

Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku normalnog betona

Butorac, Matea

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/um:nbn:hr:157:338476>

Rights / Prava: [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-22**



Image not found or type unknown

Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U
RIJECI GRAĐEVINSKI
FAKULTET**

Matea Butorac

**Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku normalnog betona
Determination of secant modulus of elasticity in compression for normal concrete**

Završni rad

Rijeka, 2019.

**SVEUČILIŠTE U
RIJECI GRAĐEVINSKI
FAKULTET
Preddiplomski
sveučilišni studij
građevinarstva**

Inženjeski materijali

**Matea Butorac
JMBAG:
0114028399**

**Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku normalnog betona
Determination of secant modulus of elasticity in compression for normal concrete**

Završni rad

Rijeka, 16.09.2019.

Naziv studija: Preddiplomski sveučilišni studij Građevinarstvo

Znanstveno područje/područja: Tehničke znanosti

Znanstveno polje/polja: Temeljne tehničke znanosti

Znanstvena grana/grane: Materijali

Tema završnog/diplomskog rada

Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku normalnog betona

Determination of secant modulus of elasticity in compression for normal concrete

Kandidat: **MATEA BUTORAC**

Kolegij: **Inženjerski materijali**

Završni/Diplomski rad broj: _____

Zadatak:

Zadatak kandidatkinje je pisati slijedeće:

- općenito o statičkom modulu elastičnosti betona (definicija, primjena)
- uobičajene vrijednosti modula elastičnosti normalnog betona
- odnos statičkog modula elastičnosti i tlačne čvrstoće normalnog betona
- eksperimentalno određivanje sekantnog modula elastičnosti
- obrada rezultata ispitivanja i diskusija
- zaključak

Tema rada je uručena: 13.3.2019.

Mentor:

Doc. dr. sc. Natalija Bede

IZJAVA

Završni rad izradio/izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom/mentoricom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Matea Butorac

U Rijeci, 16.09.2019.

IZJAVA

Završni rad nastao je kao rezultat rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001) (voditelj prof. dr. sc. Nevenka Ožanić) koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.

U Rijeci, 16.09.2019.

SAŽETAK

Statički modul elastičnosti je jedan od važnijih podataka pri analizi betonskih elemenata. Međutim, ispitivanje statičkog modula elastičnosti pokazalo se dosta zahtjevnijim od ispitivanja tlačne čvrstoće. Kao rezultat toga nastale su brojne empirijske relacije koje povezuju tlačnu čvrstoću i gustoću betona te na taj način daju procjenu vrijednosti statičkog modula elastičnosti.

Osnovni cilj ovog rada je ispitati sekantni modul elastičnosti normalnog betona te usporediti vrijednosti modula elastičnosti dobivenog ispitivanjem i izračunatog putem empirijskih formula. Vlastita ispitivanja modula elastičnosti, provest će se na uzorcima betonskih prizmi. U radu je opisan cijeli postupak ispitivanja te svi potrebni uređaji koji su potrebni za uspješno provođenje ispitivanja u laboratoriju. U konačnici su rezultati ispitivanja statičkog modula elastičnosti uspoređeni s vrijednostima dobivenim korištenjem empirijskih izraza te na temelju toga doneseni zaključci.

KLJUČNE RIJEČI: normalni beton, deformacija, naprezanje, modul elastičnosti, tlačna čvrstoća, sekantni modul elastičnosti

Sadržaj:

1. Uvod.....	1
2. Modul elastičnosti.....	2
2.1 Statički modul elastičnosti.....	6
3. Uobičajene vrijednosti modula elastičnosti normalnog betona	9
4. Odnos statičkog modula elastičnosti i tlačne čvrstoće normalnog betona.....	10
5. Općenito o eksperimentalnom određivanje sekantnog modula elastičnosti.....	14
5.1. Uređaji za ispitivanje.....	14
5.1.1. Uređaji za nanošenje tlačnog opterećenja.....	14
5.1.2. Uređaji za mjerenje deformacije.....	15
5.2. Oblik i dimenzije uzoraka.....	19
5.3. Metode ispitivanja sekantnog modula elastičnosti.....	20
5.3.1. Metoda A- Određivanje početnog i stabiliziranog sekantnog modula elastičnosti.....	20
5.3.2. Metoda B – određivanje stabiliziranog sekantnog modula elastičnosti.....	22
6. Eksperimentalno ispitivanje.....	25
6.1. Normalni beton.....	25
6.2. Ispitivanje tlačne čvrstoće.....	27
6.3. Ispitivanje modul elastičnosti.....	31
7. Obrada rezultata ispitivanja i diskusija.....	34
7.1. Tlačna čvrstoća.....	34
7.2. Sekantni modul elastičnosti.....	37
8. Zaključak.....	44
9. Literatura i izvori.....	45

1. UVOD

Beton je jedan od najrasprostranjenijih materijala na čitavoj planeti. Od 2005. godine proizvodi se šest milijardi kubnih metara godišnje, što je gotovo jedan kubni metar po stanovniku u cijelom svijetu. Beton je postao dominantni materijal kojim se grade građevine, a može se podijeliti na normalne, lagane i teške. Normalni beton u usporedbi sa laganim betonom ima bolja svojstva, a u usporedbi s teškim betonom je ekonomičniji za izradu. Svakim danom postavlja se pitanje kako postići svojstva koja će građevini dati trajnost, otpornost i u konačnici, najbitnije od svega, sigurnost. Mjera krutosti betonskog materijala određena je modulom elastičnosti. Modul elastičnosti betona dijeli se na statički i dinamički. Metode koje se koriste za mjerjenje modula elastičnosti su ispitivanje na tlak, ispitivanje na savijanje i ispitivanje vibracija prirodne frekvencije. Ispitivanje na tlak i na savijanje, temelje se na načelu Hookeovog zakona i nazivaju se statičkim metodama kojima se u konačnici dobije statički modul elastičnosti. Ispitivanje vibracija prirodne frekvencije koriste se kod određivanje dinamičkog modula elastičnosti. Modul elastičnosti očvrslog betona pri tlaku se ispituje u laboratoriju, mjereći deformacije i naprezanja koja se odvijaju u unutrašnjosti uzorka valjka ili prizme. Kao rezultat laboratorijskih ispitivanja dobivaju se slijedeći parametri: Kao rezultat laboratorijskih ispitivanja dobivaju se slijedeći parametri:

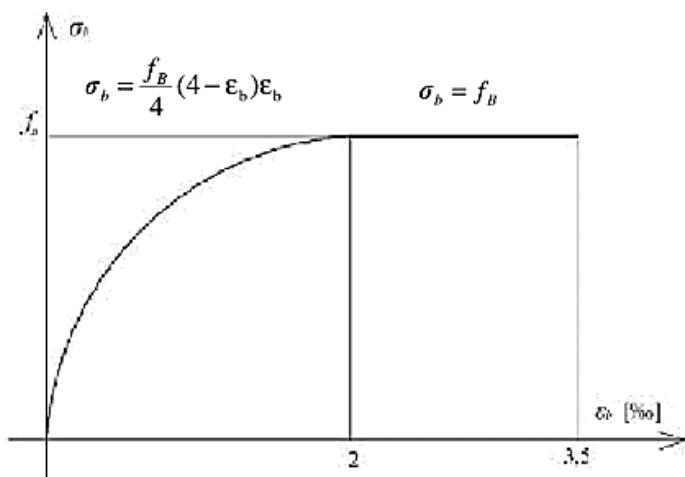
- Tlačna čvrstoća betona
- Modul elastičnosti
- Elastična deformacija betona
- Relativno produljenje ϵ

U ovom radu detaljnije se objašnjava ispitivanje sekantnog modula elastičnosti betona na uzorcima betonskih prizmi od normalnog betona. Prilikom ispitivanja sekantnog modula elastičnosti, najvažniji podatak koji se dobiva prilikom nanošenja opterećenja na uzorak je radni dijagram betona, odnosno dijagram naprezanja i deformacija iz kojeg se izračuna sekantni modul elastičnosti. Za ispitivanje sekantnog modula elastičnosti potrebno je prethodno poznavati i tlačnu čvrstoću betona koja se može odrediti ispitivanjem uzorka oblika kocke ili valjka. Osnovni cilj ovog rada je ispitati sekantni modul elastičnosti na uzorcima oblika prizme od normalnog betona te usporediti odnos modula elastičnosti dobivenog na temelju rezultata ispitivanja i putem empirijskih izraza.

2. MODUL ELASTIČNOSTI

Osnovni parametar koji opisuje krutost betona zove se modul elastičnosti. Modul elastičnosti je jedno od najbitnijih svojstava krutih materijala, pa tako i betona. Ovisi o parametrima čvrstoće i gustoće betona, o sastavu betona te vrsti agregata.¹

Beton je nelinearan materijal. Mehaničkim nanošenjem opterećenja u beton se unosi energija koja se u materijalu pohranjuje elastično ili plastično. Način na koji materijal pohranjuje tu energiju prikazan je krivuljom naprezanja i deformacije. Kod betona, zakrivljenost $\sigma - \epsilon$ krivulje javlja se već pri vrlo malim naprezanjima. U skladu s tim, radni, odnosno proračunski dijagram betona sastoji se od paraboličnog i pravolinijskog dijela (Slika 1). Pri tome, vrijednosti čvrstoće f_c pri tlaku, definirane su za svaku vrstu betona posebno, a više o tome obraditi će se u poglavljju 2.²



Slika 1 : Radni dijagram betona³

¹ Chapter 15 –Modulus of Elasticity

² Građevinski materijali 2, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 2014./2015. školska godina, str.60
<https://www.docsity.com/sr/modul-elastичnosti-1/575962/>

³ Betonske konstrukcije 1, prof.dr.sc. Ivan Tomičić, dipl.ing.građ., Zagreb 1996.

Deformacija je zapravo posljedica opterećenja, a ako se prilikom rasterećenja uzorak vrati u prvobitni oblik takva se pojava naziva elastičnom deformacijom. Za izračun elastične deformacije ε_{el} , koristi se formula (1), preuzeta iz ⁴:

$$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma}{E_b} \quad (1)$$

gdje σ (N/mm^2) označava naprezanje, a E_b modul elastičnosti betona (N/mm^2).

Kada se materijal elastično deformira, količina deformacija ovisi o dimenzijama uzorka. Međutim, deformacija za određeno opterećenje je uvijek ista što se može povezati sa Hookeovim zakonom⁵.

Deformacija je izravno proporcionalna naprezanju prema formuli (2) , preuzetoj iz ⁶:

$$\sigma = \varepsilon * E \quad (2)$$

Gdje je σ -naprezanje (MPa) , E -modul elastičnosti (MPa), a ε -deformacija (bezdimenzionalna veličina ili %).

