

# Maxwellove jednadžbe

---

Kondić, Jelena

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:135255>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-01**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Jelena Kondić**

**Maxwellove jednadžbe**

**Završni rad**

**Rijeka, 2022.**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Preddiplomski sveučilišni studij  
Građevinarstvo  
Fizika**

**Jelena Kondić  
JMBAG: 0114029466**

**Maxwellove jednadžbe**

**Završni rad**

**Rijeka, rujan 2022.**

## **IZJAVA**

Završni rad izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

---

Jelena Kondić

U Rijeci, 19. rujan 2022.



## SAŽETAK

Maxwellove jednadžbe temeljne su jednadžbe elektromagnetizma, koje kombiniraju Gaussov zakon elektriciteta, Faradayev zakon elektromagnetske indukcije, Gaussov zakon magnetizma i Ampèreov zakon struje u vodiču. Maxwellove jednadžbe su skup diferencijalnih jednadžbi, koji uz Lorentzov zakon sile čini temelje elektromagnetizma, električnih krugova i klasične optike. Ove su jednadžbe nazvane po škotskom matematičkom fizičaru Jamesu Clerku Maxwellu, koji je formulirao klasičnu teoriju elektromagnetskog zračenja. Objavio je ta pitanja uključivši zakon Lorentzove sile između godina 1861. i 1862. Maxwellova prva jednadžba sugerirala je da je svjetlost elektromagnetske prirode.

**Ključne riječi:** Gaussov zakon, Faradayev zakon, Ampèreov zakon, elektromagnetizam, Lorentzov zakon

## **ABSTRACT**

Maxwell's equations are the fundamental equations of electromagnetism, combining Gauss's law of electricity, Faraday's law of electromagnetic induction, Gauss's law of magnetism, and Ampère's law of current in a conductor. Maxwell's equations are a set of differential equations, which together with Lorentz's law form the basis of electromagnetism, electric circuits and classical optics. These equations are named after the Scottish mathematical physicist James Clerk Maxwell, who formulated the classical theory of electromagnetic radiation. He published the question incorporating the Lorentz force law between 1861 and 1862. Maxwell's first equation suggested that light was electromagnetic in nature.

**Keywords:** Gauss's law, Faraday's law, Ampère's law, electromagnetism, Lorentz's law

# SADRŽAJ

UVOD.....	1
1. JAMES CLERK MAXWELL.....	2
2. POČETAK MAXWELLOVIH JEDNADŽBI.....	4
3. MAXWELL I MODERNI SVIJET.....	5
4. MIKROSKOPSKE JEDNADŽBE.....	7
5. MAKROSKOPSKE JEDNADŽBE.....	9
6. ČETIRI JEDNADŽBE.....	10
6.1. Gaussov zakon.....	11
6.2. Gaussov zakon za magnetizam.....	12
6.3. Faradayev zakon elektromagnetske indukcije.....	13
6.4. Ampereov zakon.....	15
ZAKLJUČAK.....	17
LITERATURA I IZVORI.....	18



## Popis slika

Slika 1: James Clerk Maxwell [1] .....	2
Slika 2: Elektromagnetski spektar [6] .....	5
Slika 3: Zatvorene petlje magneta [12].....	12
Slika 4: Najjednostavniji je elektromagnet električna zavojnica kroz koju može teći električna struja [19].....	14
Slika 5: Ampereov zakon – magnetsko polje nastaje kao posljedica gibanja električnih naboja [20] .....	15

## UVOD

Maxwellove jednadžbe su skup od 4 komplicirane jednadžbe koje opisuju svijet elektromagnetike. Opisuju kako se električna i magnetska polja šire, međusobno djeluju i kako na njih utječu objekti.

Maxwellove jednadžbe su zakoni - baš kao i zakon gravitacije. Ove jednadžbe su pravila koja svemir koristi za upravljanje ponašanjem električnih i magnetskih polja. Protok električne struje proizvest će magnetsko polje. Ako protok struje varira s vremenom (kao u bilo kojem valnom ili periodičnom signalu), magnetsko polje će također dovesti do električnog polja. Maxwellove jednadžbe pokazuju da odvojeni naboj (pozitivan i negativan) dovodi do električnog polja - a ako i ono varira u vremenu, također će dovesti do širenja električnog polja, što dalje dovodi do širenja magnetskog polja.

