

Statika Leonardo da Vinci mosta

Posavac, Antun

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:315043>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



image not found or type unknown

Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



zir.nsk.hr



image not found or type unknown

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Antun Posavac

Statika Leonardo da Vinci mosta

Završni rad

Rijeka, 2020.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Preddiplomski sveučilišni studij Građevinarstvo
Građevinska statika II

Antun Posavac
JMBAG: 0114030128

Statika Leonardo da Vinci mosta

Završni rad

Rijeka, rujan 2020.

Naziv studija: **Sveučilišni preddiplomski studij Građevinarstvo**

Znanstveno područje: Tehničke znanosti

Znanstveno polje: Građevinarstvo

Znanstvena grana: Nosive konstrukcije

Tema završnog rada

**STATIKA LEONARDO DA VINCI MOSTA
STABILITY OF THE LEONARDO DA VINCI TYPE BRIDGE**

Kandidat: **ANTUN POSAVAC**

Kolegij: **GRAĐEVINSKA STATIKA 2**

Završni rad broj: **20-P-31**

Zadatak:

Modelirati predložak mosta poznatog kao da Vinciev most, poznatog po tome da se gradi iz ravnih štapova, međusobno povezanih na kontaktu na tlak i trenje, bez vlačnih spojnih sredstava. Odabrati geometriju nekog manjeg mosta ovog tipa i provesti statičku analizu za uobičajena djelovanja, posebno korisnog pješачkog opterećenja, te odrediti najveće rezultante naprezanja karakterističnih presjeka.

Tema rada je uručena: 24. veljače 2020.

Mentor:

izv. prof. dr. sc. Dragan Ribarić,
dipl. ing. građ.

IZJAVA

Završni rad izradio sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci nositelj je prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Antun Posavac

U Rijeci, 1. rujna 2020.

ZAHVALA

Zahvaljujem se izv.prof.dr.sc. Draganu Ribariću dipl.ing.građ. na mentorstvu i pruženoj pomoći pri izradi završnog rada.

Antun Posavac

SADRŽAJ

1. Uvod	8
2. Karakteristike mosta.....	9
3. Samopodupiruća struktura.....	11
4. Model štapaste konstrukcije	13
4.1. Geometrija.....	13
4.2. Poprečni presjeci	14
5. Analiza opterećenja	16
5.1. Vlastita težina	16
5.2. Promjenjivo opterećenje	17
5.3. Kombinacija opterećenja.....	18
6. Analiza rezultata	19
6.1. Reakcije u osloncima	19
6.1.1. Reakcije u osloncima dobivene od vlastite težine.....	19
6.1.2. Reakcije u osloncima dobivene od promjenjivog opterećenja	20
6.1.3. Reakcije u osloncima dobivene kombinacijom opterećenja	20
6.2. Uzdužne sile u konstrukciji	21
7. Zaključak.....	23
8. Popis slika	24
9. Popis literature	25

SAŽETAK

U ovom završnom radu prikazan je model Leonardo da Vinci mosta. Provedena je statička analiza takvog štapastog modela. Pri izradi modela, dimenzije štapova uzete su proizvoljno.

Vrijednosti vanjskog opterećenja dobivene su sukladno s Eurokod normama te zajedno s vlastitom težinom konstrukcije ulaze u kombinaciju u kojoj se opterećenja množe s odgovarajućim faktorom te se tako dobije najnepovoljnija kombinacija djelovanja. Za izradu potrebnog proračuna konstrukcije ključan je bio program STAAD.Pro u kojem su dobiveni traženi dijagrami unutrašnjih sila.

Ključne riječi: štapasti model, kombinacija djelovanja, dijagrami.

SUMMARY

In this final paper, a model of the Leonardo da Vinci bridge is presented. A static analysis of such a rod (member/stick) model was conducted. During the making of model, the dimensions of the rods (members/sticks) were taken arbitrarily.

The values of the external load are obtained in accordance with Eurocode norms and together with the own weight of the structure enter into a combination in which the loads are multiplied by the appropriate factor and thus the most unfavorable combination of action is obtained. The STAAD.Pro program, in which the required diagrams of internal forces were obtained, was crucial for the preparation of the required structure calculation.

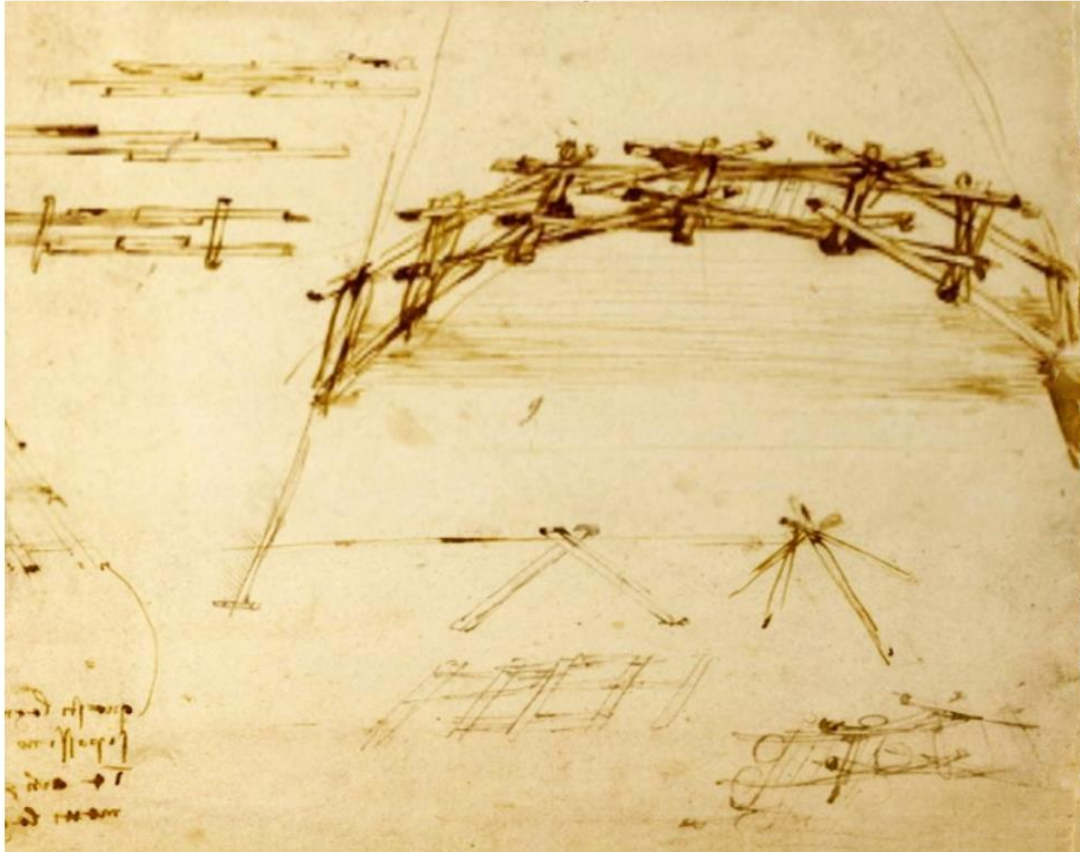
Keywords: rod model, action combination, diagrams.