Iz toga slijedi da je prema Hookeovom zakonu modul elastičnosti E , prikazan kao omjer naprezanja σ i deformacije ε , prema formuli (3) , preuzetoj iz ⁷ :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3)$$

Naprezanje se ne može izravno izmjeriti. Možemo ga izračunati iz različitih formula za različite tipove opterećenja.

⁴ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

⁵ Hookeov zakon je zakonitost koja opisuje ovisnost promjene oblika čvrstoga tijela u obliku štapa o djelovanju vanjske sile, što ju je utvrdio Robert Hooke. Opterećenjem izazvano naprezanje σ razmjerno je deformaciji ε .

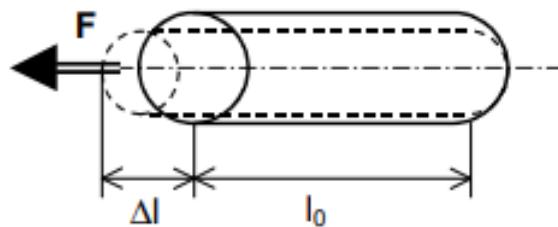
⁶ Chapter 15 –Modulus of Elasticity

⁷ Chapter 15 –Modulus of Elasticity

Deformacija se definira kao promjena duljine, podijeljena s početnom duljinom (Slika 2), prikazano formulom (4) preuzetoj iz⁸:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \quad (4)$$

Gdje je deformacija, ε (bezdimenzionalna veličina ili %), Δl promjena duljine (m), l_1 duljina nakon produljenja (m), l_0 početna duljina (m).



Slika 2: Određivanje deformacije⁹

Ispitivanja modula elastičnosti pokazala su se zahtjevnija od ispitivanja tlačne čvrstoće betona. Propisi su definirali formule koje se mogu koristiti za određivanje modula elastičnosti preko gustoće i tlačne čvrstoće betona. Međutim, određivanje modula elastičnosti na ovaj način može znatno odstupati od stvarnih vrijednosti. Razlika može biti, ovisno o formuli, do ±20%, pa se taj način određivanja modula elastičnosti ne preporuča.¹⁰

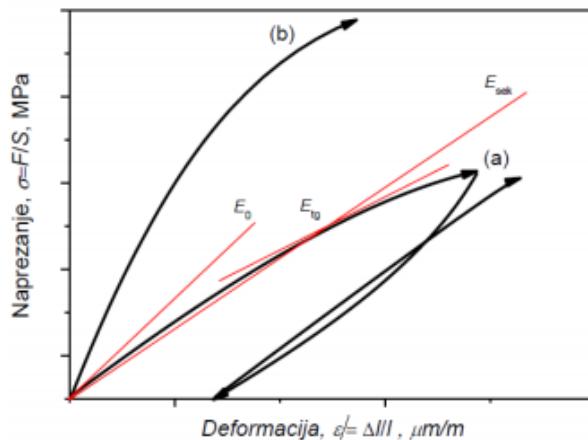
Izračunavanje područja u kojem se beton deformira, odnosno područja u kojem dolazi do pojave elastične deformacije, određuje se pomoću sekantnog modula elastičnosti koji pripada statičkom modulu elastičnosti. Na prvoj krivulji radnog dijagrama (Slika 3) mogu se odrediti tri vrste statičkog modula elastičnosti, gdje spada i prethodno spomenuti sekantni modul (E_{sek}), a osim njega pomoću krivulje mogu se odrediti još i početni modul elastičnosti (E_0) koji je najveći, te tangentni modul elastičnosti (E_{tg}). Sekantni modul elastičnosti određuje se kao koeficijent smjera pravca koji prolazi ishodištem radnog dijagrama i bilo kojom točkom na krivulji, dok tangentni modul predstavlja koeficijent smjera tangente u točki krivulje radnog dijagrama (Slika 4).¹¹

⁸Chapter 15 - Modulus of Elasticity

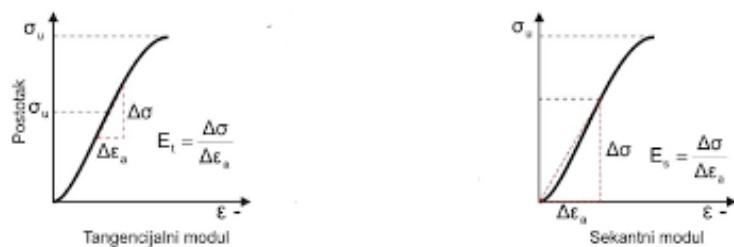
⁹Chapter 15 - Modulus of Elasticity

¹⁰ Štefek Polančec, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015

¹¹ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka



Slika 3: Radni dijagram cementnih uzoraka opterećenih na tlak: a) beton manje čvrstoće, b) beton velike čvrstoće¹²



Slika 4: Određivanje tangencijalnog i sekantnog modula elastičnosti¹³

¹² Štefek Polančec, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015

¹³ Hrvoje Lukačić, Razvoj računalnog programa za postupak ispitivanja jednoosne tlačne čvrstoće i deformabilnosti materijala uz cikličko opterećenje i rasterećenje

2.1. Statički modul elastičnosti

Određivanje statičkog modula elastičnosti betona vrši se ispitivanjem na uzorcima dobivenim vađenjem iz postojeće konstrukcije ili posebno izrađenim uzorcima za potrebe ispitivanja.¹⁴

Eksperimentalno određivanje sekantnog modula elastičnosti se prema normi HRN EN 12390-13 određuje na uzorcima oblika valjka ili prizme čija je visina najmanje dvostruko veća od poprečnih dimenzija.

Za ispitivanje uzorka potreban je uređaj kojim se nanosi opterećenje i uređaji kojima se mjeri promjena početne duljine uzorka, odnosno deformacija. Opterećenje na uzorak se nanosi hidrauličkom prešom, a deformaciju uzorka nije moguće, zbog vrlo malih vrijednosti, mjeriti bez posebnih uređaja koji se zovu ekstenziometri (Slika 5).¹⁵

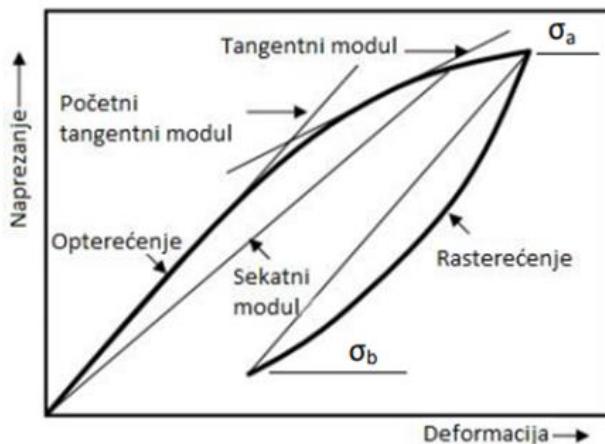


Slika 5: Ekstenziometar , model 55-CO222/F, marka Controls

¹⁴ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

¹⁵ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

Prilikom ispitivanja uzorak je potrebno opterećivati i rasterećivati unutar elastičnog područja, tako da se naprezanje postepeno povećava do trećine tlačne čvrstoće ($\sigma_a = fc/3$), a zatim smanji do 0.5 MPa. Provode se najmanje tri dodatna ciklusa ispitivanja te se naponsljetku uzorci opterećuju do njihova sloma kako bi dobili tlačnu čvrstoću. Moduli elastičnosti betona i prikaz načina opterećivanja nalazi se na slici 6, a statički modul elastičnosti određuje se u području rasterećenja $\sigma_a - \sigma_b$.¹⁶



Slika 6: Određivanje statičkog modula elastičnosti¹⁷

Radni dijagram je uvijek malo zakrivljena linija, tako da je modul elastičnosti (E) samo aproksimacija stvarnog ponašanja betona. Nelinearnost dijagrama će biti veća, ukoliko se opterećenje sporije nanosi, te ukoliko se naprezanje više povećava. To je posljedica puzanja betonskog materijala. Za betone većih čvrstoća modul elastičnosti je mnogo veći, a radni dijagram se bliži pravocrtnom. Također, ukoliko se primjeni veći broj ciklusa rasterećenja ili opterećenja radni dijagram se također približava pravocrtnom što se naziva "treniranje uzorka" jer dolazi do konsolidacije u strukturi betona.¹⁸

¹⁶ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

¹⁷ Štefek Polančec, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015
¹⁸ Štefek Polančec, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015

Za praksu je važno odrediti modul elastičnosti na radnom dijagramu nakon što se stabilizirao treniranjem uzorka (početno pred-opterećenje od 10% od čvrstoće do naprezanja jednakog približno 40% od čvrstoće uzorka). Početno naprezanje od 10% nanosi se prije početka mjerjenja, da se izbjegnu početne neravnomjernosti u mjerenu deformaciju, koje su posljedica deformiranih kontaktnih ploha.¹⁹

¹⁹ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

3. UOBIČAJENE VRIJEDNOSTI MODULA ELASTIČNOSTI NORMALNOG BETONA

Modul elastičnosti betona ovisi o svojstvima agregata i o razredu čvrstoće betona, ali ovisi i o mnogim drugim čimbenicima kao što su granulometrijski sastav agregata, količina cementa, vodocementni omjer, način ugradnje i njege betona te starost betona.

U Tablici 1 mogu se vidjeti veličine modula elastičnosti različitih materijala, pa tako i betona. Modul elastičnosti normalnog betona iznosi između 15 GPa i 40 GPa.

Tablica 1: Modul elastičnosti različitih materijala²⁰

<i>Materijal</i>	<i>Modul elastičnosti (GPa)</i>
Aluminij	65 – 73
Keramika	8 – 12
Normalni beton	15 – 40
Bakar	125
Dijamant	1000
Lagani beton	0,8 – 2
Nisko legirani čelik	200 – 210
Polistiren	3,2 - 3,5
Staklo	60 – 90
Drvo	11 – 16

Ukoliko se ne raspolaže sa rezultatima ispitivanja, ali i u slučajevima kada je naprezanje manje od 40% karakteristične tlačne čvrstoće, f_{ck} mogu se usvojiti vrijednosti modula elastičnosti koji su prikazani u tablici 2.²¹

Tablica 2 : Modul elastičnosti betona²²

MB(f_{ck})	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
f_c	10,5	14	17,25	20,5	23	25,5	27,75	30	31,5	33
E_c (GPa)	27	28,5	30	31,5	33	34	35	36	37	38

²⁰ Chapter 15 –Modulus of Elasticity

²¹ Građevinski materijali 2, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 2014./2015. , str.60

²² Građevinski materijali 2, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 2014./2015. , str.60

4. ODNOS STATIČKOG MODULA ELASTIČNOSTI I TLAČNE ČVRSTOĆE NORMALNOG BETONA

Tlačna čvrstoća može se definirati kao sposobnost betona da se odupre djelovanju tlačne sile. Ona tlačna čvrstoća koja je projektom propisana naziva se karakteristična tlačna čvrstoća betona. Tlačna čvrstoća betona određuje se u skladu s EN 12390-3 na uzorku oblika valjka dimenzija 150 mm * 300 mm (Slika 7) ili kocke duljine brida 15 cm (Slika 8). Prema normi, uzorci se ispituju pri starosti 28 dana, a do dana ispitivanja se njeguju u vodi. Prilikom ispitivanja statičkog modula elastičnosti važno je vodit računa da su uzorci sličnog oblika uzorcima na kojima se ispituje tlačna čvrstoća. Međutim, ovo pravilo vrijedi samo za uzorke oblika valjka.



