

Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom podkonstrukcijom za djelovanja u ravnini panela i okomitu na nju

Ćepić, Anamarija

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:385199>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-25**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

Anamarija Čepić

**Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom
podkonstrukcijom za djelovanja u ravnini panela i okomito na nju**

Diplomski rad

Rijeka, 2023

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Diplomski sveučilišni studij
Konstrukcije
Stabilnost konstrukcija**

**Anamarija Čepić
0114030913**

**Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom
podkonstrukcijom za djelovanja u ravnini panela i okomito na nju**

Diplomski rad

Rijeka, rujan 2023.

Zavod: **Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku**
Predmet: **Stabilnost konstrukcija**
Grana: **2.05.02 nosive konstrukcije**

DIPLOMSKI ZADATAK br.

Pristupnik: **Anamarija Čepić (0114030913)**
Studij: **Građevinarstvo**
Modul: **Konstrukcije**

Zadatak: **Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom podkonstrukcijom za djelovanja u ravnini panela i okomitu na nju**

Opis zadatka:

Na primjeru stvarnog fasadnog panela iz proizvodnog programa tvornice KFK d.o.o. napraviti statičku analizu za normirana djelovanja vjetra i težina, s naglaskom na analizu savijanja presjeka uslijed sila okomitih na ravninu i sila u ravnini panela (težine od naslonjenih gornjih panela), tj. na efekte drugog reda, te ih usporediti s linearnim učincima.

Zadatak uručen pristupniku: 13. travnja 2023.

Mentor: Izv. prof. dr. sc. Dragan Ribarić

IZJAVA

Diplomski rad izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Anamarija Čepić

U Rijeci, 18.09.2023.

Zahvaljujem se svom mentoru izv.prof.dr.sc. Draganu Ribariću na svojoj ukazanoj pomoći i strpljenju prilikom izrade ovog diplomskog rada te djelatnicima tvrtke KFK d.o.o. na ustupljenom programu i pomoći.

Posebno se zahvaljujem svojoj obitelji, dečku i prijateljima koji su mi bili podrška tijekom cijelog studiranja i uljepšali ovo životno razdoblje.

SAŽETAK

Diplomski rad pod nazivom „Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom podkonstrukcijom za djelovanje u ravnini panela i okomito na nju“ bavi se usporedbom linearne i nelinearne analize fasadnog elementa koji je opterećen vlastitom težinom, silom vjetra te silom izazvanom vanrednom situacijom nalijeganja gornjih panela na promatrani fasadni element. U radu su promatrani momenti savijanja svakog profila zasebno te progibi cijelog statičkog sustava. Modeliranje statičkog sustava kao i cijeli proračun provodi se u programu Straus7. Straus7 je neovisan sustav koji uključuje funkcionalnosti pretprocesiranja, postprocesiranja i rješavanja sustava jednadžbi. Pruža jedinstveno i konzistentno okruženje za stvaranje i analizu modela konačnih elemenata te dobivanje rezultata. Na samom kraju rada su prikazane vrijednosti proračuna prema teoriji prvog i teoriji drugog reda, provedena je usporedba rezultata i opisan je zaključak cijeloga rada.

Ključne riječi: teorija prvog reda, teorija drugog reda, metoda konačnih elemenata, fasadni element, statički sustav, progib, moment savijanja

ABSTRACT

The title of the graduate thesis is "Geometrically Nonlinear Analysis of a Facade Panel with an Aluminum Substructure for Action in the Plane of the Panel and Perpendicular to It." It deals with the comparison of linear and nonlinear analysis of a facade element subjected to its self-weight, wind force, and the force caused by an extraordinary situation of the upper panels pressing on the observed façade element. The thesis examines the bending moments of each profile separately and the deflections of the entire static system. The modeling of the static system, as well as the entire calculation, is carried out in the Straus7 program. Straus7 is an independent system that includes pre-processing, post-processing, and solving system equations functionalities. It provides a unique and consistent environment for creating and analyzing finite element models and obtaining results. The values of the calculations according to the first and second-order theories are presented at the end of the thesis, a comparison of the results is conducted, and the conclusion of the entire work is described.

Keywords: first-order theory, second-order theory, finite element method, facade element, static system, deflection, bending moment.

Sadržaj

1. UVOD	1
2. STATIKA KONSTRUKCIJA	2
2.1. TEORIJA PRVOG REDA	3
2.2. TEORIJA DRUGOG REDA	5
2.3. TEORIJA TREĆEG REDA	6
3. PRORAČUN ŠTAPNOG ELEMENTA PO TEORIJI DRUGOG REDA.....	8
3.1. ŠTAP OPTEREĆEN POPREČNIM OPTEREĆENJEM I TLAČNOM UZDUŽNOM SILOM	8
3.2. PRIMJER PRORAČUNA NA MODELU	9
4. METODA KONAČNIH ELEMENTA	11
4.1. OBLICI ELEMENATA KOJI TVORE MREŽU.....	12
4.2. MATRICA KRUTOSTI ELEMENTA.....	13
5. PRORAČUN OKVIRA.....	17
5.1. VLASTITA TEŽINA FASADNOG ELEMENTA	20
5.1.1. <i>Materijal</i>	21
5.2. STATIČKI SUSTAV	21
5.3. ANALIZA ELEMENATA OKVIRA	26
5.3.1. <i>Muški vertikalni profil</i>	28
5.3.2. <i>Ženski vertikalni profil</i>	29
5.3.3. <i>Srednji vertikalni profil</i>	30
5.3.4. <i>Muški horizontalni profil</i>	31
5.3.5. <i>Ženski horizontalni profil</i>	32
5.3.6. <i>Srednji horizontalni profil</i>	33
5.4. PROGRAMSKI PAKET STRAUS7.....	34
5.5. VRIJEDNOSTI PRORAČUNA PREMA TEORIJI PRVOG REDA	36
5.5.1. <i>Momenti savijanja okvira</i>	36
5.5.2. <i>Progib okvira</i>	38
5.6. VRIJEDNOSTI PRORAČUNA PREMA TEORIJI DRUGOG REDA	39
5.6.1. <i>Momenti savijanja okvira</i>	39
5.6.2. <i>Progib okvira</i>	41
6. USPOREDBA REZULTATA	42
6.1. USPOREDBA REZULTATA MOMENATA SAVIJANJA.....	42
6.2. USPOREDBA REZULTATA PROGIBA OKVIRA	44
7. ZAKLJUČAK	45
8. LITERATURA.....	46

POPIS TABLICA

Tablica 1. Karakteristike aluminijskih profila	21
--	----

POPIS SLIKA

Slika 1. Trafalgar Way, London.....	1
Slika 2. Deformirani element ravnog štapa[1].....	3
Slika 3. Horizontalni poprečni presjek vertikalnih profila fasadnog elementa	4
Slika 4. Fiktivni kontinuirani moment m^f [1]	5
Slika 5. Superpozicija vrijedi samo za različita poprečna opterećenja ako je uzdužna sila jednaka[1]	6
Slika 6. Diferencijalno mali element nosača prije i nakon deformacije nosača[1].....	7
Slika 7. Opterećenja proste grede[1]	9
Slika 8. Mreža metode konačnih elemenata[2].....	11
Slika 9. Najčešće korišteni elementi mreže konačnih elemenata.....	12
Slika 10. Dvodimenzionalni nosač sa dva čvora.....	13
Slika 11. Matrica krutosti dvodimenzionalnog nosača[3].....	14
Slika 12. Ilustracija globalne matrice krutosti[2]	15
Slika 13. Elevacija zgrade Trafalgar Waya u Londonu.....	17
Slika 14. Spoj muškog i ženskog horizontalnog profila	18
Slika 15. Horizontalni poprečni presjek fasadnog elementa	18

Slika 16. Vertikalni poprečni presjek fasadnog elementa.....	19
Slika 17. Statički sustav fasadnog elementa	22
Slika 18. Vlastita težina fasadnog elementa – 2,1 kN.....	23
Slika 19. Opterećenje od vanredne situacije fasadnih elemenata - 70 kN	24
Slika 20. Opterećenje od vjetra na fasadni element	25
Slika 21. Statički sustav u programu Straus7 sa karakteristikama profila	26
Slika 22. Koordinatni sustav	27
Slika 23. Geometrijske karakteristike muškog vertikalnog profila	28
Slika 24. Geometrijske karakteristike ženskog vertikalnog profila.....	29
Slika 25. Geometrijske karakteristike srednjeg vertikalnog profila	30
Slika 26. Geometrijske karakteristike muškog horizontalnog profila	31
Slika 27. Geometrijske karakteristike ženskog horizontalnog profila.....	32
Slika 28. Geometrijske karakteristike srednjeg horizontalnog profila	33
Slika 29. Prikaz općenitog modela u programu Straus7	35
Slika 30. Vrijednosti momenata savijanja oko Y osi.....	36
Slika 31. Progib okvira u Z smjeru.....	38
Slika 32. Vrijednosti momenata savijanja oko Y osi.....	39
Slika 33. Ukupni progib fasadnog elementa	41

1. UVOD

U ovom diplomskom radu napravljena je statička analiza za djelovanje vjetrova i težina, s naglaskom na analizu savijanja presjeka uslijed sila okomitih na ravninu i sila u ravnini fasadnog elementa. Vrijednosti dobivene proračunski su uspoređene prema teoriji prvog reda i teoriji drugog reda. Za model proračuna korišten je fasadni element sa stvarnog projekta pod nazivom Trafalgar Way u Londonu, render izgleda buduće zgrade prikazan je na slici 1.

U drugom poglavlju su detaljnije opisane teorije prvog, drugog i trećeg reda. U trećem poglavlju opisan je štap opterećen poprečnim opterećenjem i tlačnom uzdužnom silom te je teorija potkrijepljena jednim primjerom.

U petom poglavlju je detaljno opisan postupak modeliranja, prikazan je statički sustav prema kojemu je fasadni element modeliran kao i geometrijske karakteristike svih šest poprečnih presjeka. Za proračun modela korišten je program Straus7. Riječ je o sustavu za analizu konačnih elemenata opće namjene koji je razvila tvrtka Strand7 Pty Ltd. Osnova većine programa je upravo metoda konačnih elemenata te je iz tog razloga ona opisana u četvrtom poglavlju ovoga rada. Na kraju rada su uspoređeni rezultati momenata savijanja i progiba prema teoriji prvog i drugog reda.



Slika 1. Trafalgar Way, London

2. STATIKA KONSTRUKCIJA

U inženjerskoj praksi se svakodnevno upotrebljava linearna statika konstrukcija. Linearna statika konstrukcija se zasniva na tri osnovne pretpostavke, ali ju opisujemo kroz dvije različite vrste linearnosti:

- Statička (geometrijska) linearnost
- Materijala (fizička) linearnost

Tri osnovne pretpostavke linearne statike konstrukcija:

1. Pretpostavka malih deformacija, to jest pretpostavka da su dilatacije osi štapa i rotacije poprečnog presjeka štapa, kao i njihove derivacije, male veličine. Također se i njihovi kvadrati i viši stupnjevi mogu zanemariti.

Ova pretpostavka osigurava geometrijsku linearnost prilikom rješavanja statike konstrukcija.

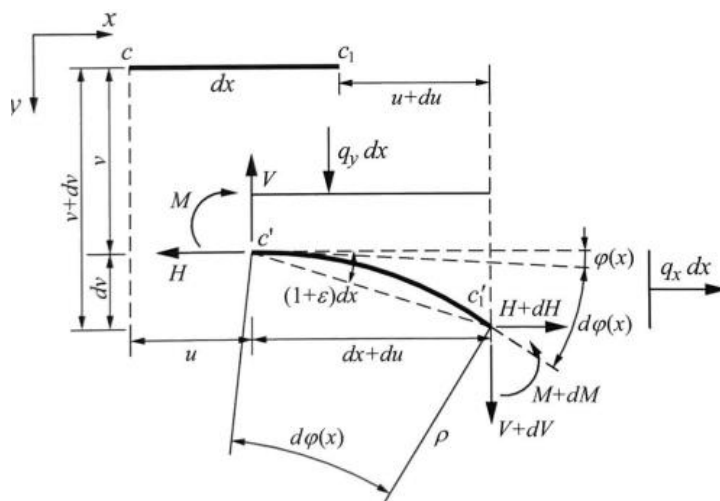
2. Pretpostavka o malim veličinama pomaka točki djelovanja vanjskih i unutrašnjih sila, to jest pretpostavka po kojoj su vrijednosti pomaka točki djelovanja vanjskih sila na nosaču i unutrašnjih sila male vrijednosti u odnosu na dimenziju nosača.

Ova pretpostavka osigurava statičku (geometrijsku) linearnost zbog toga jer se u uvjetima ravnoteže zanemaruju pomaci točki djelovanja vanjskih sila na nosaču kao i unutrašnjih sila. Uvjeti ravnoteže ispisuju se na nedeformiranom nosaču.

3. Pretpostavka o linearnoj vezi između naprezanja i dilatacija, odnosno temperaturnih promjena.

Ova pretpostavka osigurava materijalnu (fizičku) linearnost pri rješavanju zadataka statike konstrukcija.

Ukoliko prethodno navedene pretpostavke ne zadovoljavaju očekivanu točnost prilikom proračuna štapnih modela, primjenjuju se nelinearne metode proračuna koje su kompliciranije od linearnih. [1]



Slika 2. Deformirani element ravnog štapa[1]

Na Slici 2. prikazan je diferencijalno mali element ravnog štapa u jednoj od glavnih ravnina. Težišna os ravnog štapa prije deformacija bila je ravna crta cc_1 .