One daju matematički model za statički elektricitet, električnu struju, radio tehnologije, optiku, proizvodnju električne energije, bežičnu komunikaciju, radar, električni motor, leće itd. Ove jednadžbe opisuju radnu prirodu električnih i magnetskih polja i kako se proizvode nabojima, strujama i zbog promjene električnog ili magnetskog polja.

James Clerk Maxwell bio je genij na razini Einstein/Newton koji je uzeo skup poznatih eksperimentalnih zakona (Faradayev zakon, Ampereov zakon) i ujediniio ih u simetrični koherentni skup jednadžbi poznatih kao Maxwellove jednadžbe. Maxwell je bio jedan od prvih koji je utvrdio da je brzina širenja elektromagnetskih valova jednaka brzini svjetlosti - i stoga je zaključio da su elektromagnetski valovi i vidljiva svjetlost zapravo ista stvar.

## 1. JAMES CLERK MAXWELL

James Clerk Maxwell rođen 13. lipnja 1831. u Edinburghu u Škotskoj svoje obrazovanje započeo je u dobi od 10 godina na Akademiji u Edinburghu. Akademiju je napustio 1847. godine kada je svoje obrazovanje nastavio na Sveučilištu u Edinburghu. Kao već ostvaren matematičar 1850. godine odlučio je napustiti Škotsku i nastaviti svoje obrazovanje na Sveučilištu Cambridge. Nakon 6 godina na Cambridgeu zaposlio se kao profesor na Sveučilištu Marischal u Aberdeenu gdje je i upoznao svoju buduću suprugu Katherine Mary Dewar.



Slika 1: James Clerk Maxwell [1]

Maxwellovo vrijeme na Kraljevskom Sveučilištu je vjerojatno bilo najproduktivnije u njegovoj karijeri. Maxwell je često prisustvovao predavanjima u Kraljevskoj ustanovi, gdje je dolazio u redoviti kontakt s Michaelom Faradayem. Odnos između njih dvojice nije se mogao opisati kao blizak, jer je Faraday imao 40 godina više i pokazivao je znakove senilnosti. Unatoč tome, imali su veliko poštovanje jedno prema drugome i njihovim talentima.

To vrijeme posebno je značajno za napredak koji je Maxwell napravio na području elektriciteta i magnetizma. U dvodijelnom radu „On physical lines of force”, koji je objavljen 1861. godine, ispitaio je prirodu električnih i magnetskih polja. Još dva dijela kasnije su dodana i objavljena u istom radu početkom 1862. godine. Posljednje godine proveo je kao Cavendish profesor fizike na Cambridgeu, gdje je bio zadužen za opremanje Cavendish laboratorija vrijednim uređajima koje je sponzorirao William Cavendish. Preminuo je 5. studenoga 1879. u dobi od 48 godina od posljedica tumora trbušne šupljine.

Možemo zaključiti da je iza sebe ostavio mnoga znanstvena postignuća. Matematički je opisao otkrića Michaela Faradaya na području elektrodinamike. Maxwellove četiri jednačbe izražavaju kontinuitet električnog i magnetskog polja i načelo po kojem promjene u električnom polju uzrokuju promjene u magnetskom polju i obrnuto.

U članku Dinamička teorija elektromagnetskoga polja (A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, 1865.), a potom i u udžbeniku Rasprava o elektricitetu i magnetizmu (A Treatise on Electricity and Magnetism, 1873.) ujediniio je elektricitet, magnetizam i svjetlost. Pokazao je teorijski da je svjetlost elektromagnetska pojava, što je pokusima Heinrich Rudolf Hertz potvrdio 1888. Smatra se osnivačem kinetičke teorije plinova, uz Ludwiga Boltzmann i Rudolfa Juliusa Emanuela Clausiusa, kojom se bavio u djelima Teorija topline (Theory of Heat, 1871.) i Tvar i gibanje (Matter and Motion, 1876.). Također je predstavio zakon raspodjele brzine molekula u plinu (Maxwellov zakon raspodjele).

