

Stabilnost grupe pilota raščlanjene obalne konstrukcije

Fafandjel, Vito

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:399734>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

Vito Fafandžel

Stabilnost grupe pilota raščlanjene obalne konstrukcije

Diplomski rad

Rijeka, 2020.

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Sveučilišni diplomski studije građevinarstva
Konstrukcije
Stabilnost konstrukcija**

**Vito Fafandžel
JMBAG: 0114026784**

Stabilnost grupe pilota raščlanjene obalne konstrukcije

Diplomski rad

Rijeka, Studeni 2020.

Naziv studija: **Sveučilišni diplomski studij Građevinarstvo**

Znanstveno područje: Tehničke znanosti

Znanstveno polje: Građevinarstvo

Znanstvena grana: Nosive konstrukcije

Tema diplomskog rada

STABILNOST GRUPE PILOTA RAŠČLANJENE OBALNE KONSTRUKCIJE

STABILITY OF THE PIER PILLAR GROUP

Kandidat: **VITO FAFANĐEL**

Kolegij: **STABILNOST KONSTRUKCIJA**

Diplomski rad broj: **K-2020-55**

Zadatak:

Na hipotetskom primjeru raščlanjene obalne konstrukcije provesti analizu stabilnosti grupe od četiri pilota temeljenih na stijenskoj podlozi morskoga dna od oko 20,0 m dubine. Piloti su izvedeni na način da im je glava zabušena u sraslu stijenu dovoljno duboko da dozvoljavaju upetost. Piloti su armirano betonski, okruglog presjeka, izvedeni u zaštitnoj čeličnoj cijevi u moru, te betonirani kontraktorom. Analizirati stabilnost pojedinačnog pilota, te grupe kao cjeline, kao i efekte drugog reda uslijed vlastite težine obalne konstrukcije i horizontalnog djelovanja morskih valova. Procijeniti kritičnu silu pilota i faktor sigurnosti.

Tema rada je uručena: 25. veljače 2020.

Mentor:

izv. prof. dr. sc. Dragan Ribarić,
dipl. ing. građ.

IZJAVA

Diplomski rad izradio sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Vito Fafandžel

U Rijeci, 3.11.2020.

Zahvale

Zahvaljujem se svom mentoru doc.dr.sc Draganu Ribariću na ukazanom povjerenju i pomoći tijekom izrade diplomskog rada.

Također zahvaljujem se i svojoj obitelji na svom razumijevanju i potpori koju su mi pružili tijekom cijelog školovanja.

SAŽETAK

U ovom radu analizirana je teorija drugog reda, te njezin utjecaj na teoriju prvog reda, odnosno linearnu teoriju. Analizirala su se dva problema. Jedan je utjecaj teorije drugog reda na pojedinačni pilot, dok je drugi utjecaj teorije drugog reda na grupu od dva pilota spojenih krutom vezom. U početku je provedena analiza opterećenja valova prema metodi Goda za oba primjera. Kasnije je teoretski obrađena teorija drugog reda, te analizirana na dva prethodno navedena primjera. Na kraju rada izračunata je kritična sila po Eulerovom modelu, te su izdimenzionirani piloti obzirom na dobivene momente. Dan je zaključak s obzirom na dobivene rezultate.

Ključne riječi: Teorija drugog reda, linearna teorija, opterećenje valova, kritična sila, pilot

ABSTRACT

This thesis analyses, the theory of the second order is analyzed, and its influence on the theory of the first order (linear theory). Two problems were analyzed. One is to influence second-class theories on an individual pillar, while the other is the influence of second-class theory on a group of two pillars joined together by a rigid connection. At the beginning, wave load analysis was given according to the Goda method for both examples. Later, the second-order theory was theoretically analyzed and analyzed on two examples mentioned above. At the end of the work, a critical force was calculated according to the Euler model, and the pillars were designed according to the resulting moments. A conclusion was given with regard to the results obtained.

Key words: Second-class theory, linear theory, wave load, critical force, pillar

Sadržaj

POPIS SLIKA	1
POPIS TABLICA	2
1. UVOD	3
2. ODREĐIVANJE VALNIH OPTEREĆENJA	4
2.1. Valna opterećenja za pojedinačni pilot	4
2.2. Valna opterećenja za grupu pilota	10
3. IZRAČUN SAVOJNE KRUTOSTI (EI) KRUŽNOG POPREČNOG PRESJEKA	18
4. LINEARNA TEORIJA PRVOG REDA I POVEZANOST S TEORIJEOM DRUGOG REDA	19
4.1. Linearne teorije	19
4.2. Utjecaj uzdužne tlačne sile na krutost štapa	21
5. RJEŠENJE PROBLEMA POJEDINAČNOG PILOTA I GRUPE PILOTA PO TEORIJI DRUGOG REDA	25
5.1. Utjecaj teorije drugog reda na pojedinačni pilot visine $H=20,0\text{m}$	25
5.2. Utjecaj teorije drugog reda na grupu pilota	39
6. PRORAČUN KRITIČNE SILE	58
6.1. Kritična sila za pilot visine $H=20\text{ m}$	60
6.2. Kritična sila za pilot visine $H=24\text{ m}$	61
7. DIMENZIONIRANJE PILOTA	62
7.1. Proračun armature za pojedinačni pilot	64
7.2. Proračun armature za grupu pilota	65
8. ZAKLJUČAK	67
9. LITERATURA	68

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Prikaz pilota visine 20 m i njegovih visinskih kota	4
Slika 2.2. Prikaz pomoćnih dimenzija pilota i valnog opterećenja na pilot visine 20 m.....	5
Slika 2.3. Prikaz dobivenog valnog opterećenja na pilot	7
Slika 2.4. Prikaz djelovanja valova na pilot podjeljen u dva segmenta	8
Slika 2.5. Prikaz pojednostavljenog opterećenja na pilot	9
Slika 2.6. Prikaz sustava za rješavanje problema	9
Slika 2.7. Prikaz pilota visine 24 m i njegovih visinskih kota	10
Slika 2.8. Prikaz pomoćnih dimenzija pilota i valnog opterećenja na pilot visine 24 m.....	11
Slika 2.9. Prikaz dobivenog valnog opterećenja na pilot	13
Slika 2.10. Prikaz djelovanja valova na pilot podjeljen u dva segmenta.....	14
Slika 2.11. Prikaz pojednostavljenog opterećenja na pilot	15
Slika 2.12. Prikaz sustava za rješavanje problema	16
Slika 2.13. Sustav za rješavanje problema grupe pilota	17
Slika 3.1. Kružni poprečni presjek za izračun momenta tromosti	18
Slika 4.1. Prosta greda poterećena tlačnom silom P i vanjskim opterećenjem F	20
Slika 4.2. Štap kod kojeg je poprečno opterećenje $q=0$	21
Slika 4.3. Štap s uvedenim pomacima $\Delta_1, \rho_1, \Delta_2, \rho_2$	22
Slika 5.1. Statički sustav pilota i oblik deformacije	25
Slika 5.2. Utjecaj pomaka čvora B	26
Slika 5.3. Utjecaj rotacije čvora B.....	26
Slika 5.4. Utjecaj valovanja na segment A-B	27
Slika 5.5. Utjecaj pomaka čvora C	27
Slika 5.6. Utjecaj pomaka čvora B	28
Slika 5.7. Utjecaj rotacije čvora B.....	28
Slika 5.8. Utjecaj valovanja na segment B-C	28
Slika 5.9. Uzdužno opterećenje na pilot	31
Slika 5.10. Utjecaj pomaka čvora B	32
Slika 5.11. Utjecaj rotacije čvora B.....	32
Slika 5.12. Utjecaj pomaka čvora C	33
Slika 5.13. Utjecaj pomaka čvora B	34
Slika 5.14. Utjecaj rotacije čvora B.....	34
Slika 5.15. Statički sustav grupe pilota i oblik deformacije	39
Slika 5.16. Utjecaj pomaka čvora B	40
Slika 5.17. Utjecaj rotacije čvora B.....	40
Slika 5.18. Utjecaj valovanja na segment A-B	41
Slika 5.19. Utjecaj pomaka čvora C	41
Slika 5.20. Utjecaj pomaka čvora B	42
Slika 5.21. Utjecaj rotacije čvora B.....	42
Slika 5.22. Utjecaj valovanja na segment B-C.....	42
Slika 5.23. Utjecaj pomaka čvora E	44
Slika 5.24. Utjecaj rotacije čvora E.....	44
Slika 5.25. Utjecaj valovanja na segment D-E.....	45
Slika 5.26. Utjecaj pomaka čvora F	45
Slika 5.27. Utjecaj pomaka čvora E	46
Slika 5.28. Utjecaj rotacije čvora E.....	46
Slika 5.29. Utjecaj valovanja na segment E-F	46
Slika 5.30. Utjecaj pomaka čvora E	49
Slika 5.31. Utjecaj rotacije čvora E.....	50

Slika 5.32. Utjecaj pomaka čvora F	51
Slika 5.33. Utjecaj pomaka čvora E	51
Slika 5.34. Utjecaj rotacije čvora E.....	52
Slika 6.1. Zglobno vezani štap na oba kraja za izračun kritične Eulerove sile	58
Slika 6.2. Četiri oblika izvijanja za određivanje kritične sile ($l_0=L_i$)	58
Slika 6.3. Oblik izvijanja pilota visine 20,0m.....	60
Slika 6.4. Oblik izvijanja pilota visine 24,0m.....	61
Slika 7.1. Dijagram interakcije za klase betona C12/15-C50/60	62
Slika 7.2. Oznake dimenzija kružnog poprečnog presjeka	63
Slika 7.3. Prikaz armature pojedinačnog pilota visine 20,0m.....	64
Slika 7.4. Prikaz armature grupe pilota za visinu pilota 20,0m	65
Slika 7.5. Prikaz armature grupe pilota za visinu pilota 24,0m	66

POPIS TABLICA

Tablica 1. Prikaz modula elastičnosti za različite razrede betona.....	24
--	----

1. UVOD

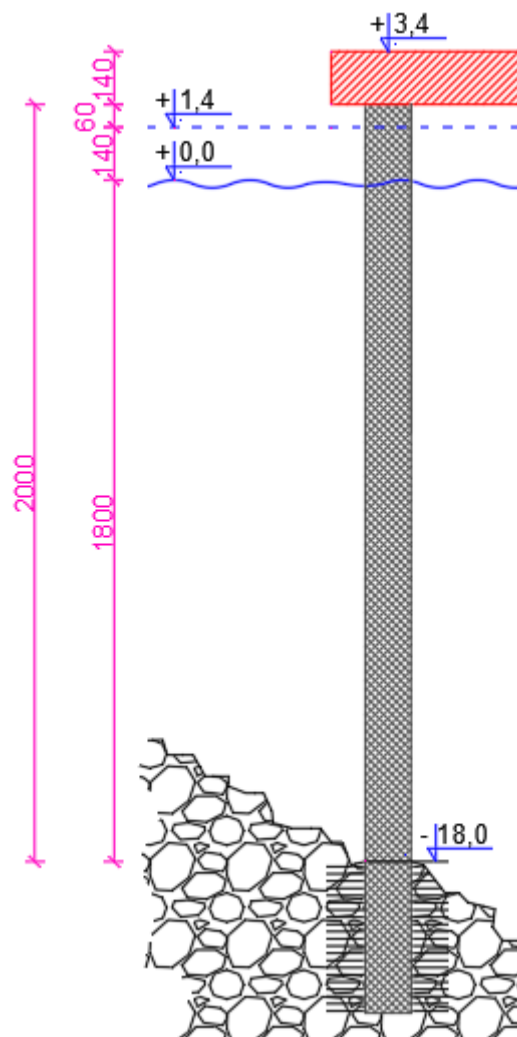
Cilj ovog rada je, na konkretnom primjeru raščlanjene obalne konstrukcije razumijeti teoriju drugog reda, njezin utjecaj na nosač, te kako ona mijenja teoriju prvog reda, odnosno linearnu teoriju.

Govoreći o obalnim građevinama tu postoji mnoštvo raznih konstrukcija od lukobrana, molova pa sve do plutajućih platformi, naftnih platformi i slično. Gledajući ovu konstrukciju kao neku platformu, npr. platforma za signalni svjetionik ili kao neku naftnu platformu ona se nalazi u dubokoj vodi, te je to najveći problem ovakvih građevina. U dubokim vodama je veliki utjecaj valova na konstrukciju, u nekim slučajevima čak $\frac{3}{4}$ ukupnog opterećenja na konstrukciju čine upravo valovi. Zato je vrlo bitno kod dubokovodnih obalnih građevina paziti na utjecaj valovanja na samu konstrukciju, te njihov doprinos na izvijanje pilota. Glavni zahtjev kod projektiranja ovakvih konstrukcija nije vrijeme izvedbe, već je jednostavnost održavanja, životni vijek, te naravno što niži troškovi izgradnje. Ovakve fiksne platforme moraju se projektirati na način da mogu prihvatiti najveće valno opterećenje koje je moguće izračunati za lokaciju gdje se nalaze. Sama izvedba fiksnih platformi na moru je izuzetno teška i komplicirana, pa se ne grade previše, već se u većini slučajeva koriste neke privremene platforme koje se kasnije mogu premjestiti na drugu lokaciju.

2. ODREĐIVANJE VALNIH OPTEREĆENJA

Proračun valnih opterećenja u ovom radu radio se po metodi Goda. Metoda se zaniva na određivanju pritisaka p_i na vrhu, dnu, te na koti visoke vode. Ova metoda se inače koristi za izračun valnog opterećenja na vertikalne lukobrane, ali radi pojednostavljenja uzeta je u ovom radu za izračun valnog opterećenja na pilote. Sama opterećenja ovise o dubini pilota, značajnoj visini vala, dužini vala, te kutu nailaska vala. U daljem dijelu prikazan je postupak određivanja valnog opterećenja na pojedinačni pilot, te na grupu pilota. [6]

2.1. Valna opterećenja za pojedinačni pilot



Slika 2.1. Prikaz pilota visine 20 m i njegovih visinskih kota

Dubina dna: $kdt = -18,0$ m

Značajna visina vala: $H_s = 3,0$ m

Dužina vala: $L = 50,0$ m

Razina visoke vode: $v.v. = 1,4$ m

Kota vrha platform: $kop = 3,4$ m

Kota dna pilota: $kdp = kdt = -18,0$ m

Visina platform: $h_1 = kop - kdt = 3,4$ m + $18,0$ m = $21,4$ m

Projektna visina vala: $H_p = 1,8 \cdot H_s = 1,8 \cdot 3,0$ m = $5,4$ m

Dubina na udaljenosti $5H_s$: $h_s = 29,0$ m

Pomoćne dimenzije: $d = v.v. - kdt = 1,4$ m + $18,0$ m = $19,4$ m

$$h = d = 19,4$$
 m

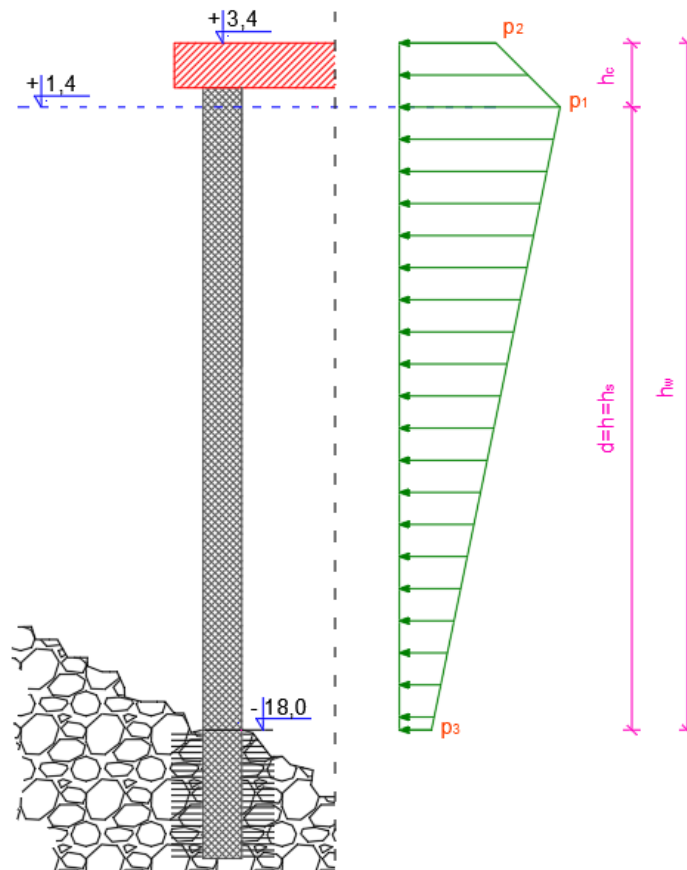
$$h_c = kop - v.v. = 3,4$$
 m - $1,4$ m = $2,0$ m

$$h_w = kop - kdt = 3,4$$
 m + $18,0$ m = $21,4$ m

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$$

Kut nailaska vala: $\beta = 0^\circ$

[6]



Slika 2.2. Prikaz pomoćnih dimenzija pilota i valnog opterećenja na pilot visine 20 m

Proračun opterećenja:

$$\eta = 0,75 \cdot (1 + \cos\beta) \cdot \lambda_1 \cdot H_p = 0,75 \cdot (1 + \cos 0^\circ) \cdot 1 \times 5,4 \text{ m} = 8,1 \text{ m} \quad (1)$$

Valna opterećenja

$$\alpha_1 = 0,6 + 0,5 \cdot \left(\frac{\frac{4\pi}{L} \cdot h_s}{\sinh\left(\frac{4\pi}{L} \cdot h_s\right)} \right)^2 = 0,6 + 0,5 \cdot \left(\frac{\frac{4\pi}{50} \cdot 19,4}{\sinh\left(\frac{4\pi}{50} \cdot 19,4\right)} \right)^2 = 0,603 \quad (2)$$

$$\alpha_2 = \min \left[\frac{h_b - d}{3 \cdot h_b} \cdot \left(\frac{H_p}{d} \right)^2 ; 2 \cdot \frac{d}{H_p} \right] = \min \left[\frac{29,0 - 19,4}{3 \cdot 29,0} \cdot \left(\frac{5,4}{19,4} \right)^2 ; 2 \cdot \frac{19,4}{5,4} \right] = \min [0,0086; 7,19] \quad (3)$$

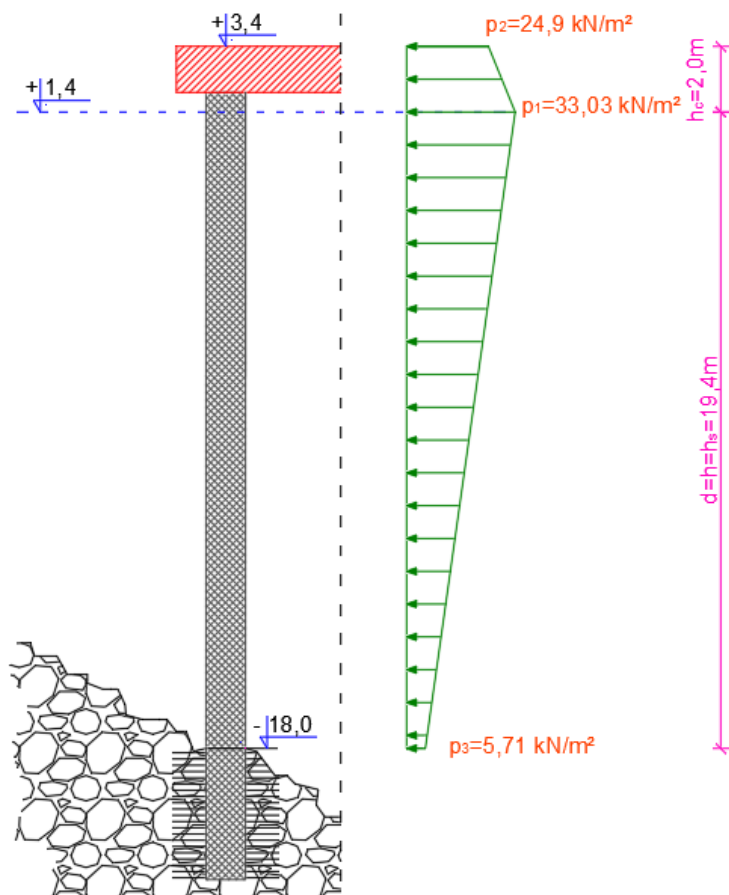
$$\alpha_3 = 1 - \frac{h_w - h_c}{h_s} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi}{L} \cdot h_s\right)} \right] = 1 - \frac{21,4 - 2,0}{19,4} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi}{50} \cdot 19,4\right)} \right] = 0,173 \quad (4)$$

$$p_1 = 0,5 \cdot (1 + \cos\beta) \cdot (\lambda_1 \cdot \alpha_1 + \lambda_2 \cdot \alpha_2 \cdot \cos^2\beta) \cdot \gamma_w \cdot H_p = 0,5 \cdot (1 + \cos 0) \cdot (1 \cdot 0,603 + 1 \cdot 0,0086 \cdot \cos^2 0) \cdot 10,0 \cdot 5,4 = 33,03 \text{ kN/m}^2 \quad (5)$$

$$p_2 = \left(1 - \frac{h_c}{\eta} \right) \cdot p_1, \text{ ako je } \eta > h_c \quad (6)$$

