanjem zvijezda da nastanu galaksije. Na Zemlji gravitacija daje težinu svim fizičkim objektima.

Još u dalekoj povijesti čovjek je primjetio djelovanje gravitacije na Zemlji. Počevši od toga da mora postojati određena sila koja nas „drži“ na Zemlji, do toga da kada neki predmet ispustimo, on pada prema tlu brže, te mnogo drugih primjera. U prvim poznatim civilizacijama kao što su Stara Grčka i Rim, dolazi do prvih spoznaja o gravitaciji. Aristotel je smatrao da je potrebna stalna sila ukoliko se predmet kreće stalnom brzinom. Također, po njegovom mišljenju predmeti na Zemlji padaju jer tako traže svoje mjesto, a zvijezde neovisno o tome, posjeduju vlastito prirodno gibanje. Isto tako, znamo da je Arhimed, (poznati grčki znanstvenik, fizičar i matematičar) prvi definirao težište trokuta. Marcus Vitruvius Pollio, bio je rimski pisac i arhitekt. U svom djelu „De Architectura“, iznosi svoju tezu kojom kazuje da gravitacija nekakvog objekta ovisi o njegovoj prirodi a ne o težini. Nadalje, u drevnoj Indiji se također spominje pojam gravitacije. Aryabhata, poznati indijski astronom i matematičar je prvi naveo kako postoji privlačna sila koja zadržava predmete na Zemlji dok ona rotira. Za pojam gravitacije koristio je riječ „gruhtvaakarshan“. Sve do 16.stoljeća bio je prihvaćen geocentrični sustav koje je postavio Hipak, a dovršio Klaudije Ptolomej u 2.stoljeću (Slika 3). To je sustav u kojemu se Zemlja nalazi u središtu a sva nebeska tijela se jednom dnevno rotiraju oko nje (Mjesec rotira jednom mjesečno a Sunce jednom u godini). Također smatra se da se nebeske sfere kreću oko određenih osi (to su tvrdili Aristotel i Pitagora), ili epiciklama (po Ptolomeju). To bi značilo da se nebeska tijela kreću po kružnici.

Ozbiljnije, tj. Znanstveno definiranje pojma gravitacije započinje krajem 16. i početkom 17.stoljeća. Tada Galileo Galileji, talijanski matematičar, astronom, fizičar, vrši eksperiment bacanja loptica sa tornja u Pisi (Slika 1) i detaljno mjeri kotrljanje kuglica niz padine.

Matematičkom analizom pokusa, utvrdio je da je ubrzanje Zemljine sile teže bilo kojega padajućeg tijela konstantno i jednako za sva tijela na Zemljinoj površini. Također, obznanio je da je otpor zraka razlog sporijeg padanja predmeta koji imaju manju masu. To je bilo glavno odstupanje u odnosu na Aristotelovo uvjerenje da teži objekti imaju veće gravitacijsko ubrzanje.