## 2. POČETAK MAXWELLOVIH JEDNADŽBI

U vrijeme kad se Maxwell pridružio sceni 1855., Faraday, Ampere i njihovi prethodnici razvili su razne zakone i teorije kako bi objasnili veze između elektriciteta i magnetizma. Ali ništa nije povezivalo ove ideje. Tako je tijekom 10 godina Maxwell krenuo s matematičkim opisom Faradayevih linija sile kako bi objasnio sve električne i magnetske učinke koji su bili opaženi. Ili drugačije rečeno, izgradio je teoriju elektromagnetskih polja. Teorija bi spojila utvrđene zakone za elektricitet i magnetizam s Faradayevim i Ampereovim uvidima o vezama između njih dvoje.

Rani radovi uključivali su prevođenje Maxwellovih slika i opisa u čvrstu matematiku. Ali nakon nekog vremena počela se stvarati koherentna teorija. Tijekom tog vremena, Maxwell je napravio korekciju Ampereovog zakona - četvrte Maxwellove jednadžbe - kako bi pravilno opisao struju koja teče kroz električni kondenzator. Ispravak je dovršio bitnu stavku fizike teorije. No ubrzo je shvatio da to ima goleme implikacije.

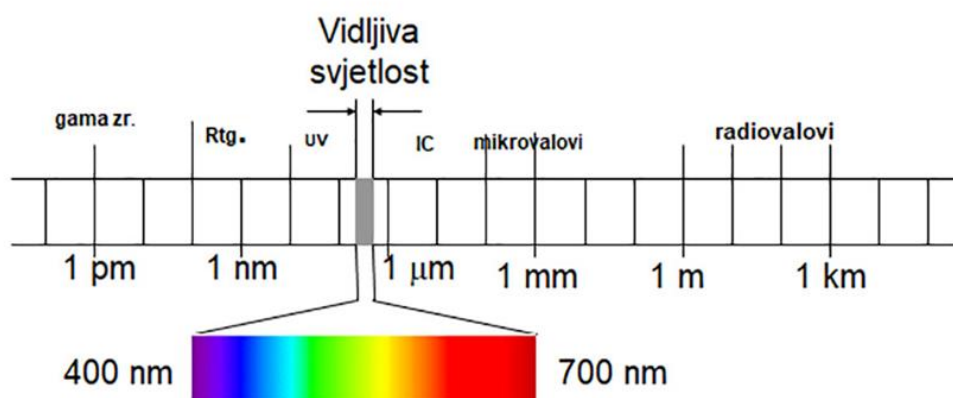
Elektromagnetska polja koja je izračunavao bila su medij za valove, poput mreškanja na površini jezera. A jednadžbe su pokazale da ti valovi putuju konstantnom brzinom. Zbrajajući, brzina je bila otprilike 300 000 km/s, inače poznata kao brzina svjetlosti. Maxwell je dokazao da je svjetlost elektromagnetski val.

Godine 1865. Maxwell je zapisao jednadžbu za opis ovih elektromagnetskih valova. Jednadžba je pokazala da nam se različite valne duljine svjetlosti čine kao različite boje. Ali što je još važnije, otkrilo je da postoji cijeli spektar nevidljivih valova, od kojih je svjetlost koju možemo vidjeti samo mali dio.

Godine 1888., nekoliko godina nakon Maxwellove smrti, njemački fizičar Heinrich Rudolph Hertz otkrio je radio valove. Ovo je konačno potvrdilo Maxwellovu teoriju dokazavši postojanje nevidljivih elektromagnetskih valova.

### 3. MAXWELL I MODERNI SVIJET

Maxwellove jednadžbe i Hertzov dokaz za njih otvorili su vrata modernoj tehnologiji. Do 1910. godine otkriven je cijeli elektromagnetski spektar, a pred njim je bio svijet uzbudljivih primjena. Hertzovi radiovalovi su se koristili u bežičnim telegrafima, radiju i, kasnije, čak i za MRI za snimanje 3D slika unutar ljudskog tijela. U drugom eksperimentu, Hertz je otkrio mikrovalove, koji danas napajaju radar, bežične računalne mreže i satelitsku komunikaciju, dok nam kuhaju hranu u mikrovalnim pećnicama.



Slika 2: Elektromagnetski spektar [6]

Zapravo, Maxwellove jednadžbe omogućile su gotovo sve moderne električne, elektroničke i fotonske tehnologije. Inženjeri elektrotehnike ih i danas koriste kao pomoć u projektiranju bilo kojeg električnog i elektroničkog uređaja koji se može zamisliti.