1. Uvod

Tema ovog završnog rada analiziranje je štapastog modela Leonardo da Vinci mosta. Naime, radi se o modelu mosta koji je smišljen da bude izveden bez ijednog spajala. Model je izrađen u programu STAAD.Pro te su dobivene vrijednosti unutrašnjih sila i momenata koje dokazuju da takav most može preuzeti određeno opterećenje bez obzira na to što je izrađen bez ijednog spajala. Sama struktura takvog modela lako je izvediva te se sustav bazira na tome da se štapovi oslanjaju jedan na drugoga i u konačnici sami sebe drže, stoga vlastita težina mosta preuzima gotovo svo opterećenje. Most je opterećen u određenim čvorovima zbog toga što je namjena mosta takva da izdrži težinu čovjeka.

2. Karakteristike mosta

Leonardo da Vinci bio je višestruko nadaren čovjek. Većina ljudi kao prvu asocijaciju da Vincija povezuju s umjetnošću, no on je bio genij u mnogim drugim područjima pa tako i u arhitekturi i građevinarstvu. Rođen je u gradiću Vinci 1452. god. nedaleko od Firence što mu je u samom početku pomoglo u ostvarivanju svojeg potencijala i talenta zbog toga što je Firenca najvažniji umjetnički i intelektualni centar Italije. Njegov izum samopodupirućeg mosta jedan je od mnogih njegovih izuma. Takvom konstrukcijom dao je odgovor na pitanje kako postići maksimalnu udaljenost s najotpornijom konstrukcijom i najmanje mogućih građevinskih elemenata. Leonardov samonosivi most projektiran je između 1485. i 1487. godine te je uključen u jedan od njegovih kodeksa, Codex Atlanticus. Glavna karakteristika mosta je ta da podržan samo raspodjelom opterećenja te je genijalno uklopljen zajedno bez ijednog spajala. Leonardo Da Vinci je zbog svog zanimanja za arhitekturu i građevinarstvo produbio proučavanje osnovnih zakona statike i otpornosti materijala. Te ideje su ga navele da stane na komade mosta. U potrazi za rješenjima za uštedu velikih raspona s kratkim, upravljivim i lako dobavljenim dijelovima, iznio je ideju da se lako i brzo može izgraditi most kako bi se prevladale male prepreke. Spektakularna stvar ovog laganog mosta u obliku luka je ta što mu ne trebaju čavli, žice ili bilo koja druga sredstva da ostanu uspravni, nakon što se završi te niti jedan komad ne može izaći iz položaja i sve bez upotrebe veza između štapova. Sama težina njegovih elemenata odgovorna je za njegovo držanje zajedno. To je most dizajniran i za potragu i za bijegom od neprijatelja. Struktura mosta možda na prvi pogled izgleda jednostavno, ali za analizu je vrlo složen. Most funkcionira na principu " škarnog efekta " tj. što je veća sama težina mosta to on ima veću nosivost, a samim tim je i stabilniji. Samu ideju da se osmisli takav most da Vinci je dobio iz razloga da pomogne ljudima, primjerice u ratu, kako bi prešli prepreke što je brže moguće. On je nazivao strukturu takvog mosta " mostom sigurnosti " te se taj most ubraja u jedne od najgenijalnih mostova koje je osmislio za vrijeme svog života.

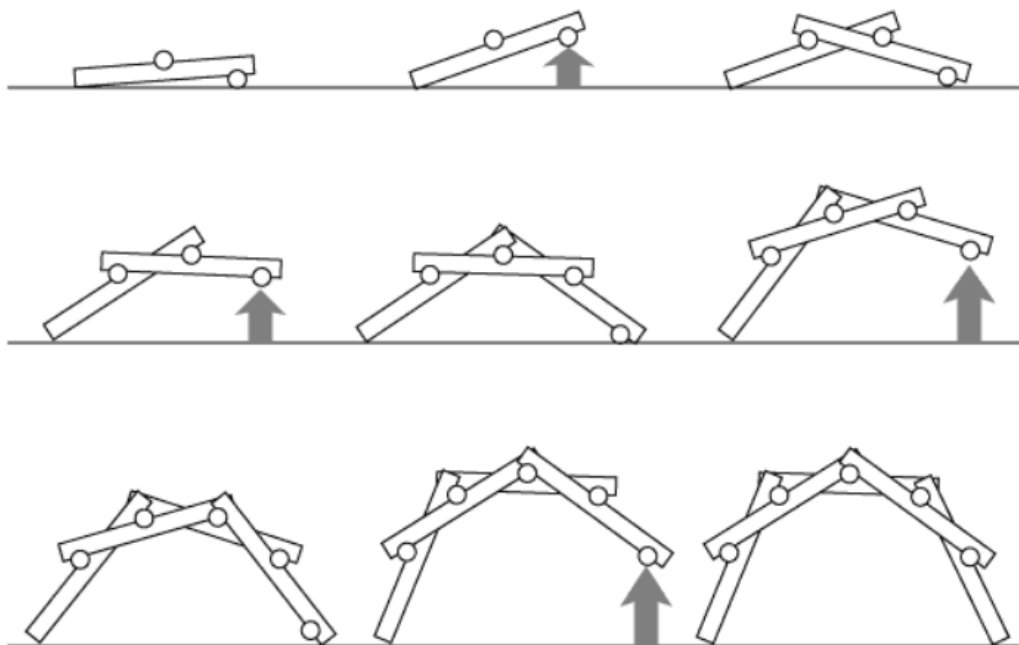


Slika 1: Prikaz skice Leonardovog mosta.