Slika 7: Ispitivanje tlačne čvrstoće na uzorku valjka



Slika 8 : Ispitivanje tlačne čvrstoće na uzorku kocke

Srednja vrijednost tlačne čvrstoće f_c , koristi se za definiranje razina naprezanja u ispitnom ciklusu za određivanje statičkih modula elastičnosti. Tablica 3 prikazuje neke od vrijednosti tlačnih čvrstoća i modula elastičnosti za određenu klasu betona. Ako ispitni uzorci za određivanje tlačne čvrstoće nisu dostupni, tlačna čvrstoća se može procijeniti na temelju ispitivanja bez razaranja ili na temelju nacionalnih odredbi koje vrijede na mjestu uporabe betona.

Tlačna čvrstoća može se odrediti preko formule (5) koja je preuzeta iz ²³:

$$f_c = \frac{F}{A} \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right] \quad (5)$$

Gdje f_c označava srednju tlačnu čvrstoću betona, F označava maksimalnu silu (N), A početnu površinu uzorka (mm^2).

²³ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

Tablica 3: Odnos tlačne čvrstoće betona i modula elastičnosti²⁴

Klasa tlačne čvrstoće	$f_{ck,cyl}$	$f_{ck,cube}$	E_{c0m}	E_{cm}
	N/mm ²			
C12/15	12	15	25800	21800
C16/20	16	20	27400	23400
C20/25	20	25	28800	24900
C25/30	25	30	30500	26700
C30/37	30	37	31900	28300
C35/45	35	45	33300	29900
C40/50	40	50	34500	31400
C45/55	45	55	35700	32800
C50/60	50	60	36800	34300
C55/67	55	67	37800	35700
C60/75	60	75	38800	37000
C70/85	70	85	40600	39700
C80/95	80	95	42300	42300
C90/105	90	105	43800	43800

Gdje $f_{ck,cyl}$ označava karakterističnu tlačnu čvrstoću betona ispitana na uzorku valjka, $f_{ck,cube}$ označava karakterističnu tlačnu čvrstoću betona ispitana na uzorku prizme , a E_{c0m} označava prosječnu vrijednost modula elastičnosti normalnog betona.

Poznato je mnogo formula kojima se modul elastičnosti može izračunati. Neke od njih ćemo prikazati u nastavku.

Jedna od empirijskih formula preko koje se određuje modul elastičnosti je formula (6), koja je preuzeta iz ²⁵ :

$$E_c = 3.32(f_{cyl})^{0.5} + 6.9 \quad (6)$$

²⁴ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

²⁵ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka

A koristi se za čvrstoće između 21 i 83 MPa, gdje je E_c modul elastičnosti (GPa), a f_{cyl} tlačna čvrstoća koja je određena na uzorcima oblika valjka (MPa).

Sljedeća empirijska formula za određivanje modula elastičnosti betona je formula (7), preuzeta iz ²⁶:

$$E_c = 9.5(f_{ck} + 8)^{0.33} \quad (7)$$

Gdje je f_{ck} karakteristična tlačna čvrstoća betona određena na uzorcima oblika kocke (u MPa). Formule (6) i (7) primjenjuju se za betone normalne gustoće.

Međutim, lakoagregatni betoni koji su istih čvrstoća kao i normalni betoni imati će manji modul elastičnosti, što se opisuje sljedećom formulom (11), koja je preuzeta iz ²⁷:

$$E_c = 4.3 * 10^{-5} * \rho^{1.5} * f_{cyl}^{0.5} \quad (8)$$

Gdje je ρ gustoća betona (kg/ m³).

Prethodno navedene formule daju vrlo slične rezultate, ali kao što je već prije napomenuto, ne daju dobre vrijednosti modula elastičnosti betona. Sigurne i točne vrijednosti modula elastičnosti određuju se eksperimentalno, u laboratoriju.

²⁶ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka

²⁷ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka

5. OPĆENITO O EKSPERIMENTALNOM ODREĐIVANJU SEKANTNOG MODULA ELASTIČNOSTI

Metode ispitivanja omogućuju određivanje dvaju sekantnih modula elastičnosti: početni modul, $E_{c,0}$, izmjerен pri prvom nanošenju opterećenja i stabilizirani modul, $E_{c,s}$ izmjerен nakon tri ciklusa opterećenja.

Postoje dvije različite metode ispitivanja kojima se ispituje sekantni modul elastičnosti, prema normi HRN EN 12390-13. Prva (metoda A) je za određivanje početnih i stabiliziranih modula, druga (metoda B) je samo za određivanje stabiliziranog modula. Nakon što se ispitni uzorak izloži djelovanju tlaka, zabilježe se naprezanja i deformacije te se iz krivulje naprezanje-deformacija odredi sekantni nagib pravca poznat kao sekantni modul elastičnosti pri tlaku normalnog betona. Nagib pravca povezuje ishodište dijagrama naprezanje-deformacija i točku koja približno predstavlja granicu proporcionalnosti u betonu. Sekantni modul može se odrediti pri prvom ciklusu nanošenja opterećenja (metoda A) ili nakon tri ciklusa nanošenja opterećenja(metoda A i B). U nastavku su dane karakteristike uređaja i mjernih instrumenata koji se koriste za ispitivanje statickog modula elastičnosti.²⁸

5.1. Uredaji za ispitivanje

5.1.1. Uredaji za nanošenje tlačnog opterećenja

Uredaj za nanošenje tlačnog opterećenja mora biti u skladu s EN 12390-4 te pogodan za izvođenje programiranih ciklusa nanošenja opterećenja, sposoban povećati i smanjiti opterećenje konstantnom brzinom unutar zadanih vrijednosti, sposoban održavati konstantno opterećenje pri odabranim vrijednostima uz maksimalno odstupanje unutar $\pm 5\%$, kalibriran kao klasa 1 prema EN 12390-4 preko radnog raspona od donje granice naprezanja do gornje granice naprezanja.²⁹ (Slika 9)

²⁸ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

²⁹Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

Uređaj za ispitivanje tlačne čvrstoće betona ima dvije teške ploče preko kojih se prenosi opterećenje na uzorak. Donja ploča je fiksna, a gornja ima kuglasti zglob kako bi na početku nanošenja opterećenja ploča ravnomjerno nalegla na gornju površinu uzorka.³⁰



Slika 9: Uređaj kojim se nanosi tlačno opterećenje na uzorak a koristi se za ispitivanje sekantnog modula elastičnosti, Model C56Z00

5.1.2. Uredaji za mjerjenje deformacije

Uređaji koji se koriste pri ispitivanju modula elastičnosti, za prepoznavanje i mjerjenje deformacija zovu se ekstenzometri. To su senzori koji rade na principu mjerjenja uzdužnih i poprečnih deformacija betonskih uzoraka podvrgnutih tlačnom opterećenju. Za mjerjenje deformacije uzorka standardi zahtijevaju uporabu dva, tri ili četiri senzora koji su učvršćeni na bočnim stranama prizmi ili cilindara. Senzori su raspoređeni simetrično u odnosu na središnju os uzorka.

³⁰ Balabanić, G., Osnove znanosti i tehnologije građevinskih materijala, Predavanja iz predmeta Inženjerski materijali

Postoji nekoliko vrsta ekstenzometra, a glavna podjela je na mehaničke i električne mjerne uređaje. Dostupno je nekoliko modela ovakvih uređaja, neki od njih su 55-C0221/D Opremljen s dva digitalna mjerača 25x0,001 mm (Slika 10) i 55-c0221/E Opremljen sa dva pretvarača visoke preciznosti LDT tipa (Slika 11).



Slika 10: Model 55-C0221/D Opremljen s dva digitalna mjerača 25x0,001 mm³¹



Slika 11: Model 55-c0221/E Opremljen sa dva pretvarača visoke preciznosti LDT tipa.³²

³¹ Automating concrete and mortar elastic modulus test reports, Controls S.R.L., 20063 Cernusco s/N. (MI), Italy

³² Automating concrete and mortar elastic modulus test reports, Controls S.R.L., 20063 Cernusco s/N. (MI), Italy

Međutim, u laboratorijsku opremu uvedene su i neke nove tehnologije, veće preciznosti koje smanjuju vrijeme izvješćivanja. Novi 55-C0222 / F senzori za mjerjenje deformacija pokazali su se izvrsna alternativa tradicionalnim mjernim instrumentima (Slika 12). Velika pozornost pridaje se pri lijepljenju i zavarivanju uređaja na ispitni uzorak. Veliki problem tijekom testa uzrokuje širenje mikropukotina preko mjerača deformacije, što uzrokuje otkazivanje uređaja i gubitak mjerena. Senzori 55-C0222 / F postavljaju se vrlo brzo i jednostavno, te su vrlo osjetljivi, ali točni. Ekstenziometri ovog modela koristi će se u dalnjem ispitivanju modula elastičnosti. Kako bi se senzori pričvrstili na površinu uzorka koriste se dvije elastične trake kojima se stvara pritisak na senzore kako bi se spriječili pomaci senzora uslijed ispitivanja. Za dodatnu sigurnost dvije točke uređaja izrađuju se od vrlo čvrstog čelika te one također osiguravaju uređaje od klizanja. Senzori su spojeni na uređaj kojim se vrše visoko precizna mjerena aksijalnih deformacija na uzorcima betona (Slika 13). Ovakav postupak mjerena štedi vrijeme s obzirom na brzinu i jednostavno postavljanje. Za nekoliko minuta, ovisno o standardu, senzori se mogu postaviti, učvrstiti na uzorak i biti spremni za ispitivanje. Deformacija uzorka je signal koji koristi hidraulička konzola za dobivanje podataka o deformacijama.³³



Slika 12: Uređaj za prepoznavanje deformacije s 55-C0222 / F senzorima

³³ Automating concrete and mortar elastic modulus test reports, Controls S.R.L., 20063 Cernusco s/N. (MI), Italy



Slika 13: Servo-hidraulička konzola

Osnovna ili mjerna duljina za mjerjenje deformacije mora biti između dvije trećine promjera uzorka ili širine presjeka i pola duljine uzorka, ali ne manje od tri duljine D_{max} (Slika 14).³⁴