Ali Maxwellove jednadžbe također su produbile naše razumijevanje svemira na dva važna načina. Prvi je da nam je otvaranje elektromagnetskog spektra omogućilo da pogledamo svemir u punom sjaju. Teleskopi osjetljivi na različite dijelove spektra vide događaje koji se događaju i koji su nevidljivi golim okom, poput ostataka eksplozivne smrti masivne zvijezde ili oblacima prekrivene površine Venere.

Drugi je da Maxwellove jednačbe nude bolji način izražavanja fizikalnog zakona. Teorija je opisivala sve poznate učinke elektromagnetizma, ali je bila potpuno neovisna o bilo kojem mehaničkom mehanizmu u pozadini. Umjesto toga, uzeo je polje kao temeljnu veličinu koja može postojati neovisno. To je – zajedno s činjenicom koju je utvrdio Maxwell da je brzina svjetlosti temeljna konstanta – u konačnici dalo Einsteinu alat za pisanje 10 jednačbi polja koje predstavljaju njegovu opću teoriju relativnosti.

Standardni model fizike čestica također duguje Maxwellu. Osnova standardnog modela – kvantna teorija polja – može pratiti svoje korijene sve do polja u Maxwellovim jednačbama. A pokušaji objedinjavanja relativnosti s kvantnom mehanikom u takozvanu Teoriju svega mogu se preslikati i na Faradaya i Maxwella. Čvrsto su vjerovali da su sve temeljne sile na neki način povezane - što je bio prvi znak da bismo jednog dana mogli pronaći jedinstveni skup jednačbi koje upravljaju svim zakonima svemira.

## 4. MIKROSKOPSKE JEDNADŽBE

Mikroskopska varijanta Maxwellove jednadžbe izražava električno  $E$  polje i magnetsko  $B$  polje u smislu ukupnog naboja i ukupne prisutne struje uključujući naboje i struje na atomskoj razini. Ponekad se naziva općim oblikom Maxwellovih jednadžbi ili "Maxwellovih jednadžbi u vakuumu". Obje varijante Maxwellovih jednadžbi jednako su općenite, jer su matematički ekvivalentne. Mikroskopske jednadžbe su najkorisnije u valovodima, na primjer, kada u blizini nema dielektričnih ili magnetskih materijala.

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \left( J + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (4)$$

Oznaka  $E$  označava električno polje,  $B$  magnetsko polje,  $\rho$  gustoća električnog naboja,  $J$  gustoća električne struje,  $\epsilon_0$  dielektrična konstanta vakuuma (permitivnost),  $\mu_0$  permeabilnost vakuuma.

U području bez naboja ( $\rho = 0$ ) i struja ( $J = 0$ ), kao što je vakuum, Maxwellove jednadžbe svode se na:

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (6)$$

Ove jednadžbe vode izravno do  $E$  i  $B$  koji zadovoljavaju valnu jednadžbu za koju su rješenja linearne kombinacije ravnih valova koji putuju brzinom svjetlosti,  $c$  (9). Osim toga,  $E$  i  $B$  su međusobno okomiti kao i na smjer gibanja.



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (7)$$

Sinusoidni ravni val jedno je posebno rješenje ovih jednažbi. Zapravo, Maxwellove jednažbe objašnjavaju kako se ti valovi mogu fizički širiti kroz prostor. Promjenjivo magnetsko polje stvara promjenjivo električno polje kroz Faradayev zakon. S druge strane, to električno polje stvara promjenjivo magnetsko polje kroz Maxwellovu korekciju Ampèreovog zakona. Ovaj neprestani ciklus omogućuje tim valovima, sada poznatim kao elektromagnetsko zračenje, da se kreću kroz prostor brzinom  $c$ .