Način izrade Leonardovog mosta vrlo je jednostavan. Svatko može sastaviti takvu strukturu u nekoliko poteza s minimalnim brojem štapova.

Procedura izrade mosta:

1. Pobrinuti se da imate dovoljan broj štapova (minimalno 15)
2. Položiti jedan "paket" štapova ravno na stol te podići desnu stranu sa stola
3. Držuci u zraku desnu stranu štapova, treba umetnuti još jedan "paket" štapova ispod.
4. Nakon urađenog 3. koraka primiti umetnute štapove i podići u zrak te opet umetnuti ispod još jedan "paket štapova".
5. Ponavljati postupak dok se ne dovrši struktura Leonardovog mosta s min. 15 štapova.



Slika 2: Prikaz sastavljanja Leonardovog mosta.

3. Samopodupiruća struktura

Leonardo Da Vinci istraživao je dva oblika strukture građevine - most i kupolu. Njegove usluge trebala je obitelj Borgia, s narudžbom da dizajnira lagane i jake građevine koje bi se mogle brzo izgraditi, a potom i srušiti. Ovo im je pomoglo u njihovoj stalnoj borbi za vlast s obitelji Medici u renesansnoj Italiji. Most bi se mogao koristiti za prelazak rijeka, a kupola je mogla služiti kao vojni logor. U tom je smislu napravio nekoliko skica. Sustav djeluje koristeći gravitaciju koja obavlja najveći dio posla. Osoba koja je, čini se, najviše radila na razumijevanju kupola je Rinus Roelofs, nizozemski kipar. Sam je taj sustav otkrio 1989. godine, a tek je tada isti koncept pronašao u radu da Vincija. Otkrio je da postoji jedno Pravilo (glavni kapital R) koje upravlja svim mogućim „mrežama“ za kupole: to je „plus-minus-minus-plus“ pravilo, koje se može preimenovati u „over-under-under-over“. Ako pogledate bilo kojeg člana u da Vincijevoj strukturi kupole, to uvijek slijedi ovo pravilo. Izuzetak mogu biti krajnji uvjeti; članovi na rubovima mogu imati jedno ili dva neispunjena zarez. Rinus Roelofs prošao je kroz desetak varijacija rešetki koje djeluju na izgradnji kupola. On ih dijeli na kvadratne, rotacijske i translacijske mreže. Neki izgledaju vrlo slično, ali svi imaju svoje razlike i svi slijede Pravilo. Također je pogledao kako se dva uzorka mogu kombinirati u jednoj strukturi i uvodeći izobličenja u obrazac (možda je bolje to nazvati anomalijom, a ne izobličenjem; građevni blok strukture - jednako raspoređeni zarez na

članu - nikad se ne iskrivljuju u njegovim studijama). Također je iste principe ekstrapolirao na poliedre što čini i neka zanimljiva skulpturalna djela. Također je izgradio poprilično konstrukcija kupole u punom obimu.



Slika 3: Jedna od punih dimenzija da Vincijeve kupole Rinusa Roelofsa.

Modificirana verzija jednostavnog mosta da Vincijeva (na slici 4. - desno) koristi se kao sastavni dio ove strukture okvira kupole. Između komponenti "mosta" za ugradnju u kupolu ugrađeni su dodatni poprečni komadi. Blok nalik ključnom kamenu podržava se u gornjem središtu tijekom gradnje, a nosači se uklanjaju po završetku. Barem tako " govori " teorija.

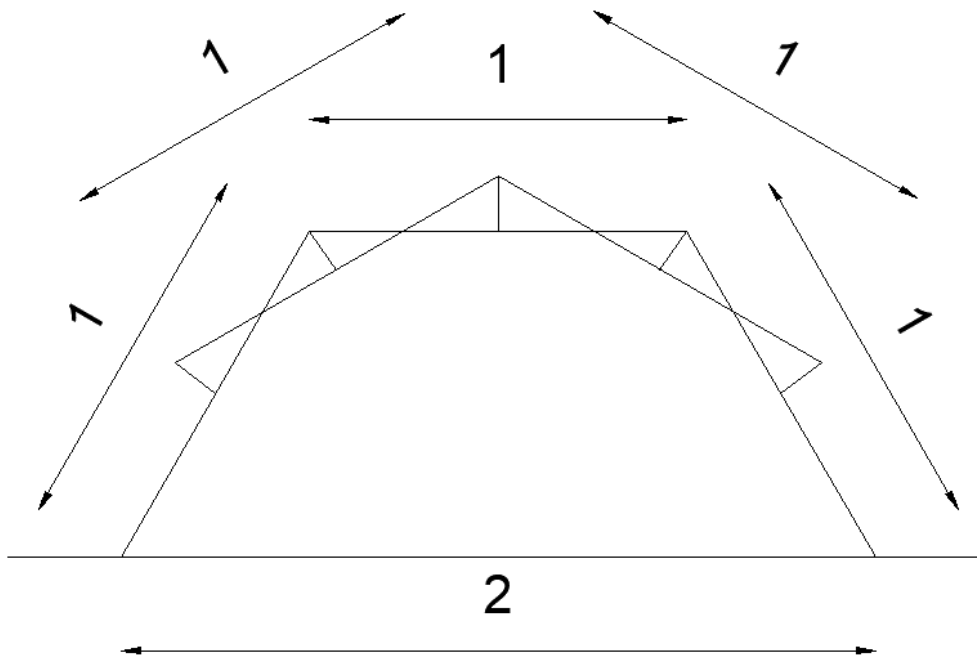


Slika 4: Kupolni okvir zasnovan na modificiranom mostu Leonarda da Vincija.

