

# Statistička obrada meteoroloških podataka u hidrologiji - grad Poreč

---

**Drašković, Tina**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:197891>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-20**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Tina Drašković**

**Statistička obrada meteoroloških podataka u hidrologiji - grad  
Poreč**

**Završni rad**

**Rijeka, 2022.**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Preddiplomski sveučilišni studij  
Hidrologija**

**Tina Drašković  
JMBAG: 0114033866**

**Statistička obrada meteoroloških podataka u hidrologiji - grad  
Poreč**

**Završni rad**

**Rijeka, rujan 2022.**

## **IZJAVA**

Završni rad izradila sam samostalno, u suradnji s mentoricom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

---

Tina Drašković

U Rijeci, 13. rujna 2022.

## **ZAHVALA**

Zahvaljujem se mentorici prof. dr. sc. Nevenki Ožanić i komentorici doc. dr. sc. Ivani Sušanji Čule na pomoći, suradnji i svim danim savjetima prilikom izrade Završnog rada. Također, zahvaljujem svojoj obitelji na pruženoj podršci tijekom studiranja.

## **SAŽETAK**

Prvim dijelom Završnog rada definirane su hidrologija i statistika. Opisana je važnost statističke analize u hidrologiji i vrste podataka za hidrološke analize. Navedeni su glavni koraci statističke analize, osnovni statistički parametri te ocjena mjerodavnosti hidrološkog niza za statističke obrade.

U drugom dijelu objašnjen je pojam vjerojatnosti i različite funkcije raspodjele – teorijske i empirijske funkcije raspodjele. Opisani su postupci analize godišnjih, mjesečnih i dnevnih oborina.

U trećem dijelu provedena je statistička analiza mjesečnih količina oborina za grad Poreč u razdoblju od 1984. do 2020. godine.

**Ključne riječi:** oborine, nizovi podataka, statistička analiza, vjerojatnost, funkcije raspodjele.

## **ABSTRACT**

In the first part of this bachelor thesis, hydrology and statistics are defined. The importance of statistical analysis in hydrology is described, as well as types of data for hydrological analysis. Listed here are the main steps of statistical analysis. Basic statistical parameters and assessment of validity of a hydrological sequence for statistical processing are described.

The second part of the thesis explains the concept of probability and various distribution functions - theoretical and empirical distribution functions. Procedure for analyzing annual, monthly and daily precipitation is described.

In the final part of this thesis, a statistical analysis of monthly precipitation for the town of Poreč in the period from 1984 to 2020 is performed.

**Key words:** precipitation, data sets, statistical analysis, probability, distribution function

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. HIDROLOGIJA.....	2
3. STATISTIKA I STATISTIČKA ANALIZA.....	4
3.1. Osnovni statistički parametri .....	5
4. STATISTIČKA ANALIZA PODATAKA U HIDROLOGIJI .....	8
4.1. Vrste podataka za hidrološke analize.....	9
4.2. Ocjena mjerodavnosti hidrološkog niza za statističke obrade .....	10
5. VJEROJATNOST .....	13
5.1. Empirijske funkcije raspodjele .....	13
5.1.1. Povratni period.....	15
5.2. Teorijske funkcije raspodjele .....	16
5.2.1. Gaussova ili normalna funkcija raspodjele.....	18
5.2.2. Logaritamsko-normalna ili Galtonova funkcija raspodjele.....	23
5.2.3. Gumbelova funkcije raspodjele.....	25
5.2.4. Pearsonove funkcije raspodjele.....	26
6. ANALIZA GODIŠNJIH, MJESEČNIH I DNEVNIH KOLIČINA OBORINA.....	28
6.1. Analiza godišnjih količina oborina .....	28
6.2. Analiza mjesečnih količina oborina .....	30
6.3. Analiza dnevnih količina oborina .....	31
7. PRIMJENA STATISTIČKE ANALIZE MJESEČNIH KOLIČINA OBORINA ZA GRAD POREČ.....	33
7.1. Opis glavnih geografskih i morfoloških značajki grada Poreč .....	33
7.2. Meteorološka postaja grada Poreč .....	34
7.3. Prikaz i opis mjerenih podataka.....	35



7.4. Statistička analiza mjesečnih količina oborina za grad Poreč u razdoblju 1984. – 2020. godine .....	37
7.4.1. Minimum i maksimum podataka.....	37
7.4.2. Srednja vrijednost podataka .....	39
7.4.3. Srednje kvadratno odstupanje podataka .....	41
7.4.4. Standardna devijacija podataka.....	42
7.4.5. Koeficijent varijacije podataka.....	44
7.4.6. Koeficijent asimetrije podataka .....	45
7.5. Statistička analiza godišnjih količina oborina za grad Poreč u razdoblju 1984. – 2020. godine .....	47
7.5.1. Hod i trend godišnjih oborina.....	47
7.6. Diskusija rezultata .....	48
8. ZAKLJUČAK.....	50
LITERATURA .....	52

## POPIS SLIKA

Slika 1: Karakteristični oblik Gaussove krivulje raspodjele [12]

Slika 2: Intervali raspodjele vjerojatnosti slučajne varijable (x) [13]

Slika 3: Standardna normalna raspodjela [14]

Slika 4: Prikaz različitih log-normalnih funkcija raspodjela gustoće vjerojatnosti s istom vrijednosti parametra  $\mu$ , ali različitim  $\sigma$  [12]

Slika 5: Prikaz različitih Gumbelovih funkcija raspodjele gustoće vjerojatnosti [12]

Slika 6: Pearson VI raspodjela za različite vrijednosti parametra  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  i  $\beta$  [16]

Slika 7: Niz godišnjih oborina grada Osijek i niz godina 1882. – 1990. godine sa ucrtanim trendovima [17]

Slika 8: Log-normalna krivulja raspodjele na niz godišnjih oborina za otok Cres i niz godina 1926. – 1990. godine [17]

Slika 9: Količine oborina i vrijednosti statističkih parametara za otok Kornat i niz godina 1956. – 1975. [17]

Slika 10: Godišnji pregled dnevnih oborina za Omiš 1966. godine [17]

Slika 11: Položaj grada Poreč na karti Hrvatske [18]

Slika 12: Položaj meteorološke postaje na karti grada Poreč (označeno crveno) [23]

Slika 13: Ukupna godišnja oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

Slika 14: Maksimalna mjesečna oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

Slika 15: Prosječna mjesečna oborina i maksimalna mjesečna oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

Slika 16: Standardna devijacija mjesečnih oborina i prosječna mjesečna vrijednost oborine za niz godina 1984. – 2020. [24]

Slika 17: Hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 1984. – 2020. [24]

Slika 18: Hod i trend godišnjih oborina grad Poreč i niz godina 1984. – 2001. [24]

Slika 19: Hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 2001. – 2020. [24]

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1: Minimalni broj godina motrenja i mjerenja hidroloških veličina prema različitim autorima [2]

Tablica 2: Mjesečne količina oborina u razdoblju 1984. – 2020. godine za grad Poreč [24]

Tablica 3: Minimalna i maksimalna mjesečna oborina [24]

Tablica 4: Srednja vrijednost mjesečnih oborina [24]

Tablica 5: Srednje kvadratno odstupanje mjesečnih oborina [24]

Tablica 6: Standardna devijacija mjesečnih oborina [24]

Tablica 7: Koeficijent varijacije oborine [24]

Tablica 8: Koeficijent asimetrije oborine [24]

## 1. UVOD

Tema ovog Završnog rada je Statistička obrada meteoroloških podataka u hidrologiji - grad Poreč.

Uvodno je opisana hidrologija kao znanost i njezina podjela na pet osnovnih disciplina. Definirana je statistika i njezina podjela na deskriptivnu i inferencijalnu statistiku. Opisana je statistička analiza te važnost njezine primjene u hidrologiji. Statistička analiza je od velikog značaja u projektiranju, analizama raspoloživosti vodnih resursa, prognoziranju i određivanju boljih modela. Navedene su vrste podataka za hidrološke analize. Statistička obrada (analiza) se može provesti samo ako je niz podataka zadovoljio potrebne uvjete. Nakon ocjene mjerodavnosti hidrološkog niza, računaju se osnovni statistički parametri.

U drugom dijelu opisane su funkcije raspodjele vjerojatnosti, koje povezuju ekstremne događaje, poput poplava, suša i oluja, s brojem njihova pojavljivanja kako bi se mogla predvidjeti njihova vjerojatnost u ovisnosti o vremenu. Detaljno su opisane empirijske i kontinuirane teorijske funkcije raspodjele – Gaussova, logaritamsko-normalna, Gumbelova te Pearson VI funkcija raspodjele. Grafički prikaz funkcija raspodjele su krivulje raspodjele. Naveden je postupak analize godišnjih, mjesečnih i dnevnih količina oborina.

U trećem i zadnjem dijelu prikazana je primjena statističke analize mjesečnih količina oborina za grad Poreč. Opisane su glavne značajke Poreča i položaj meteorološke postaje. Provedena je statistička analiza mjesečnih i godišnjih količina oborina za grad Poreč u razdoblju od 1984. do 2020. godine, nakon čega je dan komentar na dobivene rezultate.

## 2. HIDROLOGIJA

Voda, kao jedan od najbitnijih prirodnih resursa, omogućuje život na Zemlji. Na način života ljudi i okoliša koji se stvara, uvelike utječe dostupnost pristupačne, čiste vode, kao i siguran, jeftin način njezinog odlaganja nakon upotrebe. Zalihe i dostupnost vode za ljudsku primjenu su ograničene prirodom. Čovječanstvo se danas bori s rekordnim razinama potrošnje i nesigurnom opskrbom vode prouzrokovanom klimatskim promjenama koje dovode do ekstrema, kao što su dugotrajne suše i poplave. Zbog toga su danas sve učestalije rasprave o zaštiti pitke vode, zaštiti od poplava i zaštiti od onečišćenja.

Hidrologija, kao znanost, razvila se kao odgovor na potrebu razumijevanja složenih vodenih sustava na Zemlji i kao pomoć u rješavanju problema vezanih uz vodu. Hidrologija se bavi istraživanjem pojava i kretanja vode u bilo kojem stanju, uključujući čvrste, tekuće i plinovite oblike. Hidrološki ciklus je osnova hidrološke znanosti [1].

Prema UNESCO-vu i WMO-vu Međunarodnom rječniku hidroloških pojmova iz 1992. godine hidrologija je definirana na dva načina [2]:

1. *“Hidrologija je znanost koja se bavi vodama iznad, na i ispod Zemljine površine; pojavljivanjem, otjecanjem i raspodjelom vode u vremenu i prostoru; biološkim, kemijskim i fizikalnim svojstvima vode i djelovanjem vode na okoliš, uključujući i utjecaj na sva živa bića.”*
2. *“Hidrologija je znanost koja se bavi procesima upravljanja, mijenjanja i nadopunjavanja vodnih zaliha na Zemljinoj površini i tretira različite faze u hidrološkom ciklusu.”*

Hidrologiju se može podijeliti na pet osnovnih disciplina:

1. Hidrometeorologija je grana meteorologije i hidrologije koja proučava prijenos vode i energije između površine kopna i nižih slojeva atmosfere, tj. kruženje vode u atmosferi. Hidrometeorologija proučava procese hidrološkog ciklusa koji se odvijaju u atmosferi i tlu te njihove interakcije.
2. Potamologija je grana hidrologije koja se bavi proučavanjem površinskih tokova i njihovih vodnih režima. Veliki značaj imaju hidrometrija, koja se bavi

mjerenjima površinskih i podzemnih voda te hidrografija, koja se bavi opisivanjem površinskih vodenih tokova.

3. Limnologija je znanost proučavanja jezera te slatkih voda stajaćica. Limnologija uključuje elemente bioloških, kemijskih, fizičkih i geoloških karakteristika slatkih i slanih, prirodnih i umjetnih vodenih tijela.
4. Kriologija izučava kretanje ledenih masa, tj. vodu u čvrstim stanjima, kao što su led, tuča, snijeg i solike.
5. Hidrologija podzemnih voda se bavi pojavom, kretanjem i kvalitetom vode ispod Zemljine površine. Često se naziva i hidrogeologija, geohidrologija ili jednostavnije, podzemne vode.

Načelno, hidrološka djelatnost ima dva jednako bitna zadatka:

- Prikupiti i obraditi hidrološke podatke dobivene opažanjem i mjerenjem,
- Sustavno analizirati podatke primjenom teoretskih postignuća, pazeći da rezultati odgovaraju problemima prakse.

Ovaj Završni rad će biti usmjeren na objašnjenje i prikaz statističke analize prikupljenih podataka. U okviru ovog rada, prema gore navedenoj podjeli, provedene analize te objašnjenja pripadaju disciplini hidrometeorologije.

### 3. STATISTIKA I STATISTIČKA ANALIZA

Statistika predstavlja neizostavnu ulogu u ljudskoj djelatnosti, primjenom statističkog zaključivanja i tumačenja rezultata u inženjerskoj i znanstvenoj praksi. Bez statistike, bilo bi teško održati bilo što numeričko u prirodi i izuzetno zahtjevno prolaziti kroz svakodnevne životne rutine [3].

Statistika je grana primijenjene matematike koja se bavi prikupljanjem, uređivanjem, analizom, sažimanjem, prezentiranjem i tumačenjem velikog broja podataka i donošenjem zaključaka o pojavama i procesima koje ti podatci predočuju [4].

U praksi, statistika je ideja iz koje se može naučiti svojstva velikih skupova objekata ili događaja (populacija) proučavanjem karakteristika manjeg broja sličnih objekata ili događaja (uzoraka). Budući da je u većini slučajeva prikupljanje sveobuhvatnih podataka o cijeloj populaciji preskupo, teško ili nemoguće, statistika počinje s uzorkom koji se može promatrati jednostavno i pristupačno.

Dva glavna područja statistike poznata su kao:

- Deskriptivna statistika,
- Inferencijalna statistika.

Deskriptivna statistika prikuplja, obrađuje te prikazuje prikupljene podatke i njihova svojstva tabličnim i grafičkim prikazima. Inferencijalna statistika donosi zaključke koji vrijede za cijelu populaciju, temeljeni na pojedinačnim slučajevima, tj. uzrocima.

Općenito govoreći, statistička analiza je postupak izvođenja različitih statističkih operacija. Statistička analiza je baza kvantitativnog istraživanja o otkrivanju obrazaca i trendova podataka primjenom statistike.

Statističko istraživanje može se podijeliti u četiri koraka, slijedno [5]:

- Statističko promatranje i organizirano prikupljanje statističkih podataka,
- Grupiranje ili klasifikacija statističkih podataka,
- Tabelačno i grafičko prikazivanje statističkih podataka,
- Statistička analiza i interpretacija provedenih analiza.

### 3.1. Osnovni statistički parametri

Tablično, a posebice grafičko prikazivanje niza statističkih podataka omogućuje jasan i pregledan uvid u bitna svojstva pojave koja se proučava pomoću tih podataka.