## 5. MAKROSKOPSKE JEDNADŽBE

Za razliku od 'mikroskopskih' jednadžbi, "Maxwellove makroskopske jednadžbe", poznate i kao Maxwellove jednadžbe u materiji, faktoriziraju vezani naboj i struju kako bi se dobile jednadžbe koje ovise samo o slobodnim nabojima i strujama. Ove su jednadžbe sličnije onima koje je uveo sam Maxwell. Trošak ove faktorizacije je da je potrebno definirati dodatna polja: polje pomaka  $D$  koje je definirano u smislu električnog polja  $E$  i polarizacije  $P$  materijala, i magnetsko- $H$  polje, koje je definirano u smislu magnetsko- $B$  polje i magnetizacija  $M$  materijala.

$$\nabla \cdot D = \rho_{slob.} \quad (8)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot H = J_{slob.} + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (9)$$

Gdje je  $D$  polje električnog pomaka,  $H$  magnetizirajuće polje,  $\rho_{slob.}$  gustoća slobodnog električnog naboja,  $J_{slob.}$  gustoća slobodne električne struje.

Kako bi se primijenile 'Maxwellove makroskopske jednadžbe', potrebno je specificirati odnose između polja pomaka  $D$  i  $E$  i magnetskog  $H$ -polja  $H$  i  $B$ . Ove jednadžbe određuju odgovor vezanog naboja i struje na primijenjena polja i nazvani konstitutivni odnosi. Utvrđivanje konstitutivnog odnosa između pomoćnih polja  $D$  i  $H$  i  $E$  i  $B$  polja počinje definicijom samih pomoćnih polja:

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (10)$$

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (11)$$

gdje je  $P$  polje polarizacije, a  $M$  polje magnetizacije koji su definirani u smislu mikroskopskih vezanih naboja i vezane struje.

## 6. ČETIRI JEDNADŽBE

Maxwellove jednađbe su zakoni – baš kao i zakon gravitacije. Ove jednađbe su pravila koja svemir koristi za upravljanje ponašanjem električnih i magnetskih polja. Protok električne struje proizvest će magnetsko polje. Ako protok struje varira s vremenom (kao u bilo kojem valnom ili periodičnom signalu), magnetsko polje će također dovesti do električnog polja. Maxwellove jednađbe pokazuju da odvojeni naboj (pozitivan i negativan) dovodi do električnog polja - a ako i ono varira u vremenu, također će dovesti do širenja električnog polja, što dalje dovodi do širenja magnetskog polja.

Derivacija Maxwellove jednađbe sakupljena je u četiri jednađbe, gdje svaka jednađba na odgovarajući način objašnjava činjenicu. Sve ove jednađbe nije izmislio Maxwell nego je kombinirao četiri jednađbe koje su napravili Faraday, Gauss i Ampère. Kao što se već spomenulo u poglavlju Mikroskopske jednađbe u diferencijalnom obliku one izgledaju ovako:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \left( J + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (4)$$

## 6.1. Gaussov zakon

Najranija od četiri Maxwellove jednačbe koje su otkrivene (u ekvivalentnom obliku Coulombovog zakona) bio je Gaussov zakon. U svom integralnom obliku u SI jedinicama, navodi da je ukupni naboj sadržan unutar zatvorene površine proporcionalan ukupnom električnom toku (zbrotu normalne komponente polja) preko površine:

$$\int_S E \cdot da = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \quad (12)$$

gdje je lijeva strana površinski integral električnog polja, a desna strana volumenski integral gustoće naboja.

Diferencijalni oblik Gaussovog zakona: Teorem divergencije tvrdi da se površinski integral preko zatvorene površine može napisati kao volumenski integral preko divergencije unutar područja. Tako,

$$\frac{1}{\epsilon_0} \iiint \rho dV = \int_S E \cdot da = \iiint \nabla \cdot E dV \quad (13)$$

Budući da je izjava istinita za sve zatvorene površine, mora biti slučaj da su integrali jednaki i stoga je diferencijalni oblik:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Jednačba 1 opisuje polje električne sile koje okružuje raspodjelu električnog naboja  $\rho$ . To pokazuje da se linije električnog polja odvajaju od područja s pozitivnim nabojem i konvergiraju u područja s negativnim nabojem.