2.1. Teorija prvog reda

Teorija prvog reda primjenjuje sve tri osnovne pretpostavke linearne statike konstrukcija te se ona često iz tog razloga naziva linearnom teorijom. Linearna teorija zadovoljava Hookeov zakon, a osim njega također poštuje zakon superpozicije djelovanja i pruža jedinstveno rješenje putem analize ravnoteže na nedeformiranom sustavu. Za problem ravnog štapa primjenjuju se sljedeće formule[1]:

$$du = \varepsilon * dx \quad (1)$$

$$dv = \varphi * dx \quad (2)$$

$$dH + q_x * dx = 0 \quad (3)$$

$$dV + q_y * dx = 0 \quad (4)$$

$$dM - V * dx = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h}\right) = -\chi \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t = \frac{H}{EA} + \alpha_t * t \quad (7)$$

Značenje prethodno navedenih veličina:

u, v – nepoznati pomak u smjeru i okomito na os štapa

H, V, M – nepoznate statičke veličine (horizontalna sila, vertikalna sila, moment savijanja)

ε, φ – deformacijske veličine za presjek (uzdužni pomak točke težišta, rotacija presjeka)

q_x, q_y – vanjska opterećenja u x i y smjeru

α_t – temperaturni koeficijent linearnog širenja

Δt – temperaturna razlika

h – visina poprečnog presjeka

A – površina poprečnog presjeka

I – moment inercije poprečnog presjeka

Teorija prvog reda se najčešće koristi kao prvotna provjera elemenata opterećenih tlačnom silom i savijanjem.



Slika 3. Horizontalni poprečni presjek vertikalnih profila fasadnog elementa

2.2. Teorija drugog reda

Teorija drugog reda odbacuje drugu pretpostavku o malim veličinama pomaka točki djelovanja vanjskih i unutrašnjih sila, a zadržava pretpostavku malih deformacija i pretpostavku o linearnoj vezi između naprezanja i dilatacija. Teorija drugog reda podrazumijeva postavljanje uvjeta ravnoteže na deformiran sustav. S obzirom na činjenicu da teorija drugog reda rezultira povećanjem momenata savijanja u odabranom presjeku proračuna, ova teorija se koristi za modeliranje koje je opisano u ovom diplomskom radu[1].

$$du = \varepsilon * dx \quad (8)$$

$$dv = \varphi * dx \quad (9)$$

$$dH + q_x * dx = 0 \quad (10)$$

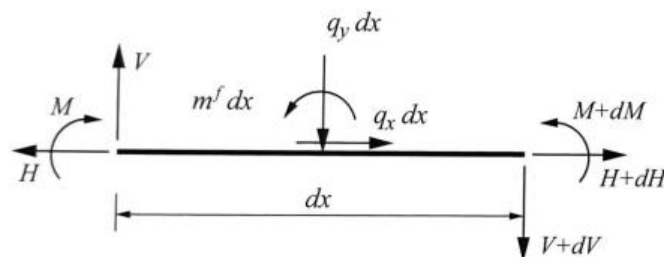
$$dV + q_y * dx = 0 \quad (11)$$

$$dM - V * (dx + du) + H * dv = 0 \quad (12)$$

$$v'' = \frac{d\varphi}{dx} = -\left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h}\right) = -\chi \quad (13)$$

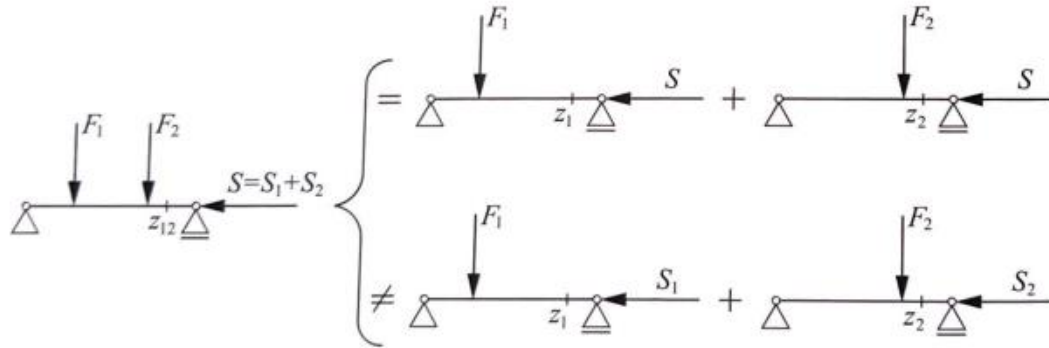
$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t \quad (14)$$

I u ovom slučaju dobiveno je sedam jednadžbi, od kojih je šest diferencijalnih, za izračun sedam nepoznanica: $H, V, M, u, v, \varphi, \varepsilon$. Iako je vrijednost uzdužnog pomaka točke težišta, ε , vrlo mala vrijednost, u općem slučaju drugog reda se ne zanemaruje. Može se uočiti kako se sustav jednadžbi koje predstavljaju teoriju prvog reda, u odnosu na jednadžbe koje predstavljaju teoriju drugog reda razlikuje samo za član $H * dv$ u uvjetu ravnoteže momenata. Iz toga se može zaključiti kako će utjecaji prema teoriji drugog reda biti jednaki utjecajima po teoriji prvog reda u promatranom štapu, samo ako je štap uz vanjska opterećenja q_x, q_y , opterećen fiktnim kontinuiranim momentima $m^f = H * \varphi$ prikazan na Slici 4[1].



Slika 4. Fiktivni kontinuirani moment m^f [1]

U okviru teorije drugog reda ne vrijedi princip superpozicije pa se u teoriji drugog reda mogu zbrojiti samo utjecaji koje različita poprečna opterećenja štapa uzrokuju pri istoj uzdužnoj sili (Slika 5).



Slika 5. Superpozicija vrijedi samo za različita poprečna opterećenja ako je uzdužna sila jednaka[1]

2.3. Teorija trećeg reda

Teorija trećeg reda ili teorija velikih pomaka odbacuje prve dvije od pretpostavki navedene u drugom poglavlju, a zadržava samo treću pretpostavku o materijalnoj (fizičkoj) linearnosti problema. Teorija trećeg reda je nelinearna teorija i ona uvodi geometrijsku nelinearnost u analizu. Ako bi se odbacila i treća pretpostavka, pretpostavka o materijalnoj linearnosti, to bi značilo da je uzeta u obzir i materijalna i geometrijska nelinearnost nosača prilikom zadanih djelovanja. Materijalna linearnost nema veliki utjecaj kod projektiranja vitkih konstrukcija, kod njih velik utjecaj ima geometrijska nelinearnost (Slika 6)[1].

$$dx + du = (1 + \varepsilon) * dx * \cos\varphi \quad (15)$$

$$dv = (1 + \varepsilon) * dx * \sin\varphi \quad (16)$$

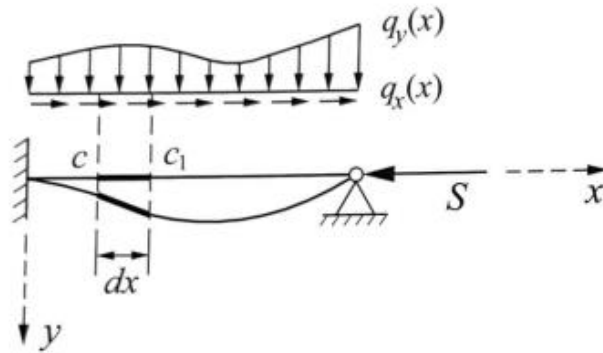
$$dH + q_x * dx = 0 \quad (17)$$

$$dV + q_y * dx = 0 \quad (18)$$

$$dM - V * (dx + du) + H * dv = 0 \quad (19)$$

$$v'' = \frac{d\varphi}{dx} = -\left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h}\right) \quad (20)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t \quad (21)$$



Slika 6. Diferencijalno mali element nosača prije i nakon deformacije nosača[1]

3. PRORAČUN ŠTAPNOG ELEMENTA PO TEORIJI DRUGOG REDA

3.1. Štap opterećen poprečnim opterećenjem i tlačnom uzdužnom silom

Diferencijalna jednačba elastične linije ravnog štapa po teoriji drugog reda prikazana je u obliku[1]:

$$(\psi * v'') \pm k^2(f * v')' = \frac{q_y}{EI_c} - \left(\psi * \alpha_t * \frac{\Delta t}{h}\right)'' \quad (22)$$

U jednačbi $\psi(x)$ i $f(x)$ su funkcije koje definiraju promjenu momenta tromosti, tj. opterećenja štapa duž njegove osi. Predznak je promjenjiv te ovisi je li štap vlačno opterećen, negativan predznak, ili je tlačno opterećen, pozitivan predznak.

Opće rješenje diferencijalne jednačbe elastične linije ravnog štapa konstantnog momenta tromosti, opterećenog tlačnom uzdužnom silom i poprečnim opterećenjem, prema teoriji drugog reda prikazano je u obliku:

$$v(x) = v(0) + \varphi(0) \frac{\sin kx}{k} - M(0) \frac{1 - \cos kx}{S} - V(0) \frac{kx - \sin kx}{k * S} + \int_0^x \frac{k(x - \xi) - \sin k(x - \xi)}{k * S} q(\xi) * d\xi \quad (23)$$

$v(x)$ predstavlja progib na dužini x štapnog elementa,

$$\varphi(x) = v'(x) = \varphi(0) * \cos kx - M(0) * \frac{k * \sin kx}{S} - V(0) \frac{1 - \cos kx}{S} + \int_0^x \frac{1 - \cos k(x - \xi)}{S} q(\xi) * d\xi \quad (24)$$

$\varphi(x)$ predstavlja kut rotacije štapnog elementa na duljini x i jednak je derivaciji progiba na dužini x štapnog elementa.

$$M(x) = -EI * v''(x) = \varphi(0) * EI * k * \sin kx + M(0) \cos kx + V(0) \frac{\sin kx}{k} - \int_0^x \frac{1 - \sin k(x - \xi)}{k} q(\xi) * d\xi \quad (25)$$

$M(x)$ predstavlja moment savijanja na duljini x štapnog elementa, $V(x)$ predstavlja poprečnu silu na duljini x štapnog elementa.

$$V(x) = -EI * v'''(x) - S * v'(x) = V(0) - \int_0^x q(\xi) * d\xi \quad (26)$$

Prethodne jednačbi se mogu zapisati i jednostavnije:

$$F_1(x) = 1 \quad (27)$$

$$F_2(x) = \frac{\sin kx}{k} \quad (28)$$

$$F_3(x) = -\frac{1 - \cos kx}{S} \quad (29)$$

$$F_4(x) = -\frac{kx - \sin kx}{k * S} \quad (30)$$

rješenje se može preglednije ispisati kao produkt odgovarajućeg početnog parametra i funkcije $F_i(x)$:

$$v(x) = v(0) + \varphi(0) * F_2(x) + M(0) * F_3(x) + V(0) * F_4(x) - \int_0^x F_4(x - \xi) q(\xi) * d\xi \quad (31)$$

$$\varphi(x) = \varphi(0) * \cos kx - M(0) * \frac{k * \sin kx}{S} + V(0) * F_3(x) - \int_0^x F_3(x - \xi) q(\xi) * d\xi \quad (32)$$

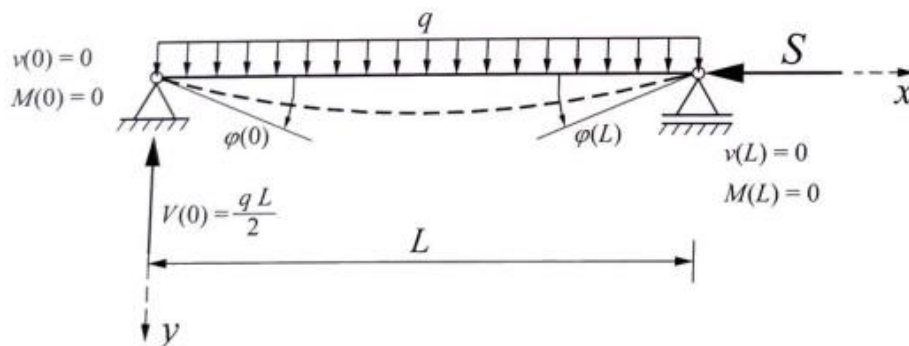
$$M(x) = \varphi(0) * EI * k * \sin kx + M(0) * \cos kx + V(0) * F_2(x) - \int_0^x F_2(x - \xi) q(\xi) d\xi \quad (33)$$

$$V(x) = V(0) - \int_0^x q(\xi) d\xi \quad (34)$$

$v(0)$ i $\varphi(0)$ predstavljaju progib, to jest rotaciju presjeka nad ležajem na početku štapa, $M(0)$ predstavlja moment savijanja na početku štapa, a $V(0)$ poprečnu silu na početku štapa, to jest u presjeku nad ležajem. Zajednički naziv za veličine $v(0)$, $\varphi(0)$, $M(0)$ i $V(0)$ je početni parametri štapa, a metoda rješavanja ravnog štapa po teoriji drugog reda primjenom rješenja (23) diferencijalne jednačbe je metoda početnih parametara[1].

3.2. Primjer proračuna na modelu

Na Slici 7. je prikazana prosta greda sa kontinuiranim opterećenjem q i horizontalnom tlačnom silom S . Duljina proste grede iznosi L . Potrebno je odrediti izraze za progib, kut rotacije i moment savijanja proizvoljne točke elastične linije prema teoriji drugog reda[1].