4. Model štapaste konstrukcije

4.1. Geometrija

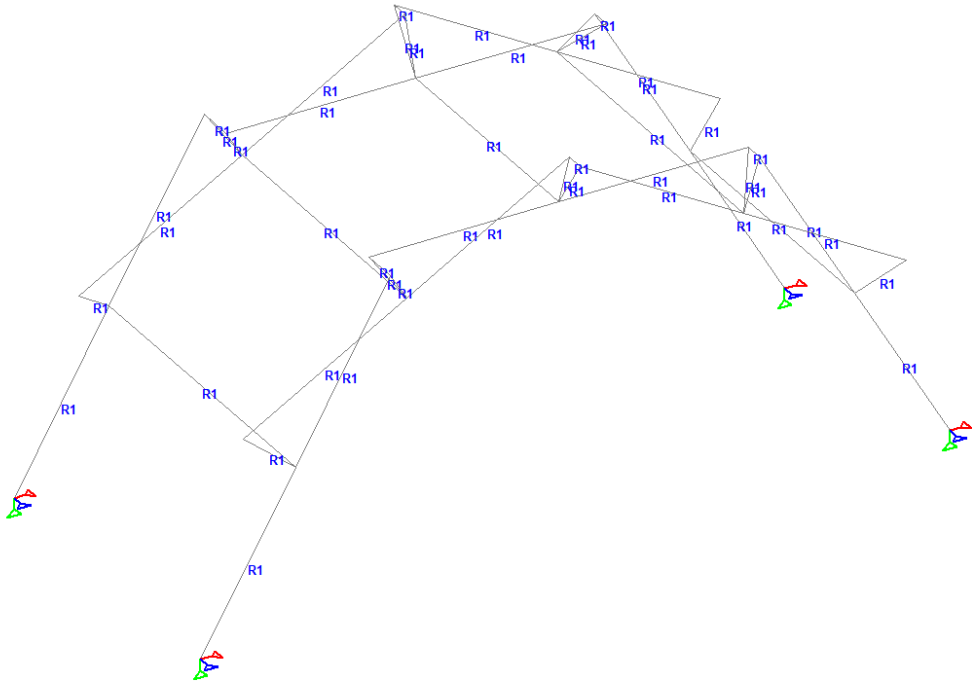
Ovaj model Leonardovog mosta ukupno je dugačak 2 m. Dimenzije su proizvoljne. Vanjski štapovi dugački su po 1 m, a unutrašnji zbog pojednostavljenja izrade modela u programu STAAD.Pro variraju.



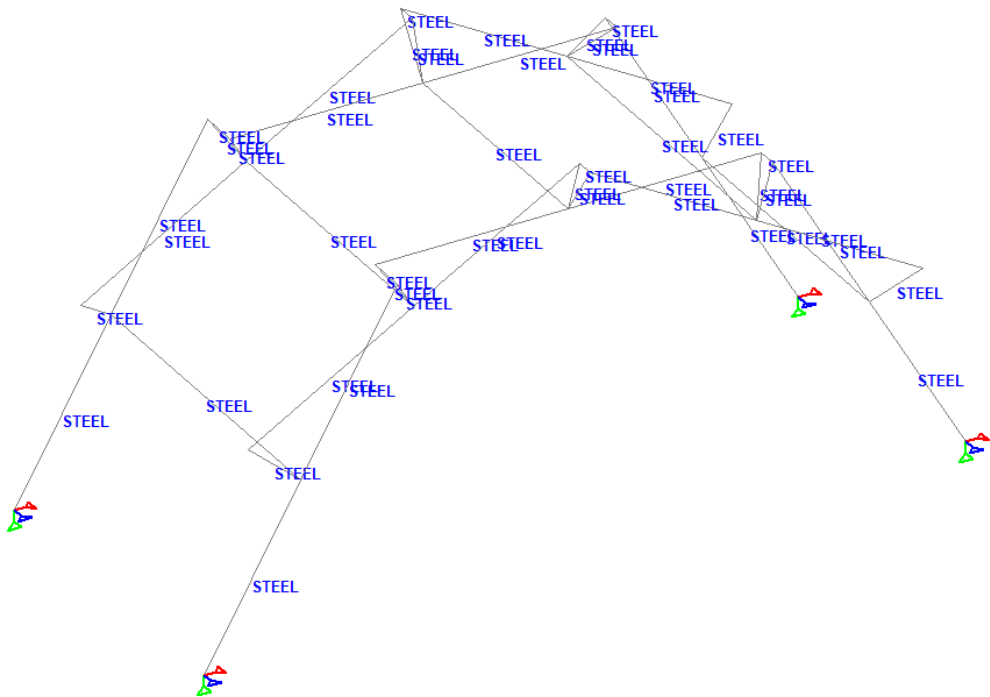
Slika 5: Prikaz dimenzija štapova konstrukcije.

4.2. Poprečni presjeci

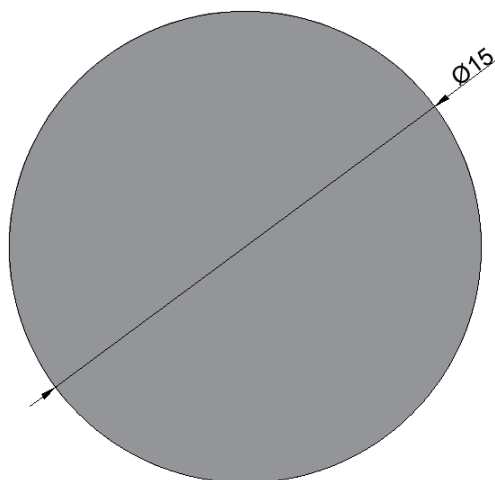
Svi štapovi u konstrukciji imaju isti poprečni presjek. Napravljeni su od čelika te su kružnog oblika s radijusom od 0.15 m.



Slika 6: Prikaz mosta napravljenog od istog materijala i poprečnog presjeka [oznaka R1].