## 6.2. Gaussov zakon za magnetizam

Iako magnetski dipoli mogu proizvesti analogni magnetski tok, koji nosi sličan matematički oblik, ne postoje ekvivalentni magnetski monopoli, pa stoga ukupni magnetski naboj u cijelom prostoru mora biti jednak nuli. Stoga Gaussov zakon za magnetizam glasi jednostavno:

$$\int_S B \cdot da = 0 \quad (14)$$

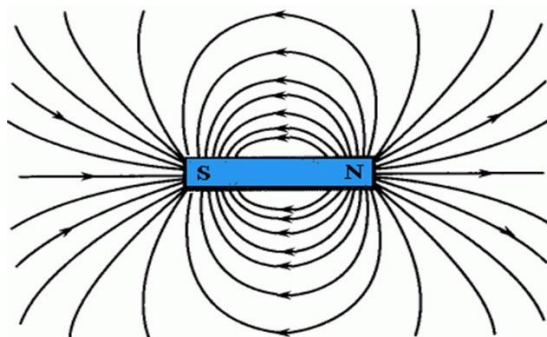
te diferencijalni oblik ovako:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

Gaussov zakon za magnetizam kaže da električni naboji nemaju magnetske monopole, tj. ne postoji niti jedan pol. Umjesto toga, magnetsko polje materijala pripisuje se dipolu, a neto odljev magnetskog polja kroz zatvorenu površinu jednak je nuli. Magnetski dipoli mogu se prikazati kao strujne petlje ili nerazdvojni parovi jednakih i suprotnih magnetskih naboja. Točnije, ukupni magnetski tok kroz Gaussovu površinu je nula, a magnetsko polje je solenoidno vektorsko polje.

Sjeverni i južni pol uvijek funkcioniraju zajedno. I dok bi magnetsko polje koje proizvodi pozitivna strana magneta rado prolazilo svemirom prema van, negativna strana magneta uvijek je tu da povuče polje natrag i uzrokuje njegovo samo kruženje.

Druga Maxwellova jednadžba na slici 3 pokazuje da se linije magnetskog polja savijaju i tvore zatvorene petlje uz naznaku da svaki sjeverni pol magneta prati južni pol.



Slika 3: Zatvorene petlje magneta [12]

### 6.3. Faradayev zakon elektromagnetske indukcije

Maxwell–Faradayeva jednadžba je:

$$\nabla \cdot E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

Maxwell-Faradayeva jednadžba jedna je od četiri Maxwellove jednadžbe i stoga igra temeljnu ulogu u teoriji klasičnog elektromagnetizma. Faradayev zakon kaže kako će magnetsko polje koje se mijenja u vremenu stvoriti električno polje. Pomoću Stokesovog teorema koje se primjenjuje na električno polje,  $E$

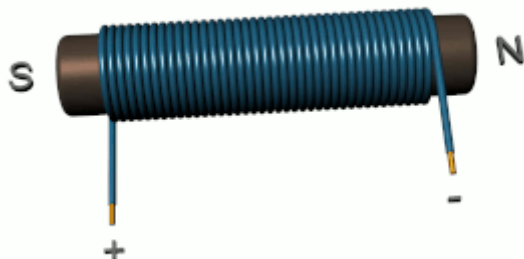
$$\oint_{\partial\Sigma} E \cdot dl = \iint_{\Sigma} \nabla \cdot E \cdot ds \quad (15)$$

dobit ćemo integralni oblik jednadžbe. U integralnom obliku definira da je za pomicanje naboja u području zatvorene petlje potreban napor za svaki jedinični naboj koji je jednak brzini smanjenja magnetskog toka tijekom zatvorene površine.

$$\oint_{\partial\Sigma} E \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} B \cdot dA \quad (16)$$

gdje je  $\Sigma$  površina omeđena zatvorenom konturom  $\partial\Sigma$ ,  $dl$  je infinitezimalni vektorski element konture  $\partial\Sigma$ , a  $dA$  je infinitezimalni vektorski element površine  $\Sigma$ . I  $dl$  i  $dA$  imaju predznak višeznačnosti; da bi se dobio točan predznak, koristi se pravilo desne ruke.

Slično magnetskom polju, energetski inducirano električno polje uključuje zatvorene silnice polja, ako na njih ne djeluje statičko električno polje. Ova značajka elektromagnetske indukcije radni je princip iza nekoliko električnih generatora: na primjer, magnet s rotirajućom šipkom stvara promjenu magnetskog polja, što zauzvrat proizvodi električno polje u bližoj žici.