Slika 7. Opterećenja proste grede[1]

S obzirom da su progib $v(x)$ i moment $M(x)$ kao početni parametri jednaki nuli, poprečna sila će se dobiti koristeći uvjet ravnoteže prema jednadžbi:

$$V(0) = \frac{qL}{2} \quad (35)$$

Nepoznati početni parametar, kut rotacije $\varphi(0)$, se može dobiti iz uvjeta $v(L) = 0$:

$$v(L) = \varphi(0) * \frac{\sin \omega}{k} - \frac{qL}{2} * \frac{\omega - \sin \omega}{k * S} + \frac{q * L^2}{2S} - \frac{q}{k^2 S} (1 - \cos \omega) = 0 \quad (36)$$

$$\varphi(0) = \frac{qL^3}{24EI} * \frac{24}{\omega^3} * \left[\frac{1 - \cos \omega}{\sin \omega} - \frac{\omega}{2} \right] \quad (37)$$

Rješenja u konačnom obliku se mogu zapisati kao:

$$v(x) = \frac{q}{2k^2 S \sin \omega} * [2 \sin kx + 2 \sin(\omega - kx) - 2 \sin \omega - \omega * kx * \sin \omega + k^2 * x^2 * \sin \omega] \quad (38)$$

$$\varphi(x) = \frac{q}{2kS * \sin \omega} * [2 \cos kx - 2 \cos(\omega - kx) - \omega * \sin \omega + 2k * \sin \omega] \quad (39)$$

$$M(x) = \frac{q}{k^2 * \sin \omega} * [\sin kx + \sin(\omega - kx) - \sin \omega] \quad (40)$$

Ukoliko se analiziraju ekstremne vrijednosti rotacije nad ležajem i momenta savijanja u sredini grede, $M\left(\frac{L}{2}\right)$, iz posljednja dva izraza dobit će se:

$$\varphi(0) = \frac{qL^3}{24EI} * \frac{3}{\omega^3} * \left(\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} \right) \quad (41)$$

$$M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{qL^2}{8} * \frac{2 * (1 - \cos \frac{\omega}{2})}{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 * \cos \frac{\omega}{2}} \quad (42)$$

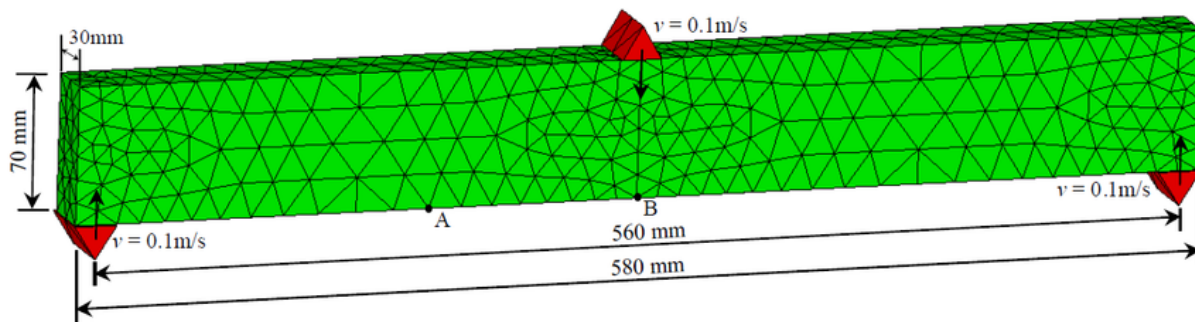
Do vrijednosti momenta $M\left(\frac{L}{2}\right)$ moglo se doći tako da se momentu proste grede, opterećene samo kontinuiranim opterećenjem q , doda vrijednost $Sv\left(\frac{L}{2}\right)$.

$$M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{qL^2}{8} + Sv\left(\frac{L}{2}\right) \quad (43)$$

4. METODA KONAČNIH ELEMENTA

Postoji nekoliko različitih analitičkih metoda koje inženjeri mogu koristiti kako bi izračunali strukturalne mehaničke probleme, kao što je proračunavanje progiba greda ili naprezanja u ravnim pločama, a jedan od njih je i metoda konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata je moćna numerička metoda koja koristi računalo kako bi izračunala aproksimativna rješenja ovakvih tipova problema. U širokoj je primjeni u svim industrijama inženjeringa. Programi koji koriste metodu konačnih elemenata mogu se koristiti za široko područje inženjerske mehanike, uključujući statiku, dinamiku, izvijanje i modalnu analizu. U ovom diplomskom radu se metoda konačnih elemenata primjenjuje kroz program Straus7 u kojemu je modeliran statički sustav.

Metoda konačnih elemenata podrazumijeva rješavanje zahtjevnih modela na način da model rastavi na grupu malih elemenata koji su međusobno povezani čvorovima. Taj proces se naziva diskretizacija modela, a skup elemenata zajedno sa čvorovima se naziva mreža metode konačnih elemenata. Mreža se prikazuje na Slici 8.



Slika 8. Mreža metode konačnih elemenata[2]

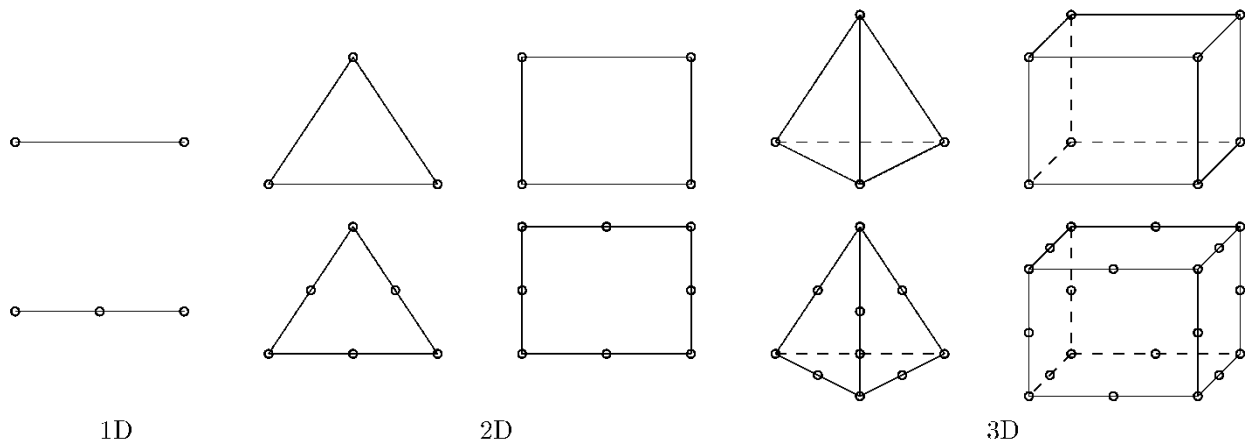
Metoda konačnih elemenata će odrediti približno rješenje problema analize naprezanja koristeći diskretiziranu mrežu. To je puno jednostavnije od određivanja točnog rješenja za kontinuirani sustav[3].

4.1. Oblici elemenata koji tvore mrežu

Metoda konačnih elemenata koristi mnogo različitih elemenata od kojih se mreža može sadržavati, ali tri najčešće kategorije su[3]:

- Linijski elementi – koriste se za dimenzioniranje jednodimenzionalnih struktura poput nosača, greda ili stupova. Geometrijske karakteristike se dodaju naknadno, a definira ih se ovisno o modelu i zahtjevima koje je potrebno ispuniti.
- Površinski elementi – koriste se za modeliranje tankih površina kao što su ljuske. Geometrijske karakteristike se dodaju naknadno, a definira ih se ovisno o modelu i zahtjevima koje je potrebno ispuniti.
- Volumenski elementi – koriste se za dimenzioniranje trodimenzionalnih tijela. Geometrijske karakteristike se dodaju naknadno, a definira ih se ovisno o modelu i zahtjevima koje je potrebno ispuniti.

Najčešći površinskih elementi su trokuti ili četverokuti, dok su za volumenske elemente najčešći tetraedralni ili heksaedralni. Najčešće korišteni oblici su prikazani na Slici 9.



Slika 9. Najčešće korišteni elementi mreže konačnih elemenata

Najbolji tip elementa ovisi o problemu koji se analizira. Najbolje je koristiti vrstu elementa koji što više pojednostavljuje problem, ali i pruža razumne rezultate.

Elementi mogu biti linearni (elementi prvog reda) ili kvadratni (elementi drugog reda). Kvadratni elementi imaju dodatne središnje čvorove na svakoj strani elementa. Takvi elementi zahtijevaju

više energije kako bi se došlo do rješenja, ali u konačnici daju točnije rezultate od linearnih elemenata.

4.2. Matrica krutosti elementa

Za svaki se element definira lokalni koordinatni sustav, čija se lokalna os pruža od početnog čvora prema krajnjem čvoru. Orijentacija lokalnog koordinatnog sustava mora biti ista kao i orijentacija globalnog koordinatnog sustava. Svaki čvor u konačnoj mreži elemenata ima određeni broj stupnjeva slobode. Za svaki štapni element ravninskog okvira nepoznato je 6 pomaka i to dvije translacije i jedna rotacija na početku i na kraju štapa, slika 10.

Za svaki element u mreži je definiran vektor $\{u\}$ koji opisuje sve stupnjeve slobode za taj element. Na primjer, dvodimenzionalni nosač koji ima šest stupnjeva slobode. U svakom čvoru po tri stupnja, pa se vektor $\{u\}$ prikazuje kao[3]:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (44)$$



Slika 10. Dvodimenzionalni nosač sa dva čvora

Svaki element u mreži ima određenu krutost koja određuje koliko će se čvorovi elementa pomaknuti pod utjecajem sila. Takvo ponašanje se prikazuje jednažbom:

$$\{f\} = [k]\{u\} \quad (45)$$

Pomaci (translacije i rotacije) vektora $\{u\}$ ovise o vektoru sila $\{f\}$ i o matrici krutosti elementa $[k]$.

Matrica krutosti ovisi o vrsti materijala koji se koristi. Matrica krutosti za prethodno prikazani dvodimenzionalni nosač je prikazana u nastavku, slika 11. Svi elementi na glavnoj dijagonali su pozitivni, a matrica krutosti je simetrična oko glavne dijagonale.

$$\begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Slika 11. Matrica krutosti dvodimenzionalnog nosača[3]

Matrica krutosti je uvijek kvadratna, a broj redaka i broj stupaca jednak je broju stupnjeva slobode elementa, gdje je:

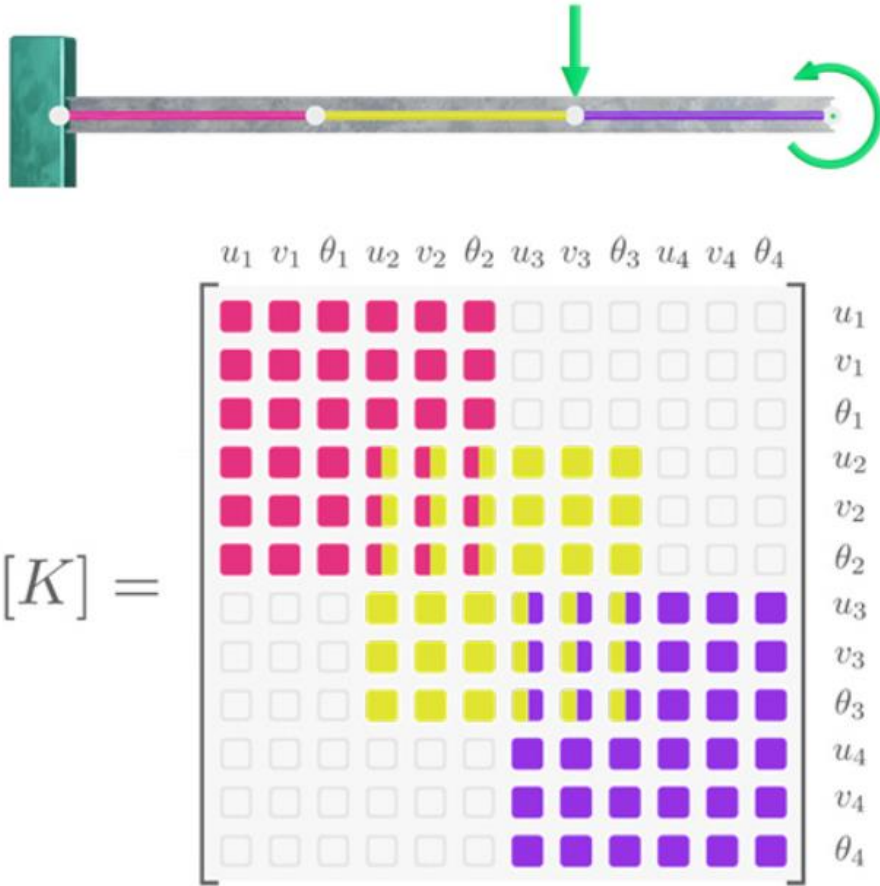
A – površina poprečnog presjeka nosača

E – Youngov modul elastičnosti

I – moment inercije poprečnog presjeka nosača

L – duljina nosača

Globalna matrica krutosti nastaje kada se sastave matrice krutosti svih definiranih elemenata u jednom sustavu. Globalna matrica krutosti predstavlja krutosti cijelog sustava. Jedan čvor može biti povezan sa više elemenata, na temelju toga elementi mogu imati doprinose iz više različitih matrica krutosti. Način na koji se matrice krutosti elemenata sastavljaju ovisi o tome kako su elementi mreže međusobno povezani.



Slika 12. Ilustracija globalne matrice krutosti[2]

Slika 12. prikazuje kako se matrica krutosti sastavlja za prikazani nosač sa slike. Model se sastoji od tri elementa i četiri čvora. Svaka boja označava jedan element, dok su preklapanja u matrici krutosti zajednički čvorovi na krajevima elemenata.