Slika 14: Osnovna ili mjerna duljina

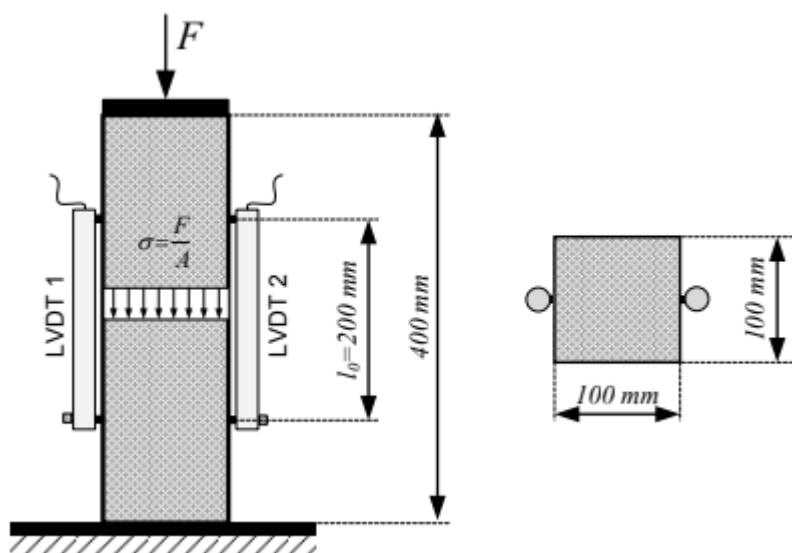
³⁴ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

5.2. Oblik i dimenzije uzorka

Uzorci za potrebe ispitivanja mogu se oblikovati, odnosno izvesti za potrebe ispitivanja ili bušiti iz već postojeće strukture, međutim moraju zadovoljavati propisane zahtjeve. Lijevani uzorci koji se izvode za potrebe ispitivanja, nakon izvedbe moraju se sušiti ili skladištiti u skladu s normom.

Preporučeni oblici uzorka za ispitivanje su cilindri promjera 150 mm i visine 300 mm. Alternativno, mogu se koristiti i drugi ispitni uzorci kao što su betonske prizme širine 100 mm i visine 400 mm pod uvjetom da uzorak zadovoljava propisane dimenzije prema zahtjevima norme EN 12390-1. (Slika 15)

U ovom radu za potrebe ispitivanja, odnosno za određivanje statickog modula elastičnosti koristiti će se prizmatični uzorci dimenzija 100*100*300 mm. Vrlo je bitno napomenuti da se površina uzorka na koju se nanosi opterećenje mora, radi ravnosti, obraditi brušenjem.³⁵ Karakteristike betonske mješavine od koje su izvedeni uzorci dane su u nastavku, u poglavlju 6.1.



Slika 15: Shema ispitivanja modula elastičnosti na uzorku betonske prizme (100 mm*400 mm)³⁶

³⁵ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka

³⁶ ODREĐIVANJE MODULA ELASTIČNOSTI BETONA (tlačni test), Sveučilište u Zagrebu, Zavod za tehničku mehaniku, Građevinski fakultet

5.3. Metode ispitivanja sekantnog modula elastičnosti

Najčešće korištene metode, metode A i B koje će biti opisane u nastavku, koriste se za određivanje sekantnog modula elastičnosti objašnjene su prema hrvatskoj normi HRN EN 12390-13. Za potrebe ovog rada u laboratoriju će biti primijenjena Metoda A, međutim radi usporedbe u nastavku je objašnjena i druga moguća metoda, Metoda B.

5.3.1. Metoda A- Određivanje početnog i stabiliziranog sekantnog modula elastičnosti

Na početku Metode A prvo se provode tri ciklusa predopterećenja. Ispitni uzorak se s mjernim instrumentima postavi na sredinu u uređaj za ispitivanje, te se nakon toga započne ispitivanje. Za prvi ciklus nanošenja predopterećenja, na uzorak se primjenjuje opterećenje brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa / s do donje granice naprezanja σ_b . Donja granica naprezanja zadrži se unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom perioda koji ne prelazi 20 s. Vrijednost donje granice naprezanja σ_b^m se zabilježi. Nakon toga potrebno je smanjiti naprezanje pri brzini od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa / s sve do naprezanja predopterećenja σ_p . Naprezanje od predopterećenja zadrži se u trajanju od najviše 20 s. Na kraju tog razdoblja, nema deformacija mjernih instrumenata.

Drugi i treći ciklus nanošenja predopterećenja izvode se na isti način kao i prvi ciklus. Međutim, na kraju drugog i trećeg ciklusa na donjoj razini naprezanja bilježe se deformacije ε_b uz svaku mjernu liniju.³⁷

Nakon tri ciklusa nanošenja opterećenja potrebno je održavati naprezanje predopterećenja unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti, te je potrebno izvesti dvije uzastopne provjere unutar 60 s. Prvo je potrebno provjeriti da na svakoj mjerne liniji varijacija deformacija ε_b od drugog ciklusa do trećeg ciklusa ne smije biti veća od 10%. Ako je razlika u deformaciji veća od 10%, potrebno je zaustaviti ispitivanje, potom namjestiti mjerne instrumente i ponovno pokrenuti ispitivanje. Ako nakon ponovnog pokretanja nije moguće smanjiti razliku ispod 10%, ispitivanje se prekida. Nadalje, kako bi druga provjera bila zadovoljena potrebno je da se deformacije ε_b u trećem ciklusu na svim mernim linijama ne

³⁷ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

razlikuju od njihovih prosjeka za više od 20%. Ako granica nije postignuta, ponovno se obavi centriranje uzorka te pokretanje ispitivanja. Ako nije moguće smanjiti razliku ispod 20% test se zaustavlja i uzorak odbacuje.

Nakon tri ciklusa nanošenja preopterećenja slijedi tri ciklusa nanošenja opterećenja. Naprezanje na uzorak poveća se brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa/s od naprezanja preopterećenja do donje granice naprezanja. Donju granicu naprezanja potrebno je zadržati unutar $\pm 5\%$ od nazivne vrijednosti tijekom razdoblja koje nije veće od 20 s. Na kraju tog razdoblja zabilježi se deformacija duž svake mjerne linije i izračuna se prosječna deformacija $\varepsilon_{b,0}$ na toj razini naprezanja.³⁸

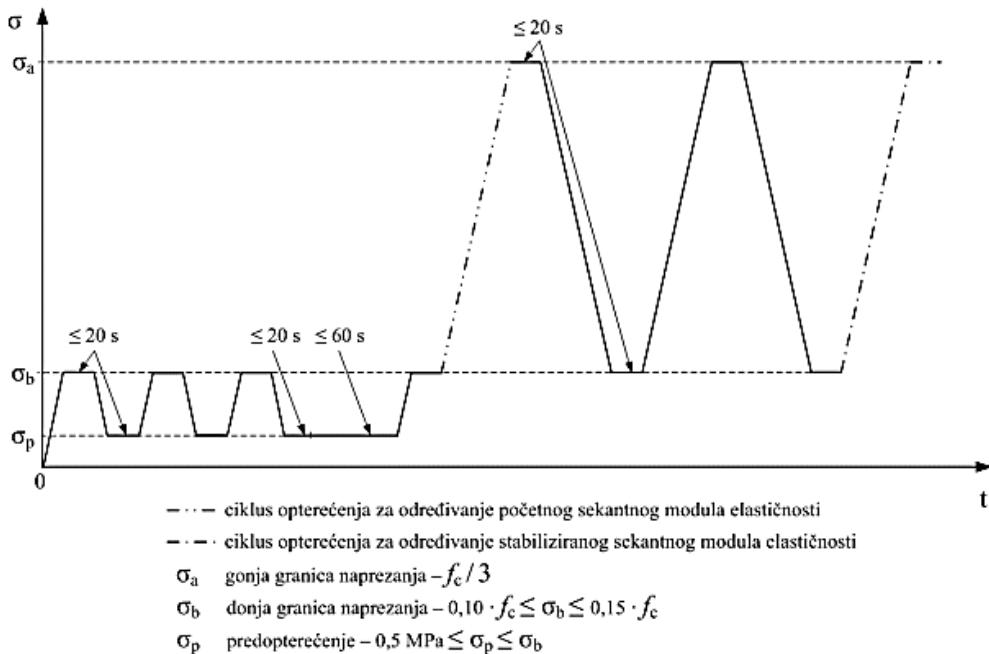
Prilikom ispitivanja za svaki ciklus nanošenja opterećenja, poveća se naprezanje koje se primjenjuje na uzorak brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa/s do gornje razine naprezanja, σ_a . Gornju razinu naprezanja potrebno je držati unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom razdoblja koje ne prelazi 20 s. Kod prvog i drugog ciklusa naprezanja potrebno je smanjiti naprezanje brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa / s na donju razinu naprezanja, pa održavati donju razinu naprezanja unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom razdoblja koje ne prelazi 20 s. Na kraju gornje razine naprezanja prvog i trećeg ciklusa i kada je opterećenje stalno, zabilježe se odgovarajuće deformacije uz svaku mjeru liniju i izračunaju se prosječne deformacije, $\varepsilon_{a,1}$ i $\varepsilon_{a,3}$ na tim razinama naprezanja. Na kraju faze gornje razine naprezanja drugog ciklusa i kada je opterećenje stabilno, zabilježe se deformacije za svaku mjeru liniju i izračuna se prosječna deformacija $\varepsilon_{b,2}$ na toj razini naprezanja. Izmjerene vrijednosti donje σ_b^m i gornje razine naprezanja σ_a^m se zabilježe.³⁹

Nakon što su završena sva mjerena na gornjoj razini naprezanja, trećeg ciklusa nanošenja opterećenja, određuje se tlačna čvrstoća uzorka u skladu s postupkom nanošenja tlačnog opterećenja danim u EN 12390-3. Tlačna se čvrstoća zabilježi s točnošću od 0,1 MPa.

³⁸ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

³⁹ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

Dijagram 1: Ciklusi opterećenja – Metoda A⁴⁰



5.3.2. Metoda B – određivanje stabiliziranog sekantnog modula elastičnosti

Na početku ispitivanja kao i kod Metode A izvrše su tri ciklusa nanošenja opterećenja i dvije provjere položaja uzorka koje se provode na kraju drugog i trećeg ciklusa. Stabilizirani sekantni modul elastičnosti određen je u trećem ciklusu.