Slika 7: Aksonometrijski prikaz mosta napravljenog od čelika.

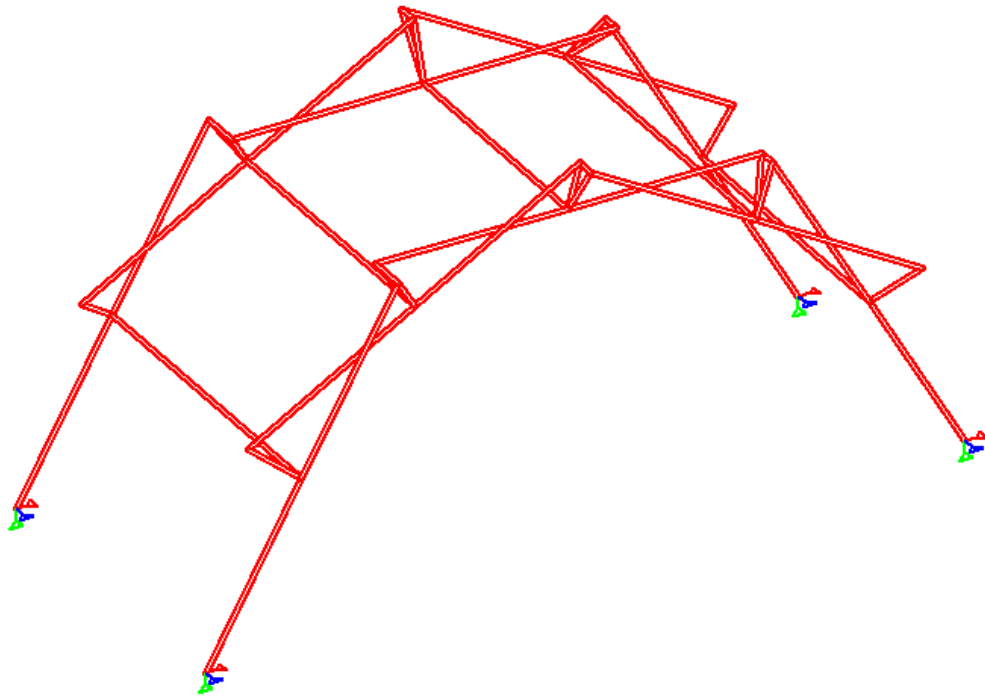


Slika 8: Čelični poprečni presjek promjera 15 cm.

5. Analiza opterećenja

5.1. Vlastita težina

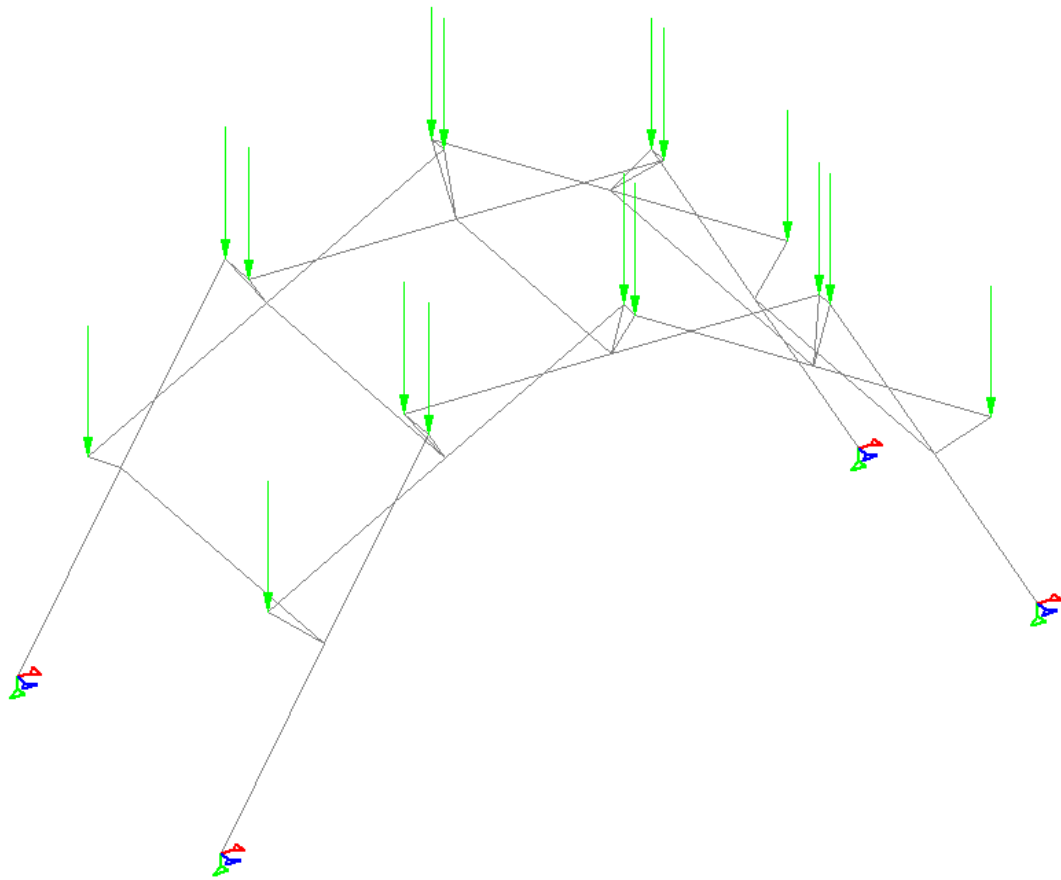
Vlastita težina u programu STAAD.Pro izračuna se pomoću naredbe " Selfweight " nakon što se zadaju poprečni presjeci, materijal i duljine elemenata. U toj naredbi program izračuna volumen konstrukcije i onda tu vrijednost pomnoži s gustoćom materijala te se dobije vrijednost sila u pojedinim štapovima.



Slika 9: Prikaz djelovanja vlastite težine.

5.2. Promjenjivo opterećenje

Konstrukcija je opterećena u određenim (karakterističnim) čvorovima te je vrijednost opterećenja jednaka -1 kN. Predznak – stavlja se zbog orijentacije koordinatnog sistema u programu STAAD.Pro. Vrijednost od -1 kN odgovara vrijednosti težine odraslog čovjeka te je zbog toga i uzeta ta vrijednost.