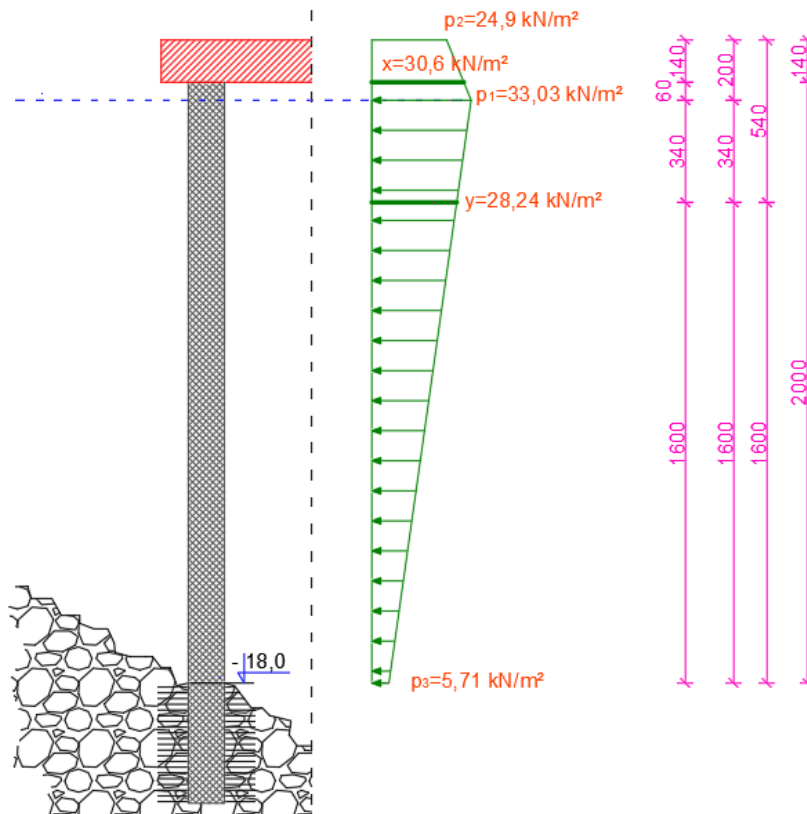
$$p_2 = \left(1 - \frac{2,0}{8,1} \right) \cdot 33,03 = 24,9 \text{ kN/m}^2 \quad (7)$$

$$p_3 = \alpha_3 \cdot p_1 = 0,173 \cdot 33,03 = 5,71 \text{ kN/m}^2 \quad (8)$$



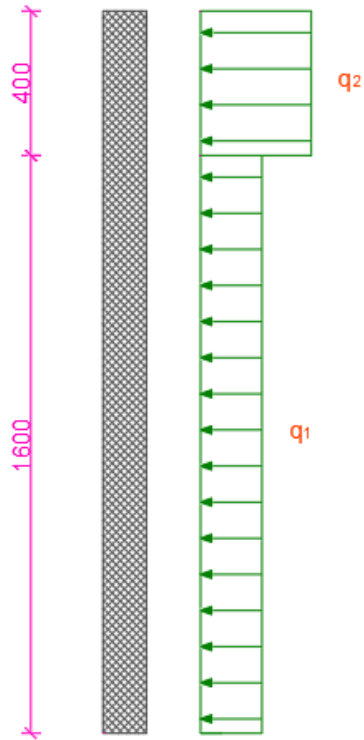
Slika 2.3. Prikaz dobivenog valnog opterećenja na pilot

Opterećenje koje djeluje na pilot raspodijeljeno je u dva segmenta (Slika 2.4.). Prvi segment je na dubini od 4,0 m, odnosno na 5,4 m od visine platform prema dnu, jer je značajna visina vala 5,4 m, te u tom području djeluju veće valne sile, dok je drugi segment od kote -4,0 m do samog dna pilota, odnosno kote -18,0 m. Opterećenje koje djeluje na samu platformu je zanemareno, jer promatramo samo pilot i djelovanja na njega.



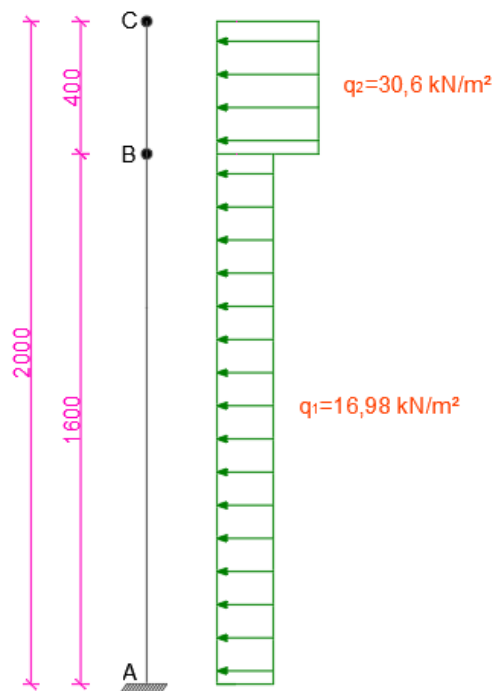
Slika 2.4. Prikaz djelovanja valova na pilot podjeljen u dva segmenta

Zbog lakše provedbe samog problema opterećenje je za svaki pojedinačni element uzeto kao srednja vrijednost (Slika 2.5.). Na taj način opterećenje djeluje kao pravokutno kontinuirano a ne trapezno, te je tako jednostavnije provesti proračun.



Slika 2.5. Prikaz pojednostavljenog opterećenja na pilot

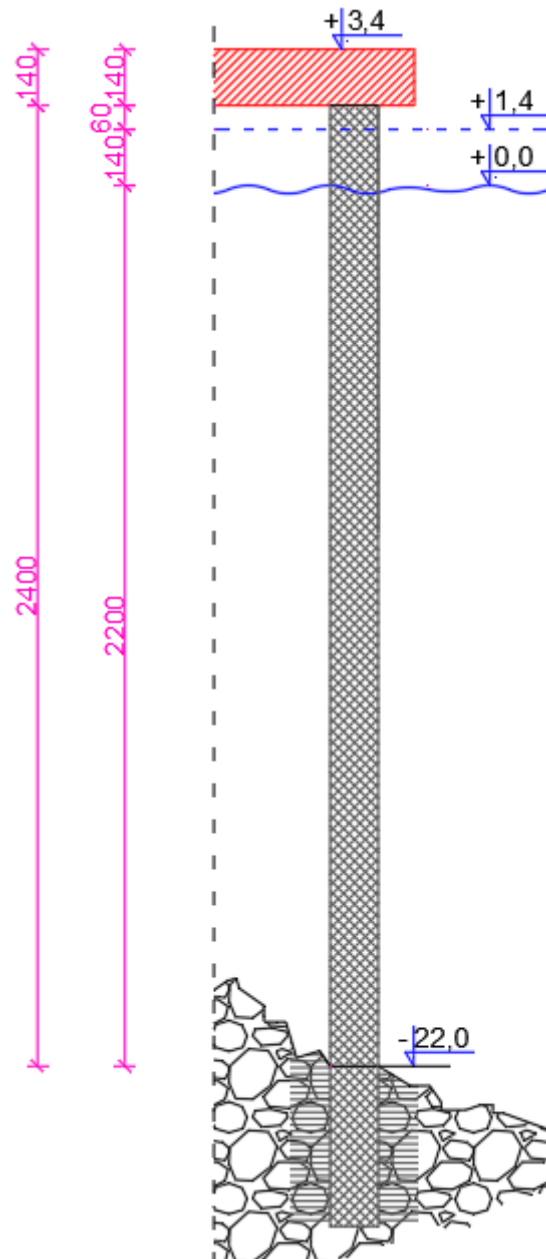
Za rješavanje samog problema uzet je sustav s zglobom na prijelazu opterećenja, tj. na dubini od 4,0m (Slika 2.6.).



Slika 2.6. Prikaz sustava za rješavanje problema

2.2. Valna opterećenja za grupu pilota

Grupa pilota se sastoji od dva pilota spojena krutom vezom, odnosno armirano betonskom pločom debljine 1,4m i kvadratnog oblika dimenzija 10m x 10m. Piloti su različite visine, jedan je visok 20,0m, dok je drugi 24,0m. Valna opterećenja za pilot visine 20,0m su dana u odlomku 2.1., te će se u ovom odlomku analizirati valna opterećenja na pilot visine 24,0m, te se dati prikaz opterećenja na grupu pilota.



Slika 2.7. Prikaz pilota visine 24 m i njegovih visinskih kota

Dubina dna: $k_{dt} = -22,0$ m

Značajna visina vala: $H_s = 3,0$ m

Dužina vala: $L = 50,0$ m

Razina visoke vode: $v.v. = 1,4$ m

Kota vrha platform: $k_{op} = 3,4$ m

Kota dna pilota: $k_{dp} = k_{dt} = -22,0$ m

Visina platform: $h_1 = k_{op} - k_{dt} = 3,4$ m + $22,0$ m = $25,4$ m

Projektna visina vala: $H_p = 1,8 \cdot H_s = 1,8 \cdot 3,0$ m = $5,4$ m

Dubina na udaljenosti $5H_s$: $h_s = 29,0$ m

Pomoćne dimenzije: $d = v.v. - k_{dt} = 1,4$ m + $22,0$ m = $23,4$ m

$$h = d = 23,4$$
 m

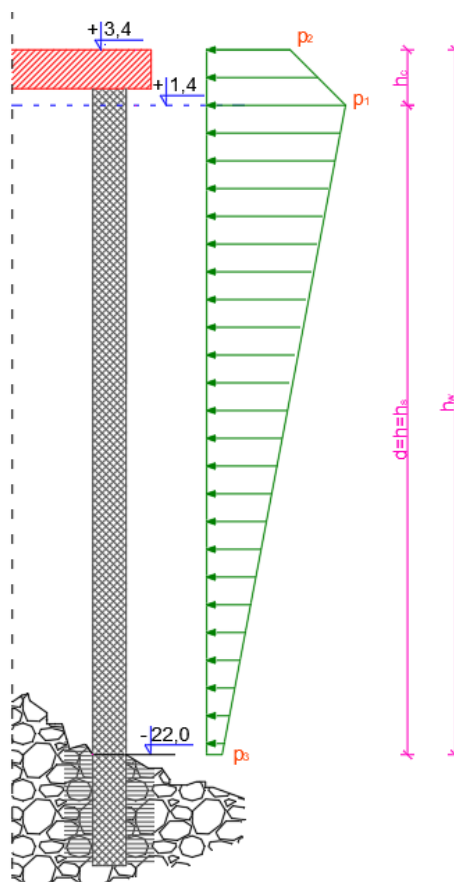
$$h_c = k_{op} - v.v. = 3,4$$
 m - $1,4$ m = $2,0$ m

$$h_w = k_{op} - k_{dt} = 3,4$$
 m + $22,0$ m = $25,4$ m

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$$

Kut nailaska vala: $\beta = 0^\circ$

[6]



Slika 2.8. Prikaz pomoćnih dimenzija pilota i valnog opterećenja na pilot visine 24 m

Proračun opterećenja:

$$\eta = 0,75 \cdot (1 + \cos\beta) \cdot \lambda_1 \cdot H_p = 0,75 \cdot (1 + \cos 0^\circ) \cdot 1 \cdot 5,4 \text{ m} = 8,1 \text{ m} \quad (9)$$

Valna opterećenja

$$\alpha_1 = 0,6 + 0,5 \cdot \left(\frac{\frac{4\pi}{L} \cdot h_s}{\sinh\left(\frac{4\pi}{L} \cdot h_s\right)} \right)^2 = 0,6 + 0,5 \cdot \left(\frac{\frac{4\pi}{50} \cdot 23,4}{\sinh\left(\frac{4\pi}{50} \cdot 23,4\right)} \right)^2 = 0,601 \quad (10)$$

$$\alpha_2 = \min \left[\frac{h_b - d}{3 \cdot h_b} \cdot \left(\frac{H_p}{d} \right)^2; 2 \cdot \frac{d}{H_p} \right] = \min \left[\frac{29,0 - 23,4}{3 \cdot 29,0} \cdot \left(\frac{5,4}{23,4} \right)^2; 2 \cdot \frac{23,4}{5,4} \right] = \min [0,00343; 8,67] \quad (11)$$

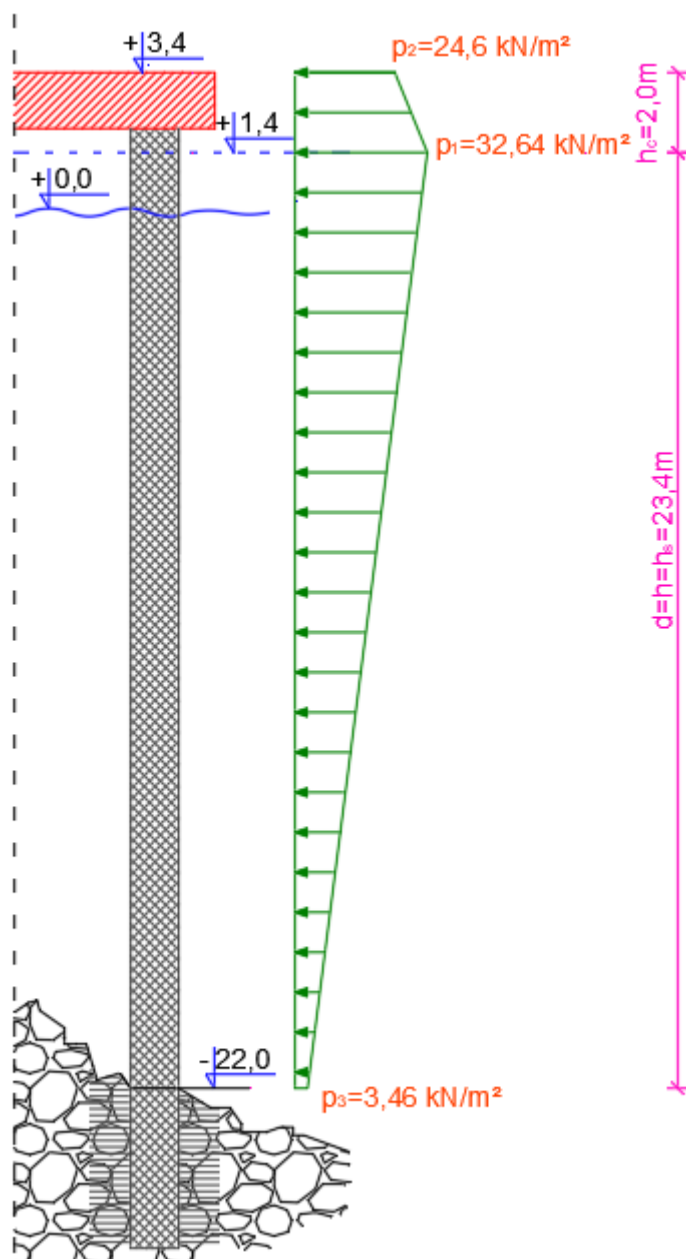
$$\alpha_3 = 1 - \frac{h_w - h_c}{h_s} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi}{L} \cdot h_s\right)} \right] = 1 - \frac{25,4 - 2,0}{23,4} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{2\pi}{50} \cdot 23,4\right)} \right] = 0,106 \quad (12)$$

$$p_1 = 0,5 \cdot (1 + \cos\beta) \cdot (\lambda_1 \cdot \alpha_1 + \lambda_2 \cdot \alpha_2 \cdot \cos^2\beta) \cdot \gamma_w \cdot H_p = 0,5 \cdot (1 + \cos 0) \cdot (1 \cdot 0,601 + 1 \cdot 0,00343 \cdot \cos^2 0^\circ) \cdot 10,0 \cdot 5,4 = 32,64 \text{ kN/m}^2 \quad (13)$$

$$p_2 = \left(1 - \frac{h_c}{\eta} \right) \cdot p_1, \text{ ako je } \eta > h_c \quad (14)$$

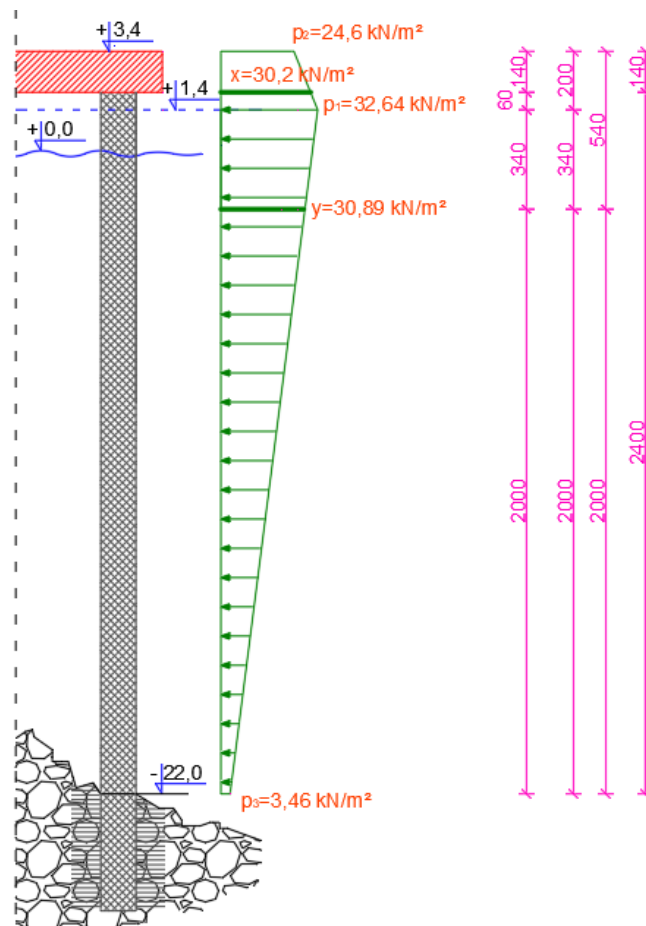
$$p_2 = \left(1 - \frac{2,0}{8,1} \right) \cdot 32,64 = 24,6 \text{ kN/m}^2 \quad (15)$$

$$p_3 = \alpha_3 \cdot p_1 = 0,106 \cdot 32,64 = 3,46 \text{ kN / m}^2 \quad (16)$$



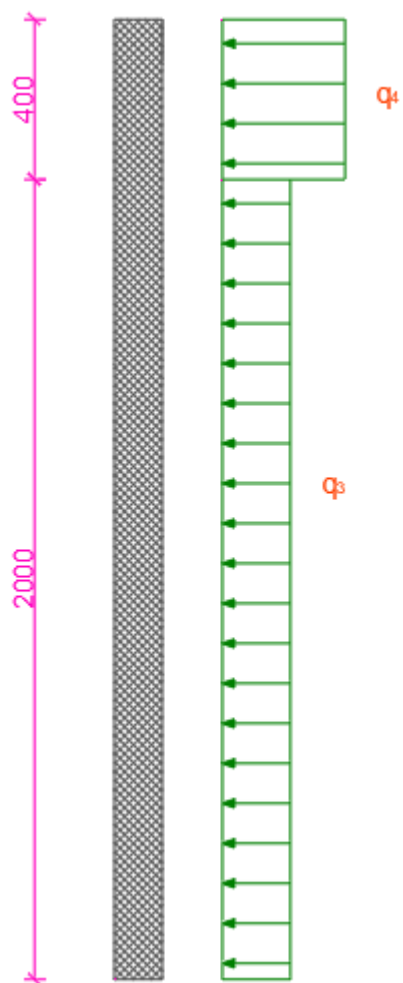
Slika 2.9. Prikaz dobivenog valnog opterećenja na pilot

Opterećenje koje djeluje na pilot raspodijeljeno je u dva segmenta kao i na primjeru pilota visine 20,0m (Slika 2.10.). Prvi segment je na dubini istoj (4,0m) kao i kod prijašnjeg pilota zbog iste projektne visine vala od 5,4m. U tom području djeluju veće valne sile, od onih koje se nalaze ispod te kote pa do dna, gdje je drugi segment ukupne duljine 20,0 m. Opterećenje koje djeluje na samu platformu je zanemareno, jer promatramo samo pilot i djelovanja na njega.