Jednadžba globalne matrice krutosti je:

$$[F] = [K]\{U\}$$

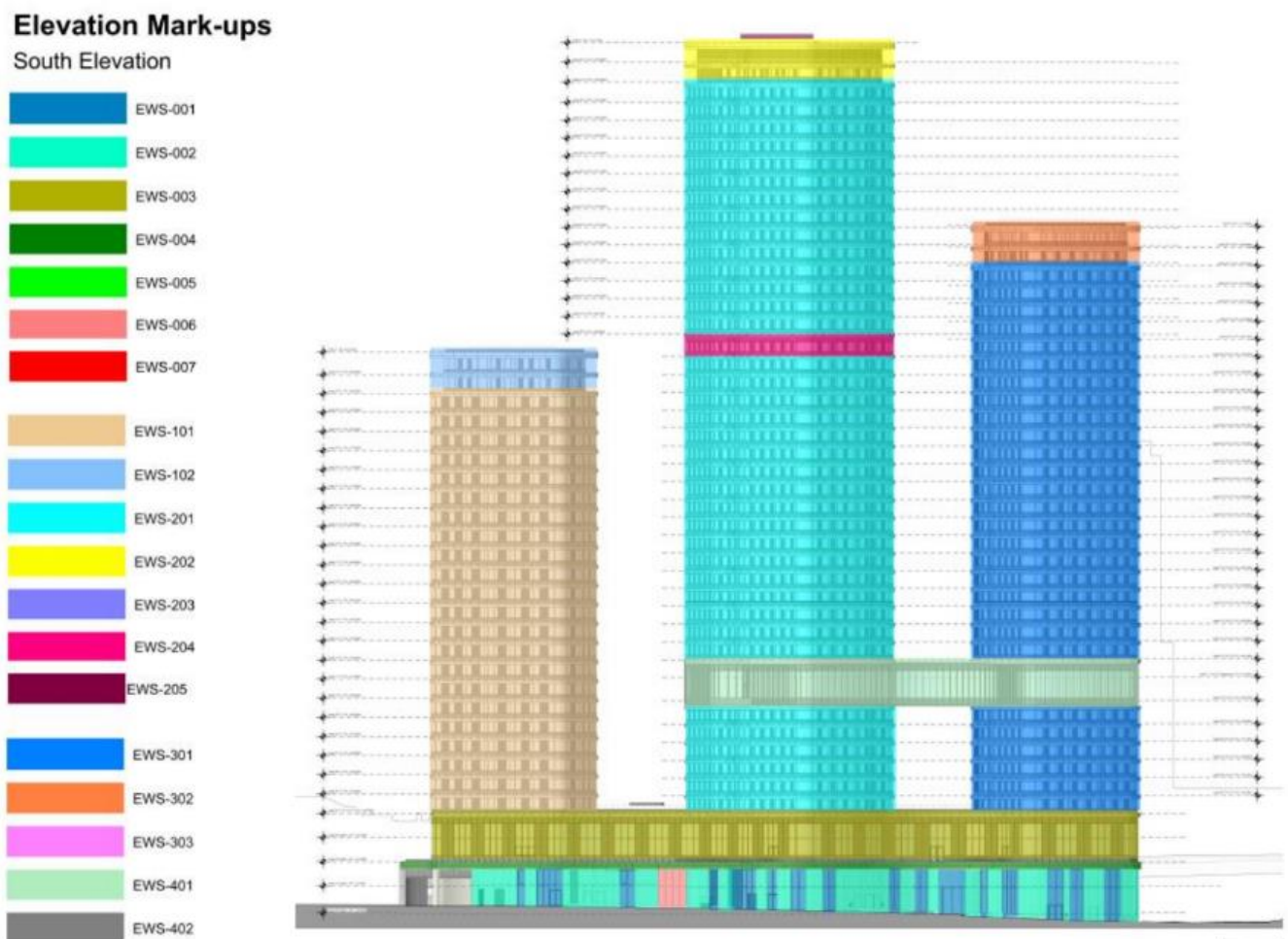
Jednadžba globalne matrice krutosti opisuje ovisnost između sila $[F]$ koje djeluju na sve čvorove u mreži, pomaka i rotacija u svim točkama u mreži $\{U\}$ i globalnu matricu krutosti $[K]$.

Postupak prema kojemu se metoda konačnih elemenata primjenjuje može se opisati kroz sedam koraka opisanih u nastavku.

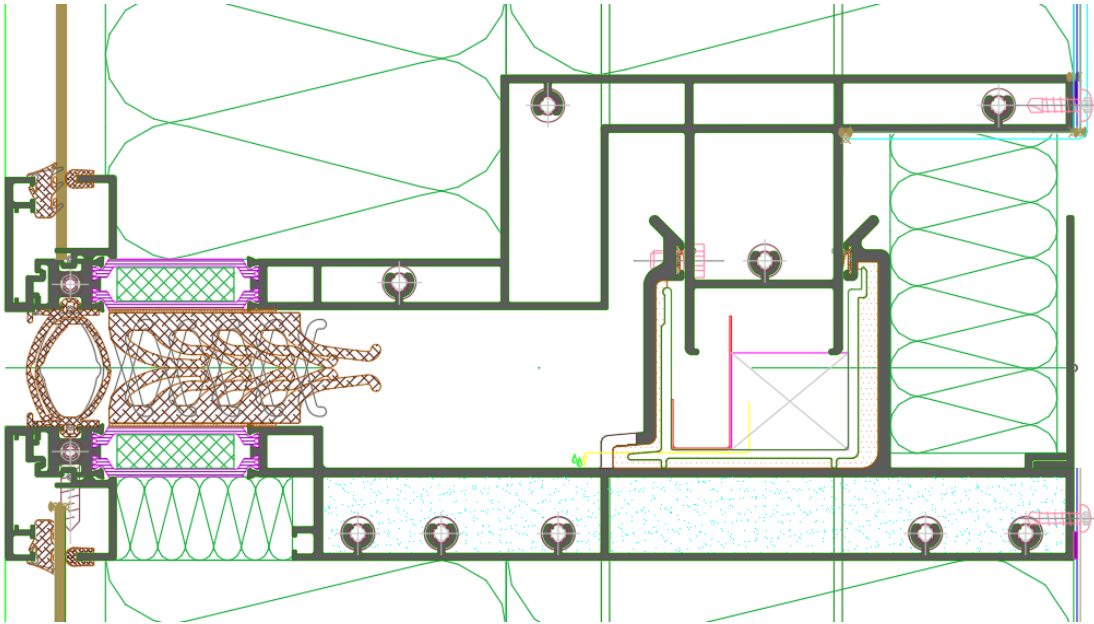
1. Korak: Definirati sustav koji je potrebno riješiti. Prvi korak označava definiranje rubnih uvjeta sustava koji se analizira i materijalnih svojstava te opterećenja.
2. Korak: Diskretizacija. Drugi korak označava skup elemenata i čvorova kako bi se kreirala mreža.
3. Korak: Definirati matricu krutosti elemenata. U trećem koraku je potrebno definirati matricu krutosti elemenata $[k]$. Ona opisuje kako će se čvorovi elementa ponašati pod djelovanjem opterećenja.
4. Korak: Definirati globalnu matricu krutosti elemenata. Matrice krutosti elemenata za sve elemente u mreži se kombiniraju zajedno kako bi se stvorila globalna matrica krutosti $[K]$, temeljena na tome da su elementi međusobno povezani.
5. Korak: Definicija globalne jednadžbe metode konačnih elemenata $\{F\}=[K]\{U\}$. U petom koraku globalna jednadžba metode konačnih elemenata opisuje kako će se svi čvorovi u modelu pomaknuti pod utjecajem zadanih opterećenja, a definirana je na temelju globalne matrice krutosti $[K]$.
6. Korak: Rješavanje globalne jednadžbe metode konačnih elemenata. Jednadžba se rješava koristeći metode temeljene na zadanim opterećenjima i definiranim rubnim uvjetima. Takav proračun omogućuje dobivanje rotacija $\{U\}$ i pomaka na svakom čvoru mreže.
7. Korak: Obrada podataka. Naprezanja, progibi i ostali potrebni podaci mogu se odrediti na temelju izračunatih pomaka čvorova.

5. PRORAČUN OKVIRA

U ovom diplomskom radu proveden je proračun jednog fasadnog elementa prema teoriji prvog i drugog reda. Pretpostavlja se da će doći do vanredne situacije kako bi se izazvale deformacije sustava. Vanredna situacija je pretpostavljena kao nalijevanje gornjih redova fasadnih elemenata na fasadni element koji se modelira u ovom diplomskom radu. Fasadni element koji se proučava u ovom diplomskom radu i nalazi se na prikazanoj elevaciji u području ružičaste boje, slika 13. Sila nalijevanja se prenosi preko spoja muškog i ženskog horizontalnog profila na vertikalni muški i ženski profil, a spoj horizontalnih profila se prikazuje na slici 13.

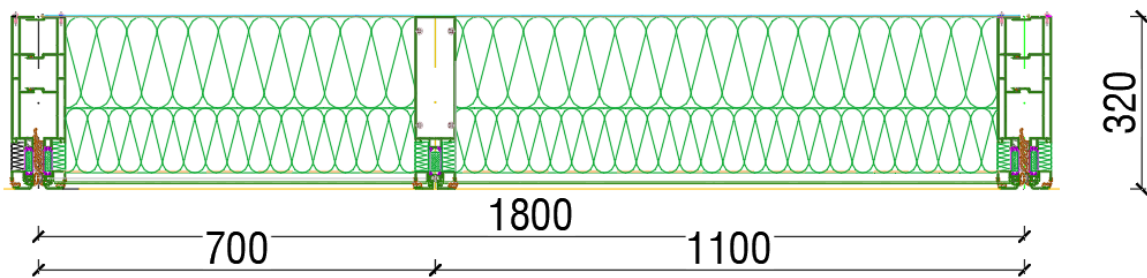


Slika 13. Elevacija zgrade Trafalgar Waya u Londonu

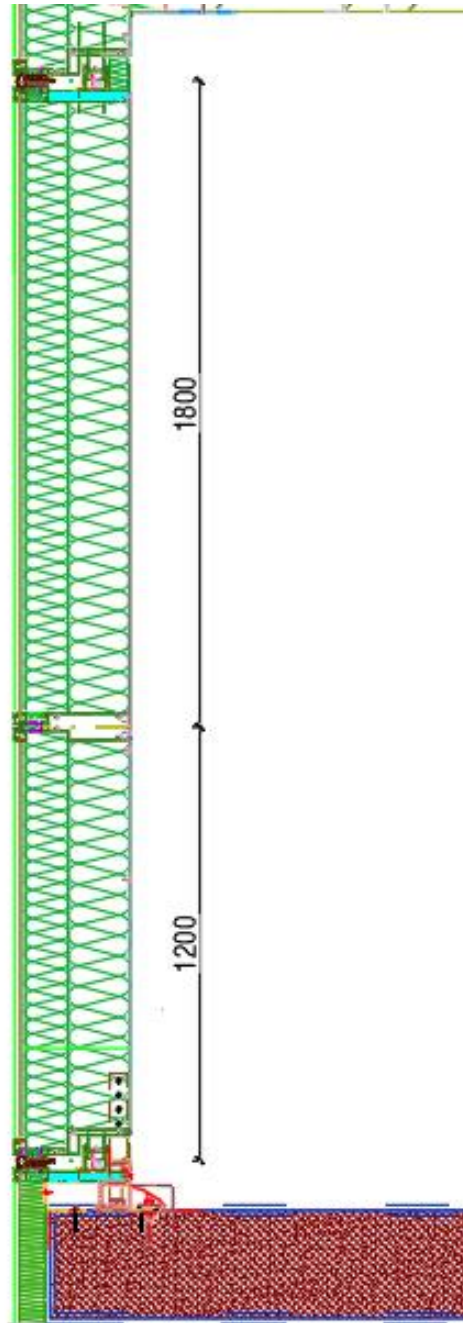


Slika 14. Spoj muškog i ženskog horizontalnog profila

Fasadni element se sastoji od aluminijskog okvira, slojeva izolacijske staklene vune te prednjeg zaštitnog lima i pozadinskog lima koji ima strukturalne karakteristike kao što je prikazano na slici 14. Aluminijski okvir se sastoji od 6 različitih poprečnih presjeka, poprečni presjeci profila se prikazuju u poglavlju 5.3., a oni su nazvani kao muški i ženski vertikalni profil, srednji vertikalni profil, muški i ženski horizontalni profil te srednji horizontalni profil. Na slici 15. je prikaza horizontalni poprečni presjek fasadnog elementa.



Slika 15. Horizontalni poprečni presjek fasadnog elementa



Slika 16. Vertikalni poprečni presjek fasadnog elementa

Od opterećenja na fasadni element djeluje vlastita težina, vlastita težina gornjih redova fasadnih elementa, te sila od vjetra.

Sila od vjetra je uzeta u proračun kao karakteristična i iznosi 2,50 kPa.

5.1. Vlastita težina fasadnog elementa

Vlastita težina fasadnog elementa dimenzije 1800x3000 mm kao i težina slojeva u proračunu uzima se u skladu s normom HRN EN 1991-1-1: Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-1: Opća djelovanja – Obujamske težine, vlastita težina i uporabna opterećenja za zgrade, i pripadajućim nacionalnim dodatkom.

$$G_{vanjski\ lim} = 1,8 * 3,0 * 0,003 = 0,0162\ m^3 * 2700\ \frac{kg}{m^3} = 43,74 * 9,81 = 429,09\ N$$

$$G_{pozadinski\ lim} = 1,8 * 3,0 * 0,002 = 0,0108\ m^3 * 2700\ \frac{kg}{m^3} = 29,16 * 9,81 = 286,06$$

$$G_{izolacijski\ sloj} = 1,8 * 3,0 * 0,29 = 1,566\ m^3 * 45\ \frac{kg}{m^3} = 70,47 * 9,81 = 691,31\ N$$

$$G_{muški\ vert.\ profil} = 3,0\ m * 5,5\ \frac{kg}{m} = 16,5\ kg * 9,81 = 161,87\ N$$

$$G_{ženski\ vert.\ profil} = 3,0\ m * 5\ \frac{kg}{m} = 15\ kg * 9,81 = 147,15\ N$$

$$G_{srednji\ vert.\ profil} = 1,8\ m * 5\ \frac{kg}{m} = 9 * 9,81 = 88,29\ N$$

$$G_{muški\ hor.\ profil} = 1,8 * 7,1 = 12,78 * 9,81 = 125,37\ N$$

$$G_{ženski\ hor.\ profil} = 1,8 * 4,5 = 8,1 * 9,81 = 79,46\ N$$

$$G_{srednji\ hor.\ profil} = 1,8 * 5 = 9 * 9,81 = 88,29\ N$$

$$\begin{aligned} \sum G &= 429,09 + 286,06 + 691,31 + 161,87 + 147,15 + 88,29 + 125,37 + 79,46 + 88,29 = \\ &= 2096,89\ N \approx 2100\ N = 2,1\ kN \end{aligned}$$

5.1.1. Materijal

Materijal od kojega je napravljen okvir fasadnog elementa je aluminij. Parametri aluminija prema EC9:

- modul elastičnosti $E = 70\,000\text{ N/mm}^2$
- modul posmika $G = 27\,000\text{ N/mm}^2$
- Poissonov omjer $\nu = 0,3$
- toplinski koeficijent $\alpha = 23 \times 10^{-6}\text{ po }^\circ\text{C}$
- jedinična masa $\rho = 2\,700\text{ kg/m}^3$

Ekstrudirani aluminijski profil prema HRN EN 755 je prikazani u Tablici 1. Ova tehnika proizvodnje omogućuje oblikovanje aluminijske mase u različite oblike i profile, često duguljaste ili cjevaste, prema specifičnim zahtjevima dizajna. Ekstrudirani aluminijski profili su popularni u različitim industrijama zbog svoje lagane težine, izvrsne otpornosti na koroziju, lakoće oblikovanja i visoke čvrstoće.