Slika 10: Djelovanje sila od -1 kN na most.

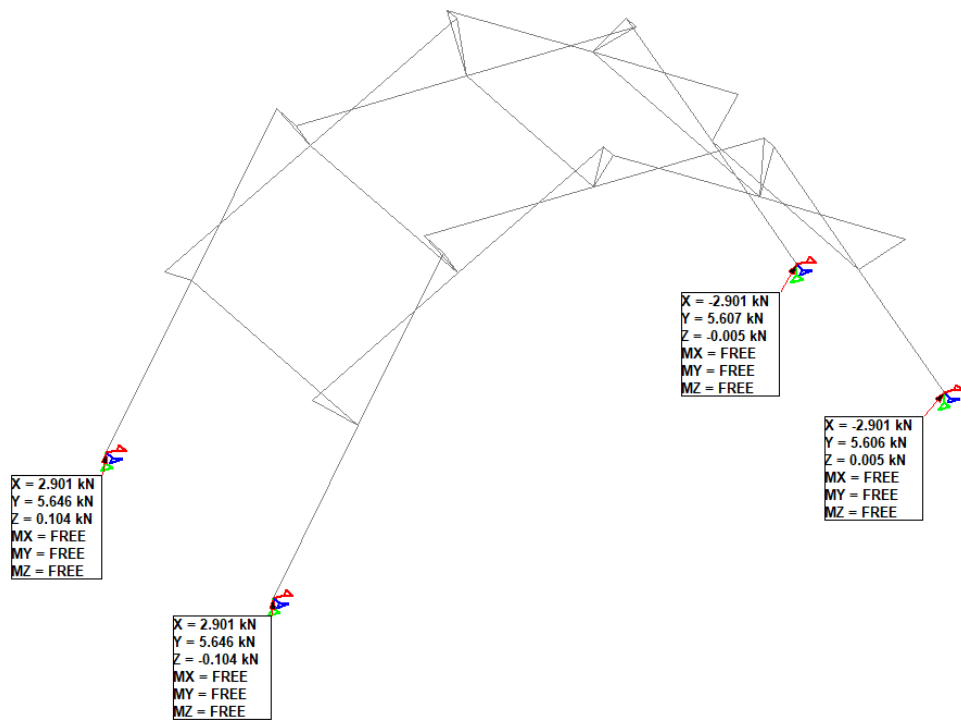
5.3. Kombinacija opterećenja

Koristeći Eurokod norme dobiju se vrijednosti u kombinaciji opterećenja. Stalno opterećenje, tj. vlastita težina konstrukcije, množi se s parcijalnim faktorom sigurnosti koji iznosi 1.35, a promjenjivo opterećenje množi se s parcijalnim faktorom sigurnosti koji iznosi 1.5.