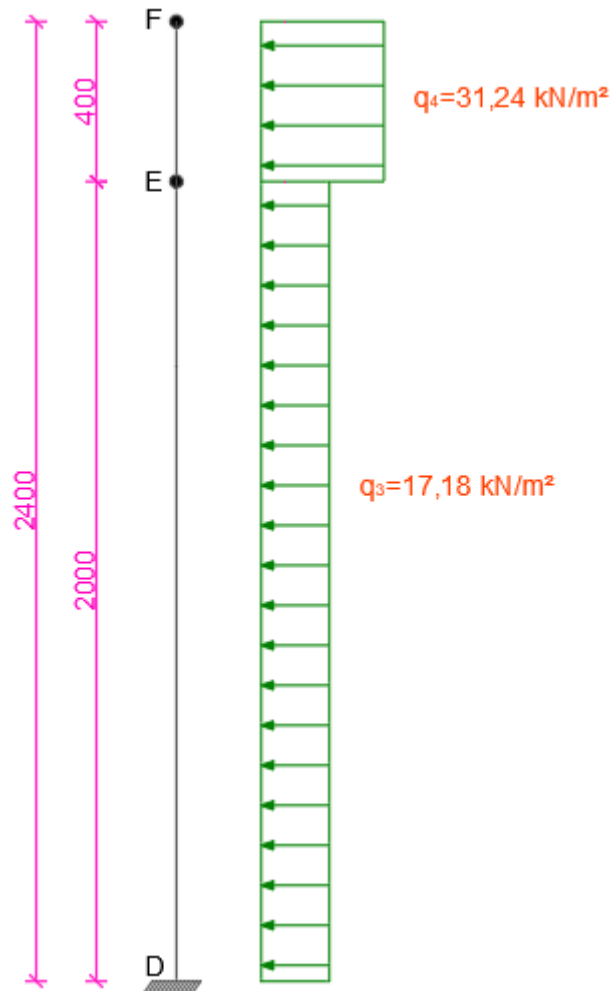
Slika 2.10. Prikaz djelovanja valova na pilot podjeljen u dva segmenta

Opterećenje je za svaki pojedinačni element uzeto kao srednja vrijednost (Slika 2.11.), kao i kod pilota od 20,0m duljine. Na taj način opterećenje djeluje kao pravokutno kontinuirano a ne trapezno, te je tako jednostavnije provesti proračun.



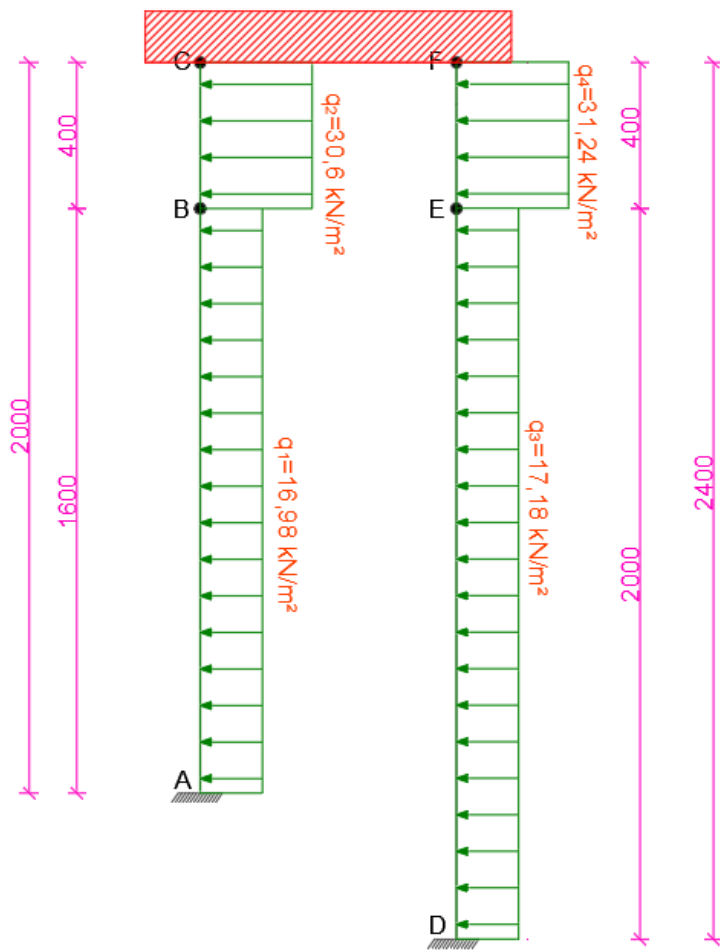
Slika 2.11. Prikaz pojednostavljenog opterećenja na pilot

Za rješavanje problema uzet je sustav kao i kod prijašnjeg pilota, s zglobom na prijelazu opterećenja, tj. na dubini od 4,0m (*Slika 2.12.*).



Slika 2.12. Prikaz sustava za rješavanje problema

Konačni sustav za rješavanje problema grupe pilota prikazan je na Slici 2.13.. Sustav čine dva pilota upeta na dnu te krutom vezom povezana na vrhu. Kruta veza u ovom slučaju pojednostavljuje proračun, tj. umanjuje broj nepoznanica s 8 na 5 što ćemo biti pojašnjeno u sljedećim poglavljima.

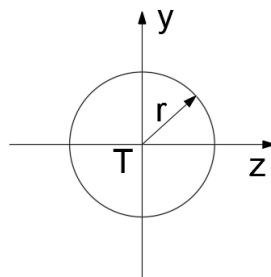


Slika 2.13 Sustav za rješavanje problema grupe pilota

3. IZRAČUN SAVOJNE KRUTOSTI (EI) KRUŽNOG POPREČNOG PRESJEKA

Moment tromosti je karakteristika poprečnog presjeka ovisna o obliku i veličini poprečnog presjeka. Izražava se u m^4 . Za kružni poprečni presjek zbog simetrije vrijedi $I_y=I_z$, te se moment tromosti izračunava po formuli:

$$I_y = I_z = I = \frac{\pi \cdot r^4}{4} \quad (17)$$



Slika 3.1. Kružni poprečni presjek za izračun momenta tromosti

$$r=60\text{cm}=0,6\text{m}$$

$$I_y = I_z = I = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \frac{\pi \cdot 0,6^4}{4} = 0,1017876\text{m}^4$$

Modul elastičnosti E, ovisi o razredu betona, u ovom slučaju razred betona ne smije biti manji od C35/45, jer se piloti nalaze u morskim uvjetima pod utjecajem vode i soli, te je najmanji propisani razred betona C35/45. Zato je odabran razred betona C40/50 čiji je modul elastičnosti $E=35\text{kN/mm}^2$ (Tablica 1.).

C	12/15	16/20	20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/55	50/60
E_{cs} (kN/mm^2)	26	27,5	29	30,5	32	33,5	35	36	37

Tablica 1. Prikaz modula elastičnosti za različite razrede betona

Savojna krutost kružnog poprečnog presjeka $r=0,6\text{m}$ jednaka je:

$$E \cdot I = 0,1017876^4 \cdot 3500000\text{kN} / \text{m}^2 = 356256,6\text{kNm}^2$$

4. LINEARNA TEORIJA PRVOG REDA I POVEZANOST S TEORIJEOM DRUGOG REDA

4.1. Linearne teorije

Linearna statika konstrukcija zasniva se na tri osnovne pretpostavke:

- 1.) Pretpostavka o malim deformacijama – rotacije φ poprečnog presjeka štapa i dilatacije osi štapa ε su male veličine, te se njihovi kvadrati i viši stupnjevi mogu zanemariti
- 2.) Veličine pomaka točki djelovanja vanjskih sila na nosaču i unutrašnjih sila su male veličine kada se usporede s dimenzijama nosača
- 3.) Pretpostavka temperaturnih promjena, tj. pretpostavka o linearnoj vezi dilatacija i naprezanja.

Svaka od pojedinih pretpostavki osigurava nekakvu linearnost, tako prva pretpostavka osigurava geometrijsku linearnost, druga statičku linearnost, jer se ravnotežni uvjeti ispituju na nedeformiranom štapu, dok treća pretpostavka osigurava fizičku linearnost kod rješavanja statike konstrukcija, dane Hookeovim zakonom. [1]

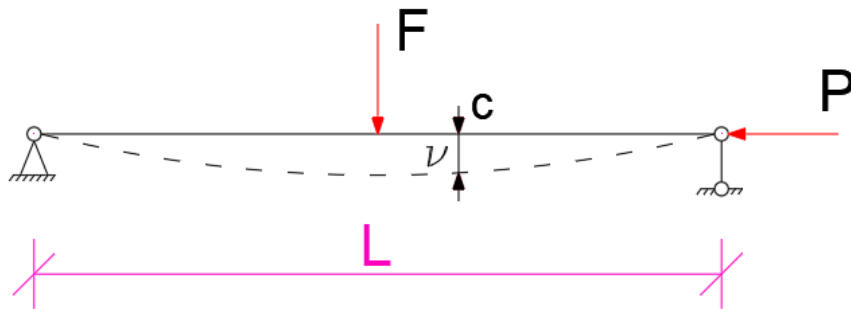
Postoje tri teorije reda: 1.) Teorija 3. reda ili Teorija velikih pomaka

2.) Teorija 2. reda

3.) Teorija 1. reda ili Linearna teorija

Teorija trećeg reda zadržava samo pretpostavku o fizičkoj linearnosti, dok druge dvije (geometrijsku i statičku) odbacuje. To je nelinearna teorija koja u svoju analizu uvodi geometrijsku nelinearnost, međutim, ako se odbaci i jedina pretpostavka koju ova teorija zadržava onda bi se tada u obzir pri analizi uzimala uz geometrijsku i materijalna nelinearnost nosača uslijed djelovanja. To se ne redi često jer materijalna nelinearnost nema preveliko značenje kod projektiranja vitkih konstrukcija, dok geometrijska linearnost ima značajnu ulogu.

Teorija drugog reda zadržava dvije pretpostavke, a to su fizička i geometrijska linearnost, dok statičku odbacuje. U ovoj teoriji je moguće postavljanje uvjeta ravnoteže na deformiranom nosaču, opravdanost takvog postupka će se razmotriti na primjeru proste grede (*Slika 4.1.*). [1]



Slika 4.1. Prosta greda poterećena tlačnom silom P i vanjskim opterećenjem F

Promatranjem ravnoteže nedeformirane proste grede na Slici 4.1. uviđamo da sila P nema nikakve utjecaje na momente savijanja u porečnim presjecima grede. Ali kad pogledamo ravnotežu deformirane grede (teorija drugog reda) tada uočavamo da postoji vrijednost momenta savijanja u proizvoljnom presjeku c . [1]

$$M_c = M_{c_0} + P \cdot v(x), \text{gdje je} \quad (18)$$

M_{c_0} -moment savijanja od vanjskog opterećenja F

Za veću silu P , vrijednost člana $P \cdot v(x)$ se povećava, te time ima značajniju vrijednost i pri malim progibima. Isti taj član utječe i na povećanje progiba grede, a time se povećava i moment M_c . Zaključno, kada bi se ovakva prosta greda računala po linearnoj teoriji (Teorija prvog reda) i prema njoj dimenzionirala, smanjio bi se koeficijent sigurnosti samog nosača. Teorija drugog reda povećava momente savijanja u presjecima, te na taj način osigurava sigurnije dimenzioniranje nosača.

Teorija prvog reda (Linearna teorija) na odbacuje niti jednu pretpostavku navedenu na početku poglavlja. Ona sadrži i gemoetrijsku i statičku i fizičku linearnost pa se zbog toga i naziva Linearna teorija. Linearna teorija se u praksi povezuje s nazivom statika građevinskih konstrukcija, te za nju vrijedi princip superpozicije. [1]

4.2. Utjecaj uzdužne tlačne sile na krutost štapa

Diferencijalna jednačina za pravi štap konstantne uzdužne tlačne sile i konstantnog momenta tromosti, te opterećenog samo poprečnim opterećenjem izražen je pomoću izraza:

$$v^{IV} + k^2 \cdot v'' = \frac{q(x)}{EI_c}, \quad (19)$$

a za štap kod kojeg je poprečno opterećenje $q=0$ (Slika 4.2.), homogena diferencijalna jednačina se može izvesti iz prethodno navedenog izraza, te glasi

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{P}{EI} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{q}{EI} = 0, \quad (20)$$

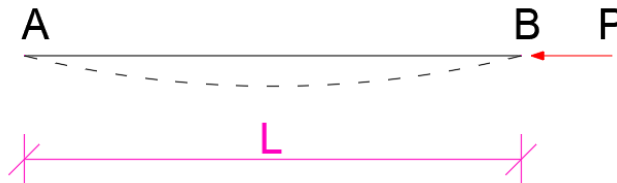
a rješenje ove jednačine daje progib štapa y :

$$y = A_1 \sin \omega \frac{x}{L} + A_2 \cos \omega \frac{x}{L} + A_3 x + A_4, \text{ gdje je} \quad (21)$$

$$\omega = L \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}} = k \cdot L, \quad (22)$$

EI – krutost na savijanje

A_1, A_2, A_3, A_4 – integracijske konstante koje se određuju iz rubnih uvjeta na ležajevima



Slika 4.2. Štap kod kojeg je poprečno opterećenje $q=0$

Za dobivanje matrice krutosti štapa tlačno opterećenog silom P , u odnosu na uvedene pomake $\Delta_1, \rho_1, \Delta_2, \rho_2$ (Slika 4.3.) upotrijebit će se jednačina (21). Vektor pomaka napravljen je od sljedećih progiba i kuteva rotacija na krajevima štapa (Slika 4.3.). [1]



Slika 4.3. Štap s uvedenim pomacima $\Delta_1, \rho_1, \Delta_2, \rho_2$

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= (y)_{x=0}; \Delta_1 = \left(A_1 \sin \omega \frac{x}{L} + A_2 \cos \omega \frac{x}{L} + A_3 x + A_4 \right)_{x=0} \\
 \rho_1 &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0}; \rho_1 = \left(\frac{dy}{dx} = A_1 \frac{\omega}{L} \cos \omega \frac{x}{L} - A_2 \frac{\omega}{L} \sin \omega \frac{x}{L} + A_3 \right)_{x=0} \\
 \Delta_2 &= (y)_{x=L}; \Delta_2 = \left(A_1 \sin \omega \frac{x}{L} + A_2 \cos \omega \frac{x}{L} + A_3 x + A_4 \right)_{x=L} \\
 \rho_2 &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=L}; \rho_2 = \left(\frac{dy}{dx} = A_1 \frac{\omega}{L} \cos \omega \frac{x}{L} - A_2 \frac{\omega}{L} \sin \omega \frac{x}{L} + A_3 \right)_{x=L}
 \end{aligned} \tag{23}$$

Matrični zapis ovih jednažbi, uz uvedena obilježja $s = \sin \omega$ i $c = \cos \omega$, glasi:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \rho_1 \\ \Delta_2 \\ \rho_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{\omega}{L} & 0 & 1 & 0 \\ s & c & L & 1 \\ \frac{\omega}{L}c & -\frac{\omega}{L}s & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} \tag{24}$$

Matrična jednažba može se napisati kraće:

$$\{\Delta\rho\} = [B]\{A\} \tag{25}$$

Matrica $[B]$ je kvadratna matrica reda 4x4.

U slučaju uzdužne sile prema izrazima (22) i izrazu za poprečnu silu V slijedi,

$$\frac{\omega^2}{L^2} = \frac{P}{EI} = k^2 \quad (26)$$

$$V = \frac{dM}{dx} - P \frac{dy}{dx} = EI \left(-\frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{\omega^2}{L^2} \frac{dy}{dx} \right)$$

Vektor sila $\{F\}$ prema generaliziranome vektoru pomaka $\{\Delta\rho\}$ čine momenti savijanja i poprečne sile na krajevima štapa. Trostrukim deriviranjem jednadžbe (21), elementi vektora stupca poprimaju drugačije vrijednosti, te jednadžba na kraju poprima sljedeći oblik: [1]

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\omega^2}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{\omega^2}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega^2}{L^2} & 0 \\ -\frac{\omega^2}{L^2} s & -\frac{\omega^2}{L^2} c & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\{F\} = [C]\{A\}, \text{gdje je} \quad (28)$$

C – kvadratna matrica reda 4x4

Za dobivanje konačne matrice krutosti matična jednadžba (25) se pomnoži s lijeve strane inverznom matricom $[B]^{-1}$, uvrštavanjem te jednadžbe u (28) dobiva traženi vektor sila $\{F\}$ u funkciji pomaka

$$\{F\} = [C][B]^{-1}\{\Delta\rho\} = [S]\{\Delta\rho\}, \text{gdje je} \quad (29)$$

$[S]$ - tražena matrica krutosti. Konačni oblik matrice krutosti glasi:

$$[S] = [C][B]^{-1} = \frac{EI}{L(2-2c-\omega s)} \begin{bmatrix} \frac{\omega^3 s}{L^2} & & & \\ \frac{\omega^2(1-c)}{L} & \omega(s-\omega c) & & \\ -\frac{\omega^3 s}{L^2} & \frac{\omega^2(1-c)}{L} & \frac{\omega^3 s}{L^2} & \\ \frac{\omega^2(1-c)}{L} & \omega(s-\omega c) & \frac{\omega^2(1-c)}{L} & \omega(s-\omega c) \end{bmatrix} \quad (30)$$

Utjecaj uzdužne sile u matrici krutosti je implicitno sadržan preko vrijednosti ω .