Kako bi analiza hidrološkog procesa bila što pouzdanija, potrebno je prikupiti hidrološke i meteorološke podatke u što većem broju, odnosno velike uzroke slučajne promjenjive (npr. mjerenje oborina, protoka, vodostaja). Hidrološka obrada i analiza odnose na postupak određivanja numeričkih karakteristika slučajne promjenjive koje upućuju na ponašanje uzoraka.

Nastavno su opisane najučestalije korištene numeričke karakteristike uzoraka [2]:

1. Aritmetička sredina, centar, sredina niza ili prosjek: suma svih podataka podijeljenih s ukupnim brojem podataka. Aritmetička sredina, kao prosječna vrijednost, izravnava apsolutne razlike između podataka.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Gdje su:  $\bar{x}$  – aritmetička sredina,  $n$  – broj članova niza,  $x_i$  –  $i$ -ti član niza.

2. Srednje kvadratno odstupanje, varijanca ili moment drugog reda: suma kvadrata odstupanja svakog člana niza od aritmetičke sredine niza podijeljene s brojem elemenata uzorka.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2)$$

Gdje su:  $\sigma^2$  – srednje kvadratno odstupanje,  $n$  – broj članova niza,  $x_i$  –  $i$ -ti član niza,  $\bar{x}$  – aritmetička sredina.

3. Standardno odstupanje ili standardna devijacija: pozitivna vrijednost drugog korijena varijance. Predstavlja mjeru za rasprostranjenost (disperziju ili



varijabilitet podataka) članova; predstavlja prosječno odstupanje svih pojedinačnih podataka od aritmetičke sredine.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

Gdje su:  $\sigma$  – standardno odstupanje,  $n$  – broj članova niza,  $x_i$  – i-ti član niza,  $\bar{x}$  – aritmetička sredina.

Za mali broj podataka umjesto  $\sigma$  koristi se nepristrana procjena s istim oznakama kao u formuli (3):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

Kod hidroloških nizova, obično se primjenjuje  $n = 30$ , a vrijednosti  $\sigma$  i  $s$  se redovito međusobno vrlo malo razlikuju pa je svejedno koja od njih se koristi.

4. Koeficijent varijacije: omjer vrijednosti standardne devijacije i aritmetičke sredine.

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (5)$$

Gdje su:  $c_v$  – koeficijent varijacije,  $\sigma$  – standardno odstupanje,  $\bar{x}$  – aritmetička sredina.

5. Koeficijent asimetrije: omjer momenta trećeg reda i standardne devijacije. Koristi se za ocjenu simetričnosti i spljoštenosti krivulje učestalosti.

$$c_s = \frac{m_3}{\sigma^3} \quad (6)$$

Gdje su:  $c_s$  – koeficijent asimetrije,  $m_3$  – moment trećeg reda,  $\sigma$  – standardna devijacija.

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^3 \quad (7)$$

Koeficijent asimetrije može poprimiti negativne i pozitivne vrijednosti. Kada je  $c_s = 0$ , tada je krivulja učestalosti simetrična.

S obzirom na apsolutnu vrijednost koeficijenta asimetrije, ocjenjuje se asimetričnost raspodjele:

- Asimetrije nema:  $0,00 < c_s < 0,10$ ,
- Asimetrija je mala:  $0,0 < c_s < 0,25$ ,
- Asimetrija je srednja:  $0,25 < c_s < 0,50$ ,
- Asimetrija je velika:  $c_s > 0,50$ .

U hidrologiji, prema navedenoj raspodjeli asimetričnost je uglavnom srednja, a nerijetko i velika.

#### 4. STATISTIČKA ANALIZA PODATAKA U HIDROLOGIJI

Hidrološke pojave imaju beskonačno mnogo populacija pa je nemoguće analizirati cijelu populaciju, već samo njezine uzorke. Populacija je naziv za skup elemenata, objekata ili pojava koje imaju zajedničke karakteristike. Svaki podskup iz populacije predstavlja uzorak te populacije. Uzorak je rezultat ponovljenih mjerenja ili opažanja koji treba biti reprezentativan za populaciju [6].

U hidrologiji se za dobivanje uzoraka, odnosno varijabli, koriste mjerenja i opažanja hidroloških i meteoroloških pojava, kao što su: vodostaj, protok, oborine, snježni pokrivač, temperatura vode i zraka, isparavanje i slično. Na nastanak i formiranje hidroloških pojava utječu mnogi geografski i fizikalni čimbenici, koji su kvantitativno, a često i teorijski nepoznati pa se zato hidrološki procesi nazivaju i slučajnim (stohastičkim) procesima. Stoga se analize u statističkoj hidrologiji temelje na slučajnim uzorcima – svi članovi su neovisni jedan o drugome.

Hidrološki i meteorološki podaci potrebni su radi razumijevanja hidroloških procesa, simulacijskih modela, prognoza vodnih resursa i opasnosti te praćenja količine i kvalitete vode. Promatrani i izmjereni hidrološki i meteorološki podaci su nepovezane i nekoherentne veličine - slučajne varijable, sve dok im se primjenom statistike ne pridodaju odgovarajući pokazatelji, potrebni za definiranje ovih pojava. Iz prikupljenih podataka formira se niz (slijed) podataka. Nizovi mogu biti kronološki (podaci poredani redom kako su bili promatrani ili mjereni) ili uređeni (podaci poredani po veličini) [2].

Nesigurnost u hidrološkoj prognozi je oduvijek postojala. Za rješavanje složenih hidroloških problema, nužno je interdisciplinarno pristupiti njihovom izučavanju i rješavanju. Statističke metode imaju dugu povijest u analizi hidroloških i meteoroloških podataka za projektiranje, planiranje, popunjavanje, prognoziranje i određivanje boljih modela. Matematički izrazi koriste se za određivanje odnosa između dviju ili više veličina. Uz određivanje odnosa između hidroloških i meteoroloških parametara, matematički postupci su uključeni u sve proračune, opise hidroloških procesa i simulacije modela. Primjenom vjerojatnosti i statistike na niz podataka dolazi se do statističke analize i donošenja zaključaka na temelju dostupnih podataka o

vjerojatnosti pojave budućih hidroloških događaja. Dugoročno praćenje hidroloških sustava i arhiviranje tako prikupljenih podataka bitno je za razumijevanje ponašanja sustava - bioloških i kemijskih procesa. Bez toga nema temelja za modeliranje, a time ni za procjenu i upravljanje rizikom te odabir strategija ublažavanja [7]. Rezultati statističke analize koriste se primjerice u: projektiranju objekata i sustava zaštite od poplava, analizi raspoloživosti vode za različite potrebe korištenja vode, analizi dugotrajnih sušnih razdoblja za vodoopskrbne ili poljoprivredne potrebe, analizi kakvoće voda i osiguravanju ekološki prihvatljivih protoka.

#### **4.1. Vrste podataka za hidrološke analize**

Sve što se može izmjeriti i izraziti brojem, u hidrologiji se smatra hidrološkom veličinom, a tu spadaju sve hidrološke i meteorološke varijable.

Kako bi se istražile osobine hidroloških i meteoroloških veličina – slučajnih promjenjivih, na raspolaganju su četiri vrste podataka [2]:

1. Povijesni podaci su promatranja hidroloških i meteoroloških procesa tijekom vremena s pojedinih lokacija, tj. kontinuirane (neprekidne) ili prekidne (diskretne) hidrološke i meteorološke vremenske serije (nizovi). Velika većina podataka obrađivana u hidrologiji pripada ovoj vrsti.
2. Podaci mjereni duž profila (tokova) su mjerenja hidroloških pojava po površini ili u prostoru (npr. određivanje karakteristika nanosa duž riječnog korita i mjerenje razina podzemnih voda u piezometrima). Ako je potrebno, ova mjerenja je moguće ponavljati, međutim, novčana sredstva predstavljaju odlučujući čimbenik.
3. Laboratorijski ili terenski eksperimentalni podaci. Simulacije na modelima u laboratorijskim uvjetima ne mogu u potpunosti obuhvatiti sve uvjete koji se javljaju u prirodi, a utječu na određivanje mjerodavnih parametara.
4. Istovremena (simultana) mjerenja dviju ili više slučajnih varijabli kako bi se utvrdila veza između tih varijabli.

## 4.2. Ocjena mjerodavnosti hidrološkog niza za statističke obrade

Na niz podataka se mogu primijeniti metode matematičke statistike samo ako su ispunjeni sljedeći uvjeti [2]:

1. Članovi niza su slučajne veličine,
2. Članovi niza su međusobno neovisni,
3. Niz mora biti homogen,
4. Članovi niza moraju biti stacionarni,
5. Niz mora biti dovoljno dug.

U nastavku su objašnjeni navedeni uvjeti.

1. Članovi niza su slučajne veličine.

Hidrološki i meteorološki podaci ovise o brojnim različitim utjecajima pa ih se može smatrati slučajnim veličinama.

2. Članovi niza su međusobno neovisni.

U kronološkom nizu, prethodni član ne smije imati utjecaja na veličinu člana nakon njega. Neovisnost se može provjeriti primjenom više testova. Najkorišteniji jesu test kvadrata uzastopnih razlika i test korelacije članova vremenske serije prvog reda [8].

3. Niz mora biti homogen.

Zbog čestih promjena (umjetnih ili prirodnih) koje se javljaju u prirodi može doći do nehomogenosti hidrološkog niza. Do umjetnih promjena dolazi uslijed sječe šuma, isušivanja močvara, izgradnje hidrotehničkih objekata, protugradnih obrana, navodnjavanja, izgradnje hidrotehničkih objekata i slično. Prirodne promjene se mogu podijeliti na lagane (npr. topljenje glečera, promjene klimatskih faktora) i nagle (npr. šumski požari, odronjavanje zemljišta, vulkani).

Homogenost se može ispitati testovima kao što su: testiranje srednjih vrijednosti (Normalni Z-test i Studentov t-test), testiranje disperzije dva uzorka - Fischerov test i testiranje homogenosti funkcije raspodjele - inverzni test Wilcoxon [8].

4. Članovi niza moraju biti stacionarni.

Nestacionarnost je uzrokovana mnogobrojnim različitim promjena. Može se prikazati pomoću trendova i periodičnosti.

Periodičnost su grupe podataka (pravilni ili promjenjivi oblici) koji se pravilno izmjenjuju, dnevno, sezonski, godišnje ili višegodišnje. Periodičnost se može ispitati primjenom različitih testova, a jedan od njih je Fischerov test.

Trend je padajuće ili rastuće usmjerivanje u vremenskim nizovima.

5. Niz mora biti dovoljno dug.

U slučaju hidrološke obrade i analize, ključno je procijeniti jesu li nizovi podataka zadovoljavajuće duljine za donošenje pouzdanih zaključaka. Ovisno o literaturi, različite su preporuke o minimalnom broju godina motrenja i mjerenja (Tablica 1). Preporučeni minimalan broj godina motrenja za regionalnu analizu (od 5 do 15 godina) u Tablici 1 se značajno razlikuje od uobičajenog pravila u hidrološkoj praksi. Primjenom metoda matematičke statistike u hidrologiji, niz podataka treba biti duljine od najmanje 30 godina. U praksi, radni vijek hidroloških stanica je nerijetko manji od 30 godina. Stoga treba pravilno procijeniti vjerodostojnost rezultata i pouzdanost dobivenih obrazaca jer preporuke iz Tablice 1 često nisu primjenjive za pojedine regije. Zbog toga je potrebno zasebno analizirati minimalan broj godina za svako pojedino područje.

*Tablica 1: Minimalni broj godina motrenja i mjerenja hidroloških veličina prema različitim autorima [2]*

Autori	Minimalan broj godina motrenja	Napomena
V. Jevđević (1956.)	srednji protoci: 10 maksimalni protoci: 30	za hidrološke obrade
D. Srebrenović (1970.b)	srednji protoci: 25 maksimalni protoci: 40	za hidrološke obrade
D. Srebrenović (1986.)	30	za hidrološke obrade
K. N. Mutreja (1986.)	10 ili više	za regionalne hidrološke obrade

V. M. Ponce (1989.)	obično 10 do 15, a ne manje od 5	za regionalne hidrološke obrade
R. S. Gupta (1989.) prema T. Darlympleu (1960.)	5 ili više	za regionalne hidrološke obrade

Duljinu hidrološkog niza moguće je provjeriti s obzirom na veličinu pogreške koeficijenta varijacije -  $\sigma_{cv}$  [2]:

$$\sigma_{cv} = c_v \sqrt{\frac{1+2c_v^2}{2n}} \quad (8)$$

Gdje su:  $c_v$  – koeficijent varijacije,  $n$  – broj članova.

Ako je zadovoljen uvjet  $\sigma_{cv} < 0,10$ , niz je dovoljno dug za korištenje. Primjenom istog kriterija ( $\sigma_{cv} < 0,10$ ), prema D. Srebrenoviću (1970.) se može koristiti nešto stroža Kricky-Menkelova formula, s istim oznakama kao u formuli (8):

$$\sigma_{cv} = \frac{c_v}{\sqrt{2(n-1)}} \sqrt{1 + 3c_v^2} \quad (9)$$

Kako bi se primijenile formule (8) i (9), trebaju biti zadovoljena sljedeća tri uvjeta:

1. Članovi niza su međusobno neovisni,
2. Razmatrani niz je homogen,
3. Raspodjela članova je asimetrična.

Nakon što promatrani hidrološki niz zadovolji prethodno navedenih pet uvjeta, moguće je primijeniti metode matematičke statistike i račun vjerojatnosti na podatke niza.

## 5. VJEROJATNOST

Vjerojatnost i statistika su srodna područja matematike koja se bave analizom relativne učestalosti događaja, ali postoje temeljne razlike između ta dva pristupa. Vjerojatnost je prvenstveno teorijska grana matematike koja se bavi predviđanjem vjerojatnosti budućih događaja, dok je statistika prvenstveno primijenjena grana matematike koja se koristi za analizu učestalosti prošlih događaja [9].

Vjerojatnost je broj kojim se opisuje stupanj mogućnosti pojavljivanja nekog događaja. Statistička vjerojatnost je prosječna vrijednost varijable koja se uočava nakon velikoga broja ponavljanja slučajnoga događaja [10].

Način ili vjerojatnost da hidrološka ili meteorološka varijabla poprimi određene vrijednosti, u statistici se opisuje funkcijama raspodjele vjerojatnosti. Funkcija raspodjele ili funkcija raspodjele vjerojatnosti pojavljivanja slučajne veličine je način na koji su učestalosti članova neke populacije raspodijeljene prema vrijednostima varijabli koje prikazuju [2]. Grafički prikaz funkcije raspodjele naziva se krivulja raspodjele.

Proces analize vjerojatnosti hidrološke veličine uključuje pronalazak teorijske funkcije raspodjele koja najbolje odgovara empirijskoj funkciji raspodjele, za dostupne izmjerene podatke analiziranog uzorka. Odabirom takve teorijske funkcije te izračunom potrebnih parametara i raspodjelom izmjerenih podataka, utvrđuje se vjerojatnost pojavljivanja odabranih vrijednosti hidroloških veličina.