6. Analiza rezultata

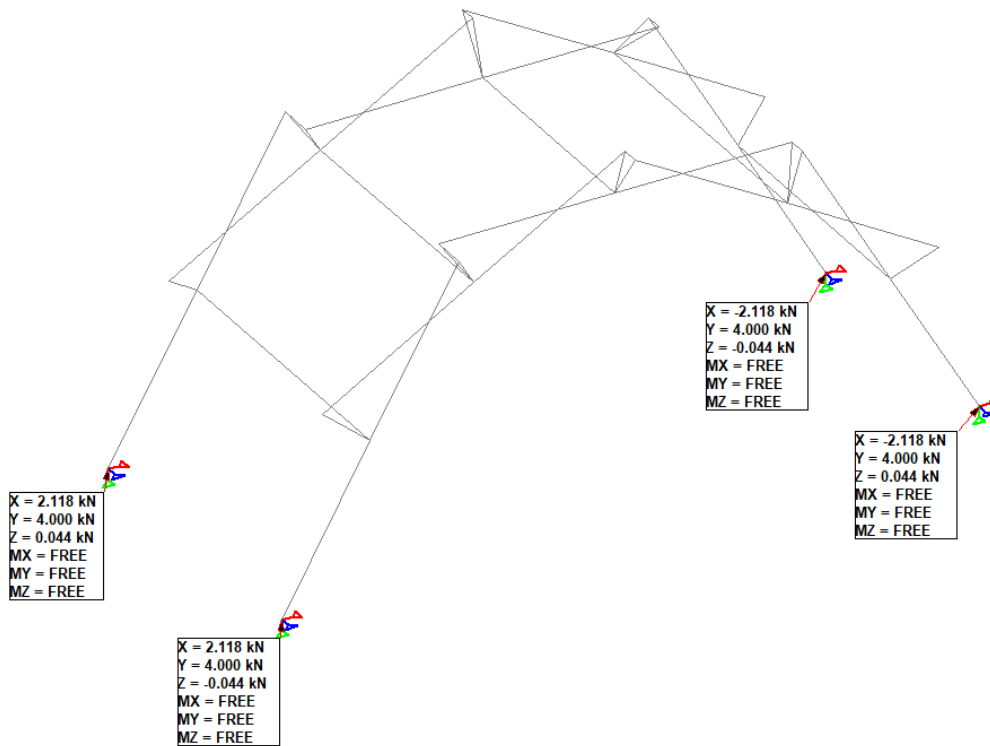
6.1. Reakcije u osloncima

6.1.1. Reakcije u osloncima dobivene od vlastite težine



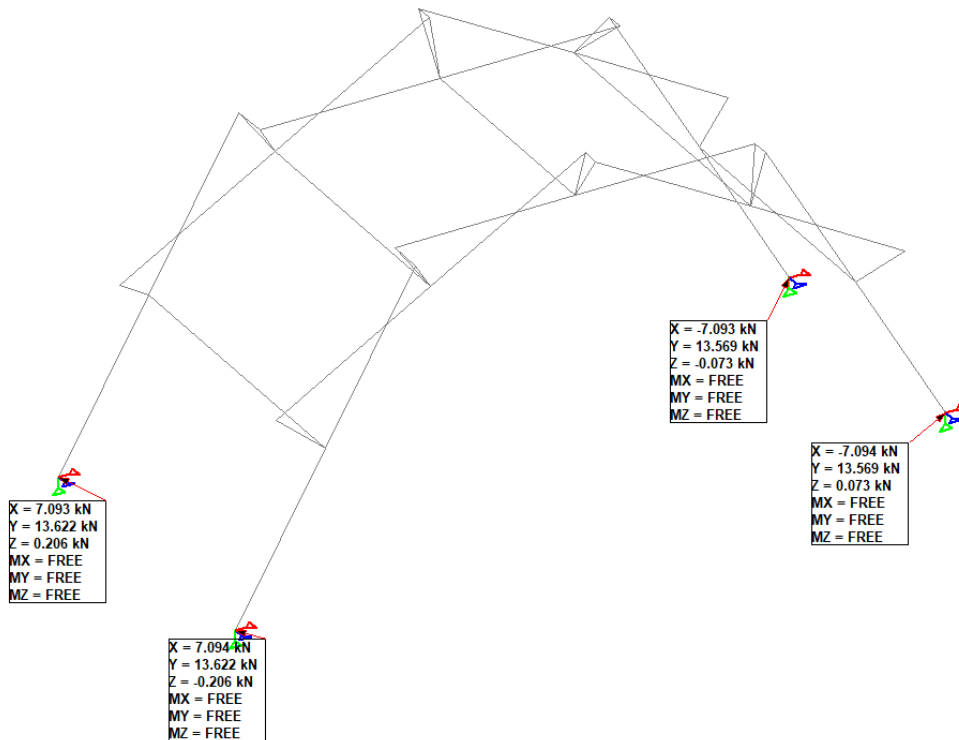
Slika 11: Reakcije dobivene od vlastite težine.

6.1.2. Reakcije u osloncima dobivene od promjenjivog opterećenja



Slika 12: Reakcije dobivene od promjenjivog opterećenja.

6.1.3. Reakcije u osloncima dobivene kombinacijom opterećenja

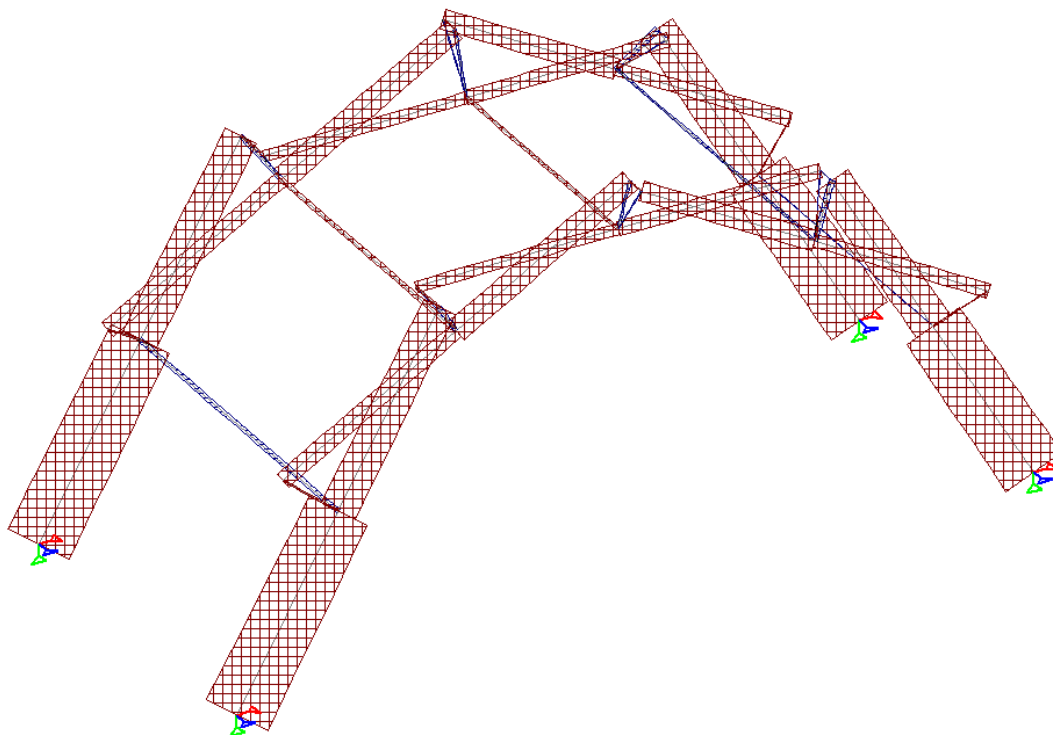


Slika 13: Reakcije dobivene kombinacijom opterećenja.

Maksimalne vertikalne i horizontalne reakcije u osloncima pojavljuju se pri kombinaciji opterećenja.

6.2. Uzdužne sile u konstrukciji

U konstrukciji se prenose tlačne sile što je dokaz stabilnosti konstrukcije s obzirom na to da je napravljena bez ijednog spajala.

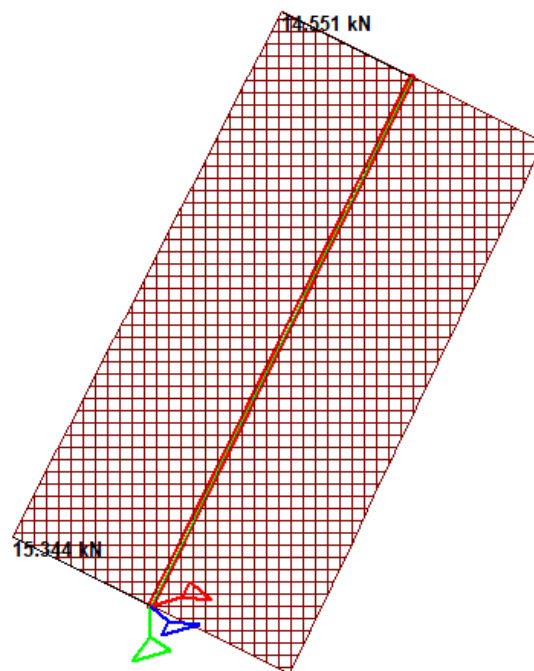


Slika 14: Dijagram uzdužnih sila.