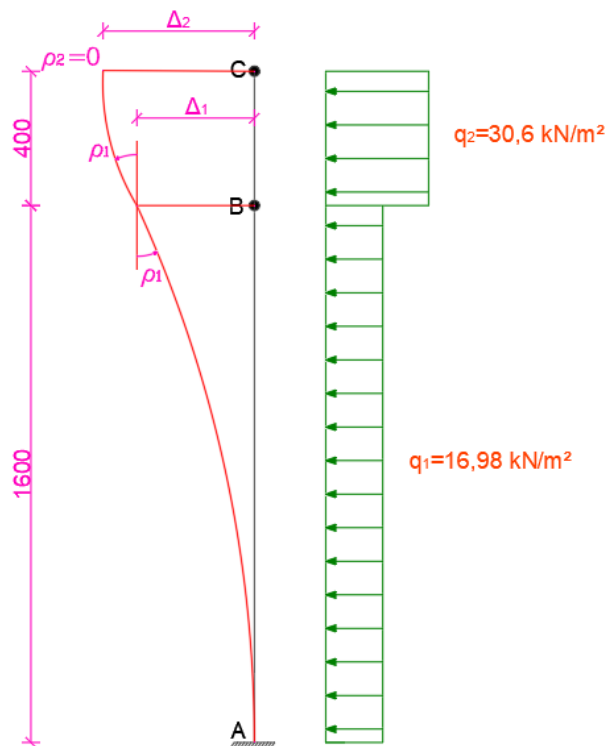
Kada se uzdužna sila P približava nuli ($\omega \rightarrow 0$), tada članovi matrice $[S]$ postaju jednaki članovima iz metode po teoriji prvog reda, odnosno linearnoj teoriji. [1]

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} [S] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & & & \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & & \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \rho_1 \\ \Delta_2 \\ \rho_2 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

5. RJEŠENJE PROBLEMA POJEDINAČNOG PILOTA I GRUPE PILOTA PO TEORIJI DRUGOG REDA

Prethodno iznesena teorija o teoriji drugog reda, te povezanosti teorije prvog reda s njom sada će se analizirati kroz dva primjera. Prvi primjer je pojedinačni pilot visine 20,0m na kojeg djeluje valno opterećenje izračunato ranije u radu, dok je drugi primjer grupa od dva pilota povezana krutom vezom, tj. betonskom platformom dimenzija 1,4x10x10x. Kroz primjere je prvo provedena teorija prvog reda u kojoj je valno opterećenje poprečna sila koja djeluje na pilot, zatim je provedena teorija drugog reda s uzdužnom tlačnom silom nastalom od vlastite težine ploče i korisnog opterećenja.

5.1. Utjecaj teorije drugog reda na pojedinačni pilot visine H=20,0m



Slika 5.1. Statički sustav pilota i oblik deformacije

Na Slici 5.1. prikazan je statički sustav pilota i oblik deformacije pilota, gdje su:

ρ_1 -kut rotacije oko točke B

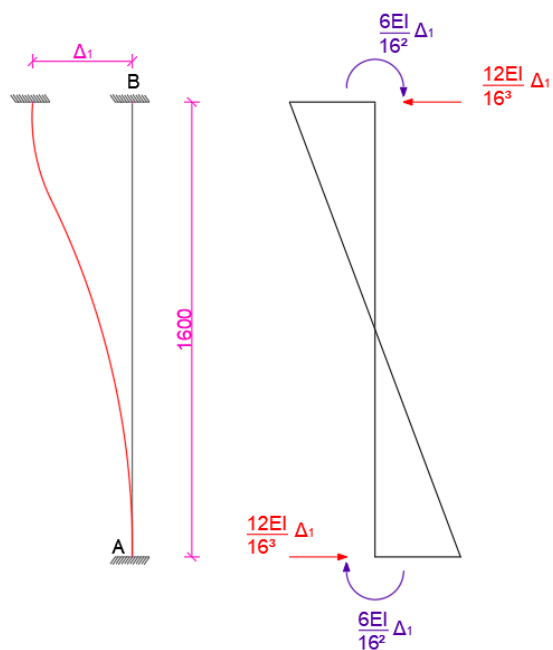
Δ_1 -pomak točke B

ρ_2 -kut rotacije oko točke C, koji je jednak nuli

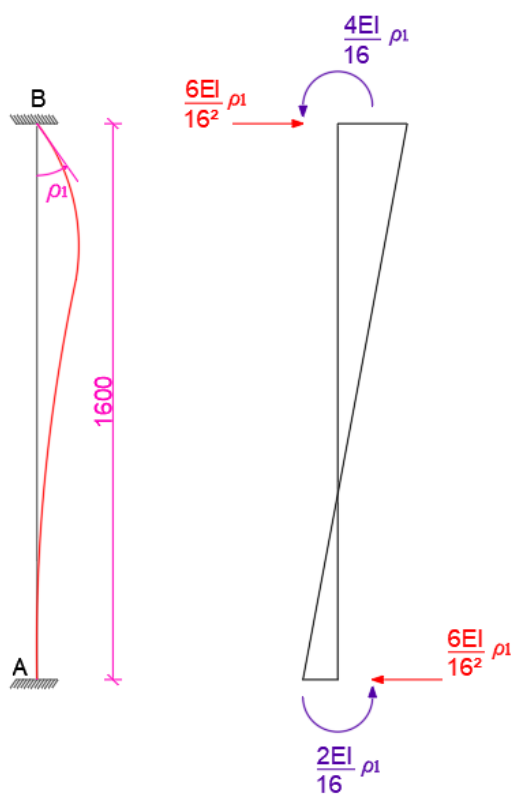
Δ_2 -pomak točke C

Proračun po teoriji prvog reda

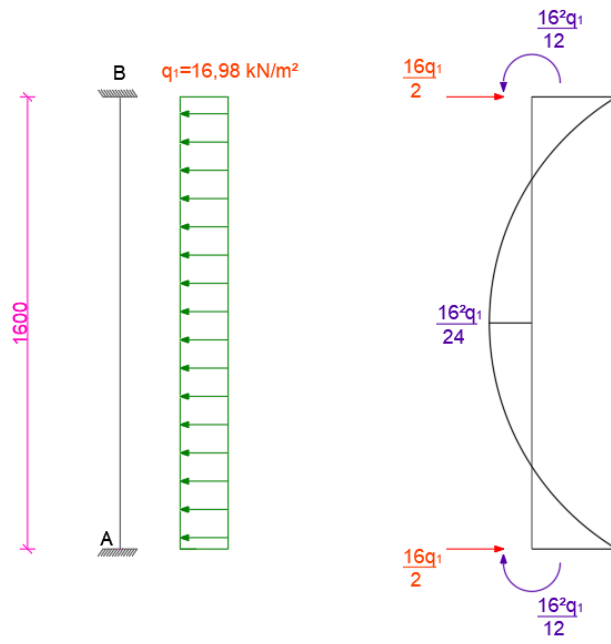
Segment A-B



Slika 5.2. Utjecaj pomaka čvora B

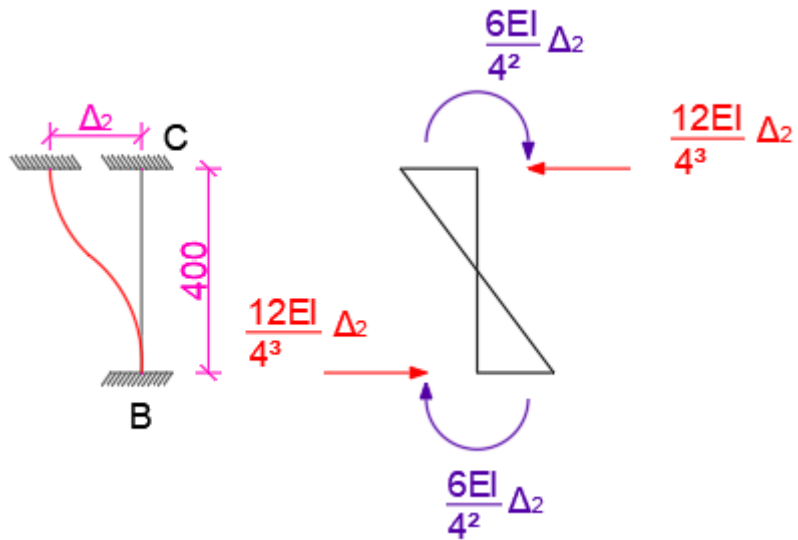


Slika 5.3. Utjecaj rotacije čvora B

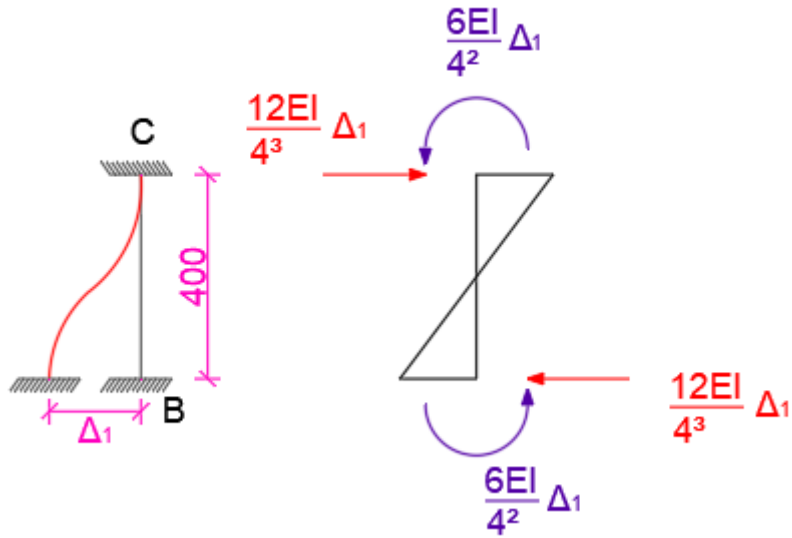


Slika 5.4. Utjecaj valovanja na segment A-B

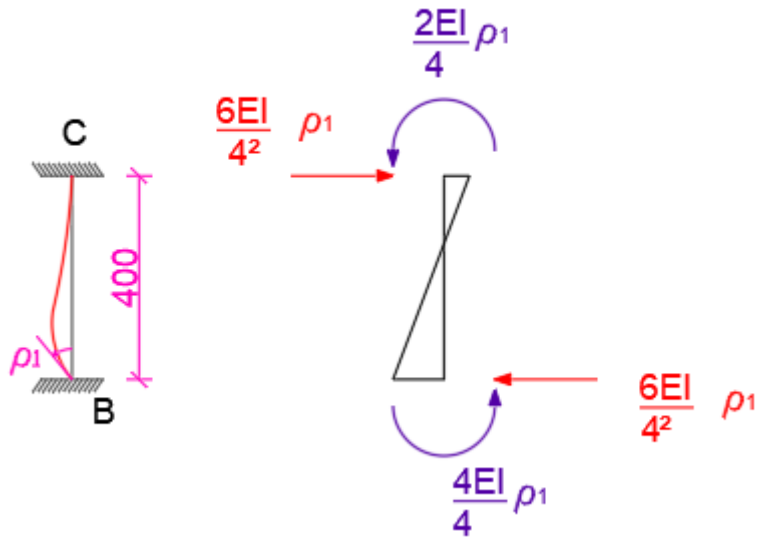
Segment B-C



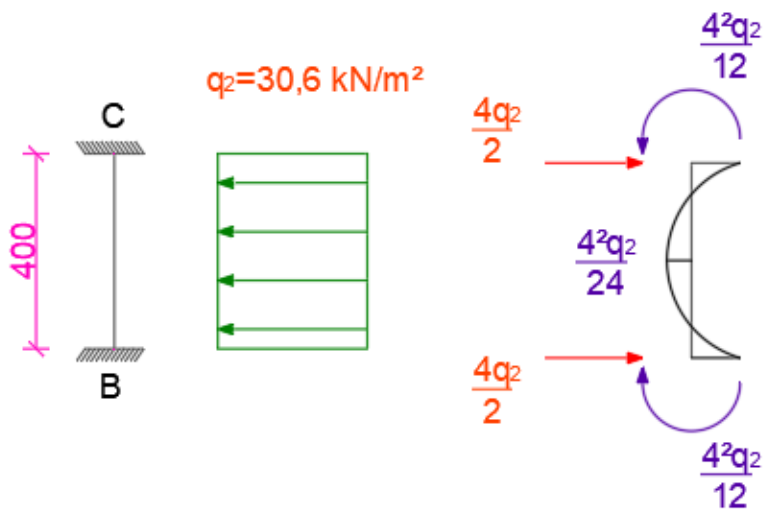
Slika 5.5. Utjecaj pomaka čvora C



Slika 5.6. Utjecaj pomaka čvora B

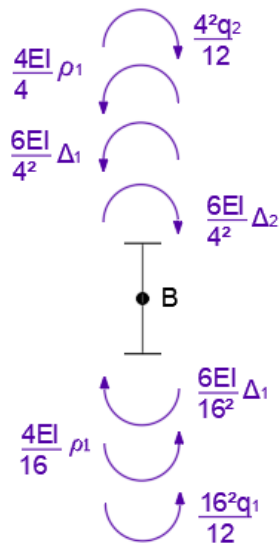


Slika 5.7. Utjecaj rotacije čvora B



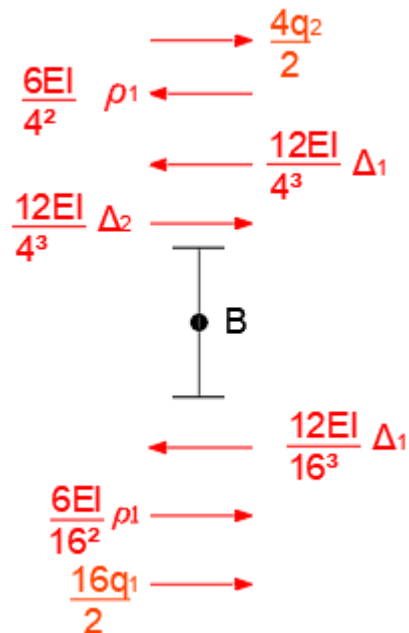
Slika 5.8. Utjecaj valovanja na segment B-C

Ravnoteža čvora B:



$$M_B = 0$$

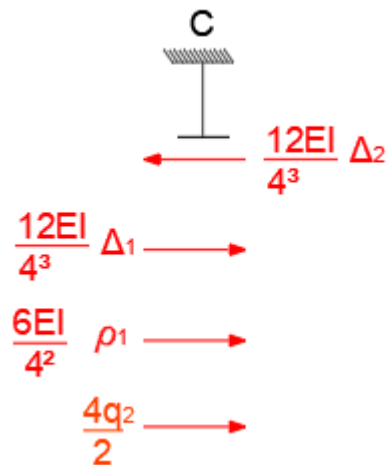
$$\frac{5}{4} EI \rho_1 + \frac{45}{128} EI \Delta_1 - \frac{3}{8} EI \Delta_2 = -321,44$$



$$T_B = 0$$

$$-\frac{45}{128} EI \rho_1 - \frac{195}{1024} EI \Delta_1 + \frac{3}{16} EI \Delta_2 = -197,04$$

Ravnoteža čvora C:



$$T_C = 0$$

$$\frac{3}{8}EI\rho_1 + \frac{3}{16}EI\Delta_1 - \frac{3}{16}EI\Delta_2 = -61,2$$

Matrični zapis:

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{45}{128} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{45}{128} & -\frac{195}{1024} & \frac{3}{16} \\ \frac{3}{8} & \frac{3}{16} & -\frac{3}{16} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} EI\rho_1 \\ EI\Delta_1 \\ EI\rho_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -321,44 \\ -197,04 \\ -61,2 \end{bmatrix}$$

$$EI\rho_1 = 5974,016 \rightarrow \rho_1 = 0,0168rad$$

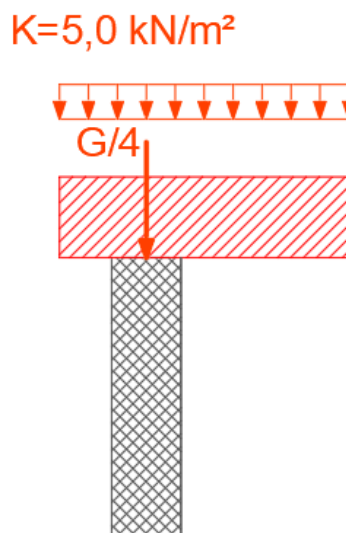
$$EI\Delta_1 = 135938,048 \rightarrow \Delta_1 = 38,16cm$$

$$EI\Delta_2 = 148212,48 \rightarrow \Delta_2 = 41,6cm$$

Opterećenje od vlastite težine i korisnog opterećenja:

$$K = 5,0kN / m^2$$

$$G = 10m \cdot 10m \cdot 1,4m \cdot 2500kg / m^3 = 23432,33kN$$



Slika 5.9. Uzdužno opterećenje na pilot

Ukupna uzdužna sila:

$$P = \frac{G}{4} + \frac{K \cdot (10 \cdot 10)}{4} = \frac{3432,33}{4} + \frac{5 \cdot 10 \cdot 10}{4}$$

$$P = 983,1 \text{ kN} \approx 1000 \text{ kN}$$

$$P = 1000 \text{ kN}$$

Proračun po teoriji drugog reda

Segment A-B

$$u = H \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$H = 16,0 \text{ m}$$

$$P = 1000 \text{ kN}$$

$$EI = 356256,6 \text{ kNm}^2$$

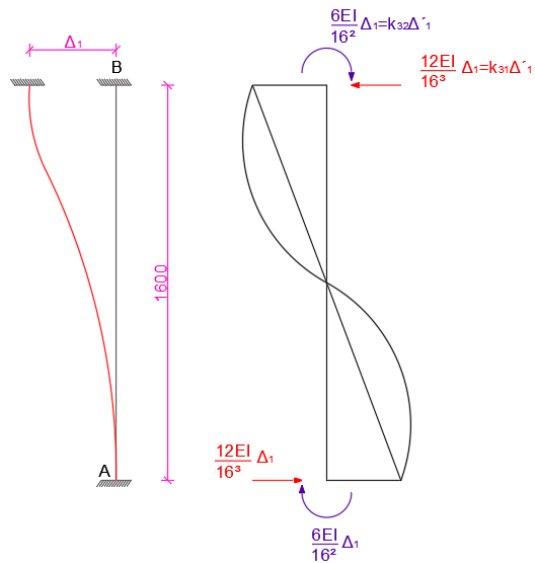
$$\omega = u = 16 \cdot \sqrt{\frac{1000}{356256,6}} = 0,8476928562$$

$$\cos u = c = 0,6617146998$$

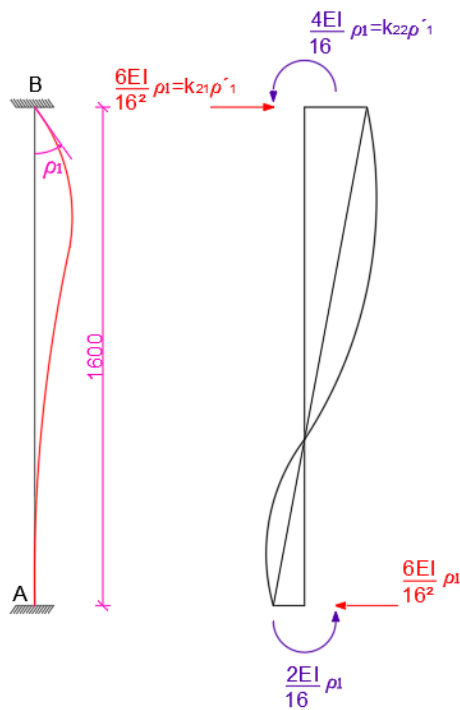
$$\sin u = s = 0,749755731$$

$$N = 2 - 2c - us = 0,04100802334$$

$$\frac{1}{N} = 24,38547188$$



Slika 5.10. Utjecaj pomaka čvora B



Slika 5.11. Utjecaj rotacije čvora B

Matrica za segment A-B

$$EI \begin{bmatrix} X & X & X & X \\ 0,0231554 & 0,2439546 & X & X \\ 0,0027189 & 0,0231554 & X & X \\ X & X & X & X \end{bmatrix}$$

Vrijednosti za segment A-B:

$$M_{BA} = -k_{32} \cdot \Delta_1^* \cdot EI + k_{22} \cdot \rho_1^* \cdot EI + \frac{q_1 \cdot 16^2}{12}$$

$$T_{BA} = -k_{31} \cdot \Delta_1^* \cdot EI + k_{21} \cdot \rho_1^* \cdot EI + \frac{q_1 \cdot 16}{2}$$