Primjena računa vjerojatnosti u hidrologiji omogućuje definirati povratni period određene hidrološke ili meteorološke veličine iz niza izmjerenih podataka ili ekstrapolacijom, ukoliko je ta veličina veća od najvećeg izmjerenog podatka.

### 5.1. Empirijske funkcije raspodjele

Empirijska vjerojatnost procjenjuje kada će se neki događaj dogoditi s obzirom na učestalost događaja iz prikupljenih podataka ili izvođenja eksperimenta u velikom broju. Empirijska vjerojatnost se posebice temelji na izravnim opažanjima ili iskustvima.



Empirijska funkcija raspodjele  $P^*(x)$  slučajno promjenjive  $X$  predstavlja zakon promjene učestalosti događaja  $X > x$  u promatranom slučajnom uzroku [8]:

$$P^*(x) = p^*(X > x) = p^* \quad (10)$$

$$p^* = \frac{m}{N} \quad (11)$$

Gdje su:  $p^*$  – učestalost događaja empirijske funkcije  $X > x$ ,  $m$  – broj elemenata u slučajnom uzroku koji zadovoljavaju uvjet  $X > x$ ,  $N$  – ukupna veličina uzorka.

Empirijska funkcija raspodjele primjenjiva je na kronološkim nizovima podataka gdje su članovi međusobno neovisni. Kako bi se definirala empirijska raspodjela, članovi vremenske serija trebaju biti poredani opadajući (silazno). Nakon što se poredaju svi članovi niza po veličini silazno –  $x_1, x_2, \dots, x_m, \dots, x_n$  – vjerojatnost pojavljivanja veće ( $m$ -te) vrijednosti je [2]:

$$P_{(A)} = \frac{m}{n} \quad (12)$$

Gdje su:  $m$  – veća vrijednost člana u nizu,  $n$  – broj članova niza.

Vjerojatnost pojavljivanja manje vrijednosti s istim oznakama kao u formuli (12) je [2]:

$$P_{(B)} = \frac{n-m+1}{n} \quad (13)$$

U hidrološkoj praksi se za izračun empirijske vjerojatnosti koriste brojne, ali približno iste formule koje se općenito mogu zapisati preko slijedeće formule [8]:

$$P_m^* = \frac{m-a}{N+1-2a} \quad (14)$$

Gdje su:  $P_m^*$  – vjerojatnost pojavljivanja  $m$ -tog člana niza,  $m$  – redni položaj (broj) slučajne promjenjive u određenom uzorku,  $a$  – korekcijski faktor sa svrhom ispravnijeg

ocjenjivanja empirijske vjerojatnosti najvećih i najmanjih vrijednosti slučajne promjenjive,  $N$  – ukupni broj elemenata uzorka.

Ovisno o vrijednosti korekcijskog faktora  $a$ , postoje razne formule za izračun empirijske vjerojatnosti pojavljivanja  $m$ -tog člana niza, a neke od njih jesu [8]:

Weinbull:

$$P_m^* = \frac{m}{N+1} \quad (15)$$

Hazen:

$$P_m^* = \frac{m-0,5}{N} \quad (16)$$

Čegodajev:

$$P_m^* = \frac{m-0,3}{N+0,4} \quad (17)$$

Gringorten:

$$P_m^* = \frac{m-0,44}{N+0,12} \quad (18)$$

Gdje su u formulama (15), (16), (17) i (18):  $P_m^*$  – vjerojatnost pojavljivanja  $m$ -tog člana niza,  $m$  – redni položaj (broj) slučajne promjenjive u određenom uzorku,  $N$  – ukupni broj elemenata uzorka.

Čegodajeva formula (17) usvojena je od strane Državnog hidrometeorološkog zavoda pri određivanju empirijskih vjerojatnosti u sklopu Hidrološkog informacijskog sustava [11].

### **5.1.1. Povratni period**

Povratni period  $m$ -tog člana niza, često nazvan i interval ponavljanja, je dugoročan prosječni interval vremena ili broja godina u kojem će se jedna pojava dogoditi, s time da ga može i nadmašiti [2]. To je statističko mjerenje koje se obično temelji na povijesnim podacima tijekom duljeg razdoblja i uobičajeno se koristi za analizu rizika.

Povratni period je povezan je s hidrološkim događajem određene vjerojatnosti  $P_m^*$ , definiran kao [8]:

$$T_m = \frac{1}{P_m^*} \quad (19)$$

Gdje su:  $T_m$  – povratni period,  $P_m^*$  – vjerojatnost pojavljivanja  $m$ -tog člana niza.

Primjerice, ako vjerojatnost slučajne promjenjive  $x$  iznosi  $P_m^*(x) = 0,01$ , povratni period primjenom formule (19) je:

$$T(x) = \frac{1}{P_m^*(x)} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ godina}$$

100-godišnji događaj (ili događaj 100-godišnjeg povratnog razdoblja) je događaj koji se događa (ili premašuje) u prosjeku jednom u svakih sto godina (kao što je oluja, poplava ili kiša). Također, može se izraziti kao 1 u 100 ili 1:100.

Događaji se mogu opisati i svojom vjerojatnošću (učestalošću) pojavljivanja koja se izražava u postotku ili kao 1 podijeljeno s povratnim razdobljem. Vjerojatnost pojave 100-godišnjeg događaja je 1% u bilo kojoj godini.

Ako se dogodi poplava s takvim povratnim periodom, netočno je reći da će se sljedeća poplava dogoditi za otprilike stotinu godina. Ispravno je, da postoji 1% šanse da će se dogoditi poplava u bilo kojoj godini, neovisno o tome kada je bio zadnji sličan događaj. Drugačije rečeno, 10 puta je manja vjerojatnost da će se dogoditi nego poplava s povratnim razdobljem od 10 godina (ili vjerojatnošću od 10%).

## 5.2. Teorijske funkcije raspodjele

Za razliku od empirijskih funkcija raspodjela koje su temeljene na grupiranju opažanih i mjerenih rezultata, teorijske funkcije raspodjele temeljene su na logici ili matematičkim formulama. Raspodjela empirijskog istraživanja uspoređuje se s odgovarajućom teoretskom raspodjelom kako bi se predvidjela vjerojatnosti događaja u budućnosti.

Teorijske funkcije raspodjele su statističke raspodjele, dobivene skupom logičkih i matematičkih zaključivanja iz danih načela ili pretpostavki. Pretpostavljaju se u nekom statističkom modelu ili kao hipoteza koju treba ispitati. Teorijske funkcije raspodjele najsžetije predstavljaju određene empirijske raspodjele. Odabrana funkcija ne odgovara u potpunosti empirijskoj raspodjeli, ali kvaliteta prilagodbe ovisna je o veličini uzorka, ispravnom odabiru funkcije i korištenju najbolje metode za procjenu njezinih parametara.

Danas je dostupan veliki broj teorijskih funkcija raspodjele, ali se samo nekoliko koristi u hidrologiji. Njihova primjena ovisi o vrsti slučajne promjenjive (diskretne ili kontinuirane). Primjenom teorijskih funkcija raspodjele na hidrometeorološkim veličinama mjerenim u prošlosti, određuje se vjerojatnost pojavljivanja neke pojave u budućnosti.

Teorijske funkcije raspodjele dijele se na:

- a) Diskretne – binomna funkcija raspodjele, Poissonova funkcija raspodjele, geometrijska funkcija raspodjele,
- b) Kontinuirane – Gaussova ili normalna funkcija raspodjele, logaritamsko-normalna ili Galtonova funkcija raspodjele, Gumbelova funkcija raspodjele, Pearsonove funkcije raspodjele vjerojatnosti, Gama funkcija raspodjele.

Kada slučajne promjenjive mogu imati samo cjelobrojne vrijednosti, u hidrologiji se pri rješavanju mnogih praktičnih problema primjenjuju *funkcije raspodjele za diskretnu slučajnu promjenjivu*. Slučajne promjenjive mogu biti: broj kišnih dana (ili dana bez kiše) u promatranom vremenskom razdoblju, broj dana s mrazom, broj godina gdje je došlo do poplava i slično. Prethodno navedene vrste diskretnih funkcija raspodjele pod b) neće biti detaljnije opisane jer nisu tema ovog rada.

Nastavno će biti opisane najčešće vrste teorijskih funkcija raspodjele korištene u analizama vjerojatnosti kontinuiranih hidroloških veličina.

### 5.2.1. Gaussova ili normalna funkcija raspodjele

U statistici, normalna raspodjela, poznata i kao Gaussova raspodjela, jedna je od najpopularnijih funkcija raspodjele vjerojatnosti za kontinuiranu slučajnu.

Utvrđeno je da su mnogi statistički parametri približno normalno raspoređeni. Stoga se normalna raspodjela često koristi za statističke zaključke. Razni prirodni fenomeni ili približno slijede normalnu raspodjelu ili se mogu transformirati da slijede normalnu raspodjelu.

Opći oblik raspodjele ili gustoće vjerojatnosti je [8]:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (20)$$

Gdje su:  $p(x)$  – funkcija vjerojatnosti,  $\sigma$  – standardna devijacija,  $\pi = 3,14$ ,  $e$  – baza prirodnog logaritma ( $e = 2,718$ ),  $x$  – vrijednost varijable ili podataka koji se ispituje,  $\mu$  – srednja vrijednost članova niza.

Gaussova raspodjela je dvoparametarska funkcija. Dva glavna parametra normalne raspodjele su:

1. srednja vrijednost  $\mu$ ,
2. standardna devijacija  $\sigma$ .

Navedeni parametri određuju oblik i vjerojatnosti raspodjele.

1. Srednja vrijednost koristi se kao mjera središnje tendencije. Može se koristiti za opisivanje raspodjele varijabli mjerenih kao omjeri ili intervali. U grafu normalne raspodjele, srednja vrijednost definira lokaciju vrhunca, a većina podatkovnih točaka grupirana je oko srednje vrijednosti. Sve promjene unesene u vrijednost srednje vrijednosti pomiču krivulju ulijevo ili udesno duž osi  $x$ . Što je podatkovna točka udaljenija od srednje vrijednosti, manja je vjerojatnost da će se dogoditi.
2. Standardna devijacija mjeri disperziju podatkovnih točaka u odnosu na srednju vrijednost. Određuje koliko su podatkovne točke daleko od srednje vrijednosti

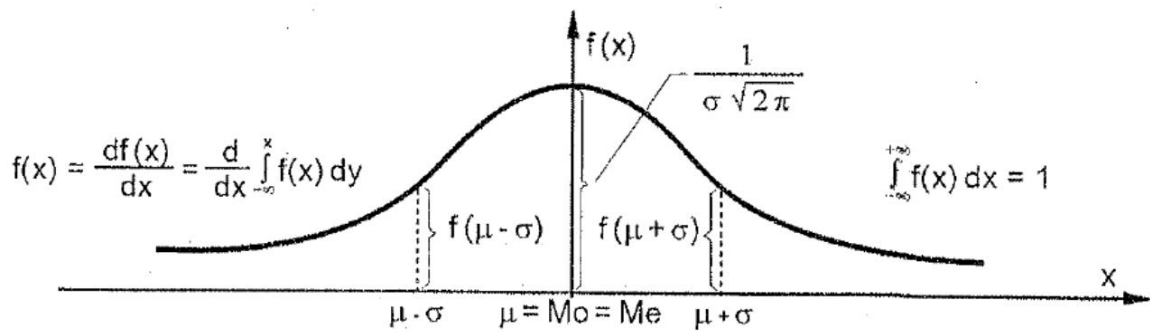
i predstavlja udaljenost između srednje vrijednosti i opažanja. Na grafu standardna devijacija određuje širinu krivulje i sužava ili proširuje širinu raspodjele duž osi  $x$ . Tipično, mala standardna devijacija u odnosu na srednju vrijednost daje strmu krivulju, dok velika standardna devijacija u odnosu na srednju vrijednost daje ravniju krivulju.

Normalna raspodjela često se opisuje i kao „zvonolika krivulja“ (Slika 1). Ova raspodjela je savršeno simetrična oko središta. To jest, desna strana od središta je zrcalna slika lijeve strane. Koeficijenti asimetrije jednaki su 0. Također postoji samo jedan mod, ili vrh. Normalne raspodjele su kontinuirane i imaju asimptotske repove, što znači da se približavaju, ali nikada ne dodiruju os  $x$ . Središte normalne raspodjele nalazi se na njenom vrhu, 50% podataka nalazi se iznad srednje vrijednosti, dok 50% leži ispod. Slijedi da su srednja vrijednost, medijan i mod jednaki u normalnoj raspodjeli.

*Medijan* je iznos slučajne hidrološke varijable u sortiranom, rastućem ili padajućem nizu. To je točka iznad i ispod koje se nalazi polovica (50%) promatranih podataka i tako predstavlja središnju točku podataka. Za razliku od srednje vrijednosti, medijan se ponekad koristi kada postoje odstupanja u nizu, koja bi mogla iskriviti prosjek vrijednosti.

Ako skup podataka sadrži neparan broj vrijednosti, medijan je središnja vrijednost koja će podijeliti skup podataka na pola. Ako skup podataka sadrži paran broj vrijednosti, potrebno je pronaći dvije središnje vrijednosti koje dijele skup podataka na pola. Zatim izračunati srednju vrijednost dviju središnjih vrijednosti. Ta srednja vrijednost je medijan skupa podataka.

*Modus (mod)* je vrijednost slučajne promjenjive koja se najčešće pojavljuje u skupu podatkovnih vrijednosti. Drugim riječima, to je vrijednost koja će najvjerojatnije biti uzorkovana; ima najveću vrijednost funkcije raspodjele gustoće vjerojatnosti.