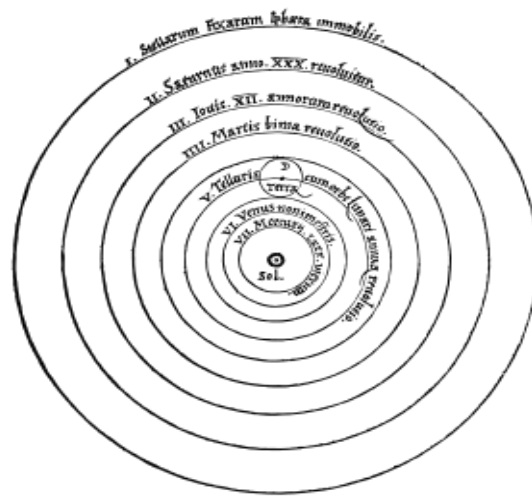


Slika 1 – kosi toranj u Pisi

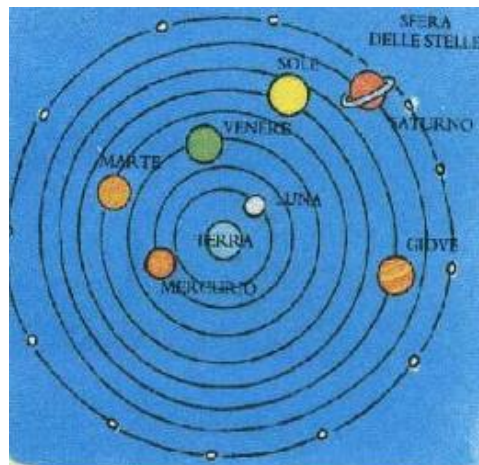
Spomenuta geocentrična teorija bila je usvojena sve dok Nikola Kopernik nije definirao heliocentrični sustav na temelju saznanja do kojih je došao Galileo (Slika 2). Međutim, i prije Kopernika su se mnogi zalagali za heliocentričnu ideju sustava. Tako je još Sv. Toma Akvinski tu ideju predstavio crkvi, no ona to nije mogla usvojiti zbog pre malo znanstvenih dokaza, iako se slagala sa njegovim stajalištem. Nadalje, Anrizah (iz civilizacije Stare Grčke) je također posvetio pažnju analizi ideje heliocentričnog sustava (Slika 2), no nije uspio nametnuti svoju ideju. Tako je

ta spoznaja ostala neusvojena sve dok ju Nikola Kopernik nije definirao. Kopernikov sustav je sustav u čijem se središtu nalazi Sunce a oko njega obilaze sva ostala nebeska tijela.

Sve u svemu, Galileova saznanja doprinjela su također i razvoju Newtonove definicije gravitacije. Issac Newton (1642.- 1717.), je engleski fizičar, astronom i matematičar. 1687. godine objavio je svoje glavno djelo „Matematička načela prirodne filozofije“. Njegova razmatranja su utemeljena na Keplerovim zakonima.