Segment B-C

$$u = H \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$H = 4,0m$$

$$P = 1000kN$$

$$EI = 356256,6kNm^2$$

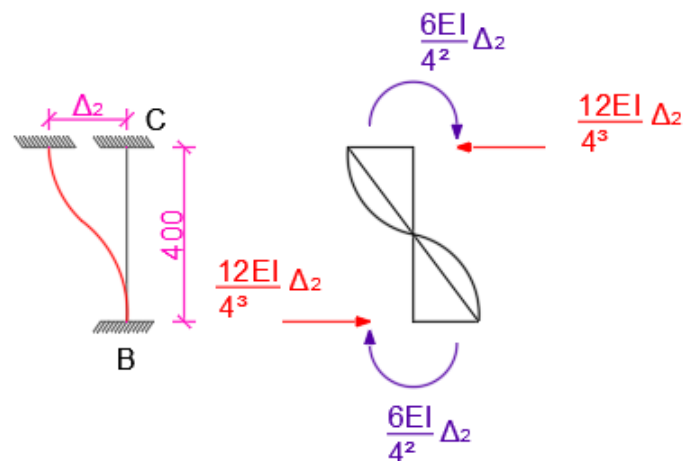
$$\omega = u = 4 \cdot \sqrt{\frac{1000}{356256,6}} = 0,2119232141$$

$$\cos u = c = 0,9776281932$$

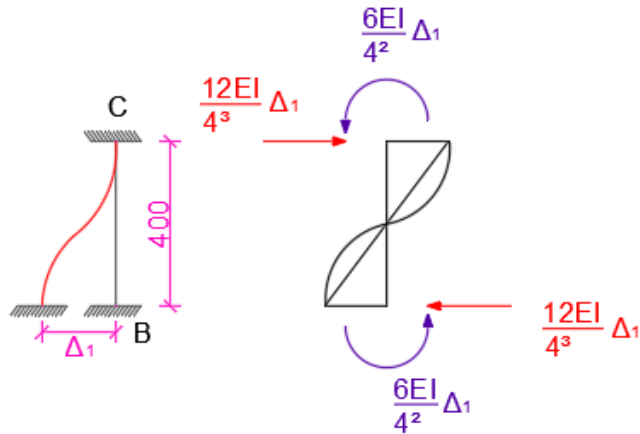
$$\sin u = s = 0,210340476$$

$$N = 2 - 2c - us = 0,000167584$$

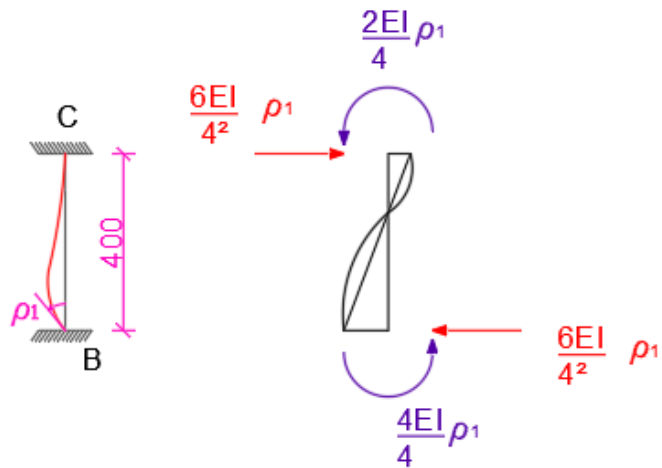
$$\frac{1}{N} = 5967,156769$$



Slika 5.12. Utjecaj pomaka čvora C



Slika 5.13. Utjecaj pomaka čvora B



Slika 5.14. Utjecaj rotacije čvora B

Matrica za segment B-C

$$EI \begin{bmatrix} 0,1866577 & 0,3747189 & -0,1866577 & 0,3747189 \\ 0,3747189 & 0,9985012 & -0,3747189 & 0,5003744 \\ -0,1866577 & -0,3747189 & 0,1866577 & -0,3747189 \\ 0,3747189 & 0,5003744 & -0,3747189 & 0,9985012 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho_1^* \\ \Delta_1^* \\ \rho_2^* \\ \Delta_2^* \end{Bmatrix}$$

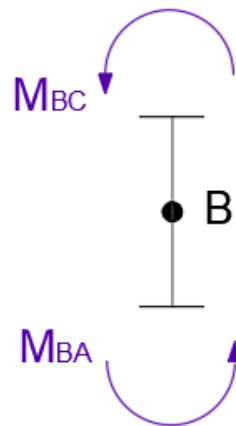
Vrijednosti za segment B-C

$$M_{BC} = -k_{32} \cdot \Delta_2^* \cdot EI + k_{44} \cdot \rho_1^* \cdot EI + k_{41} \cdot \Delta_1^* \cdot EI - \frac{q_2 \cdot 4^2}{12}$$

$$T_{BC} = k_{33} \cdot \Delta_2^* \cdot EI - k_{43} \cdot \rho_1^* \cdot EI - k_{31} \cdot \Delta_1^* \cdot EI + \frac{q_2 \cdot 4}{2}$$

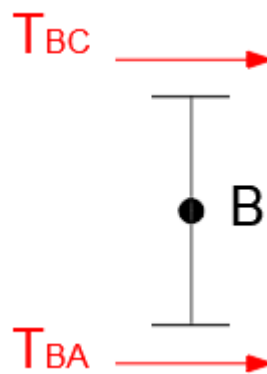
$$T_C = -k_{31} \cdot \Delta_2^* \cdot EI + k_{41} \cdot \rho_1^* \cdot EI + k_{33} \cdot \Delta_1^* \cdot EI + \frac{q_2 \cdot 4}{2}$$

Ravnoteža čvora B



$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

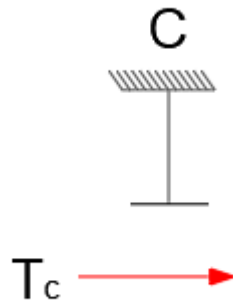
$$1,2424558 \cdot \rho_1^* \cdot EI + 0,3515635 \cdot \Delta_1^* \cdot EI - 0,3747189 \cdot \Delta_2^* \cdot EI = -321,44$$



$$T_{BA} + T_{BC} = 0$$

$$-0,3515635 \cdot \rho_1^* \cdot EI - 0,1893766 \cdot \Delta_1^* \cdot EI + 0,1866577 \cdot \Delta_2^* \cdot EI = -197,04$$

Ravnoteža čvora C



$$T_c = 0$$

$$0,3747189 \cdot \rho_1^* \cdot EI + 0,1866577 \cdot \Delta_1^* \cdot EI - 0,1866577 \cdot \Delta_2^* \cdot EI = -61,2$$

Matrični zapis

$$\begin{bmatrix} 1,2121558 & 0,3515635 & -0,374189 \\ 0,3515635 & -0,1893766 & 0,1866577 \\ 0,3747189 & 0,1866577 & -0,1866577 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} EI \rho_1^* \\ EI \Delta_1^* \\ EI \Delta_2^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -321,44 \\ -197,04 \\ -61,2 \end{Bmatrix}$$

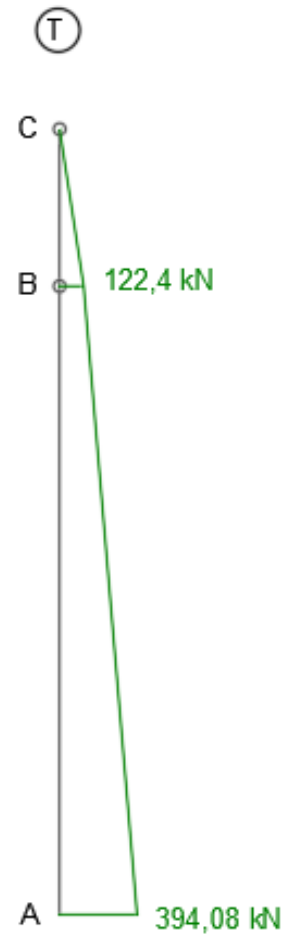
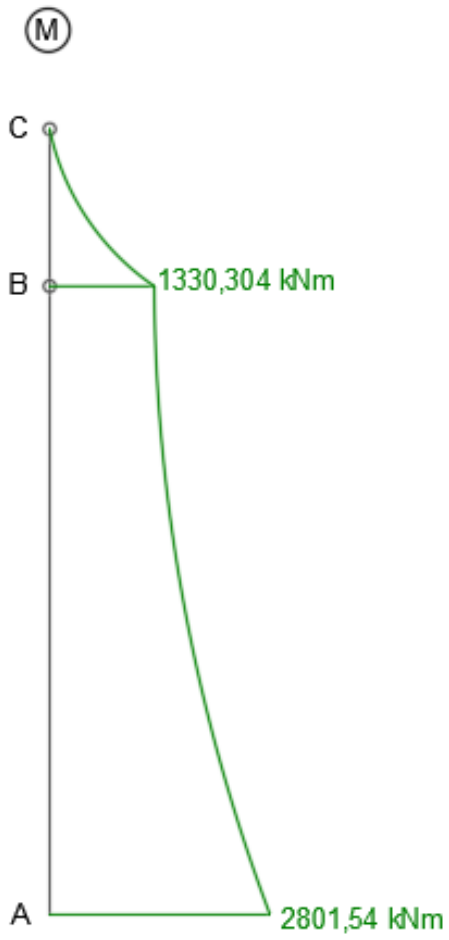
$$EI \rho_1^* = 6828,3999655 \rightarrow \rho_1^* = 0,0197 \text{ rad}$$

$$EI \Delta_1^* = 153133,374733 \rightarrow \Delta_1^* = 42,98 \text{ cm}$$

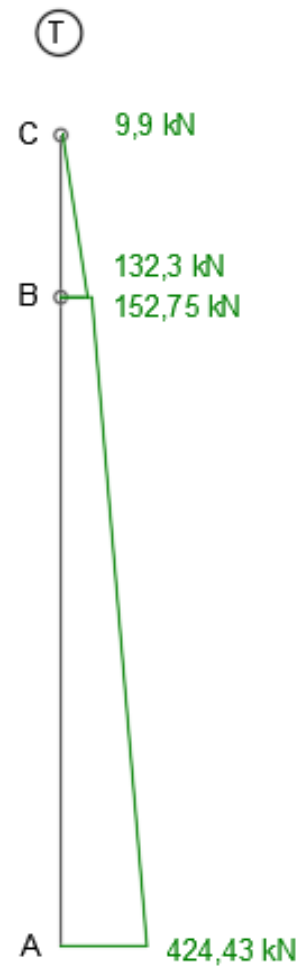
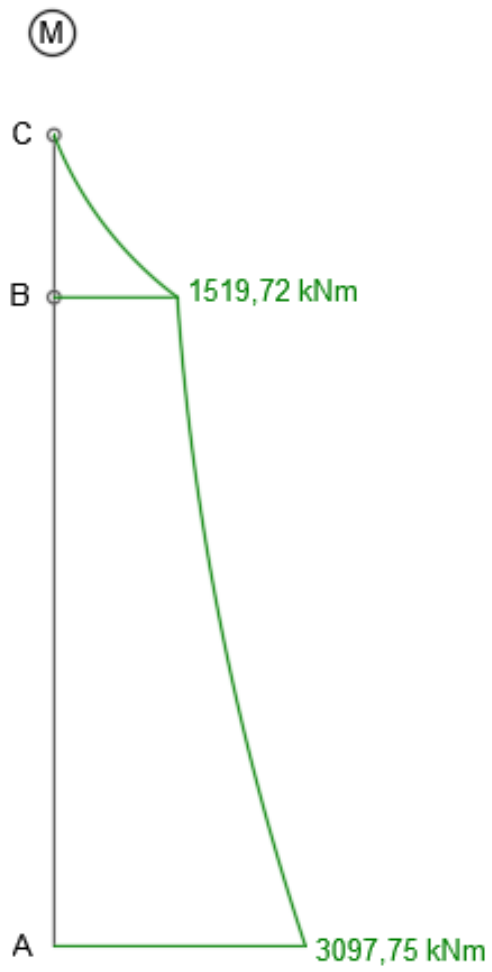
$$EI \Delta_2^* = 167169,391055 \rightarrow \Delta_2^* = 46,92 \text{ cm}$$

Dijagrami

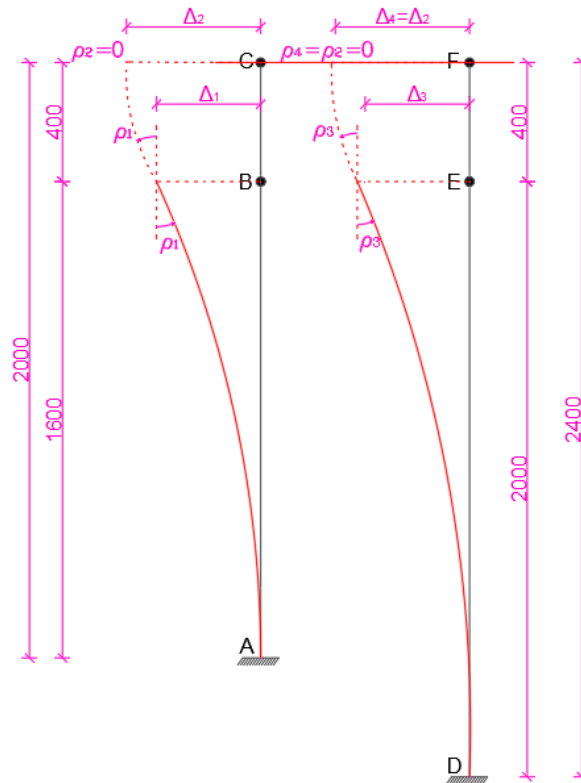
Teorija prvog reda



Teorija drugog reda



5.2. Utjecaj teorije drugog reda na grupu pilota



Slika 5.15. Statički sustav grupe pilota i oblik deformacije

Na Slici 5.15. prikazan je statički sustav grupe pilota i oblik deformacije pilota, gdje su:

ρ_1 -kut rotacije oko točke B

Δ_1 -pomak točke B

ρ_2 -kut rotacije oko točke C, koji je jednak nuli

Δ_2 -pomak točke C

ρ_3 -kut rotacije oko točke E

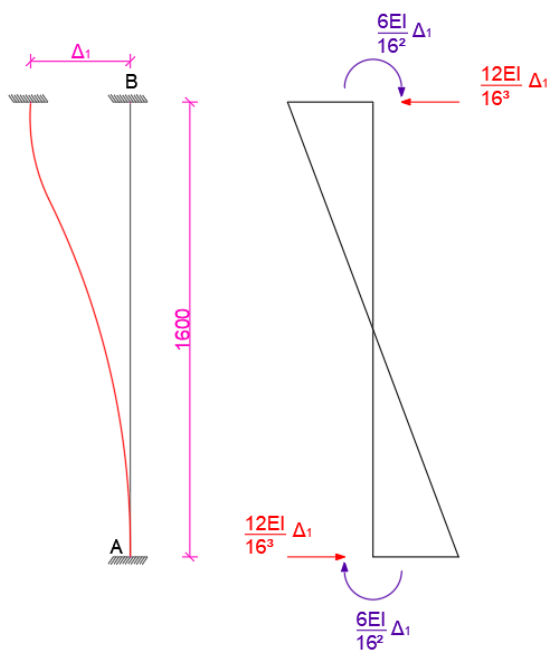
Δ_3 -pomak točke E

ρ_4 -kut rotacije oko točke F, koji je jednak nuli

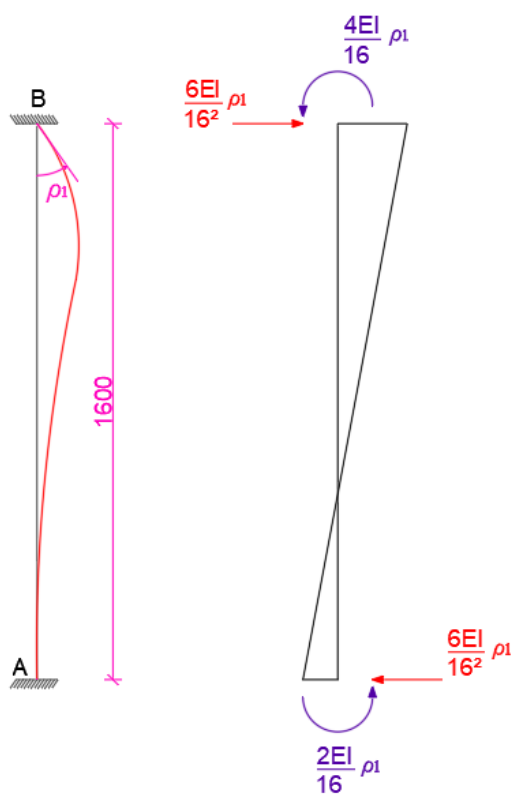
Δ_4 -pomak točke F, koji je jednak pomaku točke C