Tablica 1. *Karakteristike aluminijskih profila*

Legura	Debljina	f_y	f_u
EN AW	mm	N/mm ²	N/mm ²
6060	t≤5	160	215

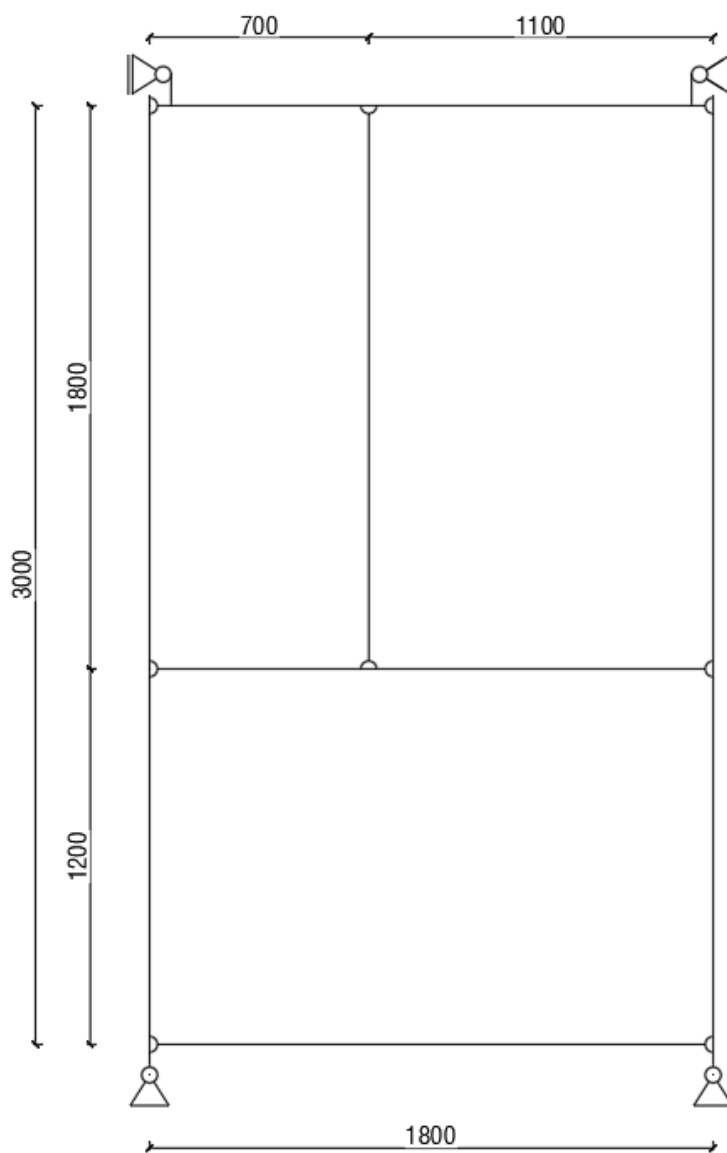
5.2. Statički sustav

Čelični pozadinski lim debljine 2 mm, koji je vijcima kontinuirano pričvršćen za okvir elementa (i vertikale i horizontale), sa velikom krutošću u svojoj ravnini preuzima savijanje i progibanje od vlastite težine fasadnog elementa i vjetra te se opterećenja sa pozadinskog lima prenose na okvir elementa. Oslonci na donjem kraju fasadnog elementa su konzolne ravne čelične ploče sidrene u glavnu nosivu armiranobetonsku konstrukciju. Na gornjem dijelu se element podvlači pod fasadni element koji se nalazi iznad njega, vertikalni poprečni presjek je prikazan na slici

13. Oslonci na gornjem kraju su klizni jer se prikazani fasadni element uklapa u gornji fasadni element te je dopušten vertikalni rad fasadnih elemenata.

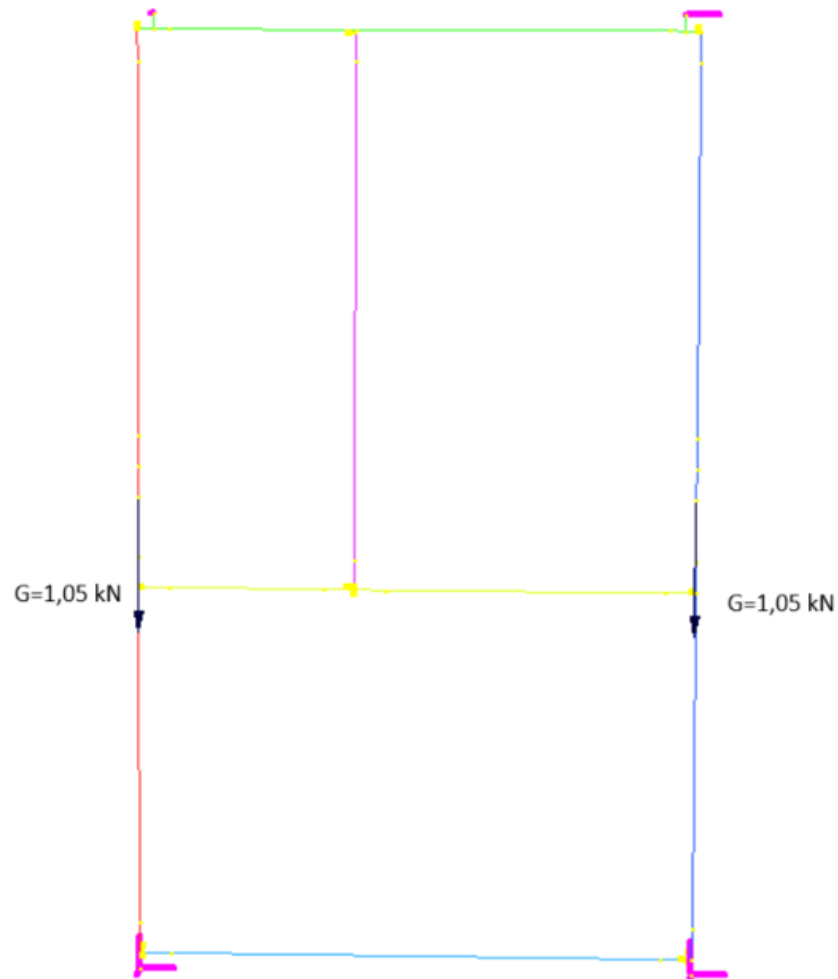
Kod okvira se horizontalni profili pomoću vijčanih spojeva spajaju na vertikalne profile te se takav spoj prikazuje kao zglob u statičkom sustavu. Srednji vertikalni profil se također povezuje vijčanim spajalima sa horizontalnim profilima te se i na njihovom spoju ostvaruje zglobna veza kao što je prikazano na slici 17.

Statički sustav je prikazan u nastavku:



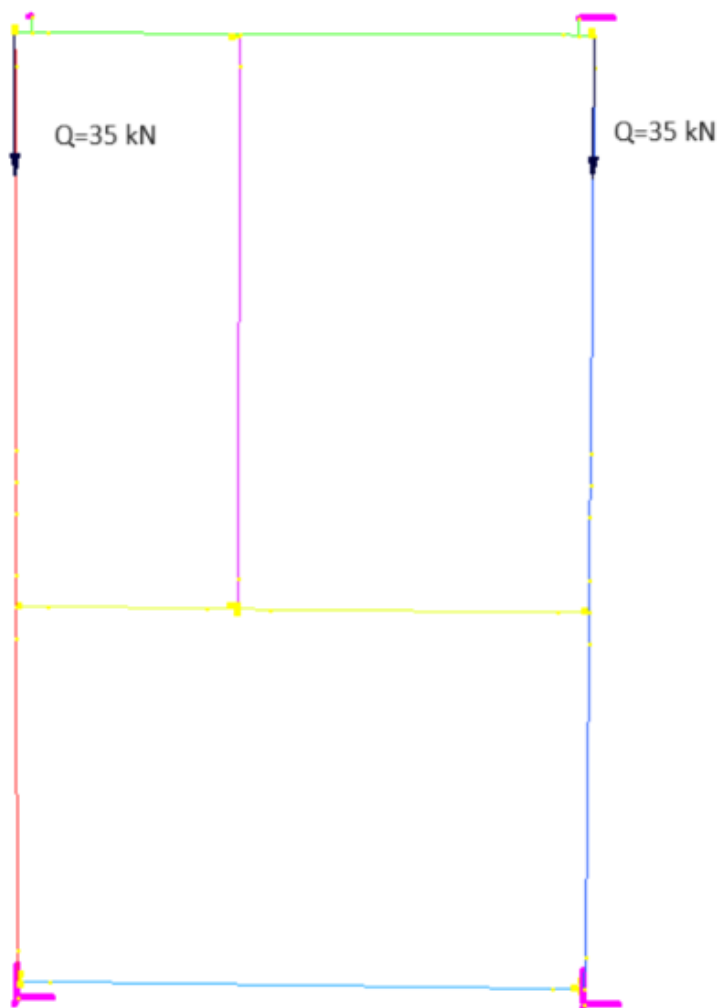
Slika 17. Statički sustav fasadnog elementa

Opterećenja koja su postavljena na prethodno prikazanom statičkom sustavu prikazana su na slikama 18., 19. i 20. Na slici 18. prikazano je opterećenje od vlastite težine. Vlastita težina iznosi 2,1 kN, a izračunata je u poglavlju 5.1. Vlastita težina djeluje u Y smjeru. Koordinatni sustav je prikazan u nastavku rada na slici 22.



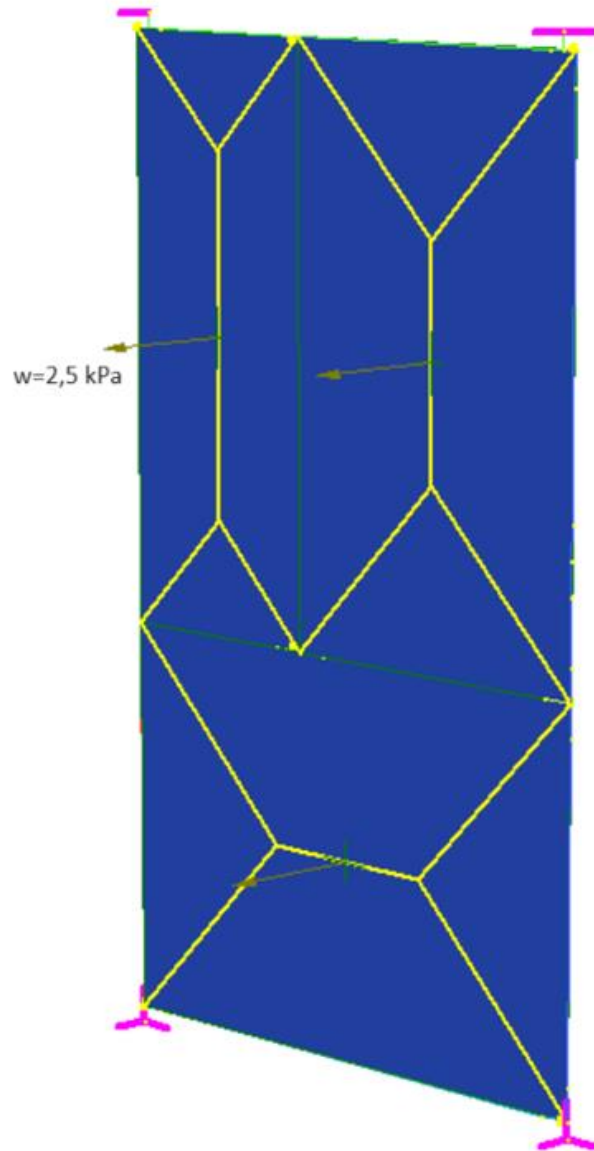
Slika 18. Vlastita težina fasadnog elementa – 2,1 kN

Tlačno opterećenje od vanredne situacije je postavljeno na statičkom sustavu kako je prikazano na slici 19. Tlačno opterećenje je od vlastite težine gornjih fasadnih elemenata i iznosi 70 kN. Sila je određena u ovisnosti o vanrednom slučaju. Opterećenje od gornjih fasadnih elemenata djeluje također u Y smjeru.