Slika 2. – Sunčev sustav po Koperniku



Slika 3. – Ptolomejev geocentrični model

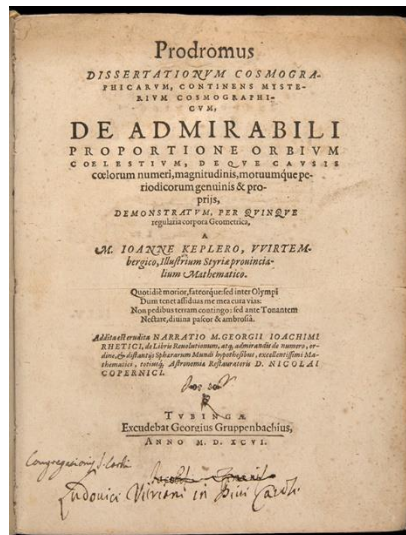
2. RAZRADA

2.1. Johannes Kepler

Johannes Kepler (Weil der Stadt, 27. prosinca 1571. – Regensburg, 15. studenog 1630.) (Slika 4) bio je njemački astronom, matematičar i astrolog. Odmalena je privlačio pažnju svojim nadprosječnim logičnim razmišljanjima. Ljubav prema astronomiji razvila se u njemu dok je još bio dječak, te održala tokom cijelog života. Završio je studij filozofije i teologije u Tubingeru, no uz to se bavio astrologijom. Sredstva od pisanja horoskopa za plemenitaške obitelji omogućuju mu da se posveti znanosti. Proučavao je Ptolomejski i Kopernikov sustav gibanja planeta, a naposljetku se odlučio za Kopernikov. Također, ideju heliocentrizma je smatrao točnom, proučavajući ju sa znanstvene i vijerske strane. U Grazu je radio kao profesor, 1596. godine objavio je svoje prvo djelo „Mysterium Cosmographicum“ (Svemirska tajna), (slika 5). U njemu se zalaže za prihvaćanje Kopernikova sustava. Kasnije, 1621. godine izdaje prošireni, izmjenjeno i poboljšano izdanje iste knjige. Dok je živio u Pragu, posvetio se određivanju Zemljine staze. Za to proučavanje bilo je potrebno da u suradnji sa Tychoom Braheom odradi osebujna mjerenja. 1601. godine proglašen je matematičarom cara Rudolfa II., nakon toga se bavio izučavanjem optike a danas se njegovo djelo „Astronomiae Pars optica“ smatra temeljem moderne optike. 1604. godine objavljuje knjigu „De Stella nova in pede Serpentarii“ (O novoj zvijezdi u stopalu Zmijonosca), a ta zvijezda je naknadno nazvana SN 1604. jer se ustanovilo da je to druga supernova u generaciji. Daljnji znanstveni rad dovodi do izdanja knjige „Nova astronomija“ koja obuhvaća najveće zaključke do kojih je došao, u što spadaju i analize gibanja planeta. Nakon toga, došao je do spoznaja koje sada znamo pod nazivom „Keplerovi zakoni“, koje ću kasnije detaljnije objasniti. Od njegovih ostalih radova istaknula bih slijedeće. Daljnje proučavanje optike dovelo je do toga da 1610. godine objavi djelo „Dioptrice“ te opiše teleskop poznat pod nazivom „Keplerov teleskop“. Nadalje, radi na tzv. „Rudolfovima tablicama“, postaje astronom grofa Walensteina tj. Izrađuje mu horoskope. Započinje sa ozbiljnijim radom na „Rudolfovima tablicama“, te na osnovu njih računa precizno gibanje planeta pa se po tome rade horoskopi. Međutim, njega taj rad nije ispunjavao te je padao sve dublje i dublje, što je međuostalim dovelo do njegove smrti 1630. godine.



Slika 4. – Johannes Kepler

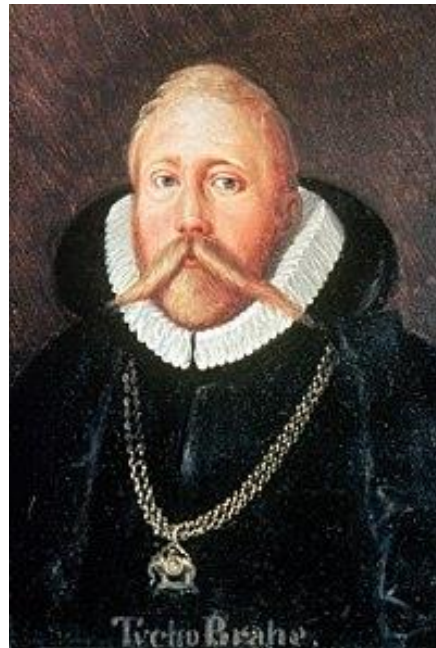


Slika 5. –Mysterium Cosmographicum (naslovna strana)

2.2. Prvi Keplerov zakon

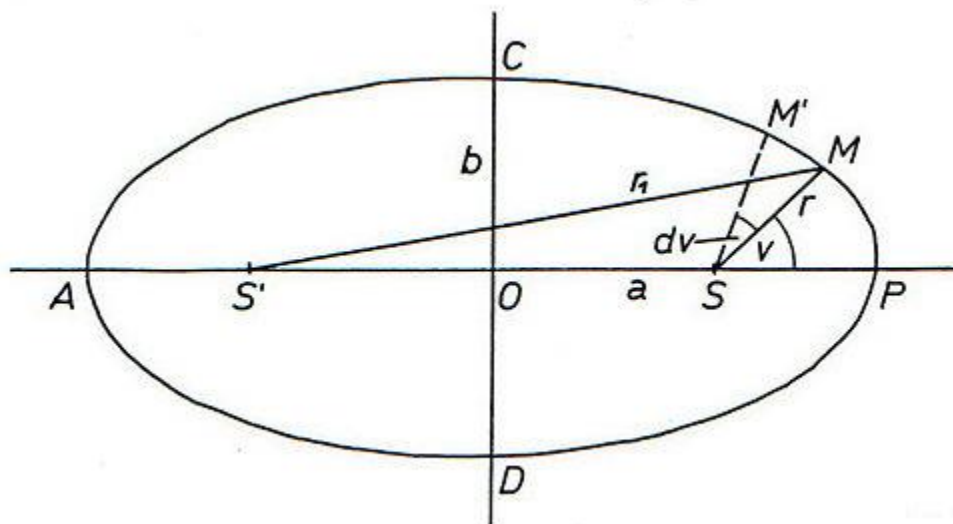
Kao što sam već napomenula u tekstu, sve do 16.stoljeća astronomi su smatrali da se planete kreću po kružnicama, ili ih se može prikazati kao superpozicije kružnih gibanja. Vladalo je vjerovanje da je Bog odredio kružno gibanje jer je to „savršen“ način gibanja.