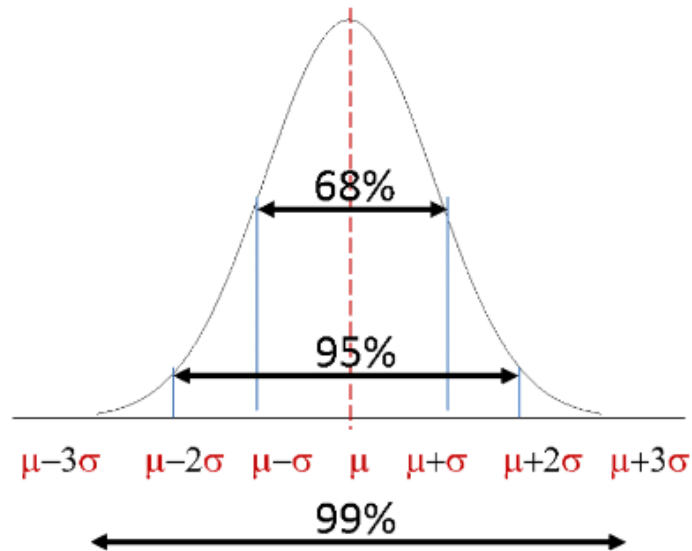
Slika 1: Karakteristični oblik Gaussove krivulje raspodjele [12]

Primjenom srednje vrijednosti i standardne devijacije može se opisati raspored vjerojatnosti. Mogući ishodi funkcije dani su u smislu cijelih realnih brojeva koji leže između:  $-\infty < x \leq \infty$  (Slika 2). Repovi zvonaste krivulje protežu se s obje strane grafikona (+/-) bez ograničenja. Otprilike 68,27% svih opažanja nalazi se unutar raspona +/- jedne standardne devijacije od srednje vrijednosti (21). Oko 95,45% svih opažanja nalazi se unutar raspona +/- dvije standardne devijacije od srednje vrijednosti (22). Gotovo 99,73% svih opažanja ograničeno je unutar raspona +/- tri standardne devijacije od srednje vrijednosti (23). Ova se činjenica ponekad naziva "empirijskim pravilom" [12].

$$p(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = 0,68 \quad (21)$$

$$p(\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) = 0,95 \quad (22)$$

$$p(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = 0,99 \quad (23)$$



Slika 2: Intervali raspodjele vjerojatnosti slučajne varijable (x) [13]

Simetrija je jedno od glavnih ograničenja primjene normalne raspodjele na hidrološke podatke jer njihova raspodjela najčešće nije simetrična. Drugo ograničenje je raspon normalne varijable - cjeloviti skup realnih brojeva, dok hidrološki podaci općenito imaju pozitivne vrijednosti.

Normalna raspodjela je ponekad dobro prilagođena hidrološkim varijablama koje predstavljaju zbroj ili prosjek mnogih vrijednosti, kao što su godišnje oborine ili prosječni godišnji protok.

Normalne raspodjele važne su u statistici i često se koriste u prirodnim i društvenim znanostima, za predstavljanje stvarnih slučajnih varijabli čije raspodjele nisu poznate. Poznata krivulja u obliku zvona sveprisutna je u statističkim izvješćima – od analize istraživanja i kontrole kvalitete do statističkih zaključivanja i raspodjele resursa.

Normalna funkcija raspodjele gustoće vjerojatnosti primjenjuje se u različitim slučajevima u hidrologiji. Primjerice, kao funkcija gustoće vjerojatnosti u analizi slučajnih pogrešaka te prilagođavanje na simetrične empirijske raspodjele učestalosti hidroloških slučajnih varijabli.

*Standardna normalna raspodjela*, poznata i kao z-raspodjela, je pojednostavljena normalne raspodjele sa vrijednošću aritmetičke sredine nula i standardnom



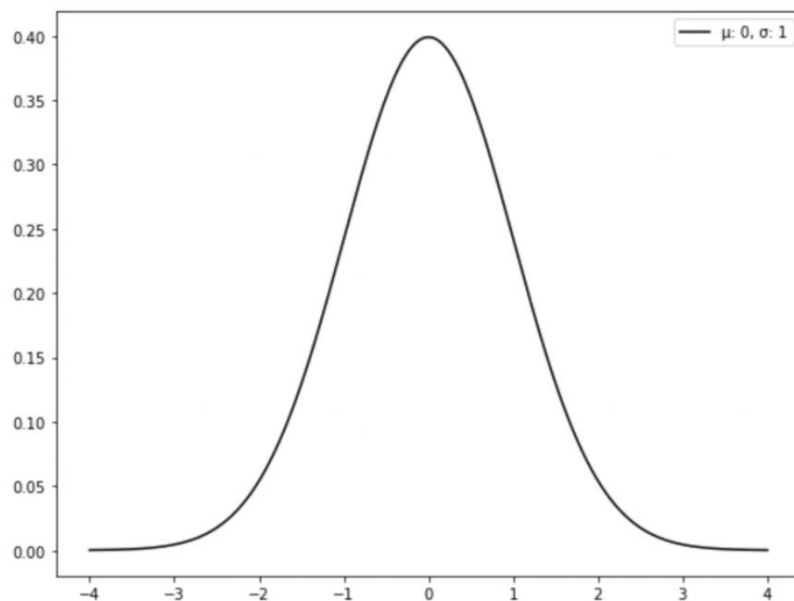
devijacijom vrijednosti jedan (Slika 3). Standardna normalna raspodjela je centrirana na nuli.

Svaka normalna raspodjela može se standardizirati pretvaranjem njezinih vrijednosti u  $z$  rezultate.  $Z$  rezultati govore koliko standardnih odstupanja od srednje vrijednosti sadrži svaka pojedinačna vrijednost  $x$ . Pozitivan  $z$  rezultat znači da je  $x$  vrijednost veća od srednje vrijednosti. Negativan  $z$  rezultat znači da je  $x$  vrijednost manja od srednje vrijednosti.  $Z$  rezultat nula znači da je  $x$  vrijednost jednaka srednjoj vrijednosti.

Sljedeća formula pretvara  $x$  vrijednost u  $z$  rezultat, koji se naziva i standardizirani rezultat [12]:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (24)$$

Gdje su:  $\sigma$  – standardna devijacija varijable  $x$ ,  $\mu$  – srednja vrijednost članova niza.



Slika 3: Standardna normalna raspodjela [14]

Pretvorbom normalne raspodjele u standardnu normalnu raspodjelu moguće je:

- Usporediti dvije ili više raspodjele podataka s različitim srednjim vrijednostima i standardnim odstupanjima,
- Normalizirati rezultate za statističko donošenje odluka,

- Pronaći vjerojatnost opažanja u raspodjeli koja pada iznad ili ispod zadane vrijednosti; izračunati vjerojatnosti događaja koji uključuju normalne raspodjele,
- Odrediti vjerojatnost da se srednja vrijednost uzorka značajno razlikuje od poznate srednje vrijednosti populacije.

### 5.2.2. Logaritamsko-normalna ili Galtonova funkcija raspodjele

Logaritamsko-normalna ili Galtonova funkcija raspodjele je desno zakošena, kontinuirana raspodjela vjerojatnosti slučajno promjenjive; što znači da ima dugi rep prema desno (Slika 4). Logaritam slučajne varijable ove raspodjele slijedi normalnu raspodjelu. Normalna raspodjela može se pretvoriti u logaritamsku-normalnu raspodjelu pomoću logaritamske matematike. Dakle, ako je slučajna varijabla  $X$  log-normalno raspoređena, onda i  $Y = \log(X)$  ima normalnu raspodjelu. Ekvivalentno, ako  $Y$  ima normalnu raspodjelu, tada  $X = \exp(Y)$  ima log-normalnu raspodjelu.

Funkcija gustoće vjerojatnosti za logaritamsku-normalu, nakon zamjene  $y = \ln(x)$ ,  $x > 0$  i uvrštavanja u funkciju gustoće normalne raspodjele vjerojatnosti, izgleda [8]:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y} \right)^2}, \quad -\infty < y < \infty \quad (25)$$

Gdje su:  $y = \ln x$  ( $x$ -varijabla),  $\bar{y}$  – sredina od  $y$ ,  $\sigma_y$  – standardna devijacija od  $y$ ,  $\pi = 3,14$ ,  $e$  – baza prirodnog logaritma ( $e = 2,718$ ).

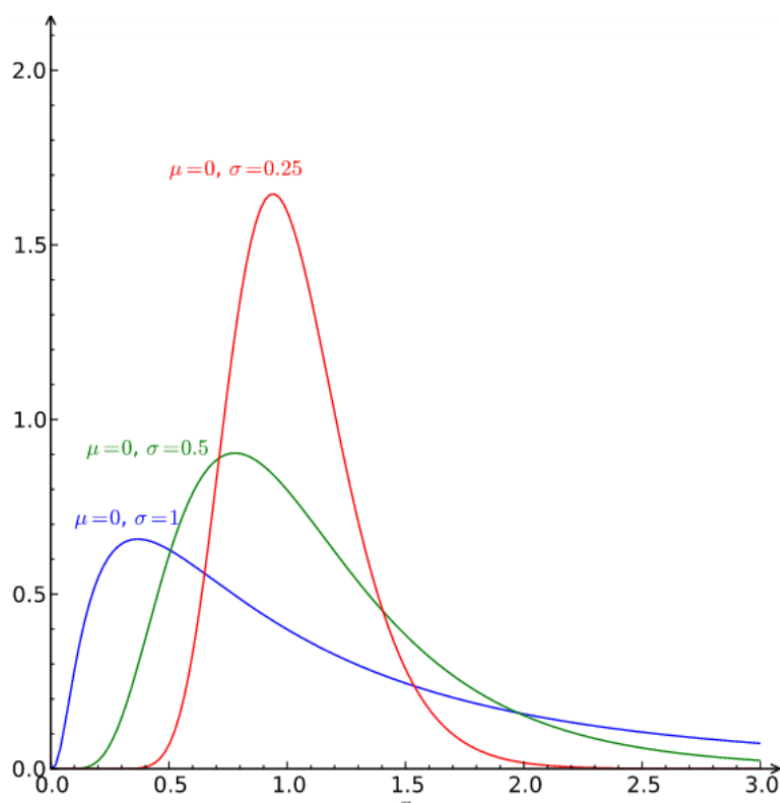
Ostale značajke log-normalne su jednake kao kod normalne raspodjele pa se kod proračuna  $F(y)$  koristi standardizirana normalna raspodjela sa standardiziranom varijablom [12]:

$$z = \frac{y - \sigma_y}{\mu_y} \quad (26)$$

Gdje su:  $y = \ln x$  ( $x$ -varijabla),  $\sigma_y$  – standardna devijacija od  $y$ ,  $\mu_y$  – srednja vrijednost članova niza od  $y$ .

Stoga je vrijednost slučajne promjenjive  $x$ , s istim oznaka kao u formuli (26) [12]:

$$x = e^y = e^{\mu_y + z\sigma_y} \quad (27)$$



Slika 4: Prikaz različitih log-normalnih funkcija raspodjela gustoće vjerojatnosti s istom vrijednosti parametra  $\mu$ , ali različitim  $\sigma$  [12]

Log-normalna modelira fenomene čija je relativna stopa rasta neovisna o veličini, što vrijedi za većinu prirodnih fenomena. Log-normalna raspodjela primjenjivija je na hidrološke varijable od normalne raspodjele. Mnoge hidrološke varijable su pozitivno zakrivljene ( $c_s = 0$ ) i utvrđeno je da logaritamska transformacija  $Y = \log(X)$  nastoji smanjiti pozitivnu zakrivljenost i na kraju biti dobro opisana normalnom raspodjelom. Ako su podaci nakon logaritamske transformacije još uvijek značajno iskrivljeni, tada primjena logaritamsko-normalne raspodjele nije prikladna. Također, logaritamska-

normalna varijabla  $X$  je strogo pozitivna ( $X > 0$ ), što više odgovara prirodi hidroloških varijabli.

U hidrologiji se logaritamsko-normalna raspodjela koristi za analizu ekstremnih vrijednosti takvih varijabli, kao što su mjesečne i godišnje maksimalne vrijednosti dnevnih oborina i riječnog protoka koje se mjere od nule i nemaju gornju granicu [12].

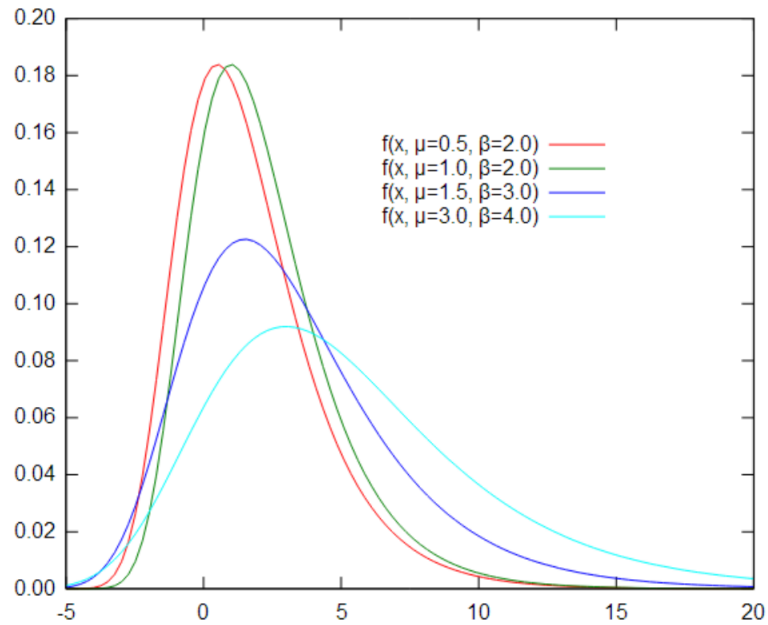
### **5.2.3. Gumbelova funkcije raspodjele**

Gumbelova funkcija raspodjele je popularna, asimetrična i dvoparametarska raspodjela ekstremnih vrijednosti (Slika 5). U vjerojatnosti i statistici koristi se za modeliranje raspodjele maksimuma ili minimuma broja uzoraka različitih raspodjela. Kao rezultat toga, Gumbelova funkcija raspodjele je vrlo važna u hidrološkim studijama i infrastrukturnom razvoju bilo koje regije. Koristi se primjerice za analizu godišnjih maksimalnih dnevnih količina oborina, analizu velikih voda, analizu učestalosti poplava ili za predstavljanje raspodjele maksimalne razine rijeke u određenoj godini ako postoji popis maksimalnih vrijednosti za posljednjih deset godina. Korisna je u predviđanju mogućnosti ekstremnih događaja, kao što su potres, poplave, uragani ili druge prirodna katastrofa. Zbog toga se Gumbelova raspodjela naziva i raspodjela ekstremne vrijednosti.

Opća formula za funkciju raspodjele vjerojatnosti je [8]:

$$p(x) = \frac{1}{\alpha} \exp[-(x - u)\alpha - e^{-(x-u)\alpha}], \quad -\infty < x < \infty; \alpha > 0; u > 0 \quad (28)$$

Gdje su:  $\alpha$  – parametar oblika raspodjele,  $u$  – parametar mjerila.