Proračun po teoriji prvog reda

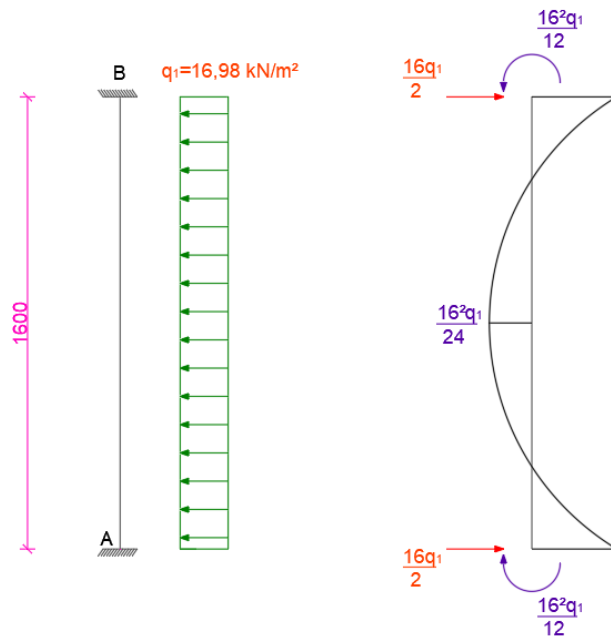
Segment A-B



Slika 5.16. Utjecaj pomaka čvora B

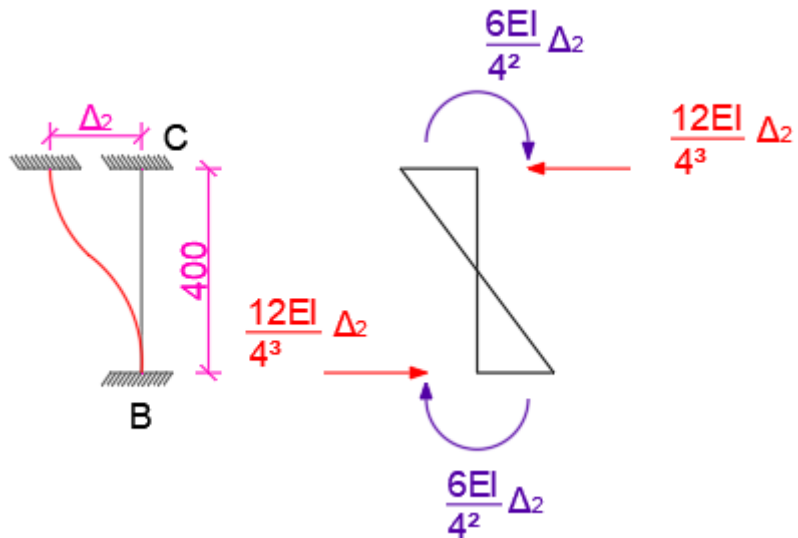


Slika 5.17. Utjecaj rotacije čvora B

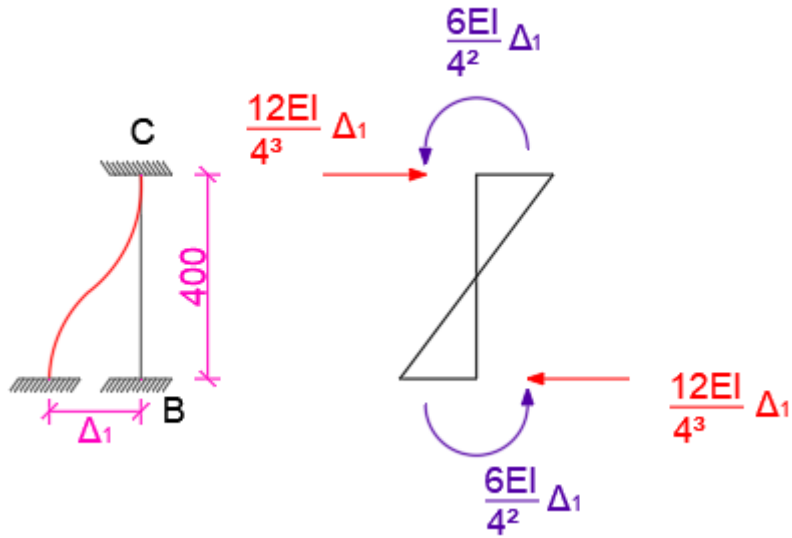


Slika 5.18. Utjecaj valovanja na segment A-B

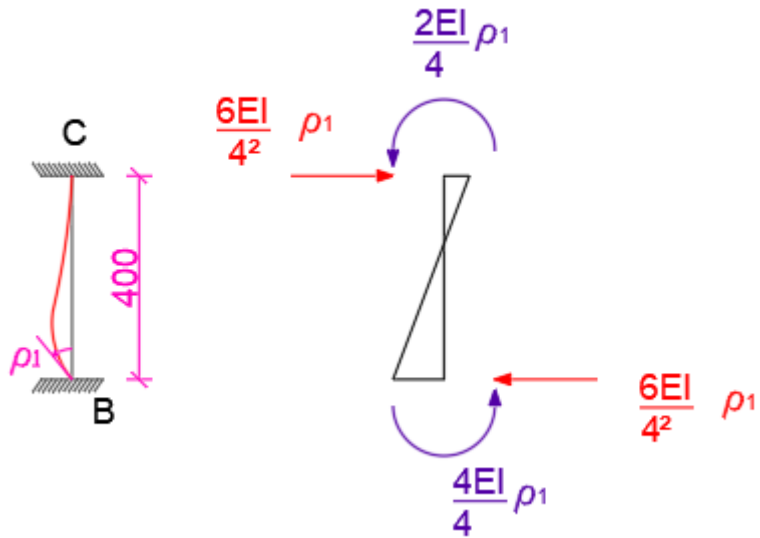
Segment B-C



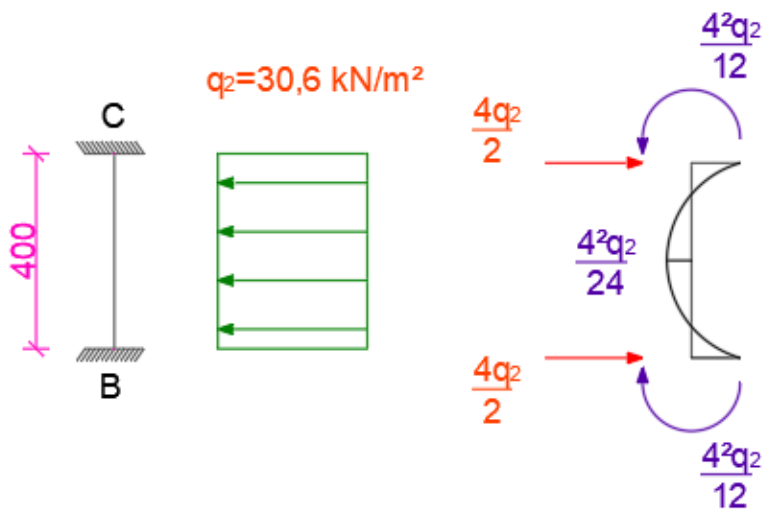
Slika 5.19. Utjecaj pomaka čvora C



Slika 5.20. Utjecaj pomaka čvora B

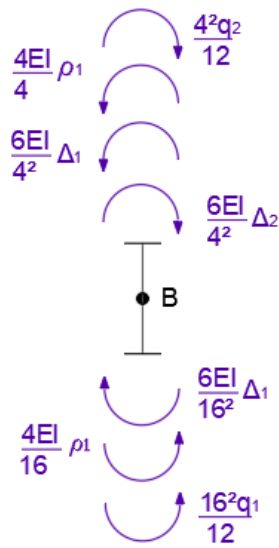


Slika 5.21. Utjecaj rotacije čvora B



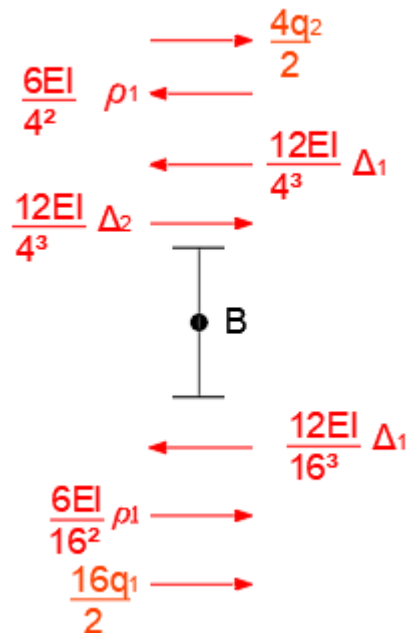
Slika 5.22. Utjecaj valovanja na segment B-C

Ravnoteža čvora B



$$M_B = 0$$

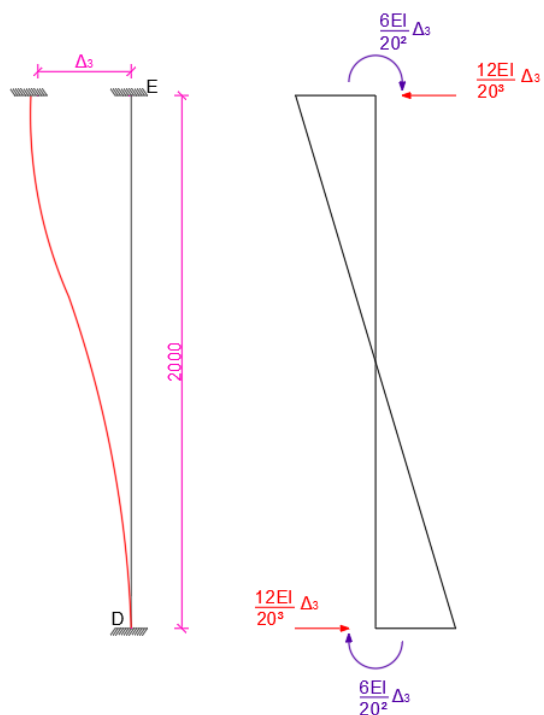
$$\frac{5}{4} EI \rho_1 + \frac{45}{128} EI \Delta_1 - \frac{3}{8} EI \Delta_2 = -321,44$$



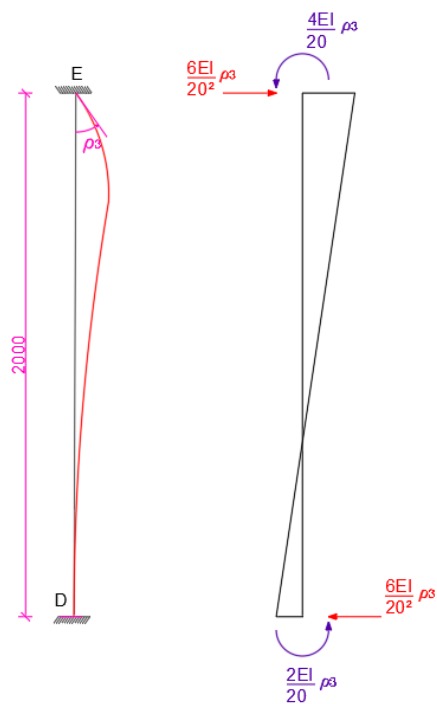
$$T_B = 0$$

$$-\frac{45}{128} EI \rho_1 - \frac{195}{1024} EI \Delta_1 + \frac{3}{16} EI \Delta_2 = -197,04$$

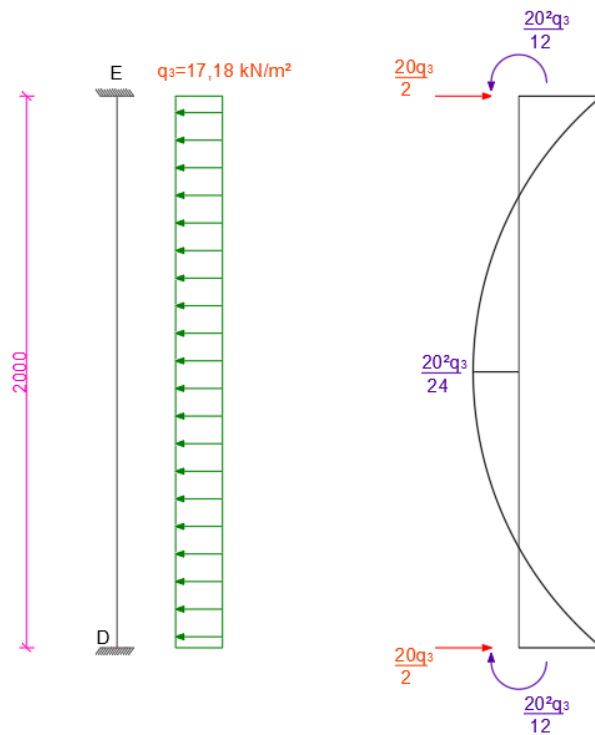
Segment D-E



Slika 5.23. Utjecaj pomaka čvora E

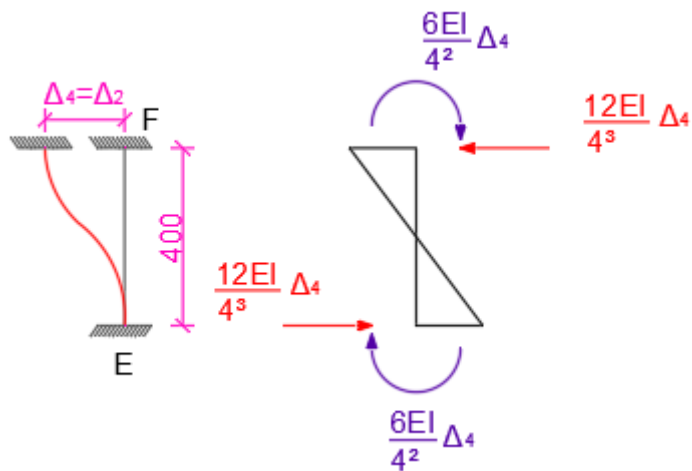


Slika 5.24. Utjecaj rotacije čvora E

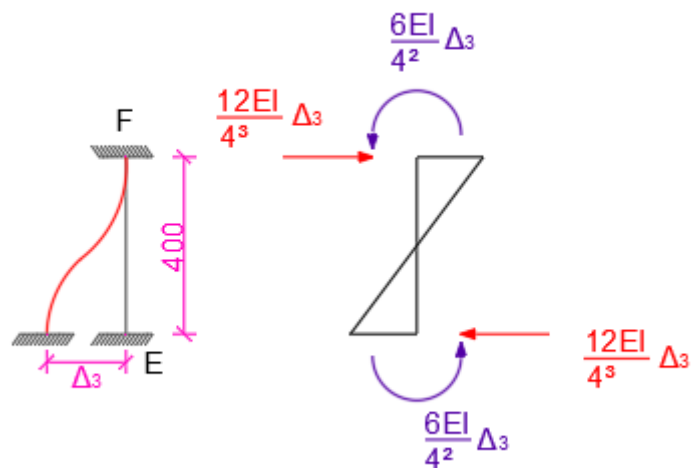


Slika 5.25. Utjecaj valovanja na segment D-E

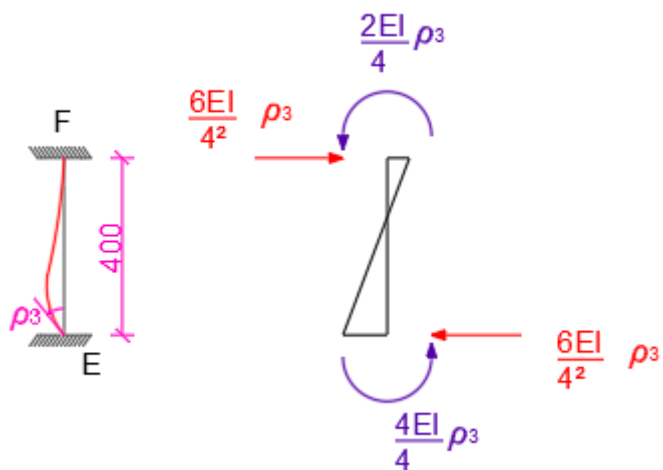
Segment E-F



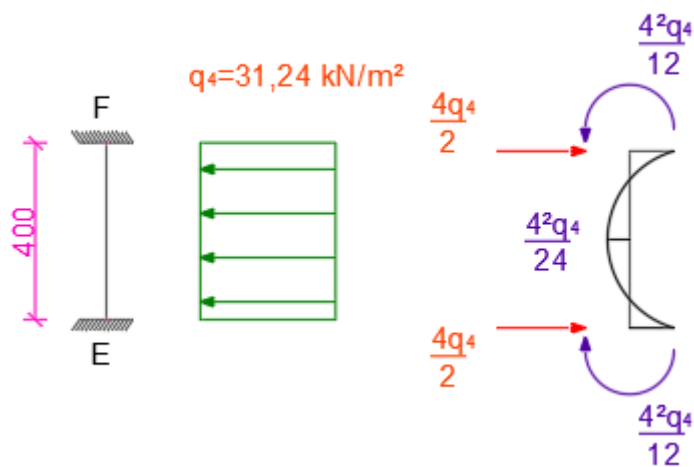
Slika 5.26. Utjecaj pomaka čvora F



Slika 5.27. Utjecaj pomaka čvora E

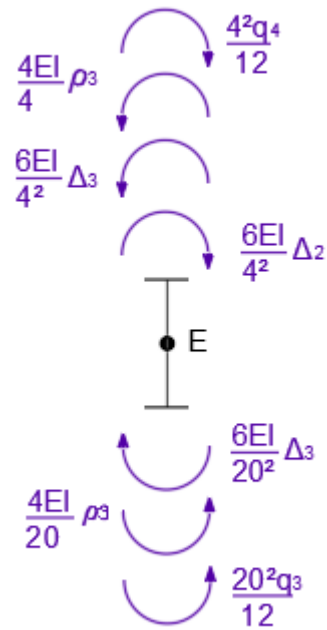


Slika 5.28. Utjecaj rotacije čvora E



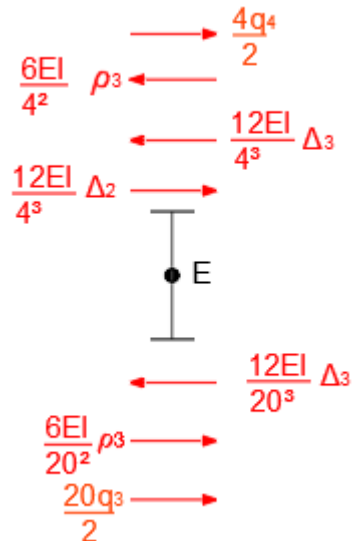
Slika 5.29. Utjecaj valovanja na segment E-F

Ravnoteža čvora E



$$M_E = 0$$

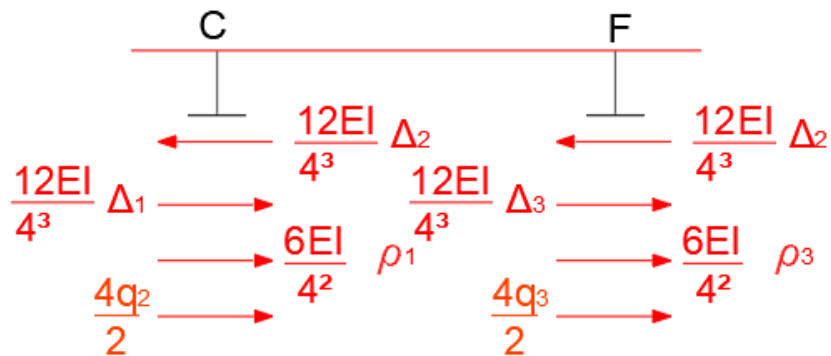
$$\frac{6}{5} EI \rho_3 - \frac{3}{8} EI \Delta_2 + \frac{9}{25} EI \Delta_3 = -531,02$$



$$T_E = 0$$

$$-\frac{9}{25} EI \rho_3 + \frac{3}{16} EI \Delta_2 - \frac{189}{1000} EI \Delta_3 = -234,28$$

Ravnoteža gornjeg kata



$$T_{CF} = 0$$

$$\frac{3}{8}EI\rho_1 + \frac{3}{8}EI\rho_3 + \frac{3}{16}EI\Delta_1 - \frac{3}{8}EI\Delta_2 + \frac{3}{16}EI\Delta_3 = -123,68$$

Matrični zapis

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 0 & \frac{45}{128} & -\frac{3}{8} & 0 \\ -\frac{45}{128} & 0 & -\frac{195}{1024} & \frac{3}{16} & 0 \\ \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{16} & -\frac{3}{8} & \frac{3}{16} \\ 0 & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{9}{25} \\ 0 & -\frac{9}{25} & 0 & \frac{3}{16} & -\frac{189}{1000} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} EI\rho_1 \\ EI\Delta_1 \\ EI\Delta_2 \\ EI\rho_3 \\ EI\Delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -321,44 \\ -197,04 \\ -123,68 \\ -531,02 \\ -234,28 \end{bmatrix}$$

$$EI\rho_1 = 8655,934123 \rightarrow \rho_1 = 0,02429rad$$

$$EI\Delta_1 = 186000,5196 \rightarrow \Delta_1 = 52,21cm$$

$$EI\Delta_2 = 204085,7742 \rightarrow \Delta_2 = 57,29cm$$

$$EI\rho_3 = 5186,069013 \rightarrow \rho_3 = 0,01456rad$$

$$EI\Delta_3 = 193827,3959 \rightarrow \Delta_3 = 54,41cm$$

Proračun po teoriji drugog reda

Za segment A-B i B-C proračun je proveden kod primjera pojedinačnog pilota

Segment D-E

$$u = H \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}} F$$

$$H = 20,0m$$

$$P = 1000kN$$

$$EI = 356256,6kNm^2$$

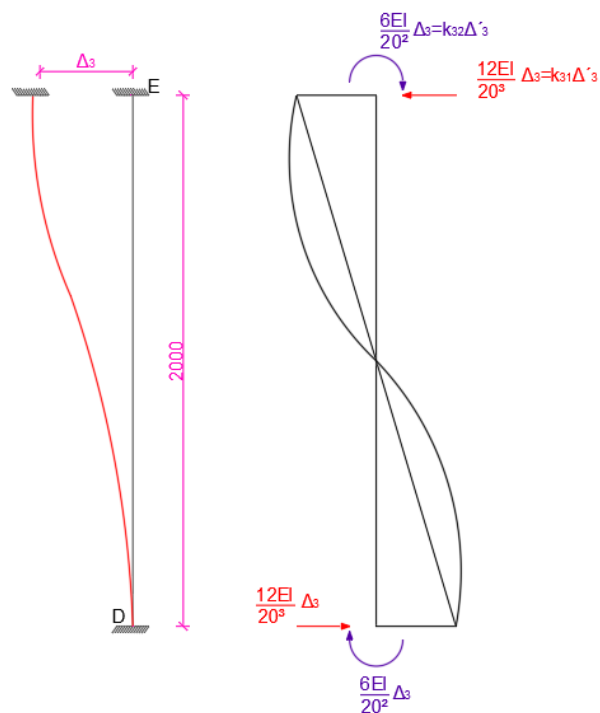
$$\omega = u = 20 \cdot \sqrt{\frac{1000}{356256,6}} = 1,05961607$$

$$\cos u = c = 0,4892069693$$

$$\sin u = s = 0,8721677254$$

$$N = 2 - 2c - us = 0,09742312383$$

$$\frac{1}{N} = 10,26450355$$



Slika 5.30. Utjecaj pomaka čvora E



Slika 5.31. Utjecaj rotacije čvora E

Matrica za segment D-E

$$EI \begin{bmatrix} X & X & X & X \\ 0,014717 & 0,192402 & X & X \\ -0,001332 & -0,014717 & X & X \\ X & X & X & X \end{bmatrix}$$