Slika 4: Najjednostavniji je elektromagnet električna zavojnica kroz koju može teći električna struja [19]

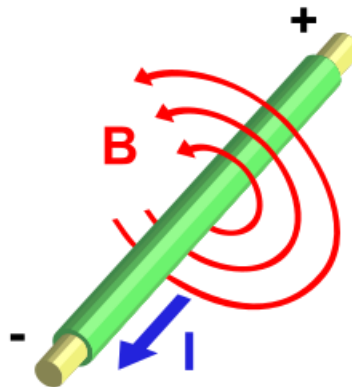
Rotirajuće električno polje proizvodi vremenski promjenjivo magnetsko polje i obrnuto. Lenzov zakon kaže da se magnetski tok, koji stvara rotirajuće električno polje, suprotstavlja njegovom uzroku. Jer da nije tako, rotirajuće električno polje bi se samo pojačalo i tako stvaralo energiju niotkuda. Lenzov zakon daje smjer inducirane elektromotorne sile i struje koja je rezultat elektromagnetske indukcije. Smjer je definiran prema pravilu desne ruke. Ako palac pokazuje u smjeru povećanja magnetskog toka, tada struja teče u suprotnom smjeru od savijanja prstiju (suprotno zbog negativnog predznaka u Faradayevom zakonu).

## 6.4. Ampereov zakon

Diferencijalni oblik 4. jednadžbe nam kaže da je zakrivljenost magnetskog polja,  $B$  u nekoj točki prostora uzrokovana na dva načina: 1) gustoćom struje,  $J$  i 2) električnim poljem,  $E$  koje se mijenja u toj točki prostora.

$$\nabla \cdot B = \mu_0 \left( J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (4)$$

Izvorni Ampèreov zakon kaže da su magnetska polja povezana s električnom strujom. Maxwellov dodatak navodi da se oni također odnose na promjenjiva električna polja, koja je Maxwell nazvao strujom pomaka.



Slika 5: Ampereov zakon – magnetsko polje nastaje kao posljedica gibanja električnih naboja [20]

Na Ampèreov zakon koji glasi ovako:

$$\oint_S B \cdot ds = \mu_0 \cdot I \quad (17)$$

Gdje je  $B$  magnetska indukcija,  $ds$  element puta uzduž krivulje integracije i  $I$  jakost električne struje. Primjenjuje se Stokesov teorem na magnetsko polje,  $B$ .



$$\oint_{\partial\Sigma} B \cdot dl = \iint_{\Sigma} \nabla \cdot B \cdot ds \quad (18)$$

Integralni oblik navodi da su električna struja i struja pomaka povezane s proporcionalnim magnetskim poljem duž bilo koje krivulje koja ga okružuje.

$$\oint_{\partial A} B \cdot ds = \int_A \mu_0 J \cdot dA + \frac{d}{dt} \int_A \mu_0 \epsilon_0 E \cdot dA \quad (19)$$

Maxwellov dodatak Ampèreovom zakonu važan je jer se Ampèreov i Gaussov zakon inače mora prilagoditi statičkim poljima. Kao posljedica toga, predviđa da se rotirajuće magnetsko polje pojavljuje s promjenjivim električnim poljem. Daljnja posljedica je postojanje samoodrživih elektromagnetskih valova koji putuju praznim prostorom.

Brzina izračunata za elektromagnetske valove, koja se može predvidjeti iz eksperimenata na nabojima i strujama, odgovara brzini svjetlosti. Jer, zaista, svjetlost je jedan oblik elektromagnetskog zračenja (kao što su rendgenske zrake, radio valovi i drugi).