Slika 5: Prikaz različitih Gumbelovih funkcija raspodjele gustoće vjerojatnosti [12]

Slučaj u kojem je  $u = 0$  i  $\alpha = 1$  naziva se *standardna Gumbelova raspodjela*. Tada se izraz (28), svodi na [12]:

$$p(x) = e^x e^{-e^x} \quad (29)$$

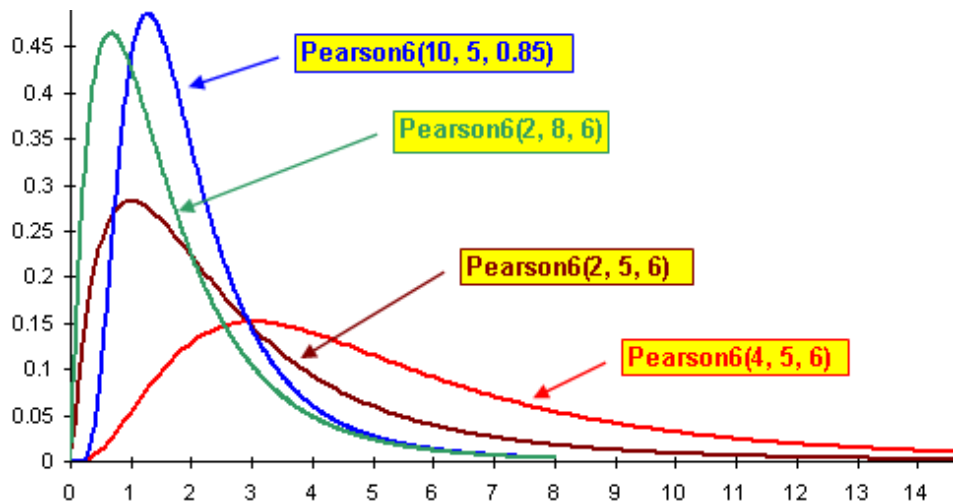
#### 5.2.4. Pearsonove funkcije raspodjele

Pearsonove teorijske funkcije raspodjele vjerojatnosti jesu obitelj četrnaest troparametarskih funkcija raspodjele. Jedna od njih je Pearsonova VI raspodjela.

Opća formula za funkciju raspodjele vjerojatnosti je [15]:

$$p(x) = \frac{1}{\beta B(\alpha_1 \alpha_2)} \frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha_1 - 1}}{\left(1 + \frac{x}{\beta}\right)^{\alpha_1 + \alpha_2}}, \quad \alpha_1, \alpha_2, \beta > 0 \quad (30)$$

Gdje su:  $\beta$  – parametar mjerila,  $B(\alpha_1 \alpha_2)$  – beta funkcija,  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  – parametar oblika raspodjele i vrijednost moda,  $x$  – parametar položaja.



Slika 6: Pearson VI raspodjela za različite vrijednosti parametra  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  i  $\beta$  [16]

Pearson VI nema veliku primjenu zbog karakterističnog temeljnog modela na kojeg se rijetko nailazi, ali sa tri parametra koja joj daju fleksibilnost, dugim repom i oštrim vrhom, dobro se prilagođava vrlo velikom skupu podataka kojem se druge funkcije raspodjele ne bi dobro prilagodile (Slika 6).

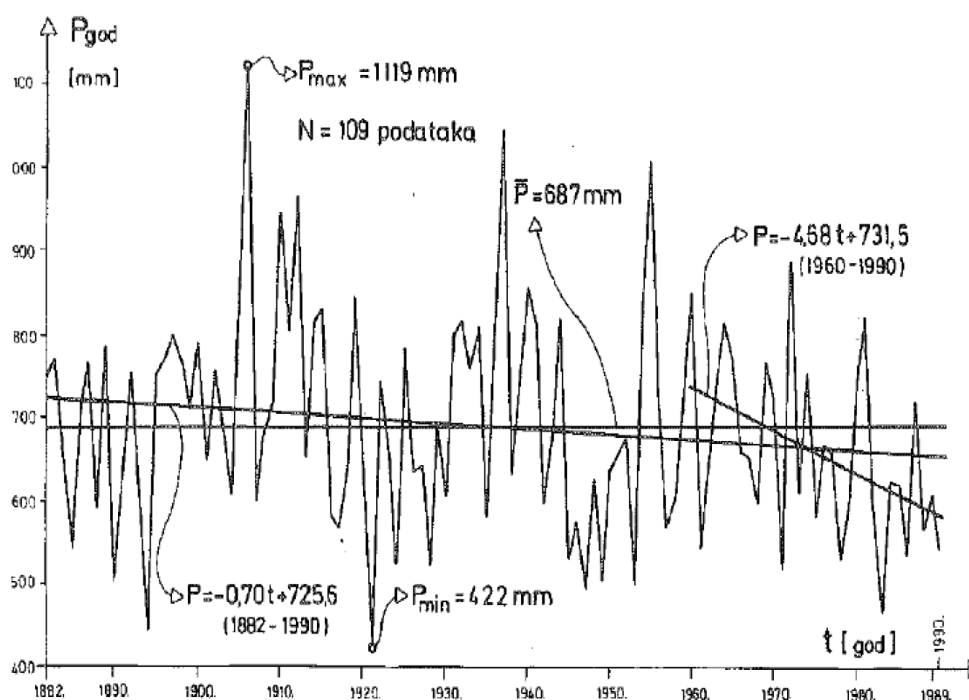
## 6. ANALIZA GODIŠNJIH, MJESEČNIH I DNEVNIH KOLIČINA OBORINA

U okviru ovog poglavlja bit će opisana osnovna obrada nizova godišnjih, mjesečnih i dnevnih količina oborina.

### 6.1. Analiza godišnjih količina oborina

Analiza godišnjih količina oborina započinje zbrajanjem dnevnih količina oborina kako bi se dobile mjesečne količine oborina. Njihovim zbrajanjem dobivaju se godišnje količine oborina u milimetrima, temeljem kojih se dalje provodi statistička analiza. Dobivene podatke potrebno je grafički prikazati u ovisnosti o vremenu (Slika 7).

Tako dobiveni niz od dvanaest mjesečnih količina daje godišnji hod oborine. Ako se računa kao prosjek iz dugogodišnjih mjerenja, onda je to srednji godišnji hod oborine [2].

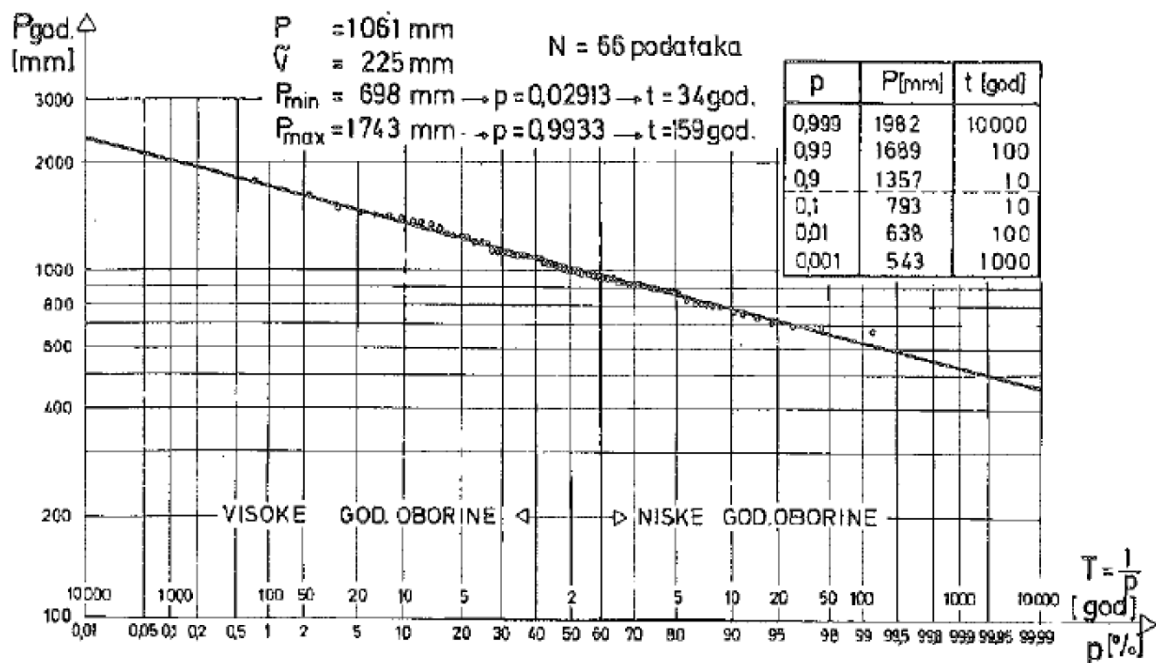


Slika 7: Niz godišnjih oborina grada Osijek i niz godina 1882. – 1990. godine sa ucrtanim trendovima [17]

U analizi godišnjih količina oborina posebna pažnja se pridodaje pronalasku trenda. Kao što je prethodno spomenuto, trend je padajuće ili rastuće usmjerivanje u

vremenskim nizovima. To je sustavna i neprekidna promjena kroz cijeli vremenski niz. Trend omogućuje uvid u vremenske promjene padalina. Analiza trendova je ključan korak u procjeni promjena izazvanih klimatskim promjenama i u predlaganju rješenja. Mogu se koristiti linearni i nelinearni trendovi, ovisno o procjeni istraživača. Uobičajeni način prepoznavanja trenda je korištenje linija trenda. Linije trenda povezuju niz uspona (silazni trend) ili padova (uzlazni trend). Uzlazni trendovi povezuju niz viših najnižih vrijednosti. Silazni trendovi povezuju niz nižih maksimuma.

Jedna od nezaobilaznih analiza nizova godišnjih oborina je prilagođavanje raznih tipova krivulje raspodjele, navedenih u poglavlju 5.2., na uređene nizove. Na Slici 8 je dan primjer primjene log-normalne raspodjele na niz godišnjih oborina izmjerenih na postaji Vrana od 1926. do 1991. godine.



Slika 8: Log-normalna krivulja raspodjele na niz godišnjih oborina za otok Cres i niz godina 1926. – 1990. godine [17]

Na osnovi iskustva s brojnim nizovima godišnjih oborina u Hrvatskoj i šire, pri analizi godišnjih količina oborina preporuča se primjena log-normalne krivulje raspodjele.



## 6.2. Analiza mjesečnih količina oborina

Analiza mjesečnih količina oborina započinje tabelarnim prikazom količina mjesečnih i godišnjih oborina u milimetrima za određeno mjesto i niz godina. Osim određivanja mjesečnih i godišnjih količina oborina, potrebno je odrediti osnovne statističke parametre. Parametri koji se računaju, navedeni u poglavlju 3.1., jesu: srednja vrijednost, standardna devijacija, koeficijent varijacije i koeficijent asimetrije. Slikom 9 dan je tablični prikaz količina oborina i vrijednosti statističkih parametara za otok Kornat i niz godina 1956. – 1975. U analizi mjesečnih količina oborina, također se vrše analize trendova i prilagođavanje mjesečnih oborina nekoj od krivulja raspodjele.

GOD.	KOLIČINA OBORINA PALA PO MJESECIMA I U GODINI [mm]												GOD
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
1956.	31	91	13	72	45	122	8	30	7	39	125	45	628
1957.	100	56	20	38	64	11	25	57	61	68	43	15	558
1958.	27	42	127	134	19	55	7	30	24	45	77	85	672
1959.	81	3	36	84	44	50	5	104	42	50	116	128	743
1960.	77	68	107	78	33	29	95	18	237	178	142	103	1165
1961.	74	35	13	43	103	21	21	18	20	206	111	42	707
1962.	71	42	137	51	23	18	14	0	37	65	332	73	863
1963.	153	57	34	35	52	4	42	35	135	43	50	154	794
1964.	2	82	153	21	17	25	44	81	29	159	57	144	814
1965.	83	20	25	88	20	62	19	61	30	0	139	85	632
1966.	90	68	35	43	96	41	79	36	95	158	190	81	1012
1967.	112	41	31	56	31	96	7	5	142	37	81	132	771
1968.	45	49	9	9	39	35	18	118	206	36	135	81	780
1969.	86	186	82	48	15	34	11	64	107	9	109	153	904
1970.	130	63	64	70	16	24	20	122	18	33	58	91	709
1971.	113	44	70	56	40	40	2	0	141	5	91	48	650
1972.	167	139	58	70	116	39	57	100	88	26	22	23	905
1973.	75	57	18	78	4	83	2	129	34	61	26	58	625
1974.	135	36	97	49	56	33	34	53	212	255	114	24	1098
1975	33	44	75	48	59	36	17	59	43	99	117	82	712
$P_{max}$	1677	186	153	134	116	122	96	129	237	255	332	154	1165
$P_{min}$	2	3	9	9	4	4	2	0	7	0	22	15	558
$\bar{P}$	84.3	61.2	60.2	58.5	44.6	42.9	26.4	56.0	85.4	78.6	107	82.3	787
$STD=\sigma$	43.3	40.7	44.6	27.3	30.9	29.1	25.6	41.3	71.5	72.8	68.4	43.1	163
$\bar{P} + \sigma$	128	102	105	86	76	72	52	97	157	151	175	125	950
$\bar{P} - \sigma$	41	20	17	31	14	13	1	15	14	6	39	39	624
$Cv$	0.514	0.665	0.741	0.466	0.692	0.678	0.971	0.738	0.837	0.926	0.641	0.524	0.207
$Cs$	0.045	1.58	0.629	0.702	0.896	1.19	1.32	0.341	0.778	1.01	1.60	0.184	0.802

Slika 9: Količine oborina i vrijednosti statističkih parametara za otok Kornat i niz godina 1956. – 1975. [17]

### 6.3. Analiza dnevnih količina oborina

Analiza dnevnih količina oborina započinje tabličnim prikazom izmjerenih dnevnih oborina u milimetrima u jednoj godini (Slika 10).

DAN	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1.						11.5			34.4	7.2		
2.			8.1			3.3			0.0		2.4	0.0
3.										7.1	0.0	5.5
4.	7.1			0.2							2.1	16.4
5.											44.3	20.5
6.			9.5									30.3
7.												0.6
8.		0.3			60.2	2.5				0.1		
9.		1.4			0.0	15.5				4.0		
10.		1.1			11.4	0.2				2.8		0.2
11.	11.2				15.3	23.5				2.3		
12.	19.8	20.4				5.7				7.9	18.8	9.2
13.		0.7	6.5								8.9	
14.		5.5								14.9	2.8	12.5
15.						9.1						
16.	12.2			26.3		17.1	1.7					
17.	27.3			8.6							27.2	
18.	12.9	33.2		2.5	0.0				20.1	14.1	7.0	
19.									20.3	3.3	10.4	
20.								0.0			8.9	
21.				2.5						46.5	18.9	
22.					1.7					4.2	12.5	9.5
23.	7.5	0.3					3.9	0.0			14.3	
24.	8.9	10.3					15.3	1.2			51.7	
25.								1.5			18.3	
26.			9.8					16.2		1.1		
27.	0.0				40.9					2.5		
28.				12.5				2.1		5.9		
29.				13.4			52.5			19.1		10.3
30.					4.2	6.0				24.2	20.2	
31.								0.5		8.9		17.5
M.J. SUMA	107	73	34	82	161	50	73	22	75	176	269	133
GOD. SUMA 1255 mm												

Slika 10: Godišnji pregled dnevnih oborina za Omiš 1966. godine [17]

Nekritičnim korištenjem danih podataka na Slici 10, u statističkoj analizi može dovesti do velikih grešaka ako se za zapisanu količinu padalina određenog dana smatra da je padala 24 sata. U stvarnosti to nije tako pa i o tome treba voditi računa.