Kada se prilikom ispitivanja primjenjuje Metoda B ispitni se uzorak s mjernim instrumentima postavlja u uređaj za ispitivanje. Nakon što je uzorak smješten u uređaj, na uzorak se nanosi naprezanje predopterećenja σ_p . Ispitivani uzorak ne smije biti izložen naprezanju predopterećenja dulje od 20 s. U konačnici, na kraju ovog razdoblja, nema deformacije mjernih instrumenata.⁴¹

⁴⁰ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁴¹ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

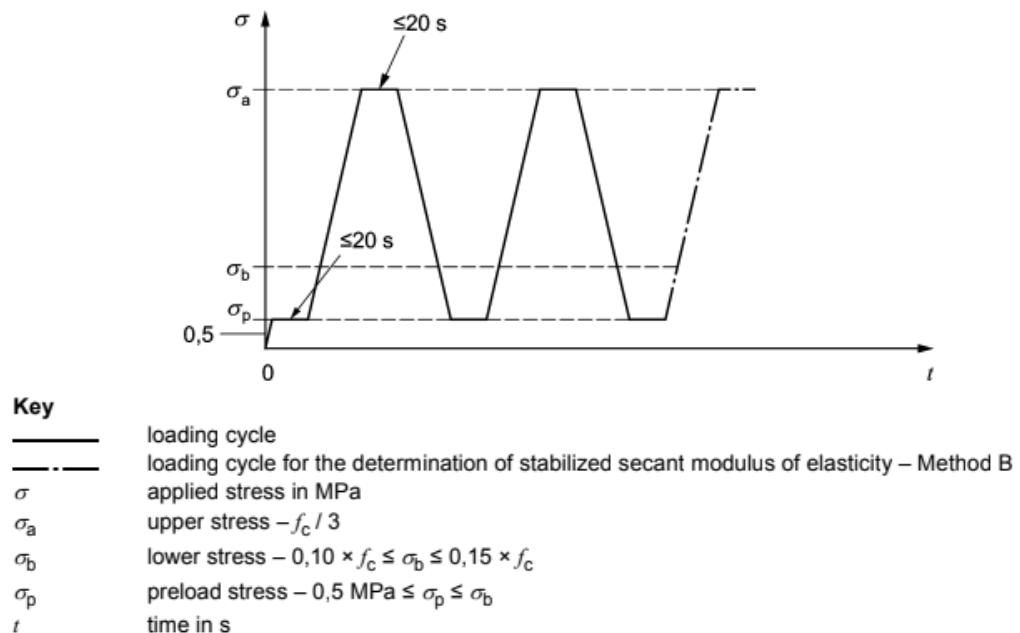
Tijekom prvog ciklusa nanošenja opterećenja, opterećenje na uzorak se poveća brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa/s od naprezanja predopterećenja do gornje razine naprezanja σ_a . Gornju razinu naprezanja potrebno je održavati unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom razdoblja koje ne prelazi 20 s. Na kraju se za prvo razdoblje zabilježe naprezanja uz svaku mjernu liniju i izračuna se prosječna deformacija, $\varepsilon_{a,1}$. Nakon toga, naprezanje je potrebno smanjiti pri brzini od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa/s do naprezanja predopterećenja te držati naprezanje predopterećenja, ali ne duže od 20 s. Na kraju tog razdoblja, deformacije se zabilježe duž svake mjerne linije, te se izračunaju prosječne deformacije, $\varepsilon_{p,1}$.

Nakon što je prvi ciklus nanošenja opterećenja završio slijedi drugi ciklus gdje se naprezanje povećava brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa / s od naprezanja predopterećenja do gornje razine naprezanja. Gornju razinu naprezanja potrebno je držati unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom razdoblja koje ne prelazi 20 s. Na kraju razdoblja zabilježe se deformacije duž svake mjerne linije i izračunaju se prosječne deformacije, $\varepsilon_{a,2}$. Naprezanje je potrebno smanjiti pri brzini od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa / s do naprezanja predopterećenja te držati naprezanje predopterećenja ne duže od 20 s. Na kraju tog razdoblja zabilježe se deformacije i izračunaju se prosječne deformacije, $\varepsilon_{p,2}$. U drugom ciklusu, deformacija ε_2 na svakoj mjerenoj liniji neće se razlikovati od prosječnog $\varepsilon_{a,1}$ za više od 20%. Ako ta granica nije postignuta, potrebno je učiniti ponovno centriranje uzorka i ponovno pokrenuti ispitivanje. Ako razliku nije moguće smanjiti ispod 20%, test se zaustavlja i uzorak se odbacuje.

Nakon dva ciklusa nanošenja opterećenja slijedi posljednji, treći ciklus. Naprezanje se poveća brzinom od $(0,6 \pm 0,2)$ MPa/s od naprezanja predopterećenja do gornje razine naprezanja. Gornja razinu naprezanja održava se unutar $\pm 5\%$ od nominalne vrijednosti tijekom razdoblja koje ne prelazi 20 s. Na kraju tog razdoblja zabilježe se deformacije duž svake mjerne linije i izračunaju se prosječne deformacije, $\varepsilon_{a,3}$.

Vrlo je bitno da na svakoj mjerenoj liniji razlika ε_a od drugog do trećeg ciklusa ne bude veća od 10%. Ako je razlika u deformaciji veća od 10%, potrebno je zaustaviti ispitivanje i namjestiti mjerne instrumente te i ponovno pokrenuti ispitivanje. Ako nije moguće smanjiti razliku ispod 10% nakon ponovnog pokretanja, razlika se uključuje u test izvješće. Potom se zabilježi izmjerena vrijednost naprezanja predopterećenja σ_p^m i vrijednost gornje razine naprezanja σ_a^m . Nakon završetka svih mjerjenja na gornjoj razini naprezanja, tlačna čvrstoća uzorka određuje se u skladu s postupkom nanošenja opterećenja danim u EN 12390-3. Ona se zabilježi do najbližih 0,1 MPa. Postoji mogućnost da se izmjerena tlačna

čvrstoća razlikuje od f_c za više od 20%. Ako je to slučaj tada se to mora zabilježiti u izvješću o ispitivanju.⁴² Dijagram koji na kraju nastaje prikazan je na Slici 16.



Slika 16: Stabilizirani sekantni modul elastičnosti- Metoda B⁴³

⁴² Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁴³ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

6. EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE

U ovom poglavlju biti će opisan sastav betonske mješavine i materijali koji su se koristili pri spravljanju betona za izradu uzoraka za ispitivanje. Isto tako prikazati će se rezultati ispitivanja mehaničkih svojstava odnosno tlačne čvrstoće i modula elastilnosti te način pripreme uzoraka.

6.1. Normalni beton

Za potrebe ispitivanja tlačne čvrstoće koristile su se gotove betonske prizme dimenzija 100 mm×100 mm×500 mm, iz kojih su ispljene 3 prizme 100 mm×100 mm×300 mm za ispitivanje modula elastičnosti i 6 kocki dimenzija 100 mm×100 mm×100 mm za ispitivanje tlačne čvrstoće. U nastavku su, u Tablici 4, prikazani svi podaci, odnosno materijali koji su korišteni za izvedbu betonskih prizmi, a u Tablici 5 je prikazan sastav mješavine normalnog betona za 1 m^3 .

Tablica 4: Materijali korišteni za izvedbu uzoraka⁴⁴

Naziv materijala	Proizvođač
Cement	Portlandski cement CEM I, 52,5R, bijeli i Portlandski cement CEM I, 37,5R
Voda	Gradski vodovod
Agregat	GP Krk

⁴⁴ Marko Hodanić, Dinko Klarić, Marina Mlinar; ISPITIVANJE PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA, GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI, TEORIJA I TEHNOLOGIJA BETONA

Tablica 5: Sastav normalnog betona za 1 m³⁴⁵

KOMPONENTA	MASA (kg)	GUSTOĆA (kg/m ³)	VOLUMEN (m ³)
Cement	298	3,07	97,7
Voda	140	1	140
v/c = 0,47	-	-	-
Zrak= 2,5%	-	-	25
Agregat	1992,41	1992,41	737,93
Ukupno	2430,41	-	1000

Detaljnije o betonskoj mješavini i korištenim komponentama pogledati u studentski rad ⁴⁶.

Tablica 6: Preuzete vrijednosti tlačne čvrstoće uzoraka betonskih kocki dimenzija

150mm*150mm*150mm ⁴⁷

Oznaka betonske kocke	Tlačna čvrstoća (MPa)	Gustoća (kg/ m ³)
Kocka 1	27,77	2374,9
Kocka 2	27,24	2381,6
Kocka 3	27,77	2353,1

⁴⁵ Marko Hodanić, Dinko Klarić ,Marina Mlinar; ISPITIVANJE PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA, GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI, TEORIJA I TEHNOLOGIJA BETONA

⁴⁶ Marko Hodanić, Dinko Klarić ,Marina Mlinar; ISPITIVANJE PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA, GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI, TEORIJA I TEHNOLOGIJA BETONA

⁴⁷ Marko Hodanić, Dinko Klarić ,Marina Mlinar; ISPITIVANJE PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA, GRAĐEVINSKI FAKULTET U RIJECI, TEORIJA I TEHNOLOGIJA BETONA

6.2. Ispitivanje tlačne čvrstoće

Prije ispitivanje modula elastičnosti, potrebno je napraviti ispitivanje tlačne čvrstoće betonske mješavine kako bi se definirala naprezanja potrebna za ispitivanje modula elastičnosti. Čvrstoća je najvažnije svojstvo betona koja se definira kao maksimalno naprezanje koje se postigne prilikom ispitivanja betonskih uzoraka. Pri ispitivanju na tlak , betonski uzorci moraju biti ispravno napravljeni i njegovani. Uzorci se izvode od svježeg betona, te čuvaju najmanje 28 dana u uvjetima od 95% vlažnosti ili u vodi, na temperaturi 20 °C, nakon čega se lome i ispituju na tlačnu čvrstoću. Prije početka ispitivanja uzorke je potrebno osušiti od vode, te očistiti površinu na koju se postavlja uzorak.

Uzorci koji se mogu koristiti za ispitivanje tlačne čvrstoće su oblika kocke ili valjka. U Hrvatskoj je standardni uzorak za ispitivanje tlačne čvrstoće betonska kocka koja ima duljinu brida 15 cm. Međutim, u ovom ispitivanju koristiti ćemo 3 uzorka oblika kocke, ali dimenzija 100 mm*100 mm*100 mm. Uzorke tih dimenzija dobili smo piljenjem, prethodno izvedenih betonskih prizmi dimenzija 100 mm *100 mm* 500 mm. Piljenjem su dobivena 6 uzorka oblika kocke, međutim za ispitivanje će se koristiti samo 3 uzorka (Slika 17).



Slika 17: Uzorci za ispitivanje

Prije početka ispitivanja izmjerene su točne dimenzije uzoraka pomoću pomicnog mjerila, mase svakog uzorka betonske kocke te je izračunata gustoća. Sve vrijednosti prikazane su u Tablici 7.