Vrijednosti za segment D-E

$$M_{DE} = -k_{32} \cdot \Delta_3^* \cdot EI + k_{22} \cdot \rho_3^* \cdot EI + \frac{q_3 \cdot 20^2}{12}$$

$$T_{DE} = -k_{31} \cdot \Delta_3^* \cdot EI + k_{21} \cdot \rho_3^* \cdot EI + \frac{q_3 \cdot 20}{2}$$

Segment E-F

$$u = H \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$H = 4,0m$$

$$P = 1000kN$$

$$EI = 356256,6kNm^2$$

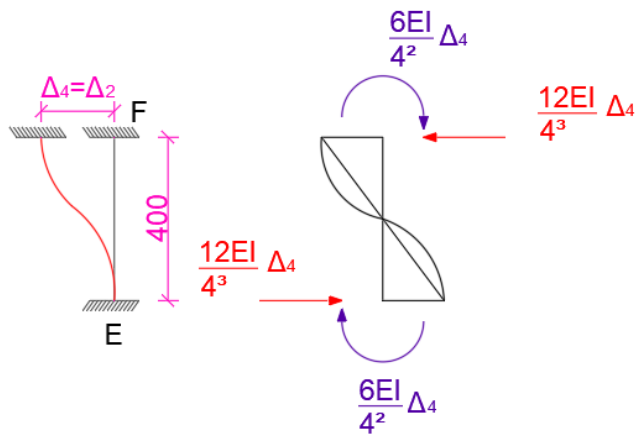
$$\omega = u = 4 \cdot \sqrt{\frac{1000}{356256,6}} = 0,2119232141$$

$$\cos u = c = 0,9776281932$$

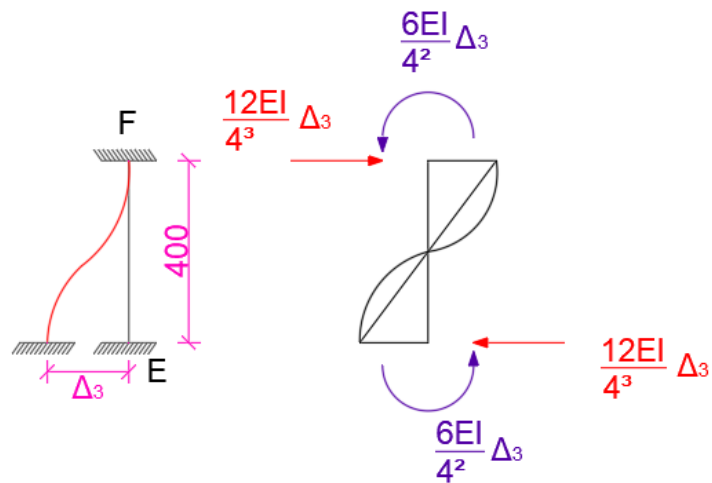
$$\sin u = s = 0,210340476$$

$$N = 2 - 2c - us = 0,000167584$$

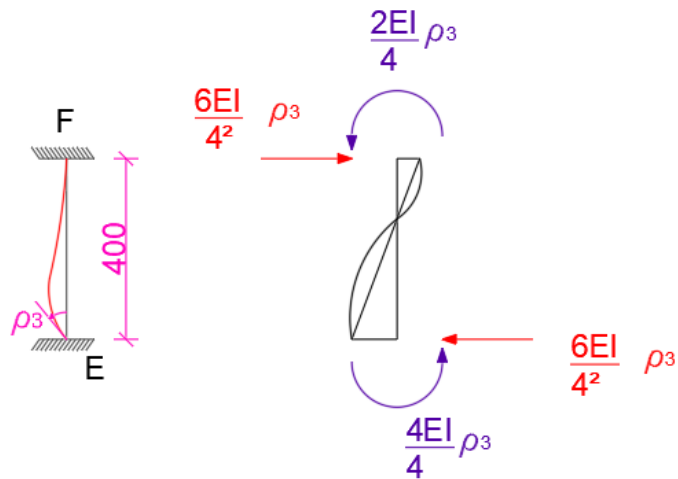
$$\frac{1}{N} = 5967,156769$$



Slika 5.32. Utjecaj pomaka čvora F



Slika 5.33. Utjecaj pomaka čvora E



Slika 5.34. Utjecaj rotacije čvora E

Matrica za segment E-F

$$EI \begin{bmatrix} 0,1866577 & 0,3747189 & -0,1866577 & 0,3747189 \\ 0,3747189 & 0,9985012 & -0,3747189 & 0,5003744 \\ -0,1866577 & -0,3747189 & 0,1866577 & -0,3747189 \\ 0,3747189 & 0,5003744 & -0,3747189 & 0,9985012 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho_3^* \\ \Delta_3^* \\ \rho_4^* \\ \Delta_2^* \end{Bmatrix}$$

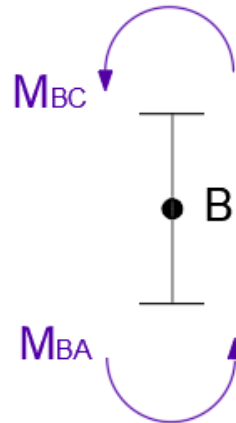
Vrijednosti za segment E-F

$$M_{EF} = -k_{32} \cdot \Delta_2^* \cdot EI + k_{44} \cdot \rho_3^* \cdot EI + k_{41} \cdot \Delta_3^* \cdot EI - \frac{q_4 \cdot 4^2}{12}$$

$$T_{EF} = k_{33} \cdot \Delta_2^* \cdot EI - k_{43} \cdot \rho_3^* \cdot EI - k_{31} \cdot \Delta_3^* \cdot EI + \frac{q_4 \cdot 4}{2}$$

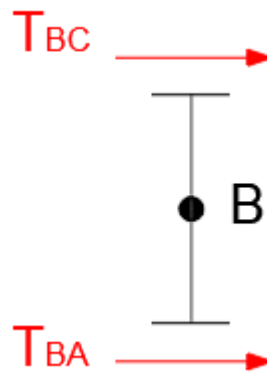
$$T_F = -k_{31} \cdot \Delta_2^* \cdot EI + k_{41} \cdot \rho_3^* \cdot EI + k_{33} \cdot \Delta_3^* \cdot EI + \frac{q_4 \cdot 4}{2}$$

Ravnoteža čvora B



$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

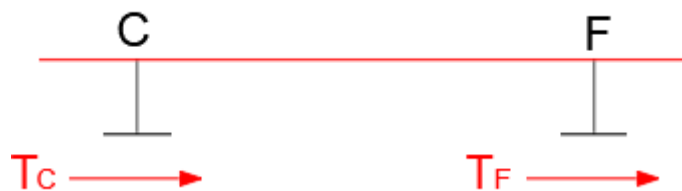
$$1,2424558 \cdot \rho_1^* \cdot EI + 0,3515635 \cdot \Delta_1^* \cdot EI - 0,3747189 \cdot \Delta_2^* \cdot EI = -321,44$$



$$T_{BA} + T_{BC} = 0$$

$$-0,3515635 \cdot \rho_1^* \cdot EI - 0,1893766 \cdot \Delta_1^* \cdot EI + 0,1866577 \cdot \Delta_2^* \cdot EI = -197,04$$

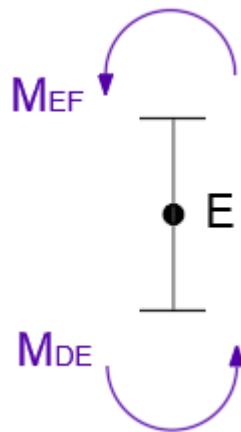
Ravnoteža gornjeg kata



$$T_C = 0$$

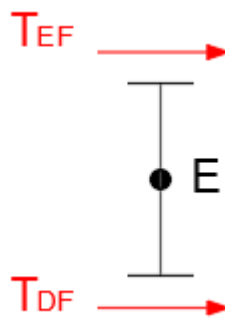
$$0,3747189 \cdot \rho_1^* \cdot EI + 0,1866577 \cdot \Delta_1^* \cdot EI - 0,1866577 \cdot \Delta_2^* \cdot EI + 0,3747189 \cdot \rho_3^* \cdot EI + 0,1866577 \cdot \Delta_3^* \cdot EI = -123,68$$

Ravnoteža čvora E



$$M_{EF} + M_{DF} = 0$$

$$-0,3747189EI\Delta_2^* + 1,1909032EI\rho_3^* + 0,3600019EI\Delta_3^* = -531,01$$



$$T_{EF} + T_{DF} = 0$$

$$0,1866577EI\Delta_2^* - 0,3600019EI\rho_3^* - 0,1879897EI\Delta_3^* = -234,28$$

Matrični zapis

$$\begin{bmatrix} 1,2424558 & 0,3515635 & -0,3747189 & 0 & 0 \\ -0,3515635 & -0,1893766 & 0,1866577 & 0 & 0 \\ 0,3747189 & 0,1866577 & -0,3733154 & 0,3747189 & 0,1866577 \\ 0 & 0 & -0,3747189 & 1,1909032 & 0,3600019 \\ 0 & 0 & 0,1866577 & -0,3600019 & -0,1879897 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} EI\rho_1^* \\ EI\Delta_1^* \\ EI\Delta_2^* \\ EI\rho_3^* \\ EI\Delta_3^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -321,44 \\ -197,04 \\ -123,68 \\ -531,02 \\ -234,28 \end{bmatrix}$$

$$EI\rho_1^* = 10071,6176 \rightarrow \rho_1 = 0,02827rad$$

$$EI\Delta_1^* = 213964,0554 \rightarrow \Delta_1 = 60,06cm$$

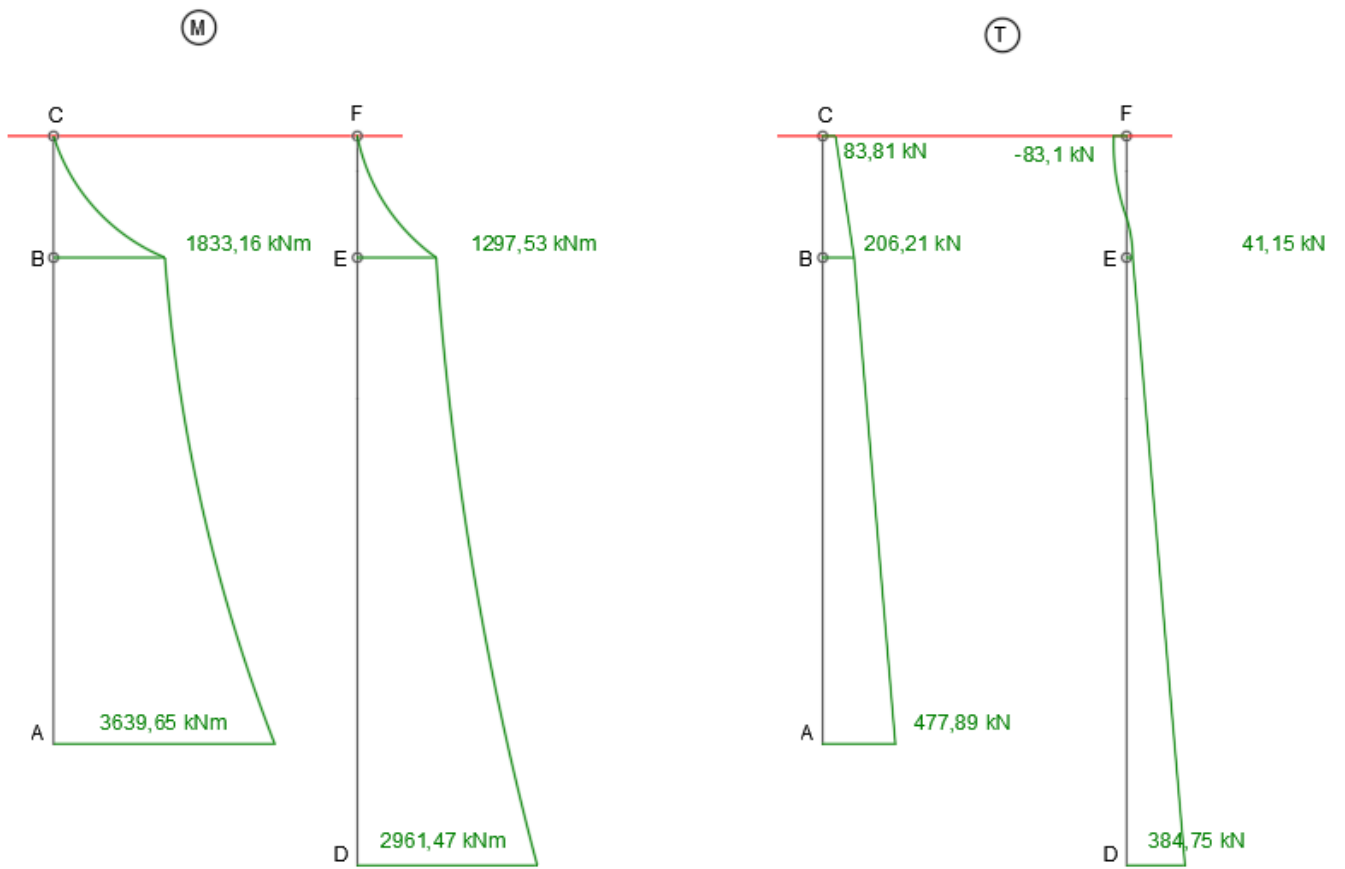
$$EI\Delta_2^* = 234994,6371 \rightarrow \Delta_2 = 65,96cm$$

$$EI\rho_3^* = 6137,9899 \rightarrow \rho_3 = 0,01723rad$$

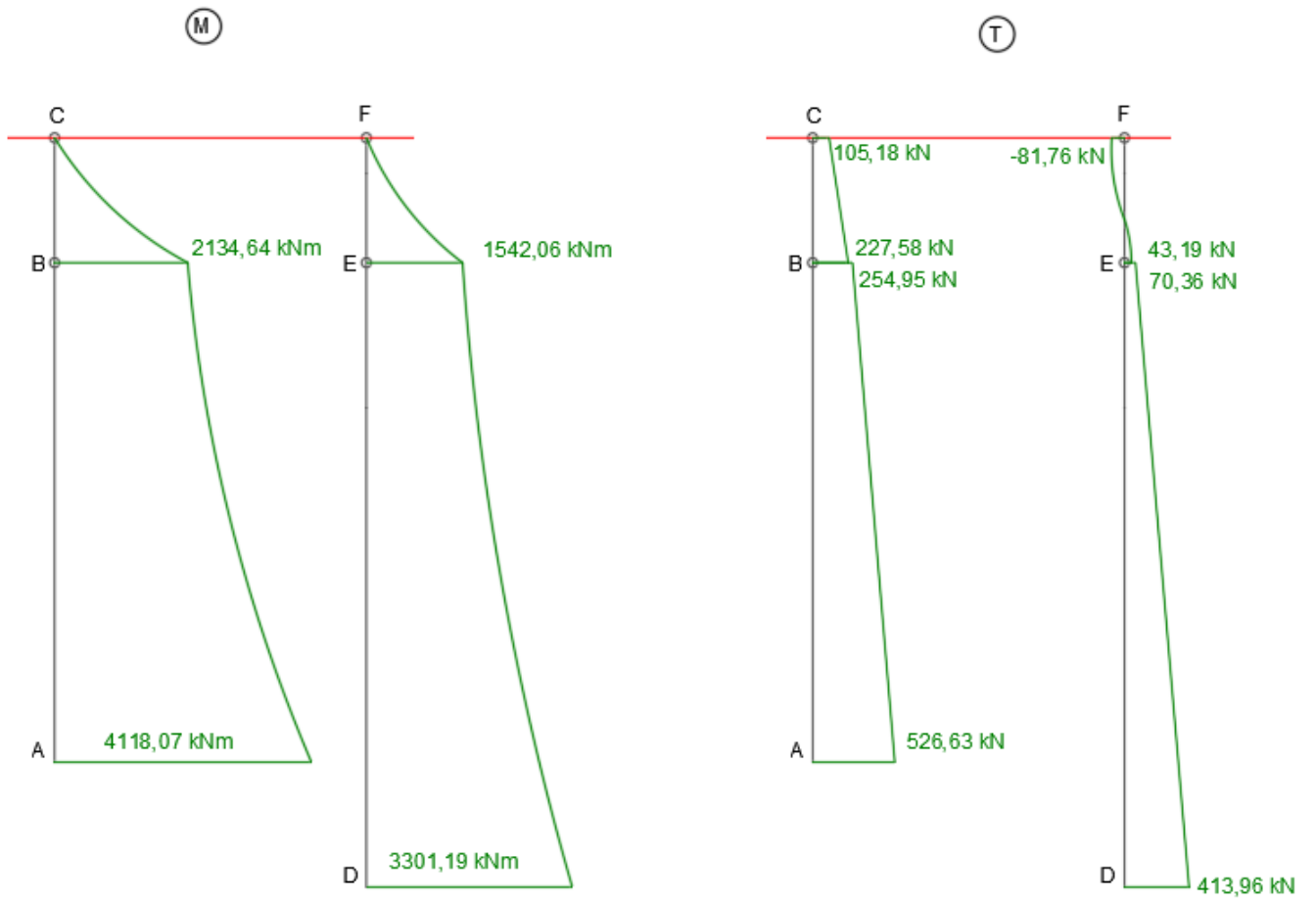
$$EI\Delta_3^* = 222821,5186 \rightarrow \Delta_3 = 62,55cm$$

Dijagrami

Teorija prvog reda



Teorija drugog reda



6. PRORAČUN KRITIČNE SILE

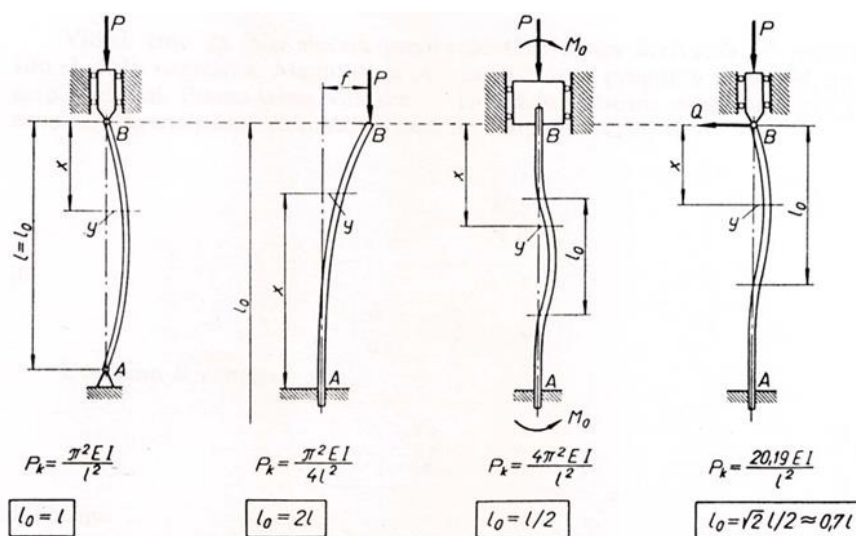
Proračun kritične sile pojednostavljen je i proveden je po uzoru na Eulera. Eulerova kritična sila je vrijednost sile pri kojoj počinje izvijanje štapa u elastičnom području. Ona se određuje na primjeru štapa zglobno vezanog na oba kraja, te opterećenog tlačnom silom P (Slika 6.1.).