## ZAKLJUČAK

Mehanizam širenja elektromagnetskih valova ovisi o postojanju mora sićušnih molekularnih vrtloga koji prožimaju cijeli svemir, kao što je zagovarao James Clerk Maxwell 1861. Maxwellove jednadžbe izvedene su pomoću hidrodinamike i elastičnosti na temelju postojanja takvog fizičkog medija, a ove jednadžbe stoga prestaju imati bilo kakvo značenje u fizici nakon što se ovaj medij ukloni. Značaj Maxwellovih izvornih radova je u tome što povezuju svjetlost sa sveprožimajućom elastičnom krutom tvari koja omogućuje mehanizmu elektromagnetske indukcije da djeluje u cijelom prostoru. Maxwell je povezoao jednadžbu brzine svjetlosti s Newtonovom jednadžbom za brzinu vala u elastičnom krutom tijelu, čime je nenamjerno pokazao njezinu ekvivalentnost s  $E = mc^2$ , ali osim ako numerički ne utvrdimo električnu permitivnost eksperimentalno pomoću kondenzatora za pražnjenje, ne možemo imati nikakvu osnovu za pretpostavku postojanje jednadžbe oblika  $c^2 = 1/\mu\epsilon$ . Nažalost, Maxwell nije dovoljno jasno razlikovao mehanizam rotacijske magnetizacije s jedne strane i mehanizam linearne polarizacije s druge strane, u odnosu na fizičku prirodu pomaka koji je uključen u elektromagnetsko zračenje. Da je to učinio, shvatio bi da je magnetski vektorski potencijal,  $A$ , koji je povezoao s Faradayevim elektrotoničnim stanjem, zapravo njegova poznata struja pomaka. Unatoč tome, Maxwellova izvorna djela pionirska su djela goleme vrijednosti koja su nas uputila u pravom smjeru.

## LITERATURA I IZVORI

- [1] [https://en.wikipedia.org/wiki/James\\_Clerk\\_Maxwell](https://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell)
- [2] [https://en.wikisource.org/wiki/1911\\_Encyclopædia\\_Britannica/Maxwell,\\_James\\_Clerk](https://en.wikisource.org/wiki/1911_Encyclopædia_Britannica/Maxwell,_James_Clerk)
- [3] <https://www.britannica.com/biography/James-Clerk-Maxwell>
- [4] <https://www.iop.org/explore-physics/big-ideas-physics/maxwells-equations#gref>
- [5] [https://brainm.com/software/pubs/physics/Electromagnetic\\_theory.pdf](https://brainm.com/software/pubs/physics/Electromagnetic_theory.pdf)
- [6] <https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/6b9de2eb-c6d7-412b-8afc-c0820325b64d/razlaganje-svjetlosti.html>
- [7] Nedeljković, R.: *Maxwellove jednadžbe i kovarijantna formulacija klasične elektrodinamike*, <https://gradri.uniri.hr/wp-content/uploads/2022/06/GF-Zavrzni-i-Diplomski-rad-upute-2022.pdf>
- [8] Heras, J. A.: *The covariant formulation of Maxwell's equations expressed in a form independent of specific units*, [https://www.researchgate.net/publication/23716858\\_The\\_covariant\\_formulation\\_of\\_Maxwell's\\_equations\\_expressed\\_in\\_a\\_form\\_independent\\_of\\_specific\\_units](https://www.researchgate.net/publication/23716858_The_covariant_formulation_of_Maxwell's_equations_expressed_in_a_form_independent_of_specific_units)
- [9] <https://www.cis.rit.edu/class/simg712-01/notes/basicprinciples-06.pdf>
- [10] *James Clerk Maxwell and modern physics*, Cassel and Company, London, 1896.
- [11] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Maxwellove\\_jednadžbe](https://hr.wikipedia.org/wiki/Maxwellove_jednadžbe)
- [12] <https://www.powerelectronicstips.com/intuitive-view-of-maxwells-equations-faq/>
- [13] [https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%27s\\_equations#Gauss's\\_law](https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%27s_equations#Gauss's_law)
- [14] Zhang, T.: *Maxwell's Equations in Media and Their Solution*, <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1611/1611.03108.pdf>
- [15] [https://en.wikipedia.org/wiki/Faraday%27s\\_law\\_of\\_induction](https://en.wikipedia.org/wiki/Faraday%27s_law_of_induction)
- [16] <https://www.elprocus.com/maxwells-equations-gauss-lawfaradays-law-and-amperes-law/>  
<https://en.universaldenker.org/lessons/11#1st-maxwell-equation-in-differential-form>
- [17] Tombe, F. D.: *Maxwell's Original Equations*, [https://www.researchgate.net/publication/302966559\\_Maxwell%27s\\_Original\\_Equations](https://www.researchgate.net/publication/302966559_Maxwell%27s_Original_Equations)
- [18] <https://brilliant.org/wiki/magnetic-flux-and-faradays-law-quantitative/>
- [19] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Električna\\_zavojnica](https://hr.wikipedia.org/wiki/Električna_zavojnica)
- [20] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Ampèreov\\_zakon](https://hr.wikipedia.org/wiki/Ampèreov_zakon)