Slika 19. Opterećenje od vanredne situacije fasadnih elemenata - 70 kN

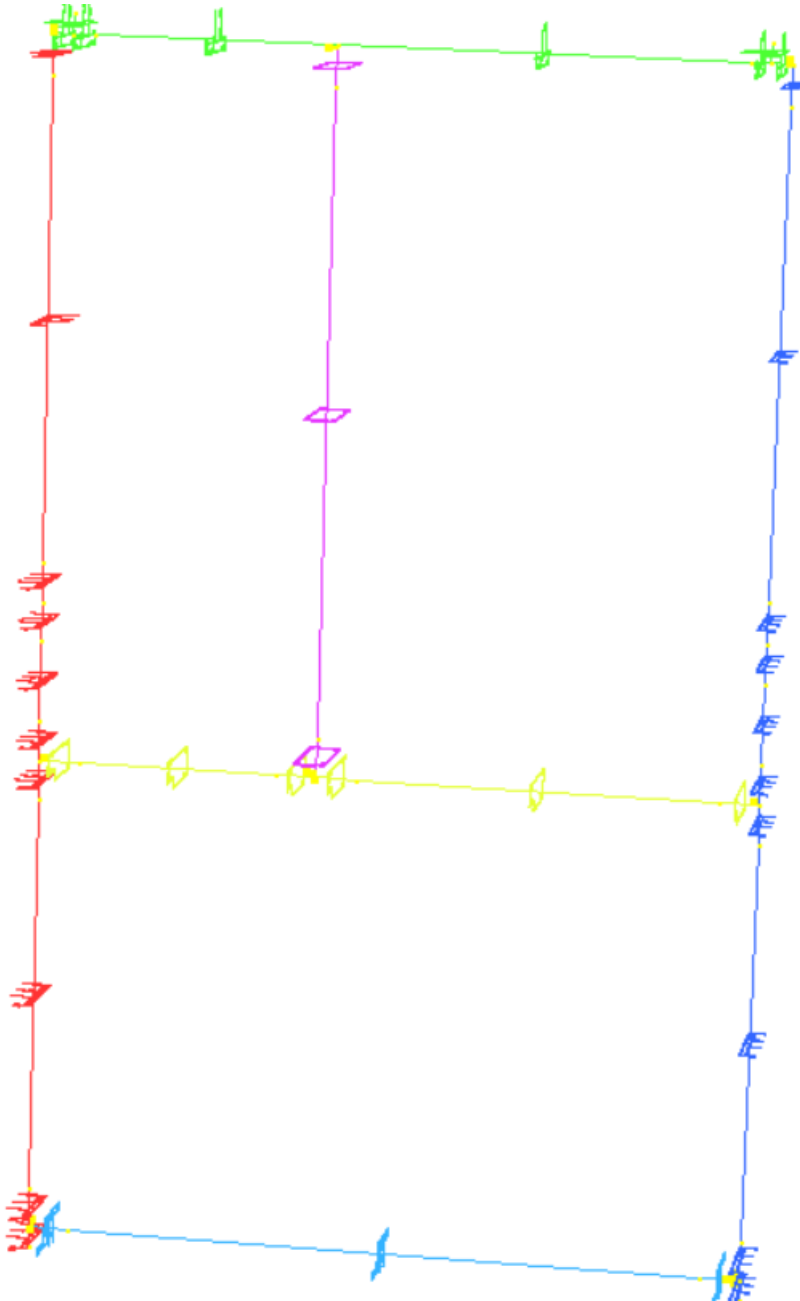
Kako bi postavili opterećenje od vjetra, u programu Straus7 dodani su ravninski elementi. Na ravninske elemente je dodana sila od vjetra. Ravninski elementi služe za prijenos opterećenja od vjetra na okvir, slika 20. Prema koordinatnom sustavu vjetar djeluje u Z smjeru, koordinatni sustav je prikazan na slici 22. Sila od vjetra iznosi 2,5 kPa.



Slika 20. Opterećenje od vjetra na fasadni element

5.3. Analiza elemenata okvira

Okvir je sastavljen od vertikalnih aluminijskih profila (fosna, eng. mullion) i horizontalnih aluminijskih profila (rigla, eng. transom). Njihov međusobni spoj je vijčani, a prilikom modeliranja su svi vijčani spojevi u statičkom smislu smatrani kao zglobni, slika 21. Poprečni presjeci vertikalnih i horizontalnih profila su složeni te su iz tog razloga sve geometrijske karakteristike poprečnih presjeka proračunate pomoću programa Straus7 i prikazuju su u nastavku rada.



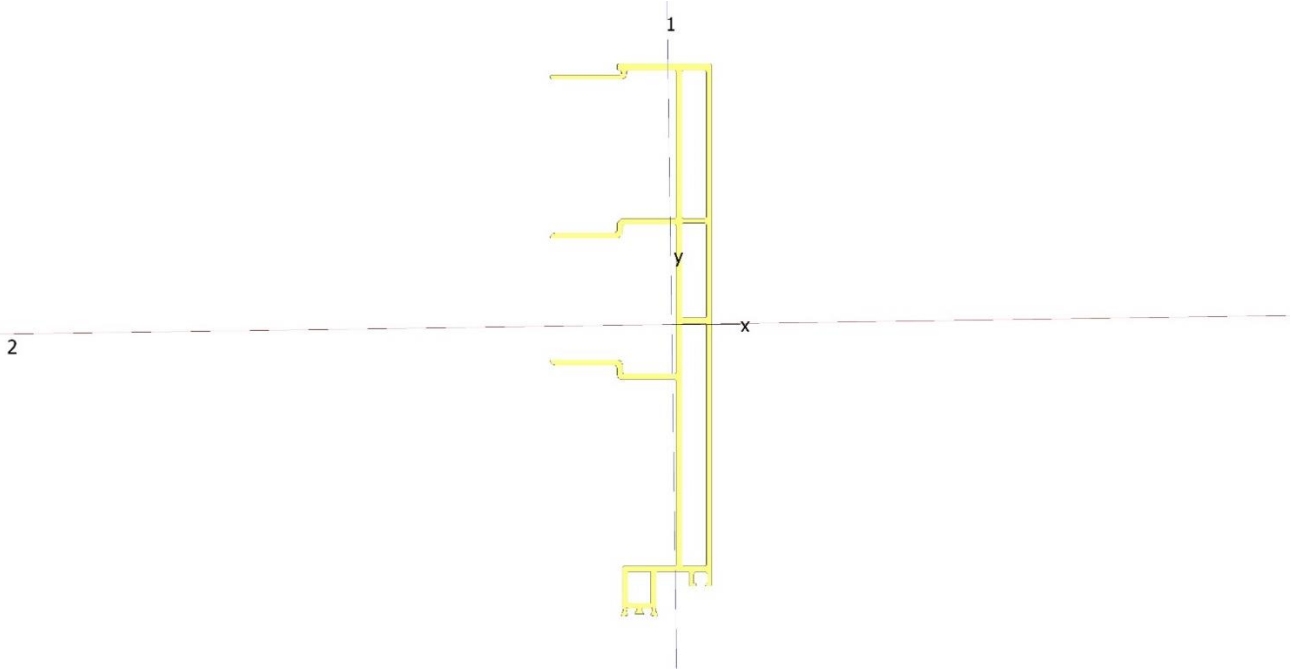
Slika 21. Statički sustav u programu Straus7 sa karakteristikama profila

Koordinatni sustav prema kojemu je modeliran okvir fasadnog elementa prikazan je na slici 22.



Slika 22. Koordinatni sustav

5.3.1. Muški vertikalni profil



Centroid (mm)
 X_c : $3,000024 \times 10^{-3}$
 Y_c : $1,888018 \times 10^3$
 Area (mm²) : $1,893566 \times 10^3$

Global Moments of Area (mm⁴)
 I_{XX} : $6,760682 \times 10^9$
 I_{YY} : $1,704295 \times 10^{10}$
 I_{XY} : $1,072520 \times 10^{10}$

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)
 I_{11} : $5,751457 \times 10^5$
 I_{22} : $1,085329 \times 10^7$
 Angle (deg) : $9,082433 \times 10^1$

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)
 I_{xx} : $1,085117 \times 10^7$
 I_{yy} : $5,772731 \times 10^5$
 I_{xy} : $-1,478545 \times 10^5$

Section Modulus (mm³)
 Z_{11+} : $1,050942 \times 10^4$
 Z_{11-} : $2,924289 \times 10^4$
 Z_{22+} : $9,271542 \times 10^4$
 Z_{22-} : $8,306285 \times 10^4$

Section Modulus (mm³)
 Z_{xx+} : $9,296188 \times 10^4$
 Z_{xx-} : $8,297787 \times 10^4$
 Z_{yy+} : $3,207499 \times 10^4$
 Z_{yy-} : $1,059170 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)
 S_{11} : $2,419116 \times 10^4$
 S_{22} : $1,232406 \times 10^5$

Plastic Modulus (mm³)
 S_{xx} : $1,232513 \times 10^5$
 S_{yy} : $2,394287 \times 10^4$

Radius of Gyration (mm)
 r_1 : $1,742805 \times 10^1$
 r_2 : $7,570778 \times 10^1$

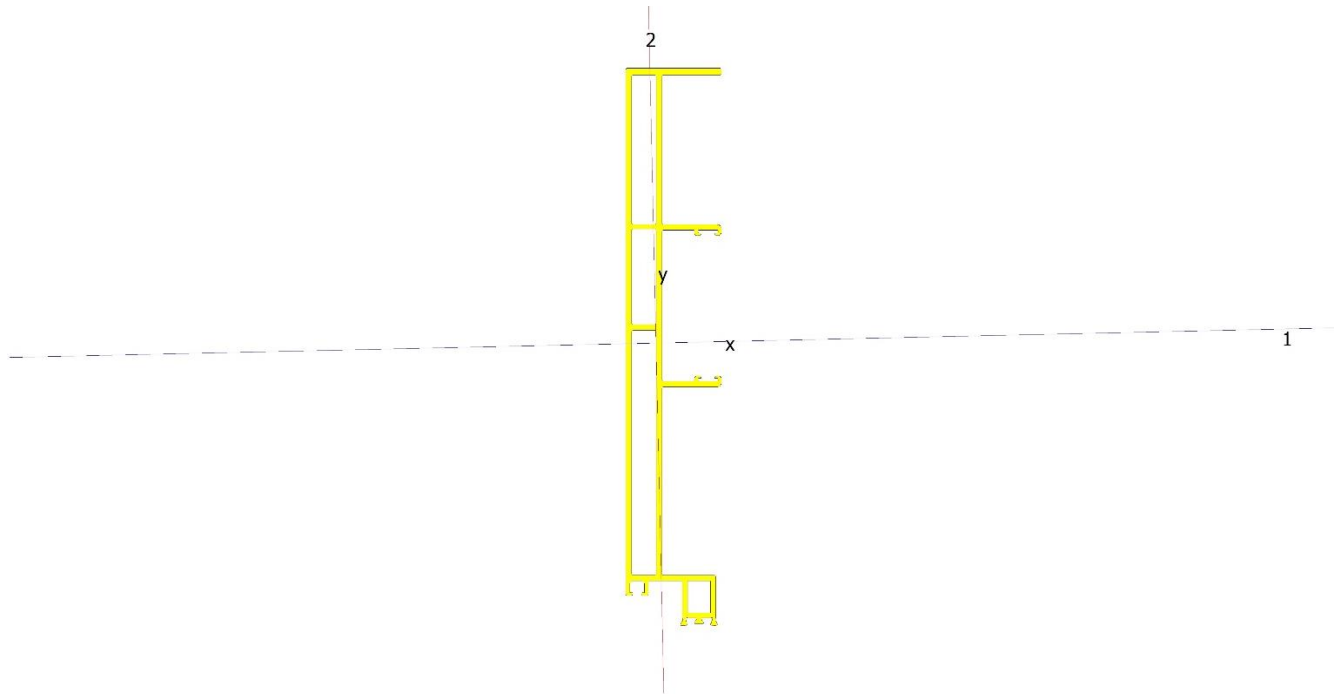
Radius of Gyration (mm)
 r_x : $7,570036 \times 10^1$
 r_y : $1,746025 \times 10^1$

Shear Area (mm²)
 SA_1 : $1,225660 \times 10^3$
 SA_2 : $7,855879 \times 10^2$

Torsion Constant (mm⁴)
 J : $2,097231 \times 10^5$

Slika 23. Geometrijske karakteristike muškog vertikalnog profila

5.3.2. Ženski vertikalni profil



Centroid (mm)

Xc	: 3,000137x10 ³
Yc	: 1,878708x10 ³
Area (mm ²)	: 1,690282x10 ³

Global Moments of Area (mm⁴)

IXX	: 5,975801x10 ⁹
IYY	: 1,521416x10 ¹⁰
IXY	: 9,526859x10 ⁹

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

I11	: 9,882709x10 ⁶
I22	: 2,269466x10 ⁵
Angle (deg)	: 1,278945x10 ⁰

Section Modulus (mm³)

Z11 +	: 8,089184x10 ⁴
Z11 -	: 7,833694x10 ⁴
Z22 +	: 7,138900x10 ³
Z22 -	: 1,426953x10 ⁴

Plastic Modulus (mm³)

S11	: 1,118114x10 ⁵
S22	: 1,549772x10 ⁴

Radius of Gyration (mm)

r1	: 7,646424x10 ¹
r2	: 1,158730x10 ¹

Shear Area (mm²)

SA1	: 6,994988x10 ²
SA2	: 1,170002x10 ³

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

Ixx	: 9,877898x10 ⁶
Iyy	: 2,317570x10 ⁵
Ixy	: -2,154624x10 ⁵

Section Modulus (mm³)

Zxx +	: 8,102346x10 ⁴
Zxx -	: 7,865519x10 ⁴
Zyy +	: 7,967593x10 ³
Zyy -	: 1,727909x10 ⁴

Plastic Modulus (mm³)

Sxx	: 1,117836x10 ⁵
Syy	: 1,538649x10 ⁴

Radius of Gyration (mm)