Tablica 7: Podaci o uzorcima kocki dobivenih piljenjem prizme

	Masa (kg)	Duljine stranica (cm)			Gustoća (kg/m ³)	Površina (mm ²)
		a	b	c		
Kocka 1	2,294	10,1	10,56	10,27	2094,3	10665,6
Kocka 2	2,285	10,05	9,99	10,01	2272,5	10045
Kocka 3	2,244	9,96	9,93	9,99	2311,0	9892,3

Opterećenje se nanosi u smjeru okomitom na smjer lijevanja betonske smjese u kalup prilikom izvedbe uzoraka (Slika 18).



Slika 18 : Označen smjer nanošenja opterećenja

Uzorak se postavi točno na sredinu ploče hidrauličke preše za ispitivanje (Slika 19). Početno opterećenje iznosi najviše 30% kritičnog opterećenja te se nanosi konstantnom brzinom od $0,6 \pm 0,2$ MPa/s. Vrlo je bitno da brzina nanošenja opterećenja bude takva da se maksimalno naprezanje u betonu dostigne u nekoliko minuta. Nakon nanošenja početnog opterećenja, opterećenje se kontinuirano povećava za 10%, pa sve do loma. Na početku nanošenja opterećenja uzorak betona izgleda neoštećen, ali unutar uzorka ima mnoštvo pukotina koje se ne vide. Jasna oštećenja se vide nakon što dođe do sloma (Slika 20.). Nakon zakazivanja i pojave sloma u betonu, ispucali dio ispitanih uzorka betonske kocke poprima izgled dvostrukih piramide. Unutar uzorka pojavljuje se troosno stanje naprezanja i pukotine pod 45 stupnjeva u odnosu na rub uzorka.



Slika 19: Betonska kocka smještena u uređaj za ispitivanje



. Slika 20: Oštećenja nakon pojave sloma

Na kraju ispitivanja zabilježi se maksimalna sila kod koje je došlo do sloma uzorka. Tlačna čvrstoća može se odrediti preko formule (9) koja je preuzeta iz ⁴⁸:

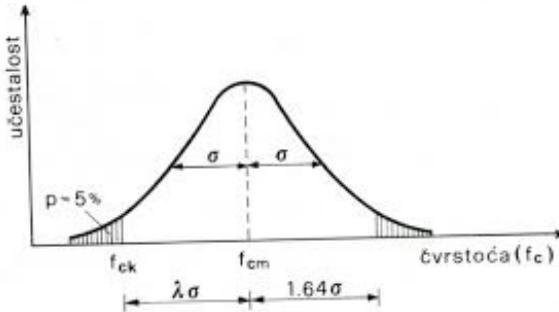
$$f_c = \frac{F}{A} \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right] \quad (9)$$

Gdje f_c označava srednju tlačnu čvrstoću betona, F označava maksimalnu силу (N), A početnu površinu uzorka (mm^2).

Zahtijeva se da najmanje 95% svih rezultata pokaže čvrstoću veću ili jednaku zahtijevanoj klasi betona, odnosno da najviše 5% rezultata može biti manje čvrstoće od određene klase betona (5% fraktil). Pretpostavlja se da statistička raspodjela rezultata ispitivanja tlačne čvrstoće slijedi Gaussovu krivulju (Slika).⁴⁹

⁴⁸ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁴⁹ Balabanić G., Materijali 2 – skripta, Građevinski fakultet Rijeka



Slika 21: Gaussova krivulja⁵⁰

6.3. Ispitivanje modula elastičnosti

Modul elastičnosti ispitivat će se na 3 uzorka betonskih prizmi dimenzija 100 mm * 100 mm * 300 mm, koje su također dobivene piljenjem prethodno izvedenih prizmi dimenzija 100 mm * 100 mm * 500 mm. Zbog piljenja došlo je do sitnih nepravilnosti prizmi, pa su svakom od uzoraka izmjerene dimenzije, ali je uz to izmjerena i masa, gustoća i površina poprečnog presjeka. Svi podaci dobiveni mjeranjem upisani su u Tablicu 8 .

Tablica 8: Podaci o uzorcima prizmi dobivenih piljenjem

	Masa (kg)	Dimenzije uzorka (cm)			Gustoća (kg/m ³)	Površina (mm ²)
		a	b	l		
Prizma 1	6,662	10,48	10,48	10,04	2184,8	10516,9
Prizma 2	6,657	10,08	10,08	10,01	2310,4	10085,0
Prizma 3	6,622	10,02	10,02	10,02	2274,6	10040,0

Ispitivanje modula elastičnosti izvodi se prema Metodi A, koja je prethodno objašnjena u potpoglavlju 5.3. Za ispitivanje uzorka koriste se 2 ekstenziometra, model 55-CO222/F, marke Controls, čije mjerno područje iznosi +- 1,5 mm (Slika 22).

⁵⁰ Štefek Polančec, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015



Slika 22: Ekstensiometar, model 55-CO222/F, marka Controls

Prije nego što se započne ispitivanje, ekstensiometre je potrebno namjestiti na uzorak. Mjerni uređaji se montiraju tako da budu na sredini površine dviju nasuprotnih stranica prizme te se fiksiraju sa dvije gume. (Slika 23)



Slika 23: Ekstensiometri pričvršćeni na uzorak

Nakon toga, uzorak se postavlja u uređaj za ispitivanje kojim se nanosi tlačno opterećenje (Slika 24).



Slika 24: Ispitivanje modula elastičnosti

Kao rezultat mjerjenja dobiva se dijagram naprezanje-deformacija iz kojeg se računa statički modul elastičnosti. Vrijednosti modula elastičnosti dobivaju se preko formule (10) za ispitivanje početnog sekantnog modula elastičnosti , $E_{c,0}$ i formule (11) za ispitivanje stabiliziranog sekantnog modula elastičnosti $E_{c,s}$ ⁵¹:

$$E_{c,0} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_0} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,1} - \varepsilon_{b,0}} \quad (10)$$

$$E_{c,s} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_s} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,3} - \varepsilon_{b,2}} \quad (11)$$

Gdje je: σ_a^m - gornja granica naprezanja , σ_b^m - donja granica naprezanja, $\varepsilon_{a,n}$ - deformacija pri opterećenju σa u n-tom krugu, $\varepsilon_{b,n}$ - deformacija pri opterećenju σb u n-tom krugu

⁵¹ Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.

7. OBRADA REZULTATA ISPITIVANJA I DISKUSIJA

7.1. Tlačna čvrstoća

Kao rezultat ispitivanja na tlak dobivene su pojedinačne tlačne čvrstoće kocki dimenzija 100 mm* 100 mm* 100 mm te srednja vrijednost tlačne čvrstoće. (Tablica 9)

Tablica 9: Tlačne čvrstoće uzoraka

KOCKA	Tlačna čvrstoća (MPa)
Kocka 1	23,00
Kocka 2	20,45
Kocka 3	23,00
	Srednja tlačna čvrstoća : 22,15

Kako se ispitivanje tlačne čvrstoće po Hrvatskoj normi vrši na uzorcima kocke standardnih dimenzija, 150 mm* 150 mm* 150 mm , a u ispitivanju koje je izvedeno koristili su se uzorci kocke 100 mm*100 mm*100 mm, potrebno je uzeti u obzir utjecaj veličine.

Iz izraza (12), koji je preuzet iz ⁵² :

$$f_c^{(150)} = 0,95 * f_c^{(100)} \quad (12)$$

Gdje $f_c^{(150)}$ označava tlačnu čvrstoću na kocki dimenzija 150 mm* 150mm * 150 mm, a $f_c^{(100)}$ srednju tlačnu čvrstoću na uzorcima kocki 100 mm* 100 mm * 100 mm.

$$\text{Slijedi da je } f_c^{(150)} = 0,95 * 22,15 = 21,04 \text{ MPa}$$

Nakon što je izračunata tlačna čvrstoća za standardne dimenzije uzorka kocki, isto to je potrebno napraviti za prizme koje smo koristili u ispitivanju modula elastičnosti. Metodom A se po standardu ispituje modul elastičnosti na valjku standardnih dimenzija, 150 mm* 300

⁵² Reiterman Pavel, Static Modulus of Elasticity of Concrete

mm. Kako se valjak može poistovijetiti sa prizmom zbog odnosa stranica, odnos tlačne čvrstoće prizme i kocke je poznat (tlačna čvrstoća prizme iznosi 80% čvrstoće kocke), pa je tada poznat i odnos tlačne čvrstoće između valjka ($f_{c,cyl}$) i kocke ($f_c^{(150)}$) što je prikazano formulom (13), koja je preuzeta iz ⁵³:

$$f_{c,cyl} = 0,8 * f_c^{(150)} \quad (13)$$

Iz čega slijedi da je $f_{c,cyl} = 0,8 * 21,04 = 16,83 \text{ MPa}$

Vrijednost tlačne čvrstoće cilindra $f_{c,cyl} = 16,83 \text{ MPa}$, koristi se dalje kod proračuna gornje razine naprezanja, donje razine naprezanja i početnog naprezanja koji su potrebni za izračun modula elastičnosti betona.

Gornja razina naprezanja σ_a određuje se prema formuli (14), koja je preuzeta iz ⁵⁴ :

$$\sigma_a = -\frac{f_{c,cyl}}{3} \quad (14)$$

Slijedi da je:

$$\sigma_a = -\frac{16,83}{3} = -5,61 \text{ MPa}$$

Donja razina naprezanja σ_b , određuje se prema formuli (15) koja je preuzeta iz ⁵⁵:

$$\sigma_b = -\frac{f_{c,cyl}}{9}$$

⁵³ Yealemnegus Fufa, Addis Ababa University, Addis Ababa Institute of Technology School of civil and environmental engineering

⁵⁴ Pintea A, Onet T. / Acta Technica Napocensis: Civil Engineering & Architecture Vol. 55 No.2 (2012) 189-204

⁵⁵ Pintea A, Onet T. / Acta Technica Napocensis: Civil Engineering & Architecture Vol. 55 No.2 (2012) 189-204

Iz čega slijedi da je :

$$\sigma_b = -\frac{16,83}{9} = -1,87 \text{ MPa}$$

Prethodno su definirane granice unutar kojih mora biti definirana donja razina naprezanja σ_b , pa provjeravamo je li prethodno dobivena vrijednost zadovoljava.⁵⁶

$$-0,10 * f_{c,cyl} \leq \sigma_b \leq 0,15 * f_{c,cyl} \quad (15)$$

Iz čega slijedi :

$$-0,10 * 16,83 \leq \sigma_b \leq 0,15 * 16,83$$

$$-1,683 \text{ MPa} \leq \sigma_b \leq 2,525 \text{ MPa}$$

Izračunata donja granica naprezanja nalazi se u zadanim granicama te zadovoljava prethodni uvjet.