[4]



Slika 6.1. Zglobno vezani štap na oba kraja za izračun kritične Eulerove sile

Elastična linija opterećenog štapa može imati više oblika što utječe na samu vrijednost kritične sile. Razlikujemo 4 oblika izvijanja (Slika 6.2.), te za svakoga vrijede drugačiji uvjeti za određivanje kritične sile. [4]



Slika 6.2. Četiri oblika izvijanja za određivanje kritične sile ($l_0 = L_i$)

Izvijanje štapa nastaje oko osi poprečnog presjeka za koju je krutost štapa najmanja, u ovo slučaju je svejedno oko koje osi se radi, jer je krutost u svim smjerovima jednaka kod kružnog poprečnog presjeka. Opći oblik Eulerove formule za kritičnu silu glasi:

$$P_{kr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_i^2}, \text{ gdje je:} \quad (32)$$

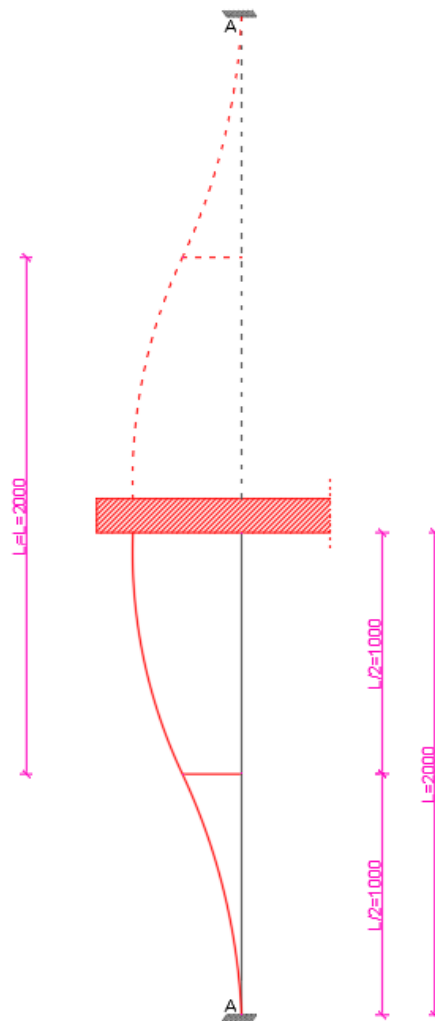
EI – krutost štapa

L_i – duljina između dvije točke infleksije

Za izračun kritične sile kod oba pilota uzet je prvi oblik izvijanja, te iz toga slijedi da je $L_i=L$.

[4]

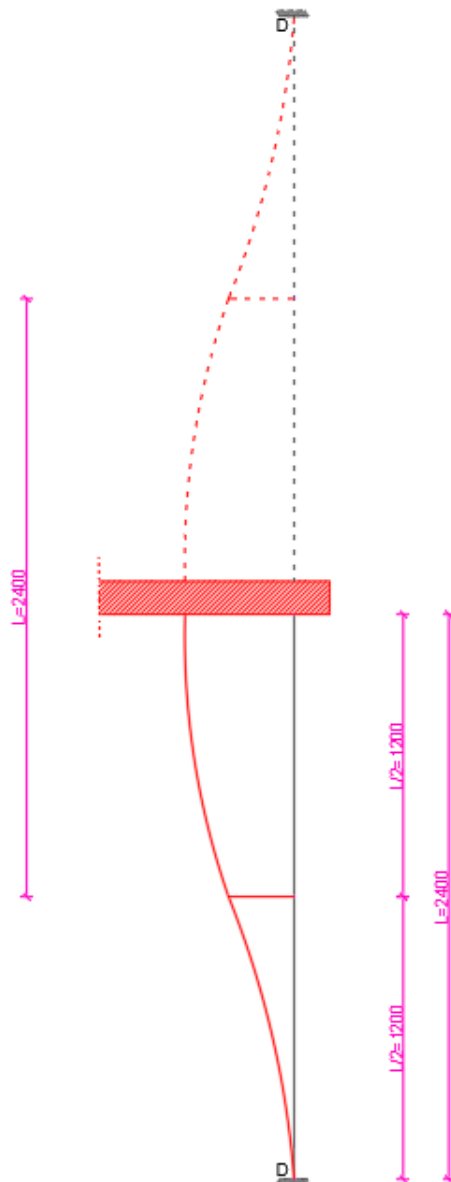
6.1. Kritična sila za pilot visine H=20 m



Slika 6.3. Oblik izvijanja pilota visine 20,0m

$$P_{kr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_i^2} = \pi^2 \cdot \frac{356256,6 \text{ kN} / \text{m}^2}{20,0 \text{ m}^2} = 8790,28 \text{ kN}$$

6.2. Kritična sila za pilot visine H=24 m

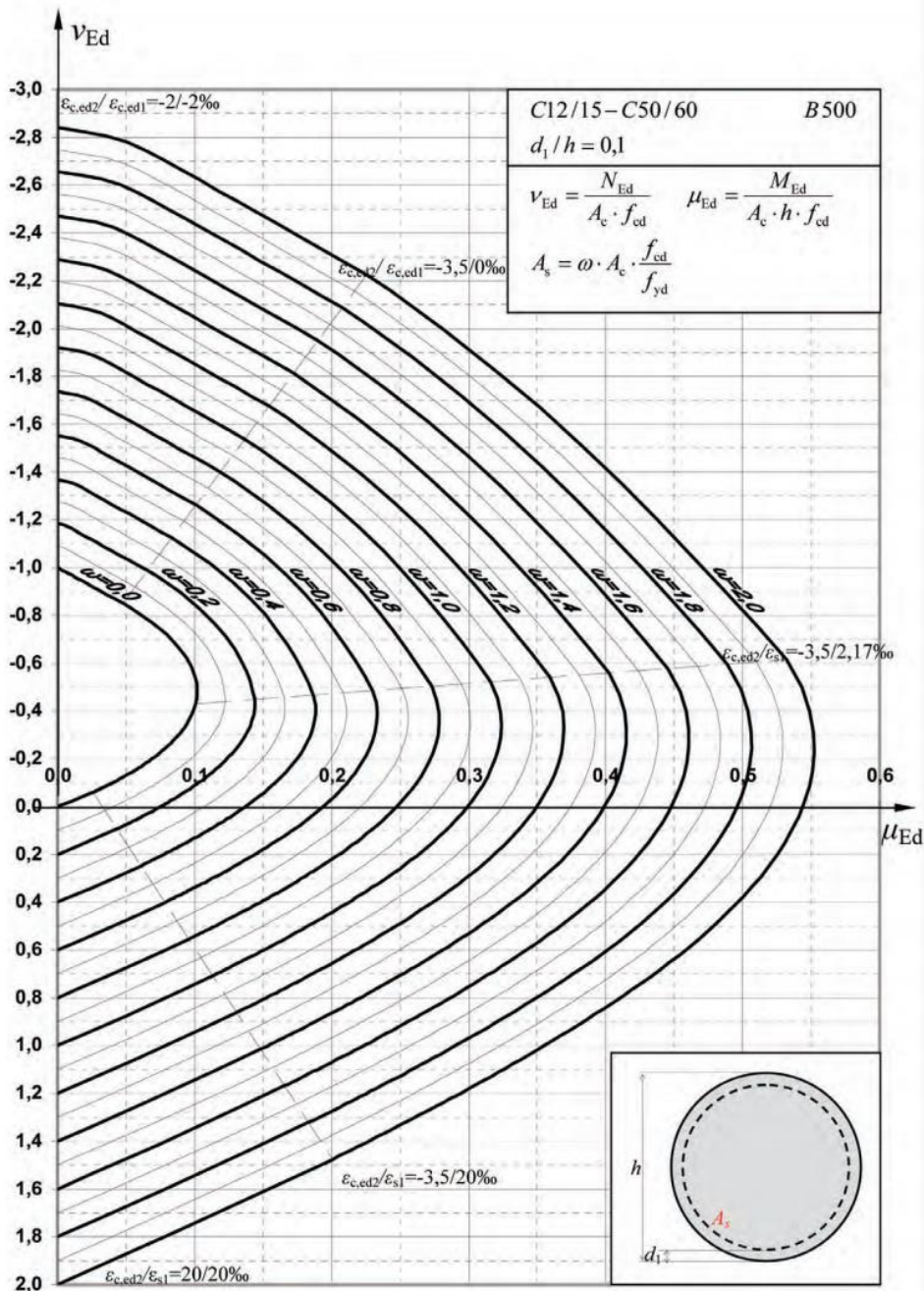


Slika 6.4. Oblik izvijanja pilota visine 24,0m

$$P_{kr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_i^2} = \pi^2 \cdot \frac{356256,6 \text{ kN} / \text{m}^2}{24,0 \text{ m}^2} = 6104,36 \text{ kN}$$

7. DIMENZIONIRANJE PILOTA

Dimenzioniranje pilota se izvelo na pojednostavljeni način uz pomoć dijagrama interakcije (Slika 7.1.). Iz momentnih dijagrama se iščitaju najveći momenti na pilotima iz čega se dobiva bezdimenzionalni koeficijent μ_{Ed} . Za dobivanje bezdimenzionalnog koeficijenta ν_{Ed} potrebna je uzdužna sila, koja je u ovom slučaju tlačna i iznosi 1000,0 kN. S tim podacima se iščitava koeficijent ω_{tot} , uz pomoć kojeg se dobiva potrebna površina armature $A_{s,tot}$.

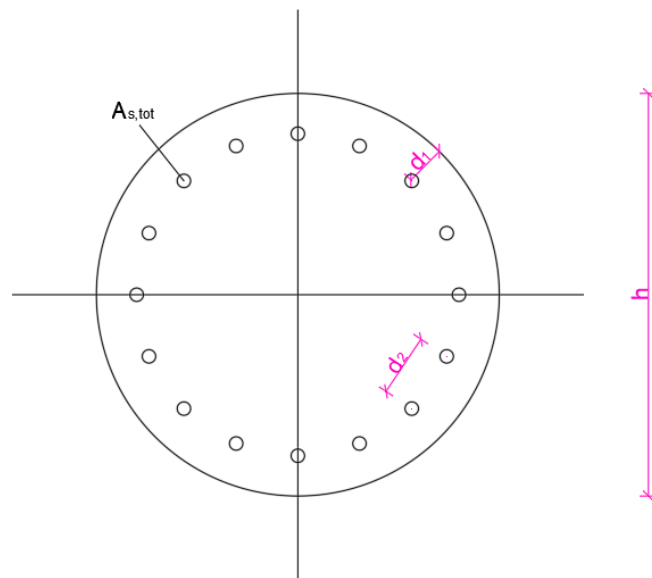


Slika 7.1. Dijagram interakcije za klase betona C12/15-C50/60

Prilikom dimenzioniranja treba pripaziti na neke minimalne vrijednosti koje su propisane zakonom. Piloti se nalaze u morskoj vodi, te za njih vrijede neka posebna pravila. Na *Slici* 7.2. prikazane su oznake dimenzija kružnog poprečnog presjeka, a neke od minimalnih vrijednosti su: Zaštitni sloj betona $d_1=7,5\text{cm}$

Razmak između šipki $d_2=15,0-20,0\text{cm}$

Minimalna armature: $\phi 20$



Slika 7.2. Oznake dimenzija kružnog poprečnog presjeka

7.1. Proračun armature za pojedinačni pilot

$$H=20,0m$$

$$N_{Ed} = 1000kN$$

$$M_{ED} = 3097,75kNm$$

$$A_c = r^2 \pi = 0,6^2 m \cdot \pi = 1,13097m^2$$

$$h = 1,2m$$

$$f_{cd}(C40/50) = 22,7MN / m^2$$

$$\frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 19,2$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{ED}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{3097,75kNm}{1,13097m^2 \cdot 1,2m \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,1$$

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1000kN}{1,13097m^2 \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,04$$

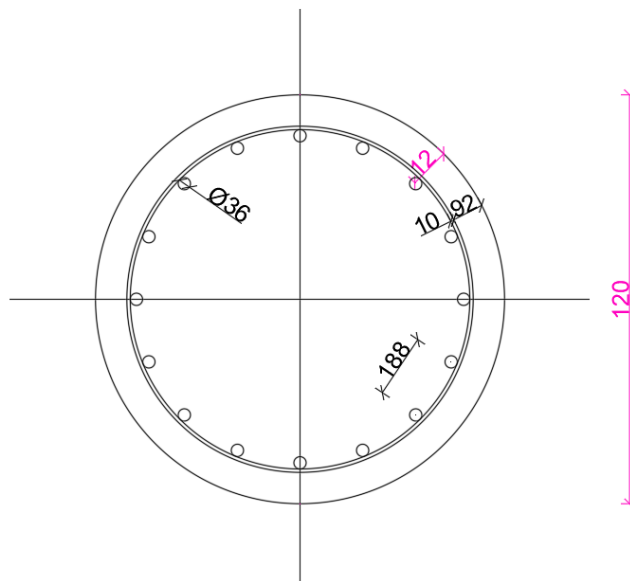
$$\omega_{tot} = 0,25$$

$$A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot \frac{A_c}{\frac{f_{yd}}{f_{cd}}} = 0,25 \cdot \frac{1,13097m^2}{19,2} = 0,014726m^2 = 147,26cm^2$$

$$A_{s,min} = 1\% \cdot A_c = 0,01 \cdot 1,13097m^2 = 0,0113097m^2 = 113,1cm^2$$

$$A_s = 147,26cm^2$$

ODABIRE SE 16 ϕ 36(162,86cm²)



Slika 7.3. Prikaz armature pojedinačnog pilota visine 20,0m

7.2. Proračun armature za grupu pilota

$$H=20,0m$$

$$N_{Ed} = 1000kN$$

$$M_{ED} = 4118,07kNm$$

$$A_c = r^2 \pi = 0,6^2 m \cdot \pi = 1,13097m^2$$

$$h = 1,2m$$

$$f_{cd}(C40/50) = 22,7MN / m^2$$

$$\frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 19,2$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{ED}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{4118,07kNm}{1,13097m^2 \cdot 1,2m \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,13$$

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1000kN}{1,13097m^2 \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,04$$

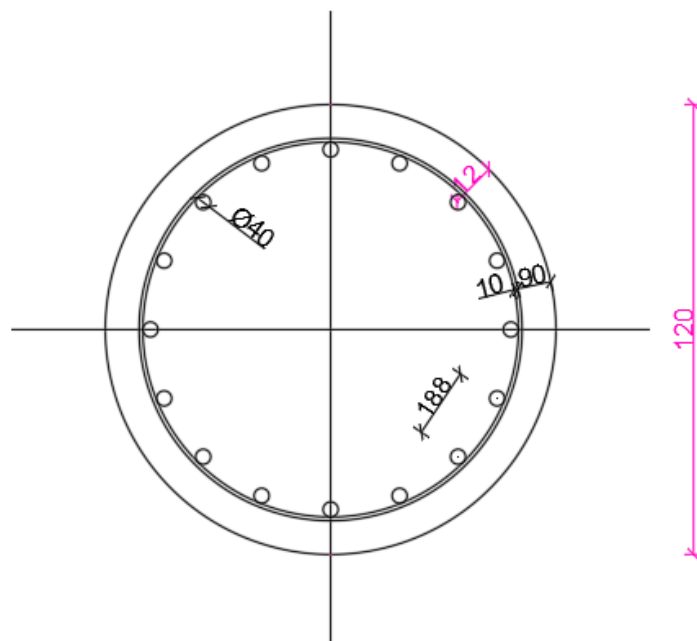
$$\omega_{tot} = 0,33$$

$$A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot \frac{A_c}{\frac{f_{yd}}{f_{cd}}} = 0,33 \cdot \frac{1,13097m^2}{19,2} = 0,0194396m^2 = 194,39cm^2$$

$$A_{s,min} = 1\% \cdot A_c = 0,01 \cdot 1,13097m^2 = 0,0113097m^2 = 113,1cm^2$$

$$A_s = 194,39cm^2$$

ODABIRE SE 16 ϕ 40(201,06cm²)



Slika 7.4. Prikaz armature grupe pilota za visinu pilota 20,0m

$$H=24,0m$$

$$N_{Ed} = 1000kN$$

$$M_{ED} = 3301,19kNm$$

$$A_c = r^2 \pi = 0,6^2 m \cdot \pi = 1,13097m^2$$

$$h = 1,2m$$

$$f_{cd}(C40/50) = 22,7MN / m^2$$

$$\frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 19,2$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{ED}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{3301,19kNm}{1,13097m^2 \cdot 1,2m \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,11$$

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1000kN}{1,13097m^2 \cdot 22,7 \cdot 1000kn / m^2} = 0,04$$

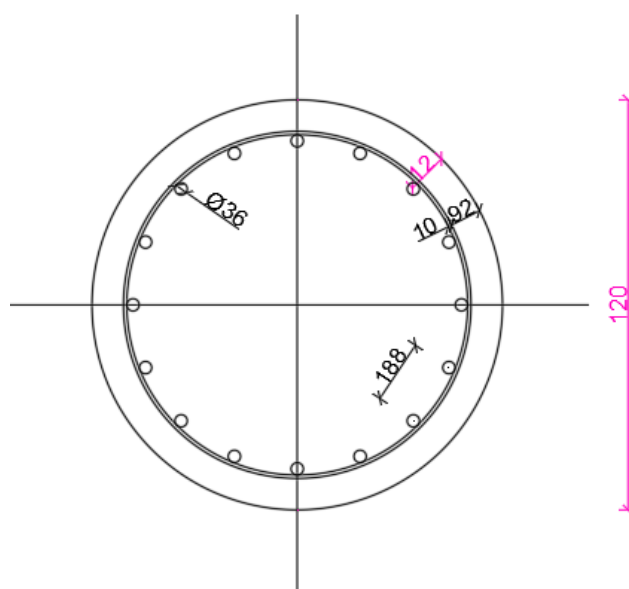
$$\omega_{tot} = 0,27$$

$$A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot \frac{A_c}{\frac{f_{yd}}{f_{cd}}} = 0,27 \cdot \frac{1,13097m^2}{19,2} = 0,015904m^2 = 159,04cm^2$$

$$A_{s,min} = 1\% \cdot A_c = 0,01 \cdot 1,13097m^2 = 0,0113097m^2 = 113,1cm^2$$

$$A_s = 159,04cm^2$$

ODABIRE SE 16 ϕ 36(162,86cm²)



Slika 7.5. Prikaz armature grupe pilota za visinu pilota 24,0m

8. ZAKLJUČAK

U ovom radu je na primjeru raščlanjene obalne konstrukcije dan primjer analize po teoriji drugog reda. Na platformi s različitim visinama pilota napravljena je analiza prvo za samostalan pilot, te kasnije za dva kruto povezana pilota, da bi se vidjela razlika i kakav doprinos teorija drugog reda ima u usporedbi s linearnom teorijom.

Rezultati dobiveni u prvom primjeru gdje je pilot samostalan pokazuju nam da su odstupanja teorije drugog reda u odnosu na linearnu teoriju nekih 10-15%, te su se također i momenti upetosti povećali za 10-15%. U drugom primjeru gdje se radi o grupi pilota tako se dogodilo povećanje od nekih 15ak%. To su postoci koji bitno utječu na dimenzioniranje samih konstrukcija, te se teorija drugog reda nebi smjela pri projektiranju zanemarivati, jer može doći do velikih grešaka, pa čak i rušenja same konstrukcije.

9. LITERATURA

- [1] Mehmed Čaušević, Mladen Bulić, Stabilnost konstrukcija, Golden Marketing, Tehnička knjiga, Zagreb 2013.
- [2] doc.dr.sc Dragan Ribarić, Materijali s kolegija Stabilnost konstrukcija
- [3] M.J. Tomlinson, Pile design and construction practice, fourth edition, E & FN SPON
- [4] https://www.sfsb.hr/ksk/cvrstoca/web_cvrstoca/M_izvijanje/b_euler/M_o_216.htm
1.11.2020
- [5] U radu je korišten računalni program AutoCad 2018
- [6] dr.sc. Igor Ružić, Materijali s kolegija Obalno inženjerstvo