Maksimalna uzdužna sila nalazi se na gredi označenoj brojem 19 i iznosi $F_x = 15.344$ kN. Ta sila se dobije kombinacijom opterećenja.

All Summary Envelope									
	Beam	L/C	Node	Fx kN	Fy kN	Fz kN	Mx kN-m	My kN-m	Mz kN-m
Max Fx	19	3 COMBINATI	16	15.344	0.667	-0.206	-0.000	-0.000	-0.000
Min Fx	41	3 COMBINATI	28	-1.365	2.258	0.710	0.027	-0.051	0.149
Max Fy	42	3 COMBINATI	30	0.272	4.495	1.176	-0.016	-0.093	0.393
Min Fy	24	3 COMBINATI	18	0.382	-5.055	1.836	-0.002	0.116	0.432
Max Fz	47	3 COMBINATI	5	0.060	0.044	3.900	0.102	-0.073	0.033
Min Fz	44	3 COMBINATI	25	0.060	0.047	-3.899	-0.102	0.123	0.033
Max Mx	47	3 COMBINATI	5	0.060	0.044	3.900	0.102	-0.073	0.033
Min Mx	44	3 COMBINATI	25	0.060	0.047	-3.899	-0.102	0.123	0.033
Max My	2	3 COMBINATI	2	7.751	-0.157	0.675	-0.015	0.229	0.163
Min My	20	3 COMBINATI	17	7.746	-0.156	-0.675	0.015	-0.229	0.163
Max Mz	5	3 COMBINATI	3	0.378	-5.051	-1.832	0.002	-0.116	0.432
Min Mz	24	3 COMBINATI	19	0.232	-4.837	1.836	-0.002	-0.150	-0.283

Slika 15: Prikaz minimalnih i maksimalnih vrijednosti.



Slika 16: Prikaz maksimalne uzdužne tlačne sile od 15.344 kN.

7. Zaključak

Cilj ovog završnog rada bio je dokazati da je samopodupirući most Leonarda da Vincija stabilan. Analizom je zaključeno da je taj cilj ispunjen. Uzdužne sile koje se prenose štapovima su tlačne što je dokaz stabilnosti mosta. Sama konstrukcija koja je izrađena u programu STAAD.Pro sastavljena je od 15 glavnih štapova te ostalih manjih štapova koji su ubačeni u konstrukciju kako bi se sile mogle prenijeti sa štapa na štap. Konstrukcija je opterećena s promjenjivim opterećenjem od 1 kN što daje manji iznos reakcija i sila u samom sustavu. Opterećenja su rađena u skladu s Eurokodom. Svi poprečni presjeci su kružnog oblika, a kao materijal izabran je čelik. Na prvi pogled dok se napravi struktura takvog mosta, čini se da je most nestabilan i da će štapovi kliznuti jedan niz drugoga, ali onda se takva struktura optereti opterećenjem i u tom trenutku most postane "krut" te vlastita težina mosta zapravo primi to opterećenje. Leonardo da Vinci je takvim izumom još jednom dokazao da je bio ispred svog vremena.

8. Popis slika

Slika 1: Prikaz skice Leonardovog mosta.

<https://www.pearboleda.com/puente-autoportante-de-leonardo-da-vinci/>

Slika 2: Prikaz sastavljanja Leonardovog mosta.

<https://sites.google.com/site/hsabmtkristinamarayah95/home/leonardo-da-vinci-bridge>

Slika 3: Jedna od punih dimenzija da Vincijeve kupole Rinusa Roelofsa.

<https://archiscriptor.wordpress.com/2013/01/08/self-supporting-structures/>

Slika 4: Kupolni okvir zasnovan na modificiranom mostu Leonarda da Vincija.

<https://3dwarehouse.sketchup.com/model/b5e72472a23a3c77b8a8a391cbfb0bff/Dome-Frame-based-on-modified-da-Vinci-Bridge>

Slika 5: Prikaz dimenzija štapova konstrukcije – nacrt iz Autocada

Slika 6: Prikaz mosta napravljenog od istog materijala i poprečnog presjeka [oznaka R1] – model u programu STAAD.Pro.

Slika 7: Aksonometrijski prikaz mosta napravljenog od čelika – model u programu STAAD.Pro.

Slika 8: Čelični poprečni presjek promjera 15 cm – crtež iz Autocada

Slika 9: Prikaz djelovanja vlastite težine – model u programu STAAD.Pro.

Slika 10: Djelovanje sila od -1 kN na most - model u programu STAAD.Pro.

Slika 11: Reakcije dobivene od vlastite težine - model u programu STAAD.Pro.

Slika 12: Reakcije dobivene od promjenjivog opterećenja - model u programu STAAD.Pro.

Slika 13: Reakcije dobivene kombinacijom opterećenja - model u programu STAAD.Pro.

Slika 14: Dijagram uzdužnih sila - model u programu STAAD.Pro.

Slika 15: Prikaz minimalnih i maksimalnih vrijednosti - model u programu STAAD.Pro.

Slika 16: Prikaz maksimalne uzdužne tlačne sile od 15.344 kN - model u programu STAAD.Pro.

9. Popis literature

- [1] <https://grabcad.com/library/leonardo-da-vinci-self-supporting-bridge>
- [2] <https://sites.google.com/site/hsabmtkristinamarayah95/home/leonardo-da-vinci-bridge>
- [3] https://hr.wikipedia.org/wiki/Leonardo_da_Vinci
- [4] <http://www.openculture.com/2017/06/how-to-build-leonardo-da-vincis-ingenious-self-supporting-bridge.html>
- [5] <https://archiscriptor.wordpress.com/2013/01/08/self-supporting-structures/>
- [6] <https://3dwarehouse.sketchup.com/model/b5e72472a23a3c77b8a8a391cbfb0bff/Dome-Frame-based-on-modified-da-Vinci-Bridge>
- [7] Autocad 2021.
- [8] STAAD.Pro CONNECT Edition.