Međutim, Kepler je detaljnim izučavanjima prema Braheovim (Slika 6) i svojim mjerenjima iznio stav da se planete kreću po elipsama. Dakle uzimajući u obzir tu spoznaju i ideju heliocentrizma dolazi do definiranja prvog Keplerovog zakona.



Slika 6. – Tycho Brahe

Planeti se po eliptičnim putanjama gibaju oko Sunca, koje je u zajedničkom žarištu elipsa (Slika 7).



Slika 7. - geometrijski prikaz gibanja planeta

Velika poluos (a) i mala poluos (b) određuju elipsu, a njen oblik definiran je ekscentricitetom e , udaljenosti od središta.

Linearni ekcentricitet (jednadžba 1) :

$$e = \overline{OS} = \overline{OS'} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Jednadžba 1.

Numerički ekscentricitet (jednadžba 2):

$$\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

Jednadžba 2.

Iz čega slijedi (jednadžba 3):

$$\frac{b^2}{a} = p = a(1 - \varepsilon^2)$$

Jednadžba 3.

A slovo p je parameter elipse.

Uzimajući u obzir definiciju za elipsu: $r + r_1 = 2a$, i primjenom kosinusovog poučka na trokutu $SS'M$ dobiva se:

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos v}$$

Jednadžba 4.

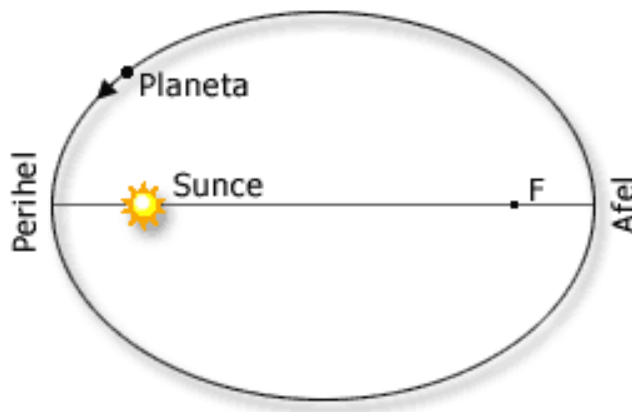
Tako smo dobili matematičku jednadžbu za prvi Keplerov zakon gibanja tj. za jednadžbu elipse (Jednadžba 4).

Iz potonjeg izraza uočavamo da je udaljenost planeta od Sunca ovisna o kutu v . Za $v = \frac{\pi}{2}$ vrijedi $r = p$, iz čega dobivamo definiciju parametra p kao vektora položaja planeta okomitog na elipsinu glavnu os.

Afel (A – u toj točki je najveća udaljenost Zemlje naspram Sunca) i perihel (P – u toj točki je najmanja udaljenost Zemlje naspram Sunca) su dvije karakteristične točke putanje planeta (Slika 8). Sa α se označava srednja udaljenost planeta naspram Sunca pa iz toga slijede sljedeći izrazi (Jednadžbe 5 i 6):