Vrijednost početnog opterećenja ne smije biti manja od 0,5 MPa i ne smije biti veća od donje razine naprezanja σ_b , što se može potkrijepiti formulom (16), iz⁵⁷ :

$$0,5 \text{ MPa} \leq \sigma_p \leq \sigma_b \quad (16)$$

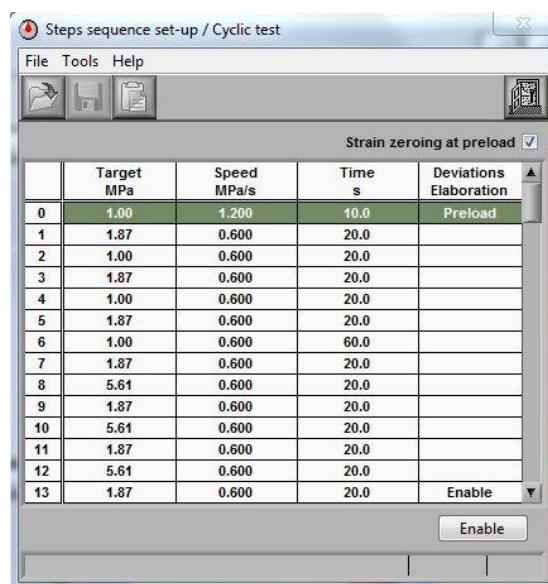
U ispitivanju početno opterećenje, σ_p Za ispitivanje je odabrana vrijednost početnog opterećenja u iznosu od 1,00 MPa.

⁵⁶ Reiterman Pavel, Static Modulus of Elasticity of Concrete

⁵⁷ Reiterman Pavel, Static Modulus of Elasticity of Concrete

7.2. Sekantni modul elastičnosti

Sve prethodno određene veličine unose se u program pod imenom E- Modul, koji se upotrebljava za praćenje ispitivanja, prikaz grafova, mjerjenje deformacija i u konačnici određivanje modula elastičnosti. Prema Metodi A, prema HRN EN 12390-13, u program se upisuju podaci o ciklusima predopterećenja i opterećenja kojima će se opteretiti uzorak (Slika 25). Nakon što su svi podaci uneseni u program, ekstenziometri dobro pričvršćeni na uzorak i priključeni na uređaj, pokreće se hidraulička preša koja započinje nanošenje tlačnog opterećenja na uzorak i ispitivanje na taj način započinje.



The screenshot shows a software window titled "Steps sequence set-up / Cyclic test". The menu bar includes "File", "Tools", and "Help". Below the menu is a toolbar with icons for file operations. A table titled "Strain zeroing at preload" contains 14 rows of data. The columns are labeled: Step (number), Target MPa, Speed MPa/s, Time s, and Deviations Elaboration. The first row (Step 0) is highlighted in green and labeled "Preload". The data for the first few steps is as follows:

Step	Target MPa	Speed MPa/s	Time s	Deviations Elaboration
0	1.00	1.200	10.0	Preload
1	1.87	0.600	20.0	
2	1.00	0.600	20.0	
3	1.87	0.600	20.0	
4	1.00	0.600	20.0	
5	1.87	0.600	20.0	
6	1.00	0.600	60.0	
7	1.87	0.600	20.0	
8	5.61	0.600	20.0	
9	1.87	0.600	20.0	
10	5.61	0.600	20.0	
11	1.87	0.600	20.0	
12	5.61	0.600	20.0	
13	1.87	0.600	20.0	Enable

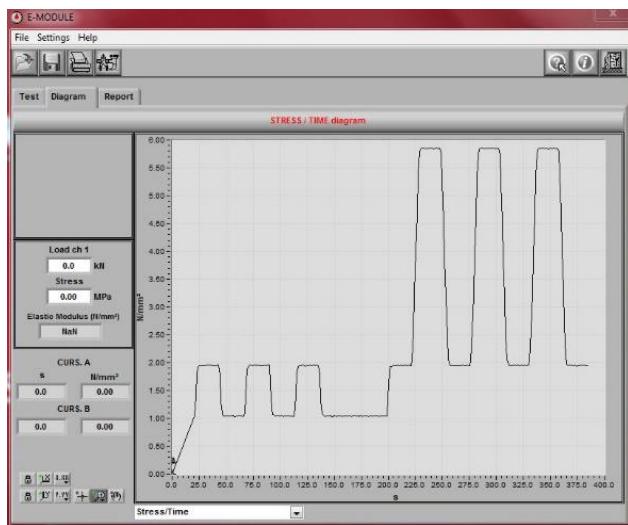
Slika 25: Veličine naprezanje u programu E- Modul

Ispitivanje se provelo na 3 uzorka oblika prizme u nastavku označene kao PRIZMA 1, PRIZMA 2, PRIZMA 3. Tijekom ispitivanja, za svaku prizmu, zabilježi se dijagram naprezanja u vremenu, dijagram koji prikazuje naprezanje u ovisnosti o deformaciji te devijaciju u vremenu. Za svaku prizmu dobije se isti dijagram koji prikazuje naprezanje u vremenu (Slika 26), prema podacima prethodno izračunatih opterećenja:

$$\sigma_a = 5,61 \text{ MPa}$$

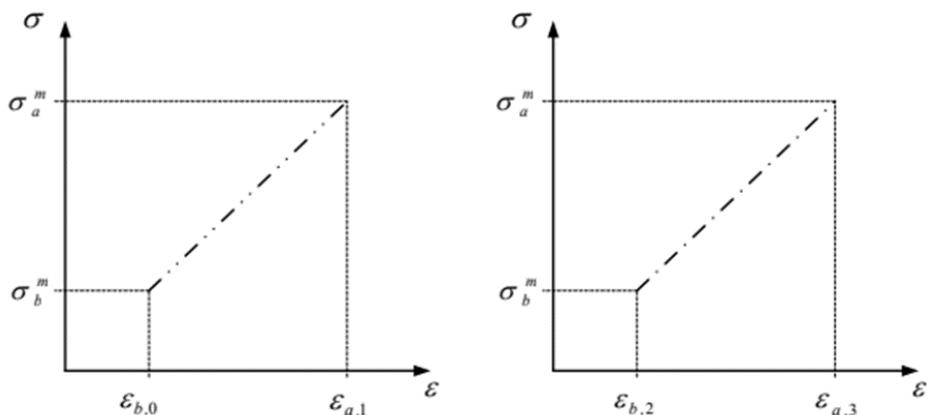
$$\sigma_b = 1,87 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1,00 \text{ MPa}$$



Slika 26: Dijagramu naprezanja u vremenu

Prema dijagramu naprezanje-deformacija , u konačnici će se odrediti sekantni modul elastičnosti. Početni sekantni modul elastičnosti određuje se u prvom ciklusu nanošenja opterećena, dok se stabilizirani sekantni modul elastičnosti određuje prilikom trećeg nanošenja opterećenja tako da se određuju naprezanja i deformacije za ključne točke koje su potrebne kako bi se odredio nagib pravaca (Slika 27).

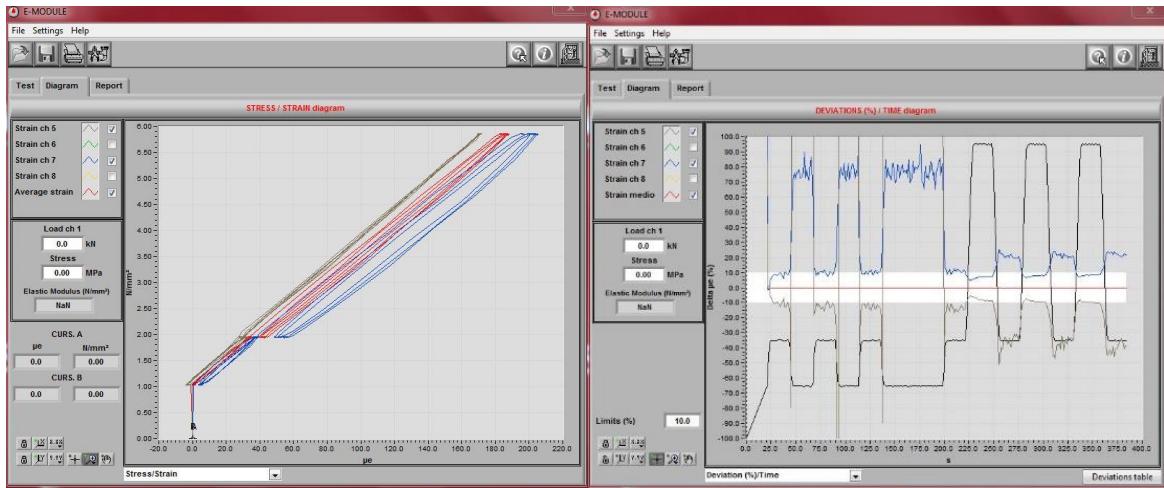


Slika 27: Određivanje nagiba pravaca i veličine koje se unose u formulu (11)⁵⁸

⁵⁸ Određivanje modula elastičnosti betona, Zavod za tehničku mehaniku, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu

UZORAK PRIZME 1

Ispitivanjem prve prizme na modul elastičnosti dobiveni su grafovi prikazani na slici 26. Sa Slike 26, desno, vidljivo je da je devijacija mjerenih deformacija za sva 3 ciklusa između donje i gornje razine naprezanja malo iznad dopuštenog intervala.



Slika 26: Graf koji prikazuje odnos naprezanja i deformacije i graf devijacije za prvi uzorak prizme

Pomoću potrebnih podataka, očitanih s dijagrama na Slika 26, lijevo, izračunaju se početni i stabilizirani sekantni modul elastičnosti za prvu prizmu.

Početni sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (10) preuzetoj iz ⁵⁹:

$$E_{c,0} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_0} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,1} - \varepsilon_{b,0}} \quad (10)$$

$$E_{c,0} = \frac{5,61 - 1,87}{(182,7 - 33,5) * 10^{-6}} = 25067,02 \text{ MPa}$$

Stabilizirani sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (11) preuzetoj iz ⁶⁰:

$$E_{c,s} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_s} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,3} - \varepsilon_{b,2}} \quad (11)$$

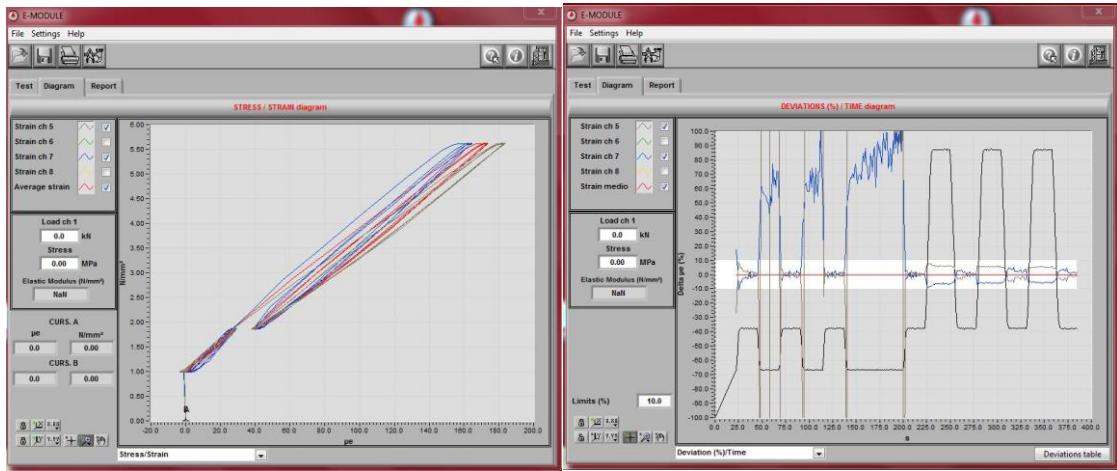
$$E_{c,s} = \frac{5,61 - 1,87}{(185,6 - 12,9) * 10^{-6}} = 21656,05 \text{ MPa}$$

⁵⁹ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁶⁰ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

UZORAK PRIZME 2

Grafovi dobiveni ispitivanjem drugog uzorka prizme prikazani su na sljedećoj slici, slici 27. Sa Slike 27, desno, vidljivo je da je devijacija mjerene deformacije za sva 3 ciklusa između donje i gornje razine naprezanja u granicama dopuštenog intervala.