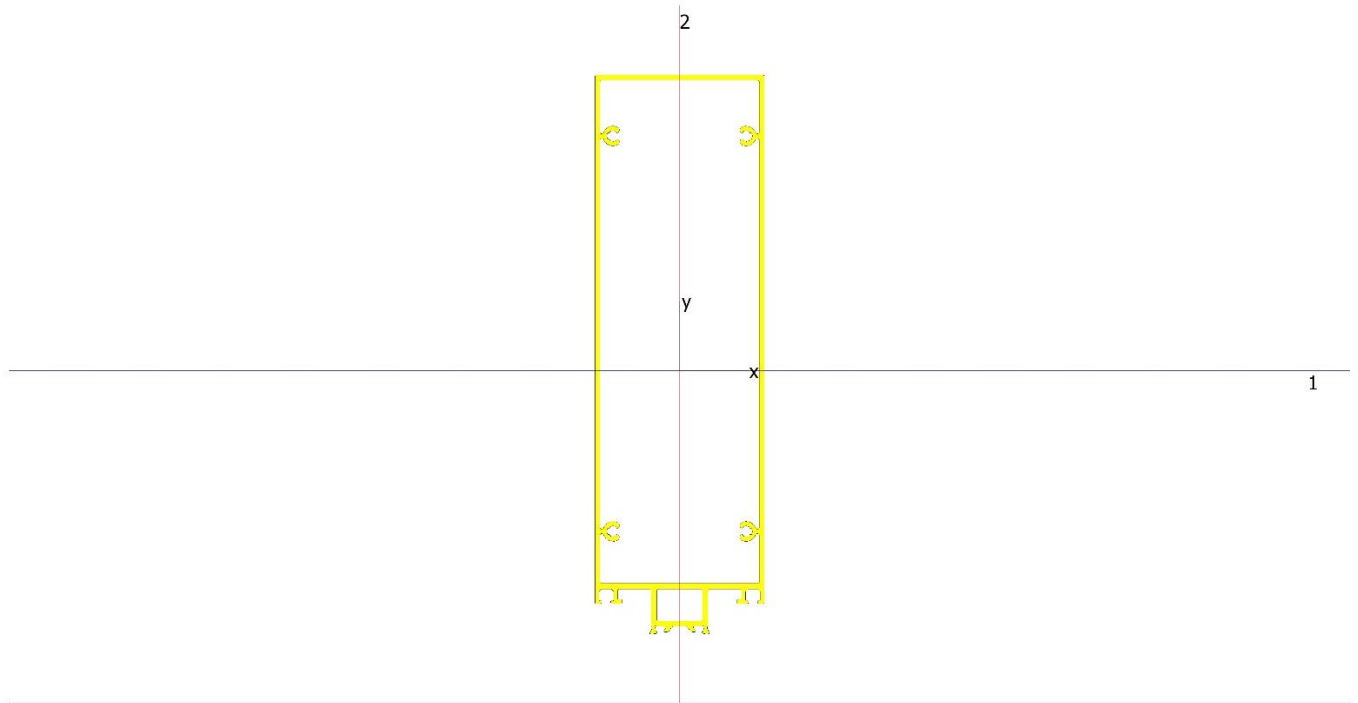
rx	: 7,644563x10 ¹
ry	: 1,170946x10 ¹

Torsion Constant (mm⁴)

J	: 2,093664x10 ⁵
---	----------------------------

Slika 24. Geometrijske karakteristike ženskog vertikalnog profila

5.3.3. Srednji vertikalni profil



Centroid (mm)

Xc : $3,007744 \times 10^3$
 Yc : $1,865622 \times 10^3$
 Area (mm²) : $1,690458 \times 10^3$

Global Moments of Area (mm⁴)

IXX : $5,896117 \times 10^9$
 IYY : $1,529444 \times 10^{10}$
 IXY : $9,485688 \times 10^9$

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

I11 : $1,240017 \times 10^7$
 I22 : $1,678579 \times 10^6$
 Angle (deg) : $3,339910 \times 10^{-4}$

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

Ixx : $1,240017 \times 10^7$
 Iyy : $1,678579 \times 10^6$
 Ixy : $-6,249874 \times 10^1$

Section Modulus (mm³)

Z11 + : $9,474066 \times 10^4$
 Z11 - : $1,063353 \times 10^5$
 Z22 + : $4,476152 \times 10^4$
 Z22 - : $4,476109 \times 10^4$

Section Modulus (mm³)

Zxx + : $9,474082 \times 10^4$
 Zxx - : $1,063354 \times 10^5$
 Zyy + : $4,476243 \times 10^4$
 Zyy - : $4,476180 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

S11 : $1,301215 \times 10^5$
 S22 : $5,003265 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

Sxx : $1,301215 \times 10^5$
 Syy : $5,003265 \times 10^4$

Radius of Gyration (mm)

r1 : $8,564690 \times 10^1$
 r2 : $3,151148 \times 10^1$

Radius of Gyration (mm)

rx : $8,564690 \times 10^1$
 ry : $3,151148 \times 10^1$

Shear Area (mm²)

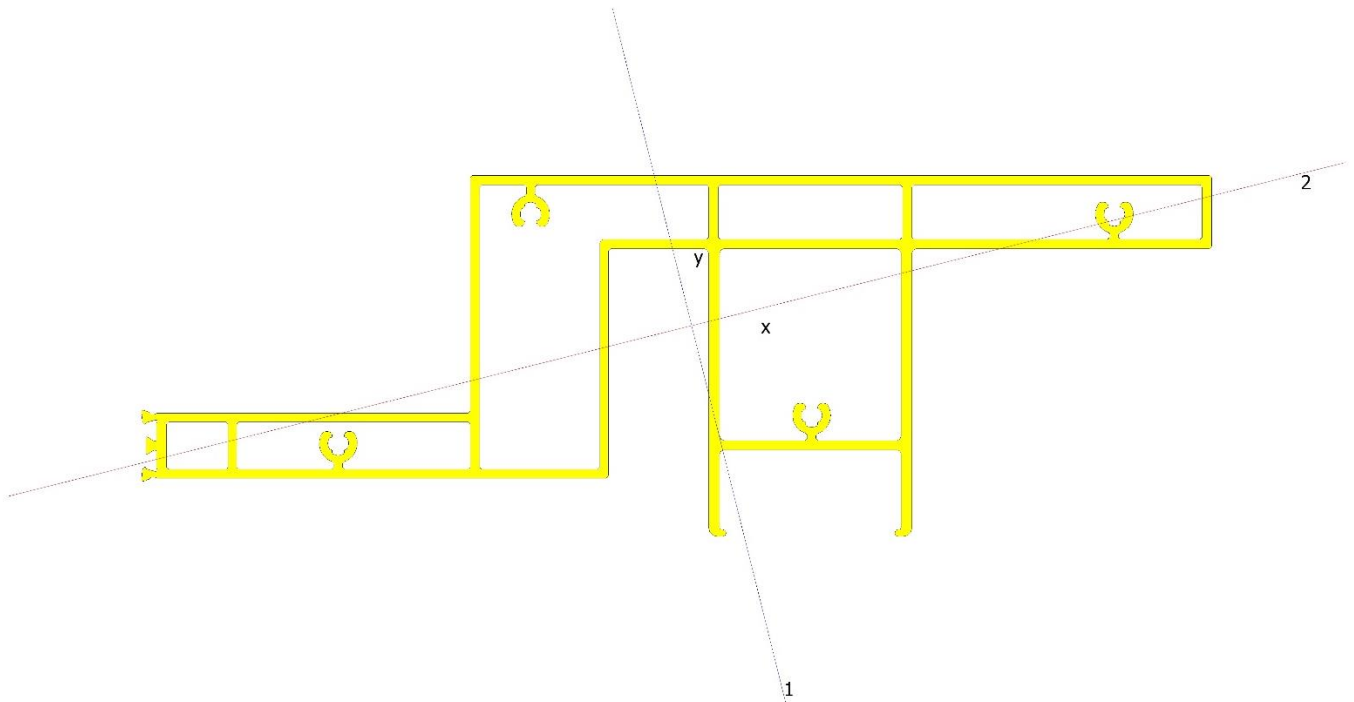
SA1 : $5,168835 \times 10^2$
 SA2 : $1,022166 \times 10^3$

Torsion Constant (mm⁴)

J : $4,213627 \times 10^6$

Slika 25. Geometrijske karakteristike srednjeg vertikalnog profila

5.3.4. Muški horizontalni profil



Centroid (mm)

Xc : $2,981750 \times 10^3$
 Yc : $1,847846 \times 10^3$
 Area (mm²) : $2,017236 \times 10^3$

Global Moments of Area (mm⁴)

IXX : $6,889342 \times 10^9$
 IYY : $1,794301 \times 10^{10}$
 IXY : $1,111637 \times 10^{10}$

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

I11 : $8,545959 \times 10^6$
 I22 : $9,762080 \times 10^5$
 Angle (deg) : $-7,598910 \times 10^1$

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

Ixx : $1,419913 \times 10^6$
 Iyy : $8,102253 \times 10^6$
 Ixy : $1,778163 \times 10^6$

Section Modulus (mm³)

Z11 + : $6,838695 \times 10^4$
 Z11 - : $6,469311 \times 10^4$
 Z22 + : $1,648878 \times 10^4$
 Z22 - : $2,121788 \times 10^4$

Section Modulus (mm³)

Zxx + : $4,085434 \times 10^4$
 Zxx - : $2,912972 \times 10^4$
 Zyy + : $6,737913 \times 10^4$
 Zyy - : $6,367185 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

S11 : $1,071976 \times 10^5$
 S22 : $3,539524 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

Sxx : $4,977390 \times 10^4$
 Syy : $1,049892 \times 10^5$

Radius of Gyration (mm)

r1 : $6,508816 \times 10^1$
 r2 : $2,199849 \times 10^1$

Radius of Gyration (mm)

rx : $2,653093 \times 10^1$
 ry : $6,337595 \times 10^1$

Shear Area (mm²)

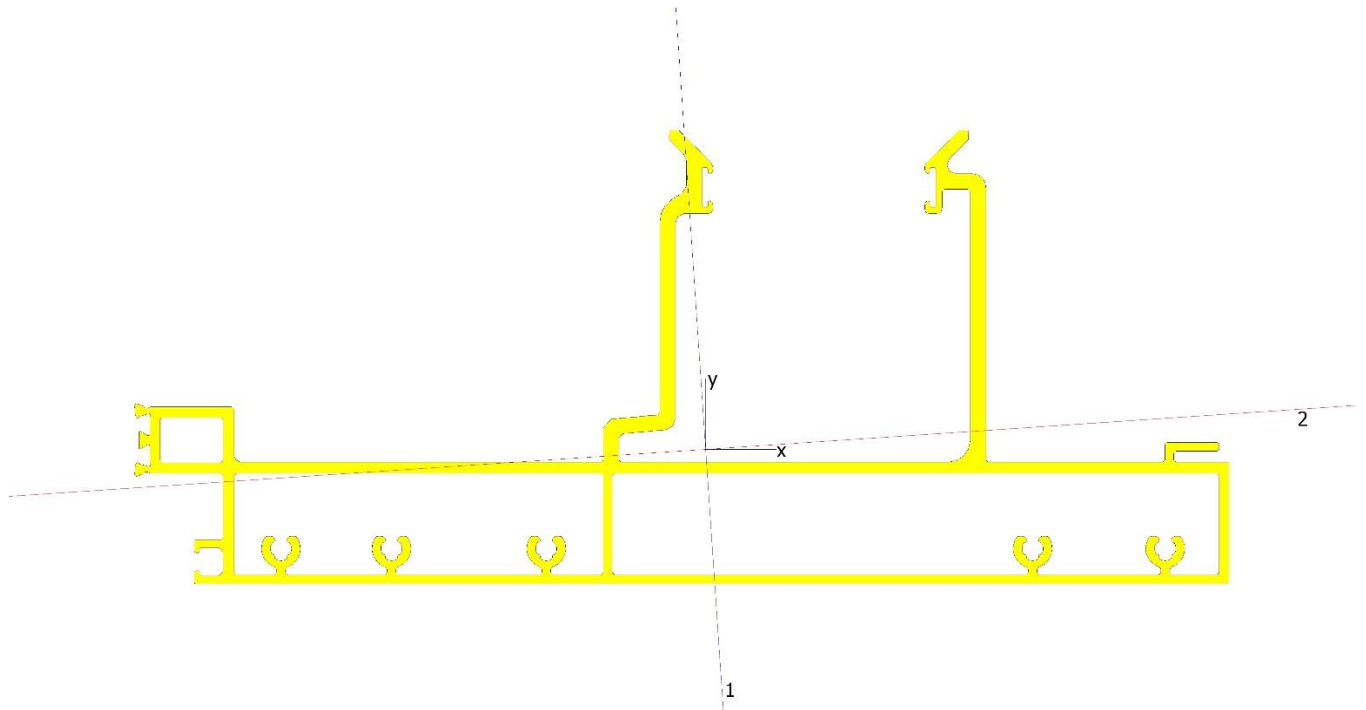
SA1 : $1,849142 \times 10^3$
 SA2 : $1,580431 \times 10^3$

Torsion Constant (mm⁴)

J : $7,272991 \times 10^5$

Slika 26. Geometrijske karakteristike muškog horizontalnog profila

5.3.5. Ženski horizontalni profil



Centroid (mm)

Xc : $3,000915 \times 10^3$
 Yc : $1,833638 \times 10^3$
 Area (mm²) : $2,223620 \times 10^3$

Global Moments of Area (mm⁴)

IXX : $7,478046 \times 10^9$
 IYY : $2,003583 \times 10^{10}$
 IXY : $1,223630 \times 10^{10}$

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

I11 : $1,107898 \times 10^7$
 I22 : $1,688522 \times 10^6$
 Angle (deg) : $-8,613511 \times 10^1$

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

Ixx : $1,731185 \times 10^6$
 Iyy : $1,103631 \times 10^7$
 Ixy : $6,315132 \times 10^5$

Section Modulus (mm³)

Z11 + : $9,399141 \times 10^4$
 Z11 - : $8,571023 \times 10^4$
 Z22 + : $4,408142 \times 10^4$
 Z22 - : $2,327120 \times 10^4$

Section Modulus (mm³)

Zxx + : $2,398717 \times 10^4$
 Zxx - : $5,688882 \times 10^4$
 Zyy + : $9,326022 \times 10^4$
 Zyy - : $8,544687 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

S11 : $1,318740 \times 10^5$
 S22 : $4,661087 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

Sxx : $4,484768 \times 10^4$
 Syy : $1,313293 \times 10^5$

Radius of Gyration (mm)

r1 : $7,058617 \times 10^1$
 r2 : $2,755644 \times 10^1$

Radius of Gyration (mm)

rx : $2,790240 \times 10^1$
 ry : $7,045013 \times 10^1$

Shear Area (mm²)