$$A = \alpha(1 + \varepsilon) \quad \text{i} \quad P = \alpha(1 - \varepsilon)$$

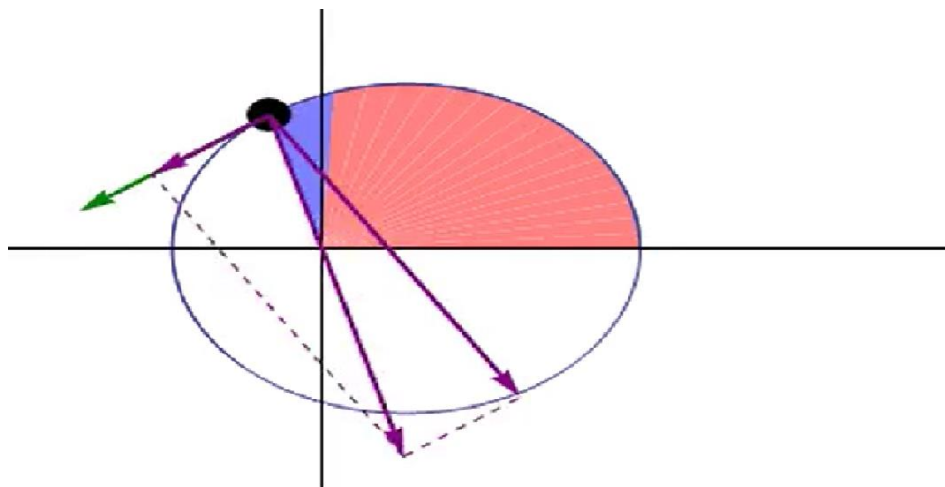
Jednadžbe 5.i 6.



Slika 8. – perihel i afel

2.3. Drugi Keplerov zakon

Radijvektor Sunce-planet opisuje jednake površine u jednakim vremenskim intervalima tj. onda kad je planet bliže Suncu, tada se i giba brže i obrnuto (iz tog razloga godišnja doba ne traju isto).



Slika 9:

plava površina – površina koju opisuje radijvektor Sunce – planet

strelica označena zelenom bojom – vektor brzine

strelica označena ljubičastom bojom i usmjerena prema Suncu – vektor ubrzanja

preostale dvije strelice – komponente vektora brzine

Za infinitezimalno mali vremenski interval dt , pripadajući kut je dv (v izraženo u radijanima) i provodnica tokom tog intervala opiše površinu koja je jednaka (Jednadžba 7):

$$dp = \frac{r^2\pi}{2\pi} dv = \frac{1}{2}r^2 dv$$

Jednadžba 7.

Za infinitezimalno mali vremenski interval dt , pripadajući kut je dv (v izraženo u radijanima) i provodnica tokom tog intervala opiše površinu koja je jednaka (Jednadžba 7):

Zbog toga što je povećanje kuta dv također izrazito malo, tu površinu isječka elipse aproksimiramo površinom isječka kruga polumjera r . Iz navedenog pojednostavljenja dobivamo (Jednadžba 8):

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2}r^2 \frac{dv}{dt}$$

Jednadžba 8.

Lijeva strana jednadžbe označava površinsku brzinu za koju vrijedi (Jednadžba 9)

$$\frac{dp}{dt} = \text{const}$$

Jednadžba 9.

Te slijedi formula za drugi Keplerov zakon (Jednadžba 10):

$$r^2 \frac{dp}{dt} = C$$

Jednadžba 10.

2.4. Treći Keplerov zakon

Pomoću prvog i drugog zakona Kepler je objasnio kretanje planeta. Nakon toga zanimalo ga je u kojem su odnosu vrijeme obilaska planeta s obzirom na to koliko su udaljene u odnosu na Sunce. Kako bi potvrdio svoje sumnje, sa dosadašnjim saznanjima mogao je reći samo to da planet koji je bliže Suncu, brže će ga i obići. Još od prije su se znala vremena obilaska raznih planeta oko Sunca. Međutim, trebalo je matematički doći do rješenja. Tako je došao dio spoznaje da je kvadrat vremena obilaska za svaki planet srazmjeran kubu njegove srednje vrijednosti udaljenosti od Sunca. To je definicija trećeg Keplerovog zakona gibanja (Jednadžba 11).

Vrijedi izraz:

$$\frac{a^3}{T^2} = k$$

Jednadžba 11.