U analizi dnevnih količina padalina provode se analize vjerojatnosti maksimalnih dnevnih oborina. Nizovi mogu biti:

1. Nizovi godišnjih ekstrema
2. Nizovi prekoračenja.

Nizovi godišnjih ekstrema primjenjuju se kada niz ima toliko članova  $M$  s koliko godina opažanja  $N$  se raspolože. Određuju se tako što se iz formule (19), poglavlja 5.1.1., izrazi vjerojatnost:

$$P_m^* = \frac{1}{T_m} \quad (31)$$

Gdje su:  $P_m^*$  – vjerojatnost pojavljivanja  $m$ -tog člana niza,  $T_m$  – povratni period.

Nizovi prekoračenja primjenjuju se kada je broj opažanja  $M$  manji od godina opažanja  $N$ . Tada je odnos između vjerojatnosti i povratnog perioda [17]:

$$P_m^* = \frac{1}{T_m} \frac{N}{M} \quad (32)$$

Gdje su:  $P_m^*$  – vjerojatnost pojavljivanja  $m$ -tog člana niza,  $T_m$  – povratni period,  $N$  – broj godina opažanja,  $M$  – broj opažanja.

Izbor krivulje raspodjele ovisi o vrsti klimatske regije. Stoga je potrebno provesti ispitivanja više raspoloživih tipova krivulja.

## 7. PRIMJENA STATISTIČKE ANALIZE MJESEČNIH KOLIČINA OBORINA ZA GRAD POREČ

U nastavku ovoga rada će biti prikazana osnovna statistička analiza podataka oborina za grad Poreč te će biti analizirani mjesečni i godišnji podaci. Kao što je ranije spomenuto, statistička analiza sastoji se od: (i) statističkog promatranja i organiziranog prikupljanja statističkih podataka, (ii) grupiranja ili klasifikacije statističkih podataka, (iii) tabelarnog i grafičkog prikazivanja statističkih podataka te (iv) statističke analize i interpretacije provedenih analiza. Prve dvije točke analize su provede sa strane Državnog Hidrometeorološkog Zavoda te će unutar ovoga rada biti prikazane ostale dvije točke.

### 7.1. Opis glavnih geografskih i morfoloških značajki grada Poreč

Poreč je grad smješten na zapadnoj obali poluotoka Istre, na 45° 48' 54" sjeverne širine i 15° 58' 54" istočne dužine te 29 metara nadmorske visine (Slika 11).



Slika 11: Položaj grada Poreč na karti Hrvatske [18]

Grad je star gotovo dvije tisuće godina. Prvo naselje izgrađeno je u 2. stoljeću prije nove ere. Bilo je to rimsko naselje, koje se razvilo u vojnu utvrdu s gradskim obilježjima. U vrijeme Rima, grad dobiva i svoje prve zidine te je cijeli obzidan, osim zapadne strane. Kao i većina antičkih rimskih naselja, Poreč ima pravilnu geometrijsku strukturu. Ulice se sijeku pod pravim kutom, tvoreći blokove pravocrtnog tlocrta. Posebno je to vidljivo u starom dijelu grada gdje se ortogonalno sijeku dvije glavne ulice: uzdužna Decumanus Maximus i poprečna ulica Cardo Maximus, sa središnjim rimskim trgom (forumom) i dva hrama. Antička osnova grada sačuvana je u velikoj mjeri do današnjeg doba. Jezgra grada smještena je na poluotočiću, a noviji urbanistički dijelovi proširili su se na okolno područje uz more (sjeverno i južno), ali i prema unutrašnjosti kopna.

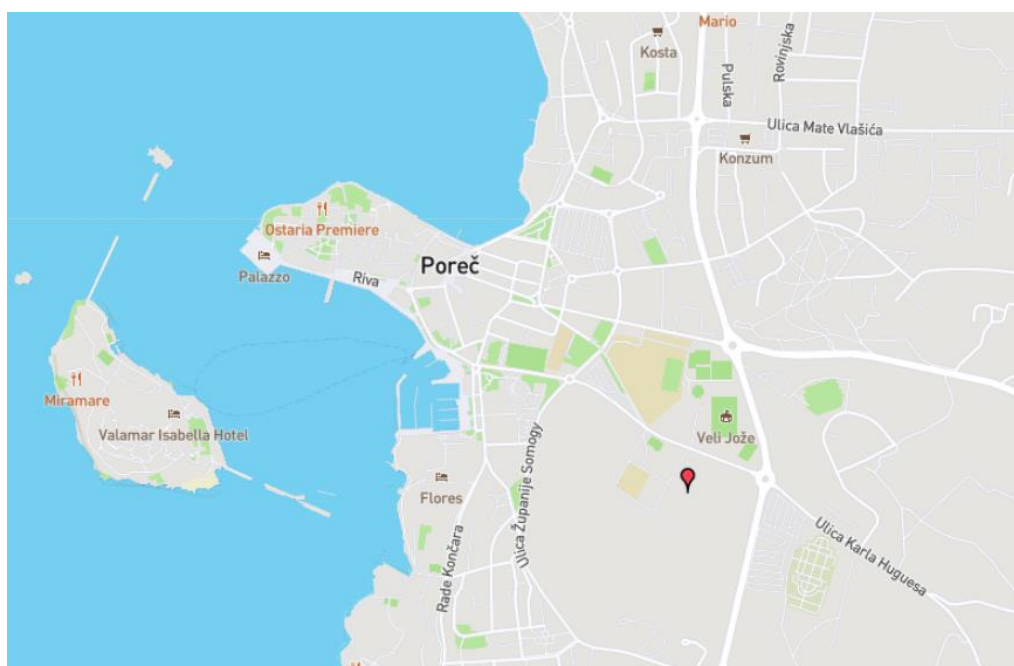
Takav geografski položaj omogućio je gradu Poreč blagu sredozemnu klimu. Ljeti je vrijeme toplo i suho, bez jakih sparina. Zime su blage i ugodne, a snijeg nije uobičajen. Kolovoz je najtopliji mjesec s prosječnom temperaturom oko 30°C, dok je najhladniji siječanj s prosječnom temperaturom oko 5°C. Prosječna godišnja količina oborina ravnomjerno je raspoređena tijekom godine, uz često suh srpanj i kolovoz. U Poreču se javljaju tri strujanja vjetra koji zajednički stvaraju različite vremenske uvjete tokom cijele godine. Bura – sa sjevera zimi donosi hladno i vedro vrijeme, jugo – topli vjetar koji s juga donosi kišu te maestral – ljetni povjetarac koji puše s mora na kopno [19]. Prevladavajući tip tla je crvenica. Tlo, crvenkasto smeđe ili žuto crvene boje, dobro upija i zadržava vodu, što pomaže vegetaciji preživljavanje tijekom suhih i vrućih ljetnih mjeseci [20]. Raznolikost i bogatstvo biljnog svijeta rezultat je geografskog položaja, reljefa, tla i klime. Prisutno je bogato sredozemno raslinje, sa šumama i zelenom makijom.

## **7.2. Meteorološka postaja grada Poreč**

Kao što je prethodno navedeno, meteorologija je znanost o procesima koji se događaju u atmosferi. Značajniji napredak meteorologija doživljava razvojem instrumenata kojima se mogu izmjeriti pojedini meteorološki elementi (temperatura, tlak zraka i slično) [21].

Redovita i sustavna mjerenja i motrenja meteoroloških elemenata obavljaju se u meteorološkim postajama. Meteorološke postaje razlikuju se prema broju elemenata koji se mjere, prema učestalosti motrenja i mjerenja te prema svrsi mjerenja [10].

Tijekom 18. stoljeća osnivaju se prve meteorološke stanice u Europi. U Puli je 1862. godine osnovana prva meteorološka stanica. Dok je 1880. godine započelo redovito praćenje i bilježenje meteoroloških podataka u Poreču, u tadašnjem centru za poljoprivrednu djelatnost, koja radi i danas (u sklopu Instituta za poljoprivredu i turizam Poreč) [22]. Radi se o klimatološkoj stanici na kojoj se mjerenja obavljaju samo u određenim terminima (za razliku od stanica, u kojima se mjerenja obavljaju neprekidno, 24 sata dnevno). Meteorološka postaja nalazi se na  $45^{\circ} 13' 19''$  sjeverne geografske širine,  $13^{\circ} 36' 13''$  istočne geografske dužine i na 26 metara nadmorske visine (Slika 12).



Slika 12: Položaj meteorološke postaje na karti grada Poreč (označeno crveno) [23]

### 7.3. Prikaz i opis mjerenih podataka

Podaci korišteni u statističkoj analizi mjesečnih i godišnjih količina oborina dobiveni su od Državnog hidrometeorološkog zavoda, skraćeno DHMZ. Dobiveni podaci prikazuju količinu oborina u milimetrima za svaki mjesec u godini i odnose se na meteorološku postaju grada Poreč u razdoblju od 1984. do 2020. godine (Tablica 2).

Slikom 13 grafički su prikazane ukupne godišnje oborine za isto razdoblje. Za razdoblje od siječnja do lipnja 1984. godine, podaci nisu dostupni.

Tablica 2: Mjesečne količina oborina u razdoblju 1984. – 2020. godine za grad Poreč [24]

Godina	Mjesec												Ukupno
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
<b>1984</b>							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41	<b>495.3</b>
<b>1985</b>	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8	<b>463</b>
<b>1986</b>	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2	<b>147.9</b>
<b>1987</b>	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0	<b>498.9</b>
<b>1988</b>	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4	<b>474.2</b>
<b>1989</b>	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0	<b>634.5</b>
<b>1990</b>	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9	<b>573.7</b>
<b>1991</b>	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3	<b>479.1</b>
<b>1992</b>	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0	<b>190.3</b>
<b>1993</b>	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0	<b>546.7</b>
<b>1994</b>	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8	<b>580.1</b>
<b>1995</b>	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70	<b>661.8</b>
<b>1996</b>	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9	<b>745.8</b>
<b>1997</b>	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4	<b>396.3</b>
<b>1998</b>	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21	<b>699.8</b>
<b>1999</b>	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6	<b>486</b>
<b>2000</b>	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5	<b>533.4</b>
<b>2001</b>	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1	<b>487.3</b>
<b>2002</b>	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2	<b>952.9</b>
<b>2003</b>	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7	<b>423.9</b>
<b>2004</b>	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3	<b>541.6</b>
<b>2005</b>	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8	<b>709.5</b>
<b>2006</b>	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26	<b>580.6</b>
<b>2007</b>	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9	<b>597.4</b>
<b>2008</b>	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3	<b>622.9</b>
<b>2009</b>	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3	<b>643.8</b>
<b>2010</b>	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0	<b>854.3</b>
<b>2011</b>	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9	<b>365.5</b>
<b>2012</b>	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5	<b>530.4</b>
<b>2013</b>	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8	<b>741.9</b>
<b>2014</b>	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5	<b>997.2</b>
<b>2015</b>	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0	<b>414.2</b>
<b>2016</b>	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0	<b>834.8</b>
<b>2017</b>	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3	<b>759.2</b>
<b>2018</b>	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3	<b>521.2</b>
<b>2019</b>	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5	<b>837.7</b>
<b>2020</b>	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1	<b>820</b>



Slika 13: Ukupna godišnja oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

#### 7.4. Statistička analiza mjesečnih količina oborina za grad Poreč u razdoblju 1984. – 2020. godine

U sljedećim poglavljima će biti prikazani: minimum i maksimum, srednja vrijednost, srednje kvadratno odstupanje, standardna devijacija, koeficijent varijacije i koeficijent asimetrije podataka.

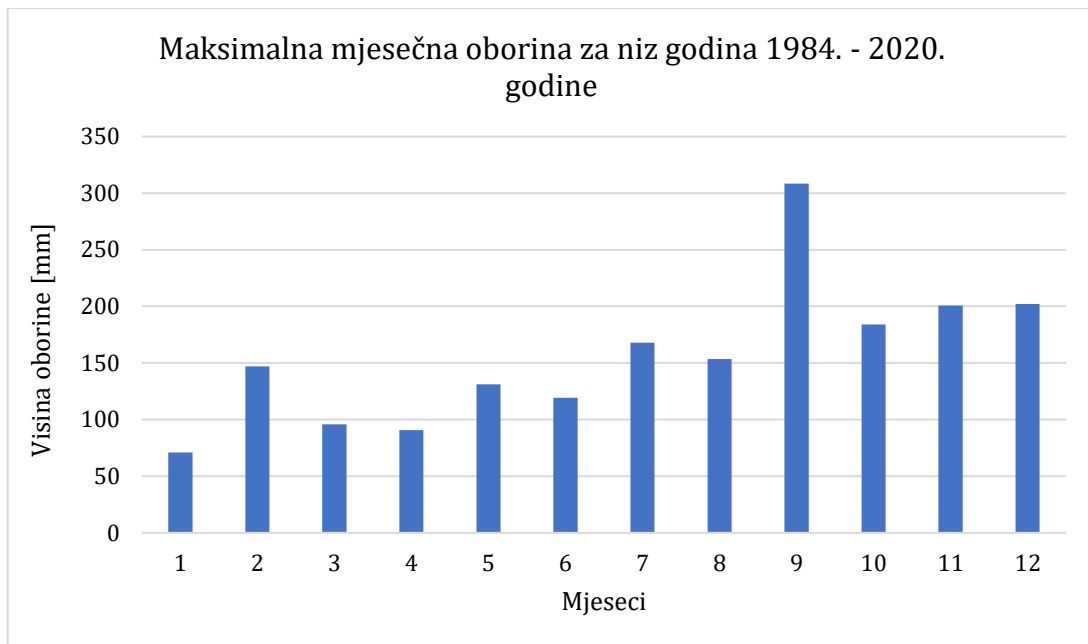
##### 7.4.1. *Minimum i maksimum podataka*

Minimum (maksimum) podataka je dobiven pronalaskom najmanje (najveće) količine oborina [mm] za odabrani mjesec u razdoblju od 1984. do 2020. godine. Dobiveni rezultati su prikazani Tablicom 3, dok su Slikom 14 prikazani dobiveni maksimumi mjesečnih oborina.



Tablica 3: Minimalna i maksimalna mjesečna oborina [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
MINIMUM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MAKSIMUM	70.8	147	95.8	90.7	131.1	119.3	167.8	153.6	308.3	183.9	200.6	202.1



Slika 14: Maksimalna mjesečna oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

#### 7.4.2. Srednja vrijednost podataka

Primjenom formule (1) izračunata je srednja vrijednost  $\bar{x}$  za svaki mjesec (Tablica 4). Slikom 15 grafički je uspoređena prosječna mjesečna oborina i maksimalna mjesečna oborina za razdoblje 1984. – 2020. godine.