Slika 27: Graf koji prikazuje odnos naprezanja i deformacije i graf devijacije za drugi uzorak prizme

Pomoću potrebnih podataka, očitanih s dijagrama na Slika 27, lijevo, izračunaju se početni i stabilizirani sekantni modul elastičnosti za drugu ispitivanu prizmu.

Početni sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (10) preuzetoj iz ⁶¹:

$$E_{c,0} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_0} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,1} - \varepsilon_{b,0}} \quad (10)$$

$$E_{c,0} = \frac{5,61 - 1,87}{(167,1 - 27,2) * 10^{-6}} = 26733,38 \text{ MPa}$$

Stabilizirani sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (11) preuzetoj iz ⁶²:

$$E_{c,s} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_s} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,3} - \varepsilon_{b,2}} \quad (11)$$

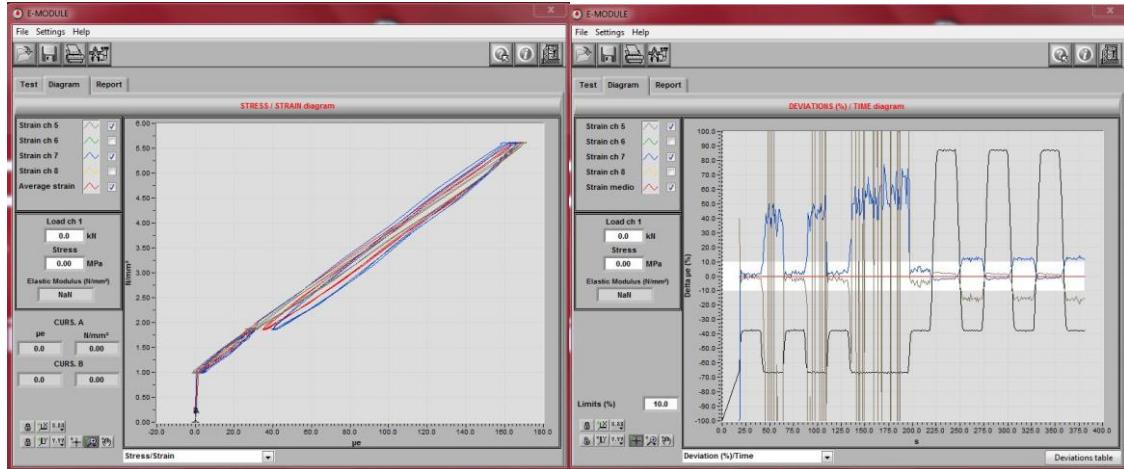
$$E_{c,s} = \frac{5,61 - 1,87}{(172,7 - 41,1) * 10^{-6}} = 28419,45 \text{ MPa}$$

⁶¹ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁶² Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

UZORAK PRIZME 3

Ispitivanjem trećeg uzorka betonske prizme također su dobiveni grafovi prikazani na slici 28. Sa Slike 28, desno, vidljivo je da je devijacija mjerene deformacije za sva 3 ciklusa između donje i gornje razine naprezanja, također malo iznad dopuštenog intervala.



Slika 28: Graf koji prikazuje odnos naprezanja i deformacija i graf devijacija za treći uzorak prizme

Pomoću potrebnih podataka, očitanih s dijagrama na Slika 28, lijevo, izračunaju se početni i stabilizirani sekantni modul elastičnosti za treću ispitivanu prizmu.

Početni sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (10) preuzetoj iz ⁶³

$$E_{c,0} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_0} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,1} - \varepsilon_{b,0}} \quad (10)$$

$$E_{c,0} = \frac{5,61 - 1,87}{(164 - 28,1) * 10^{-6}} = 27520,24 \text{ MPa}$$

Stabilizirani sekanti modul elastičnosti određuje se prema formuli (11) preuzetoj iz ⁶⁴

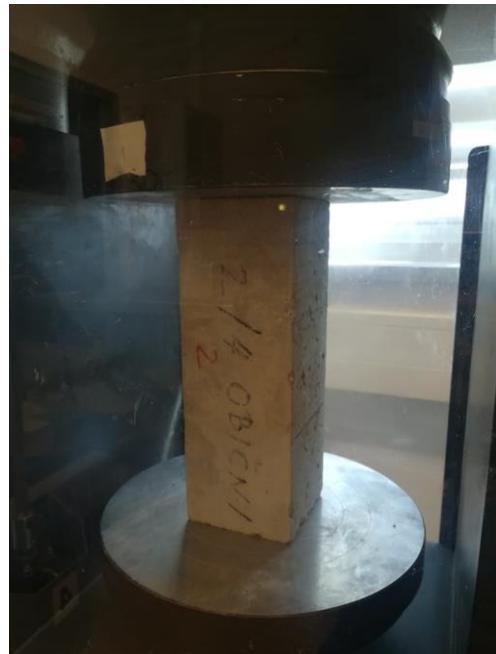
$$E_{c,s} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_s} = \frac{\sigma_a^m - \sigma_b^m}{\varepsilon_{a,3} - \varepsilon_{b,2}} \quad (11)$$

$$E_{c,s} = \frac{5,61 - 1,87}{(167,2 - 36,6) * 10^{-6}} = 28637,06 \text{ MPa}$$

⁶³ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

⁶⁴ Ispitivanje očvrsloga betona – 13. dio: Određivanje sekantnog modula elastičnosti pri tlaku (EN 12390-13:2013)

Nakon izračuna sekantnog modula elastičnosti, betonski uzorci prizmi ispitani su na tlak do sloma (Slika 29), kako bi se dobila njihova tlačna čvrstoća koja je prikazana u Tablici 10 .



Slika 29 : Određivanje tlačne čvrstoće na uzorcima betonskih prizmi

Tablica 10: Prikaz rezultata tlačnih čvrstoća na uzorcima prizme

Uzorak	Tlačna čvrstoća (MPa)
PRIZMA 1	18,02
PRIZMA 2	16,05
PRIZMA 3	15,93
	Srednja tlačna čvrstoća: 16,67 MPa

U tablici 11 prikazani su rezultati vlastitih ispitivanja modula elastičnosti, vrijednosti modula elastičnosti izračunati iz empirijskih izraza (6) i (7) koji uzimaju u obzir izmjerenu tlačnu čvrstoću .

Tablica 11: Prikaz svih rezultata ispitivanja modula elastičnosti

PRIZMA	Početni sekantni modul elastičnosti, $E_{c,0}$ (MPa)	Stabilizirani sekantni modul elastičnosti, $E_{c,s}$ (MPa)	Srednji stabilizirani modul elastičnosti (MPa)	Modul elastičnosti prema empirijskom izrazu (6)	Modul elastičnosti prema empirijskom izrazu (7)
Prizma 1	25067,02	21656,05	26237,5	20455,2	27361,5
Prizma 2	26733,38	28419,45			
Prizma 3	27520,24	28637,06			

8. ZAKLJUČAK

Glavni cilj u ovom radu bio je eksperimentalno odrediti statički modul elastičnosti na tlak vlastitim ispitivanjem u laboratoriju te dobivene rezultate ispitivanja usporediti s vrijednostima modula elastičnosti dobivenog putem uvriježenih empirijskih formula.

Analizom rezultata uočeno je da vrijednost sekantnog modula elastičnosti, dobivena ispitivanjem na tlak u laboratoriju se razlikuje od vrijednosti sekantnog modula koji je dobiven putem empirijske formule. Razlika između vrijednosti modula elastičnosti dobivenog na temelju jedne od korištenih empirijskih formula i vlastitim laboratorijskim ispitivanjem rezultata iznosi čak 5782,3 MPa, odnosno 22%. Iako usporedba rezultata s drugom korištenom empirijskom formulom ne ukazuje na tako veliku razliku možemo zaključiti da empirijske formule ne daju uvijek točnu procjenu i stoga nisu pouzdana metoda za procjenu sekantnog modula elastičnosti..

9. LITERATURA I IZVORI

- Automating concrete and mortar elastic modulus test reports, Controls S.R.L., 20063 Cernusco s/N. (MI), Italy
- Balabanić, G., Osnove znanosti i tehnologije građevinskih materijala, Predavanja iz predmeta Inženjerski materijali
- Chapter 15 –Modulus of Elasticity
<https://tpm.fsv.cvut.cz/student/documents/files/BUM1/Chapter15.pdf>
- Građevinski materijali 2, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 2014./2015. školska godina, str.60
<https://www.docscopy.com/sr/modul-elasticnosti-1/575962>
- Ispitivanje očvrsloga betona -- 13. dio: HRN EN 12390-13:2013
- prof.dr.sc. Ivan Tomičić, dipl.ing.građ., Betonske konstrukcije 1, Zagreb 1996
- Lukačić Hrvoje, Razvoj računalnog programa za postupak ispitivanja jednoosne tlačne čvrstoće i deformabilnosti materijala uz cikličko opterećenje i rasterećenje
- Pintea, A., Traian, O., Elastic deformation of concrete. Determination of secant modulus of elasticity in compression., Technical University of Cluj-Napoca, Faculty of Civil Engineering, Romania, 2012.
- Polančec Štefek, Odnosi naprezanja i deformacija kod ispitivanja betonskih prizmi, Sveučilište Sjever, 2015
- Reiterman Pavel, Static Modulus of Elasticity of Concrete
- Zavod za tehničku mehaniku, Određivanje modula elastičnosti betona, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu
- Yealemnegus Fufa, Addis Ababa University, Addis Ababa Institute of Technology School of civil and environmental engineering, 2014