U kojem je k jednak broj za sve planete. Za mjernu jedinicu uzimamo 1 a.j. , te jednu godinu kao mjernu jedinicu vremena pa dobivamo (Jednadžba 12) :

$$a^3 = T^2$$

Jednadžba 12.

U ovome zakonu precizno je opisana veza udaljenosti planeta od sideričkih perioda. Postoje siderički (T) i sinodički (S) period (Slika 9), a uz poznatu veličinu perioda ophodnje Zemlje oko Sunca (E)

dobivamo izraze za:

Gornji planeti (Jednadžba 13):

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{E} - \frac{1}{T}$$

Jednadžba 13.

Donji planeti (Jednadžba 14):

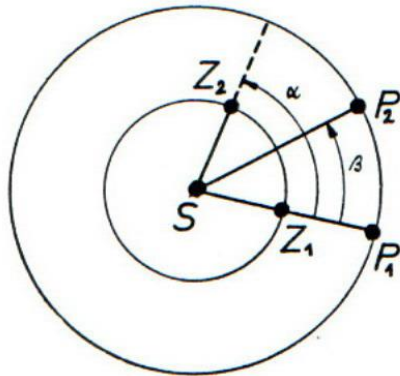
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{E}$$

Jednadžba 14.

Te na kraju općeniti izraz (Jednadžba 15):

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{S} \pm \frac{1}{E}$$

Jednadžba 15.



Slika 10. – odnos sideričkog i sinodičkog perioda

1687. godine Issac Newton izdaje djelo “Matematička načela prirodne filozofije”. Iznosi da je privlačna sila na Zemlji obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti od Zemljinog težišta. Kada je taj zaključak primjenio na ostala nebeska tijela definirao je “Opći zakon gravitacije”.

Sada se pomoću tog zakona mogu točnije napisati i Keplerovi zakoni, a problem u malim odstupanjima Newtonove teorije i istraživanjima u astronomiji uspijeva riješiti Albert Einstein 1916. godine “Općom teorijom relativnosti”.

3.ZAKLJUČAK

Cilj ovoga rada bio je pokazati kako su znanstvenici kroz povijest objašnjavali gravitaciju, pa sve do znanstvenog pristupanja definiranju, te povezanost sa Keplerovim zakonima gibanja.

Dakle, od davnih vremena ljudi su primjetili gravitaciju kao prirodnu pojavu, no nisu je znali dobro objasniti. No kako je dolazilo do sve većeg razvoja civilizacija tako se sve više znalo. Tako od prvih i najjednostavnijih objašnjenja, dolazimo do objašnjenja velikih stručnjaka kao što su: Aristotel, Arhimed, Marcus Vitruvius Pollio, Aryabhata, Hipak, Ptolomej, Galileo, Kepler, Newton i na kraju Einstein. Istodobno s tim rješava se i problematika putanja planeta, te odnos Sunca, planeta i njihovo kretanje. Tako do 16.stoljeća vlada geocentrična teorija i ideja da se nebeska tijela kreću po kružnim putanjama.

Nikola Kopernik je definirao heliocentrični sustav a Kepler u svom prvom zakonu objedinjuje ideju heliocentrizma i svog zaključka da se planeti kreću po eliptičnim putanjama. Iz drugog Keplerovog zakona saznajemo da radijvektor Sunce-planet opisuje jednake površine u jednakim vremenskim intervalima tj. onda kad je planet bliže Suncu, tada se i giba brže. Treći zakon glasi da je kvadrat vremena obilaska za svaki planet srazmjern kubu njegove srednje vrijednosti udaljenosti od Sunca. Nakon Keplera, znanstvenim radom kojim se bavio Newton uspjelo se točnije opisati Keplerove zakone, a u potpunosti ih je objasnio tek Albert Einstein 1916.godine.

4.LITERATURA

https://hr.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler

https://hr.wikipedia.org/wiki/Keplerovi_zakoni

<https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity>

https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler%27s_laws_of_planetary_motion

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/kepler.html>

<https://hr.wikipedia.org/wiki/Elipsa>

<https://www.space.com/17661-theory-general-relativity.html>