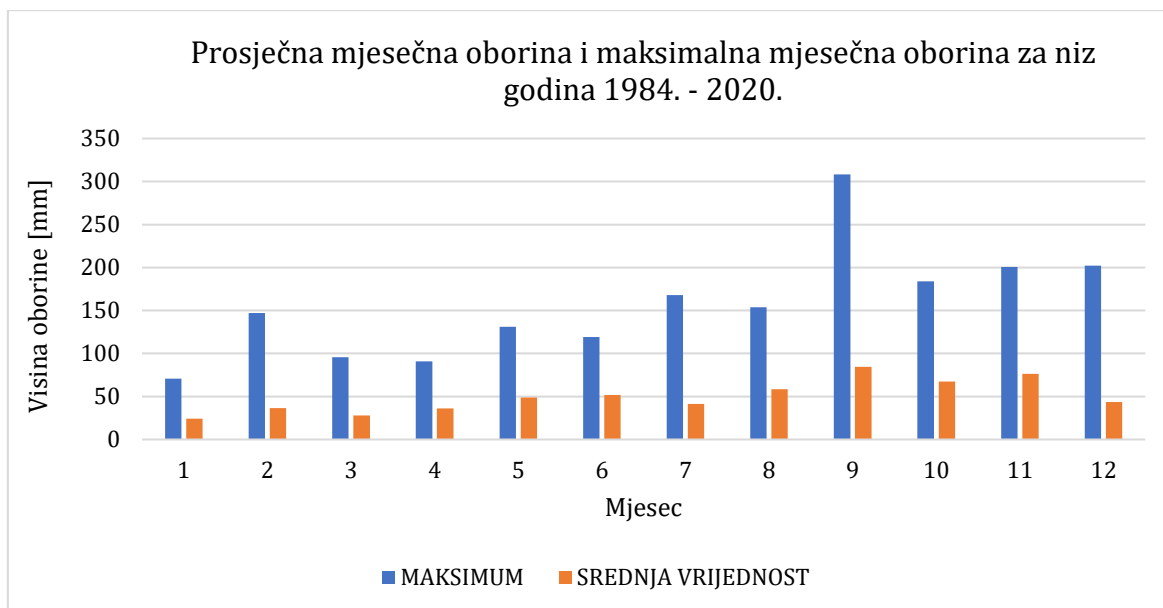
Primjerice, srednja vrijednost za mjesec srpanj iznosi:

$$\bar{x} = \frac{52.1 + 9.3 + 0 + 45.3 + 0.6 + \dots + 12.4 + 10.4 + 44.8 + 52.3 + 33.8}{37}$$

$$\bar{x} = 41.19$$

Tablica 4: Srednja vrijednost mjesečnih oborina [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
<b>MAKSIMUM</b>	<b>70.8</b>	<b>147</b>	<b>95.8</b>	<b>90.7</b>	<b>131.1</b>	<b>119.3</b>	<b>167.8</b>	<b>153.6</b>	<b>308.3</b>	<b>183.9</b>	<b>200.6</b>	<b>202.1</b>
<b>SREDNJA VRIJEDNOST</b>	<b>24.06</b>	<b>36.50</b>	<b>27.83</b>	<b>36.21</b>	<b>48.72</b>	<b>51.66</b>	<b>41.19</b>	<b>58.53</b>	<b>84.66</b>	<b>67.29</b>	<b>76.42</b>	<b>43.36</b>



Slika 15: Prosječna mjesečna oborina i maksimalna mjesečna oborina za niz godina 1984. – 2020. [24]

### 7.4.3. Srednje kvadratno odstupanje podataka

Primjenom formule (2) izračunato je srednje kvadratno odstupanje  $\sigma^2$  za svaki mjesec (Tablica 5).

Primjerice, srednje kvadratno odstupanje za mjesec srpanj iznosi:

$$\sigma^2 = \frac{(52.1 - 41.19)^2 + (9.3 - 41.19)^2 + \dots + (52.3 - 41.19)^2 + (33.8 - 41.19)^2}{37}$$

$$\sigma^2 = 1332.06$$

Tablica 5: Srednje kvadratno odstupanje mjesečnih oborina [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
<b>SREDNJE KVADRATNO ODSUPANJE</b>	<b>397.90</b>	<b>1465.02</b>	<b>773.53</b>	<b>617.96</b>	<b>1006.80</b>	<b>895.32</b>	<b>1332.06</b>	<b>2067.73</b>	<b>4525.56</b>	<b>2142.23</b>	<b>2986.14</b>	<b>2467.27</b>

#### 7.4.4. Standardna devijacija podataka

Primjenom formule (3) izračunata je standardna devijacija  $\sigma$  za svaki mjesec (Tablica 6). Slikom 16 grafički je prikazana standardna devijacija i srednja vrijednost oborine po mjesecima za niz godina 1984. – 2020.

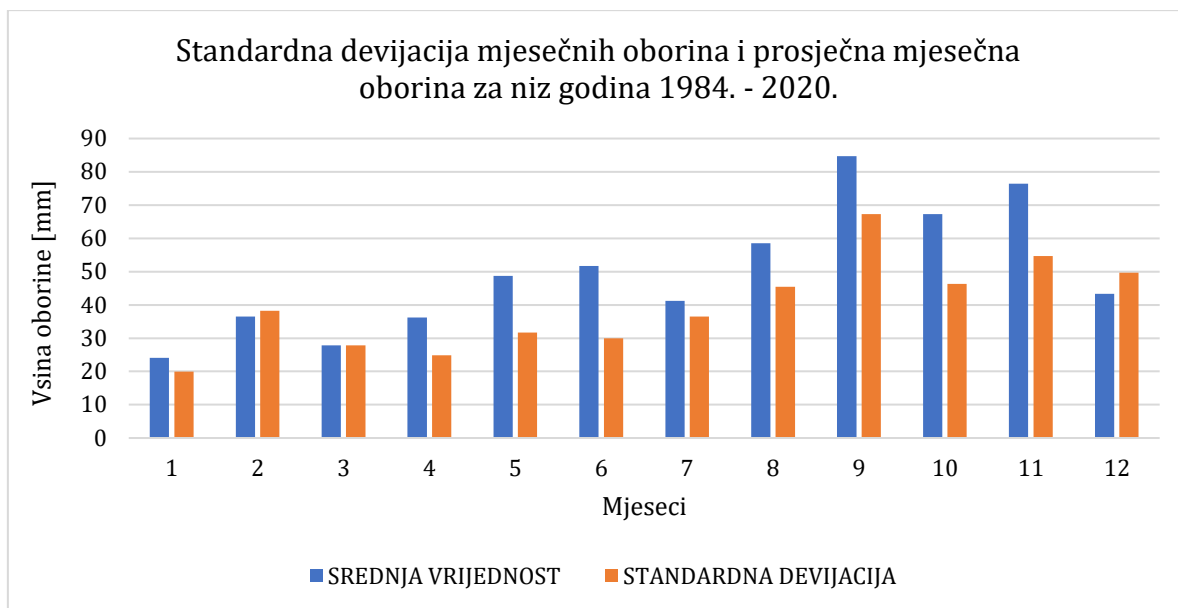
Primjerice, standardna devijacija za mjesec srpanj iznosi:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(52.1 - 41.19)^2 + (9.3 - 41.19)^2 + \dots + (52.3 - 41.19)^2 + (33.8 - 41.19)^2}{37}}$$

$$\sigma = 36.50$$

Tablica 6: Standardna devijacija mjesečnih oborina [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA</b>	<b>19.95</b>	<b>38.28</b>	<b>27.81</b>	<b>24.86</b>	<b>31.73</b>	<b>29.92</b>	<b>36.50</b>	<b>45.47</b>	<b>67.27</b>	<b>46.28</b>	<b>54.65</b>	<b>49.67</b>



Slika 16: Standardna devijacija mjesečnih oborina i prosječna mjesečna vrijednost oborine za niz godina 1984. - 2020. [24]

#### 7.4.5. Koeficijent varijacije podataka

Primjenom formule (5) izračunat je koeficijent varijacije  $c_v$  za svaki mjesec (Tablica 7). Primjerice, koeficijent varijacije za mjesec srpanj iznosi:

$$c_v = \frac{36.50}{41.19}$$

$$c_v = 0.89$$

Tablica 7: Koeficijent varijacije oborine [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
<b>KOEFICIJENT VARIJACIJE</b>	<b>0.83</b>	<b>1.05</b>	<b>1.00</b>	<b>0.69</b>	<b>0.65</b>	<b>0.58</b>	<b>0.89</b>	<b>0.78</b>	<b>0.79</b>	<b>0.69</b>	<b>0.72</b>	<b>1.15</b>

#### 7.4.6. Koeficijent asimetrije podataka

Primjenom formula (6) i (7) izračunat je koeficijent asimetrije  $c_s$  za svaki mjesec (Tablica 8).

Primjerice, koeficijent asimetrije za mjesec srpanj iznosi:

$$m_3 = \frac{(52.1 - 41.19)^3 + (9.3 - 41.19)^3 + \dots + (52.3 - 41.19)^3 + (33.8 - 41.19)^3}{37}$$



$$m_3 = 68\,001.16$$

$$c_s = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{68\,001.16}{36.50^3}$$

$$c_s = 1.40$$

Tablica 8: Koeficijent asimetrije oborine [24]

Godina	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1984							52.1	132.3	117.8	100.4	51.7	41
1985	22.3	41.2	39.2	55.9	48.6	56	9.3	63.9	1.4	37.9	48.5	38.8
1986	21.9	0	4.1	0	0	0	0	19.9	25.2	28.6	48	0.2
1987	0	0	2.1	20	68.2	70.4	45.3	57.7	34.7	101.9	98.6	0
1988	43.3	55.2	55	33.1	28.7	91.5	0.6	108.2	29	18.8	8.4	2.4
1989	0	25.6	59.5	44.6	51.3	119.3	63.5	136.3	108.2	26.2	0	0
1990	0.9	36.9	12.8	40.2	32.8	56.1	70.9	38.9	99.3	126.2	51.8	6.9
1991	14.2	1.5	0	20.1	109.3	53	91.8	3.3	8	0	151.6	26.3
1992	11	13.2	57.5	33.7	22.3	52.6	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	15.2	54.3	29	61.4	129.5	183.9	73.4	0
1994	0	0	10.1	67.2	7.8	26.9	39	115.8	139.3	57.5	78.7	37.8
1995	48.1	53.8	95.8	9.3	106.6	96.5	80.5	8.1	24.6	57	11.5	70
1996	35.5	49	2.2	55.7	47.2	90.1	18.5	43.7	114.4	108	113.6	67.9
1997	36.8	4.2	5.3	30.6	23.4	69.1	44.3	9	16.2	19.2	105.8	32.4
1998	18.9	0.2	1.3	77.1	51.3	69.6	73	44.2	188.7	132.4	22.1	21
1999	20.1	9.1	21.4	62	69.9	51.2	31.9	36.8	36.9	28.7	82.4	35.6
2000	4.2	19	34.9	20	43.8	0.4	27.4	14.5	57.4	48.6	136.7	126.5
2001	59.8	13.2	65.3	24.3	18.8	61.2	28.8	6.2	153.6	31.9	19.1	5.1
2002	12.2	47.9	1	53.3	75.1	62.4	167.8	153.6	94.7	129.2	128.5	27.2
2003	27.1	20.4	0.4	56.3	8.6	35.6	60.4	17.7	40.4	72.2	57.1	27.7
2004	39.8	37.8	5.3	39.4	64	25.3	4.5	9.4	58	87.1	113.7	57.3
2005	15.6	21.1	10.8	90.7	73.4	15.4	34.7	133.1	77.2	81.3	88.4	67.8
2006	32.8	11	57.3	42.3	131.1	0.6	43.8	152	25.3	25.6	32.8	26
2007	47.7	100.2	31.4	0	42.1	32.4	5.4	47.4	175.7	64.5	20.7	29.9
2008	17.4	1.1	42.7	74.3	19.7	67.5	12.7	50.7	16.1	12.8	145.6	162.3
2009	42.3	36.4	59.3	16.8	1.1	53.5	33.8	61.9	23.8	62.5	160.1	92.3
2010	66.8	70.8	16.9	32.6	83.4	72	44.5	67.6	185.5	63.7	150.5	0
2011	0	0	0	0	41.6	46.4	116.1	0	39.7	103.9	6.9	10.9
2012	11.9	16.8	0.2	30.1	76.2	12.1	1.6	15.1	110.2	54.7	132	69.5
2013	53.4	89.8	73.5	13.9	51.6	59.3	7.2	103.7	75.2	100.1	106.2	8
2014	70.8	129	45.7	69.9	43.5	62.6	110.7	89	113.3	34.6	175.6	52.5
2015	10	26.4	17.7	7	26.9	73.6	21.2	47.1	42.6	117.7	24	0
2016	15.6	147	95.1	31.3	64.6	63.5	12.4	38.2	148.9	144.4	73.8	0
2017	30.8	92.8	15.5	41.7	42.8	50.6	10.4	27.1	308.3	0	38.9	100.3
2018	27.6	98.4	30.2	23	42.4	1.4	44.8	88.4	25.4	83.4	47.9	8.3
2019	3	31.1	3.6	80.6	105.5	5.7	52.3	61.4	129.2	14.2	200.6	150.5
2020	4.3	13.9	28.7	6.6	15	101.6	33.8	102.1	158.8	130.6	22.5	202.1
<b>KOEFICIJENT ASIMETRIJE</b>	<b>0.64</b>	<b>1.24</b>	<b>0.86</b>	<b>0.35</b>	<b>0.64</b>	<b>-0.10</b>	<b>1.40</b>	<b>0.59</b>	<b>1.02</b>	<b>0.43</b>	<b>0.41</b>	<b>1.52</b>

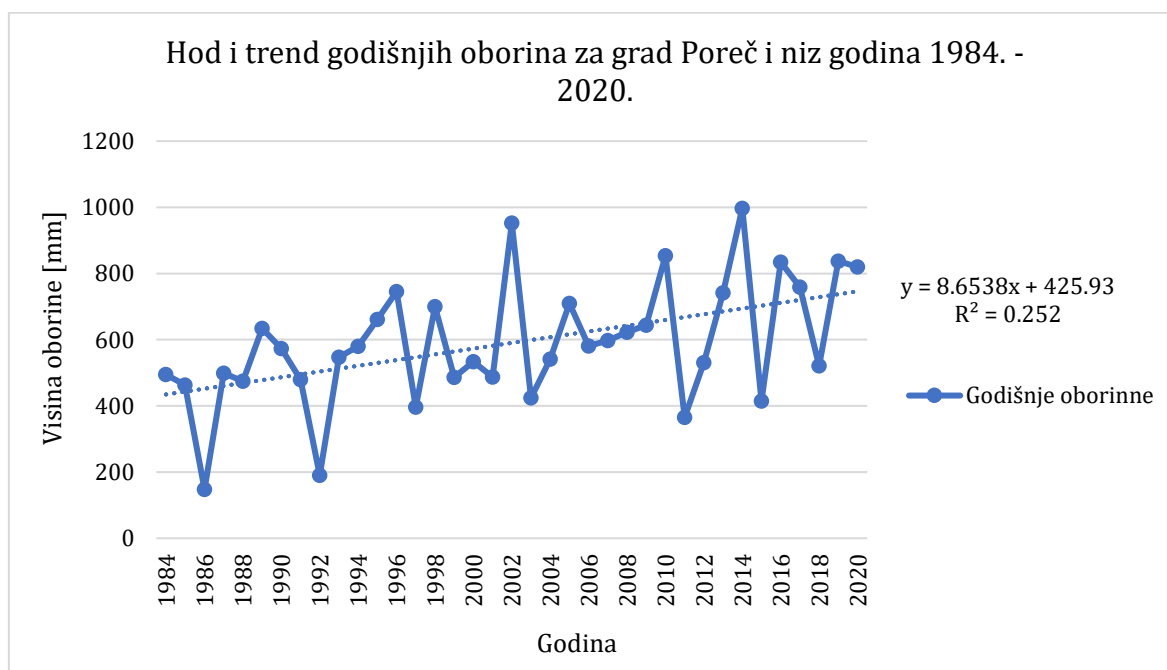
## 7.5. Statistička analiza godišnjih količina oborina za grad Poreč u razdoblju 1984. - 2020. godine

U ovom poglavlju će biti prikazani godišnji hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 1984. - 2001. godine, 2001. - 2020. godine te sumarno 1984. - 2020. godine.

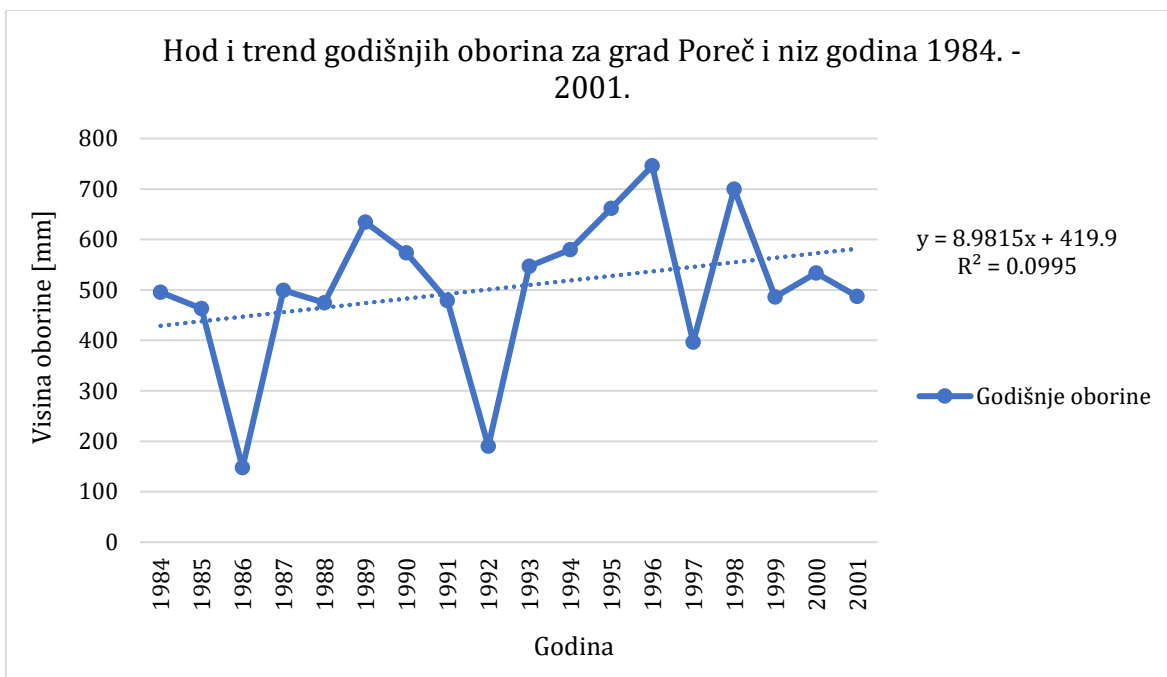
### 7.5.1. Hod i trend godišnjih oborina

Kod analize godišnjih količina oborina najprije se zbrajaju oborine po godinama za niz godina 1984. - 2020. Zatim se analiza vrši grafičkim prikazom hoda i trenda godišnjih oborina. Hod je izrađen tako što se najprije zbroje količine oborina za sve dane u pojedinom mjesecu. Zatim su ti rezultati prikazani grafički u ovisnosti o vremenu, tj. godinama (Slika 17). Hod i trend godišnjih oborina su radi usporedbe podijeljeni u razdoblje od 1984. do 2001. godine (Slika 18) te razdoblje od 2001. do 2020. godine (Slika 19).

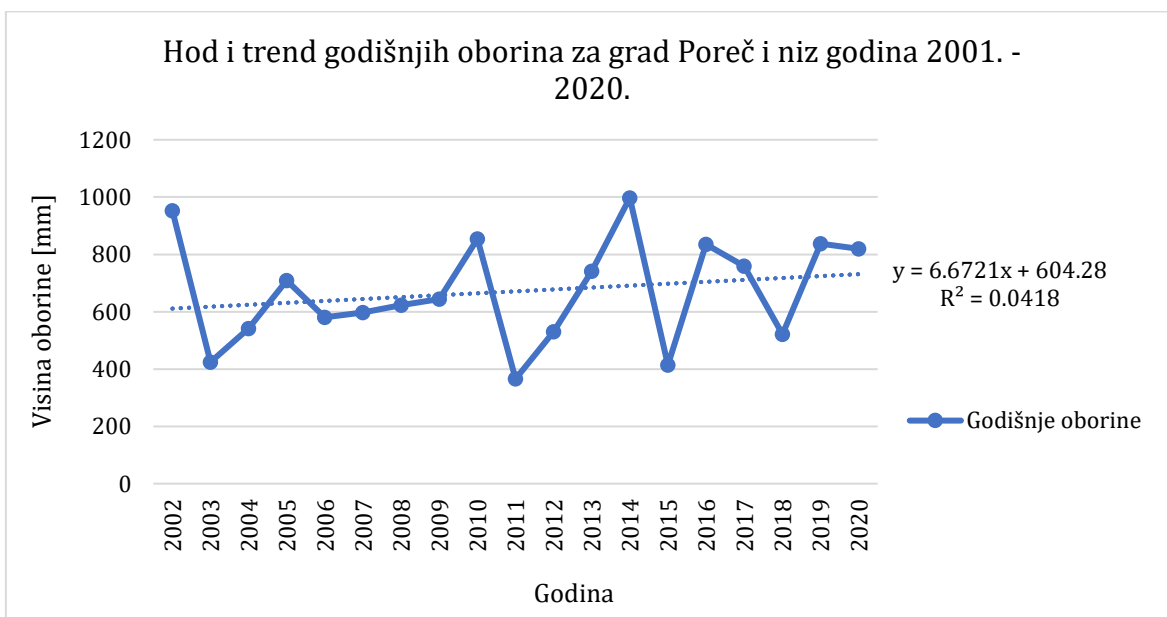
Na Slikama 17, 18 i 19 su prikazani nizovi godišnjih oborina s ucrtanim pravcima linearne regresije za prikaz linearnog trenda.



Slika 17: Hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 1984. - 2020. [24]



Slika 18: Hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 1984. – 2001. [24]



Slika 19: Hod i trend godišnjih oborina za grad Poreč i niz godina 2001. – 2020. [24]

## 7.6. Diskusija rezultata

Statistička analiza mjesečnih količina oborina za grad Poreč je izvršena pomoću programa Microsoft Office Excel.

Prema Slici 13, najmanja godišnja količina oborina zabilježena je 1986. godine i iznosi 147.9 mm, dok je najveća količina oborina zabilježena 2014. godine u iznosu od 997.2

mm. Amplituda promatranog razdoblja, tj. razlika između godine sa najvećom i najmanjom oborinom iznosi 849.3 mm.

Mjesečna količina oborina u Poreču, vidljivo iz Tablice 3 i Slike 14, kreće se od najmanje zabilježene mjesečne oborine, koja je zabilježena za sve mjesece i iznosi 0 mm. Kao suprotnost ovom minimumu, maksimalna mjesečna oborina zabilježena je za mjesec rujna, a njezina vrijednost je 308.3 mm.

Najveća prosječna mjesečna oborina se prema Tablici 4 pojavila u rujnu u iznosu od 84.66 mm, a potom u studenom u iznosu od 76.42 mm. Prema Slici 15, u hladnijem razdoblju od prosinca do travnja oborine su značajno manje nego u dijelu godine od svibnja do studenog, što je u skladu sa značajkama blage sredozemne klime koja prevladava u Poreču.

Najveća odstupanja od prosječne mjesečne količine oborina, prema Tablici 6 i Slici 16, javlja se u rujnu, a najmanja u siječnju.

Promatrajući rezultate statističkih karakteristika u Tablici 7, uočava se da koeficijent varijacije u samo jednom slučaju prelazi 1 – u prosincu; što znači da nema velikog odstupanja standardne devijacije od aritmetičke sredine.

Analizom Tablice 8, koeficijent asimetrije je najveći za prosinac i iznosi 1.52 (asimetrija je velika), a najmanji za lipanj s apsolutnim iznosom od 0.10 (asimetrije nema), dok je prosječna vrijednost koeficijenta asimetrije 0.75. Ovakve vrijednosti koeficijenta asimetrije upućuje na srednju asimetriju krivulje učestalosti.

Slikom 17 prikazan je hod godišnjih količina oborina grada Poreč, što je od velikog značaja u proučavanju razdoblja suše i planiranju upravljanja vodnim resursima. Hod oborina ukazuje da se u Poreču povećava količina oborina.

Analizom Slika 18 i 19 se za oba raspona godina, 1984. – 2001. godine i 2001. – 2020. godine, očitava rastući trend, samo što je za raspon od 1984. do 2001. godine prirast nešto veći.

## 8. ZAKLJUČAK

Potreba za statističkim metodama u hidrologiji prisutna je odavno, a u novije ih se vrijeme povezuje s problemom klimatskih promjena i njihovim utjecajem na hidrologiju i vodne resurse. Mnoge hidrološke i meteorološke pojave međusobno su povezane, stoga ih je potrebno statistički analizirati kako bi se potom provela analiza vjerojatnosti i analiza mogućih rizika. Većina podataka ovisi o mnogim čimbenicima koji su kvantitativno, a nerijetko i teorijski nepoznati pa je potrebno provesti ocjenu mjerodavnosti niza podataka. Vjerojatnost da određena hidrološka ili meteorološka varijabla poprimi određenu vrijednost opisuje se funkcijama raspodjele vjerojatnosti - empirijskim ili teorijskim funkcijama raspodjele.

Oborine se mogu analizirati na dnevnoj, mjesečnoj i godišnjoj bazi. U analizama mjesečnih i godišnjih količina oborina, vrše se analize trendova i prilagođavanje niza podataka nekoj od krivulja raspodjele. U analizi dnevnih količina oborine provode se analize vjerojatnosti maksimalnih dnevnih oborina i izbor krivulje raspodjele.

U ovom Završnom radu primijenjena je statistička analiza mjesečnih količina oborina za grad Poreč u razdoblju od 1984. do 2020. godine. Provedena je statistička analiza mjesečnih količina oborina, izračunom osnovnih statističkih parametara: minimuma i maksimuma, srednje vrijednost, srednjeg kvadratnog odstupanja, standardne devijacije, koeficijenta varijacije i koeficijenta asimetrije podataka. Najveća mjesečna količina oborina zabilježena je u rujnu i iznosi 308.3 mm, dok se najmanja mjesečna oborina bilježi za sve mjeseci u iznosu od 0 mm. Odstupanja mjesečnih količina oborina od prosječne mjesečne oborine su mala. Očitava se da je prosječna mjesečna količina oborina u razdoblju od prosinca do travnja značajno veća nego količina oborina u razdoblju od svibnja do studenog, što odgovara karakteristikama blage sredozemne klime grada. Vrijednosti koeficijenta asimetrije upućuju na srednju asimetriju krivulje učestalosti.

Provedena je i statistička analiza godišnjih oborina za grad Poreč i isto referentno razdoblje. Prikazani su hod i trend godišnjih oborina s ucrtanim pravcima linearne regresije za prikaz linearnog trenda. Hod i trend godišnjih oborina su radi usporedbe podijeljeni na razdoblje od 1984. do 2001. godine te razdoblje od 2001. do 2020. godine. Analizom dobivenih rezultata, uočava se povećanje hoda grada Poreč i veći

prirast od 1984. do 2001. godine. Trend je rastući, što je od velikog značaja za gospodarstvo, planiranje vodnih resursa i proučavanja razdoblja suše.

## LITERATURA

- [1] <https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/what-hydrology> pristup 10.7.2022.
- [2] Žugaj, R.: Hidrologija, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 2015.
- [3] [https://www.fer.unizg.hr/predmet/sap\\_b](https://www.fer.unizg.hr/predmet/sap_b) pristup 10.07.2022.
- [4] <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=57896> pristup 16.07.2022.
- [5] Mišerda A., Statistička analiza kretanja zaposlenosti i nezaposlenosti u RH od 2000.-2015., završni rad, Ekonomski fakultet Sveučilišta u Splitu, 2016.
- [6] <https://www.investopedia.com/terms/p/population.asp> pristup 12.07.2022. pristup 16.07.2022.
- [7] <https://nap.nationalacademies.org/read/11031/chapter/7> pristup 12.07.2022.
- [8] Ožanić, N.: Statističke obrade i velike vode hidromelioracijskih sustava, seminar „Velike i male vode, Zagreb, 2004.
- [9] <https://www3.cs.stonybrook.edu/~skiena/jaijai/excerpts/node12.html> pristup 13.07.2022.
- [10] <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=64981> pristup 13.07.2022.
- [11] Kerin D., Statistička obrada hidrograma za HE Varaždin, završni rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2013.
- [12] Duhović P. M., Krivulje raspodjele u hidrologiji, završni rad, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, 2014.
- [13] <https://sphweb.bumc.bu.edu/otlt/MPH-Modules/PH717-QuantCore/PH717-Module6-RandomError/PH717-Module6-RandomError5.html> pristup 14.08.2022.
- [14] <https://www.statology.org/normal-distribution-vs-standard-normal-distribution/> pristup 14.08.2022.
- [15] <https://www.vosesoftware.com/riskwiki/PearsonType6distribution.php> pristup 10.09.2022.
- [16] <https://www.vosesoftware.com/riskwiki/PearsonType6distribution.php> pristup 10.09.2022.
- [17] Bonacci, O.: Oborine - glavna ulazna veličina u hidrološki ciklus, Split, 1994.
- [18] <https://ontheworldmap.com/croatia/city/porec/porec-location-on-the-croatia-map.html> pristup 31.08.2020. pristup 10.09.2022.

- [19] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Pore%C4%8D> pristup 09.09.2022.
- [20] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Crvenica> pristup 09.09.2022.
- [21] <https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=40415> pristup 01.09.2022.
- [22] <https://www.istrapedia.hr/hr/natuknice/266/meteorologija> pristup 01.09.2022.
- [23] [https://meteo.hr/infrastruktura.php?section=mreze\\_postaja&param=pmm&el=klimateoloske](https://meteo.hr/infrastruktura.php?section=mreze_postaja&param=pmm&el=klimateoloske) pristup 11.09.2022.
- [24] izradio autor