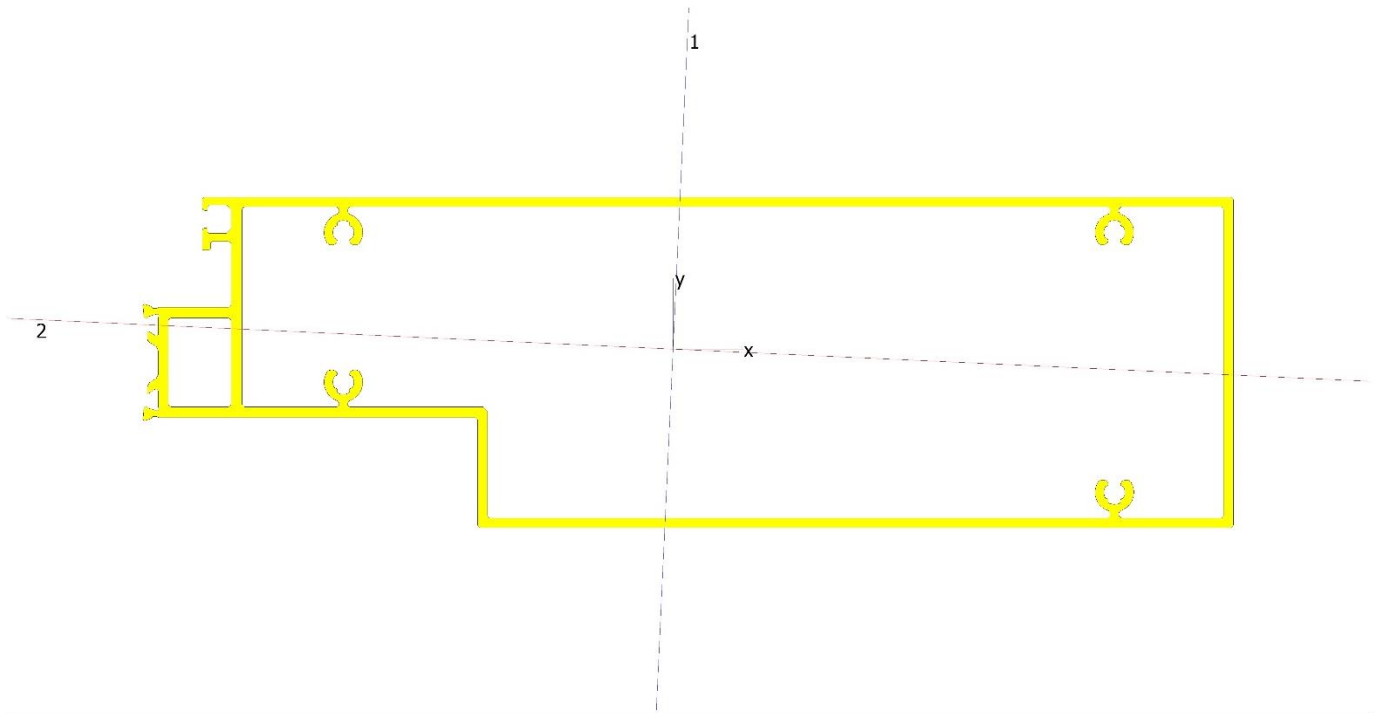
SA1 : $1,240511 \times 10^3$
 SA2 : $1,254580 \times 10^3$

Torsion Constant (mm⁴)

J : $6,076239 \times 10^5$

Slika 27. Geometrijske karakteristike ženskog horizontalnog profila

5.3.6. Srednji horizontalni profil



Centroid (mm)

Xc : $2,942814 \times 10^3$
 Yc : $1,778889 \times 10^3$
 Area (mm²) : $1,661951 \times 10^3$

Global Moments of Area (mm⁴)

IXX : $5,260600 \times 10^9$
 IYY : $1,440438 \times 10^{10}$
 IXY : $8,699740 \times 10^9$

PRINCIPAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

I11 : $1,164981 \times 10^7$
 I22 : $1,426251 \times 10^6$
 Angle (deg) : $8,735073 \times 10^1$

Section Modulus (mm³)

Z11 + : $9,654232 \times 10^4$
 Z11 - : $9,039871 \times 10^4$
 Z22 + : $3,539786 \times 10^4$
 Z22 - : $3,355202 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

S11 : $1,242345 \times 10^5$
 S22 : $4,485596 \times 10^4$

Radius of Gyration (mm)

r1 : $8,372406 \times 10^1$
 r2 : $2,929469 \times 10^1$

Shear Area (mm²)

SA1 : $6,021614 \times 10^2$
 SA2 : $1,048987 \times 10^3$

LOCAL AXES

Moments of Area (mm⁴)

Ixx : $1,448094 \times 10^6$
 Iyy : $1,162797 \times 10^7$
 Ixy : $-4,720477 \times 10^5$

Section Modulus (mm³)

Zxx + : $4,200475 \times 10^4$
 Zxx - : $3,573292 \times 10^4$
 Zyy + : $9,144556 \times 10^4$
 Zyy - : $9,662468 \times 10^4$

Plastic Modulus (mm³)

Sxx : $4,497007 \times 10^4$
 Syy : $1,241274 \times 10^5$

Radius of Gyration (mm)

rx : $2,951816 \times 10^1$
 ry : $8,364554 \times 10^1$

Torsion Constant (mm⁴)

J : $3,547704 \times 10^6$

Slika 28. Geometrijske karakteristike srednjeg horizontalnog profila

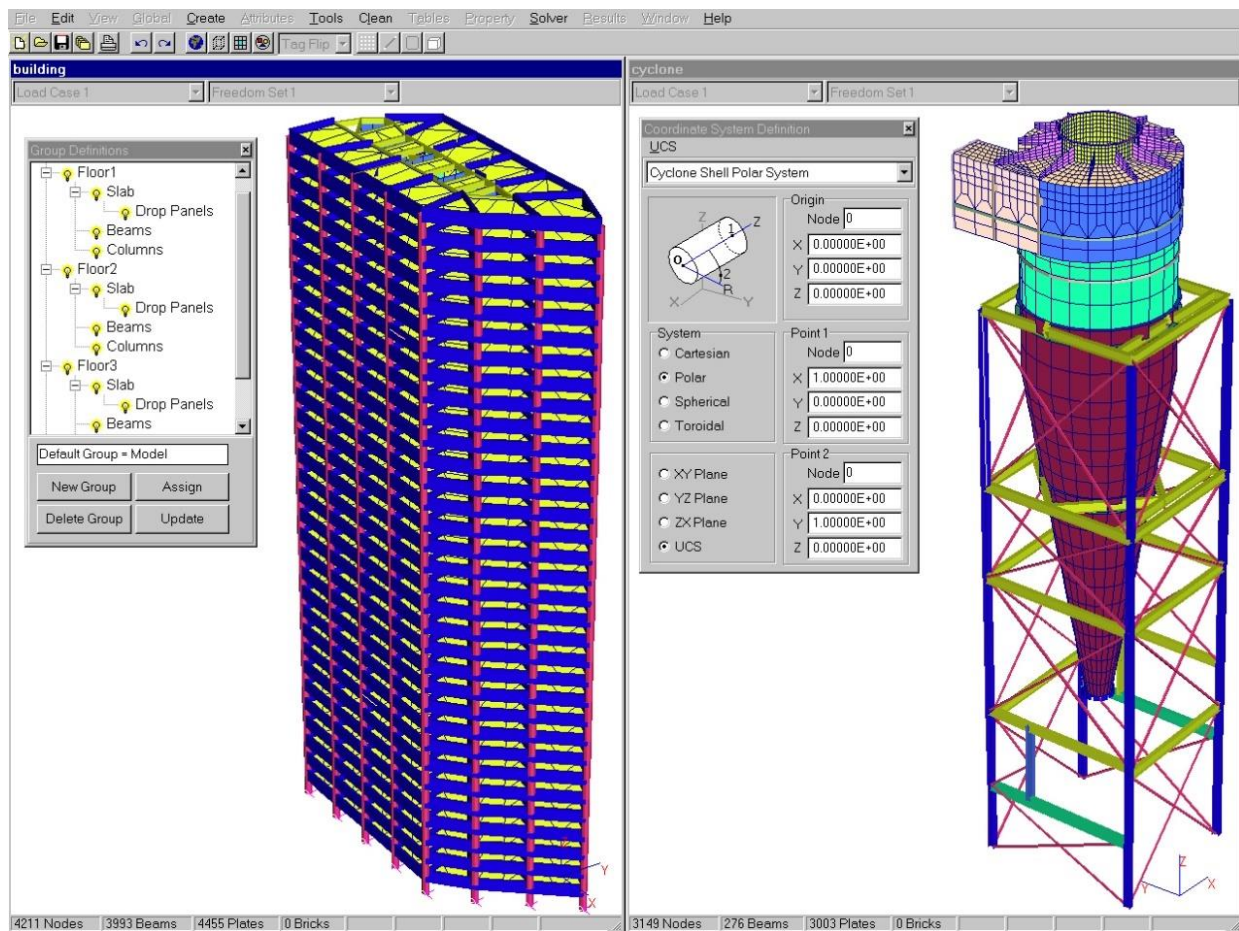
5.4. Programski paket Straus7

Programski paket Straus7 je sustav za analizu konačnih elemenata opće namjene koji je razvila tvrtka Strand7 Pty Ltd. Straus7 je neovisan sustav koji uključuje funkcionalnosti pretprocesiranja, postprocesiranja i rješavanja sustava. Pruža jedinstveno i konzistentno okruženje za stvaranje i analizu modela konačnih elemenata te dobivanje rezultata. Cijeli Straus7 sustav istraživan je i razvijen od strane jednog razvojnog tima, što je rezultiralo visoko integriranim sustavom. Straus7 je pogodan za tvrtke svih veličina koje se bave aeronautikom, građevinarstvom, strojarstvom, brodogradnjom, konstrukcijskim i geotehničkim inženjeringom[4].

Mogućnosti softvera Straus7 su razne, a uključuju:

- Linearnu statiku
- Linearno izvijanje
- Utjecaj opterećenja (s funkcijama pokretnog opterećenja)
- Prirodnu frekvenciju
- Harmonijski odgovor
- Spektralni odgovor
- Nelinearnu statiku i kvazi-statičku analizu (s automatskim koracima opterećenja, funkcijama ponovnog pokretanja i simulacijom slijeda konstrukcije)
- Linearnu i nelinearnu dinamiku prijelaza (s automatskim koracima opterećenja, funkcijama ponovnog pokretanja i simulacijom pokretnih opterećenja)
- Linearni i nelinearni prijenos topline u stacionarnom stanju
- Linearni i nelinearni prijenos topline u prijelaznom stanju (s ponovnim pokretanjem i simulacijom pokretnih opterećenja) Nelinearni rješavači podržavaju geometrijsku, materijalnu (uključujući plastičnost i veliku deformaciju) i graničnu nelinearnost (tj. kontakt). Ova nelinearnost može se također uključiti kao početni uvjeti pri rješavanju prirodne frekvencije i izvijanja. Okruženje pred-procesiranja kombinira potpuno automatsko postavljanje mreže s moćnom skupinom alata za manipulaciju geometrijom i elementima kako bi se pojednostavilo

modeliranje složenih inženjerskih struktura. Svi tipovi elemenata mogu biti potpuno prikazani radi olakšane vizualizacije modela (Slika 29).



Slika 29. Prikaz općenitog modela u programu Straus7

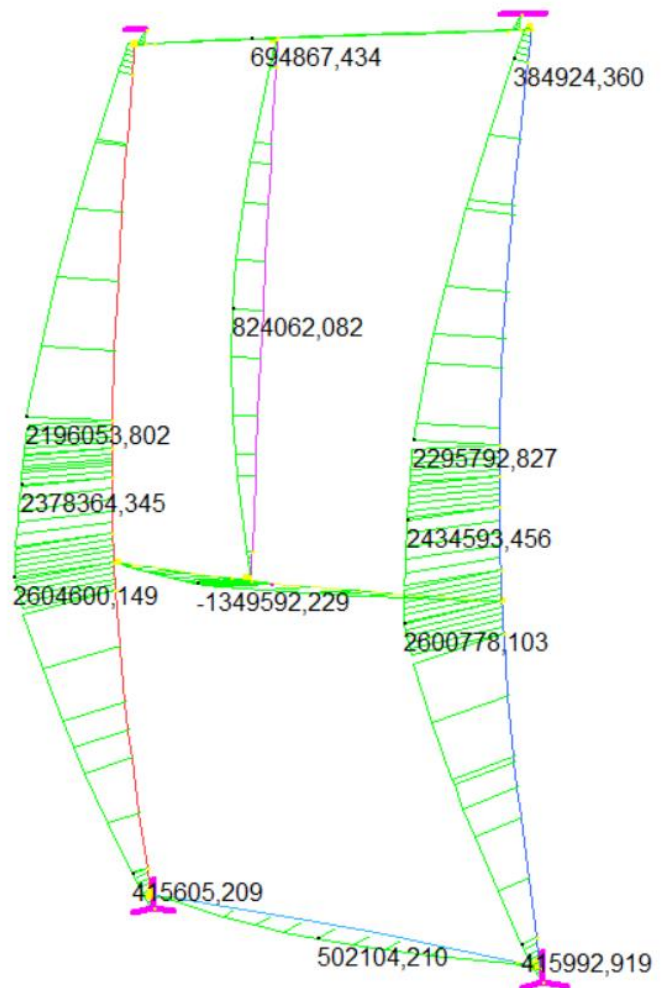
5.5. Vrijednosti proračuna prema teoriji prvog reda

U nastavku su opisani modeli za momente savijanja svakog zasebnog profila kao i progibi okvira proračunati prema teoriji prvog reda u programu Straus7.

5.5.1. Momenti savijanja okvira

Moment savijanja oko jače osi (Y) je prikazan na slici 30. Vidljivo je kako su maksimalni momenti savijanja na muškom i ženskom vertikalnom profilu. Razlog tome je sila od vjetra te tlačna sila od vanredne situacije fasadnih elemenata koja se prenosi na vertikalne profile. Maksimalni moment savijanja iznosi 2,60 kNm. U nastavku su navedeni momenti savijanja oko Y osi za svaki od profila okvira.

	MIN	MAX
BM2(N.mm)	-1349592,229	2604600,149
	[Bm:16]	[Bm:3]



Slika 30. Vrijednosti momenata savijanja oko Y osi

Muški vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y1,Ed,I} = 2,60 \text{ kNm}$$

Ženski vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y2,Ed,I} = 2,60 \text{ kNm}$$

Srednji vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y3,Ed,I} = 0,82 \text{ kNm}$$

Muški horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y4,Ed,I} = 0,50 \text{ kNm}$$

Ženski horizontalni profil – savijanje oko Y osi

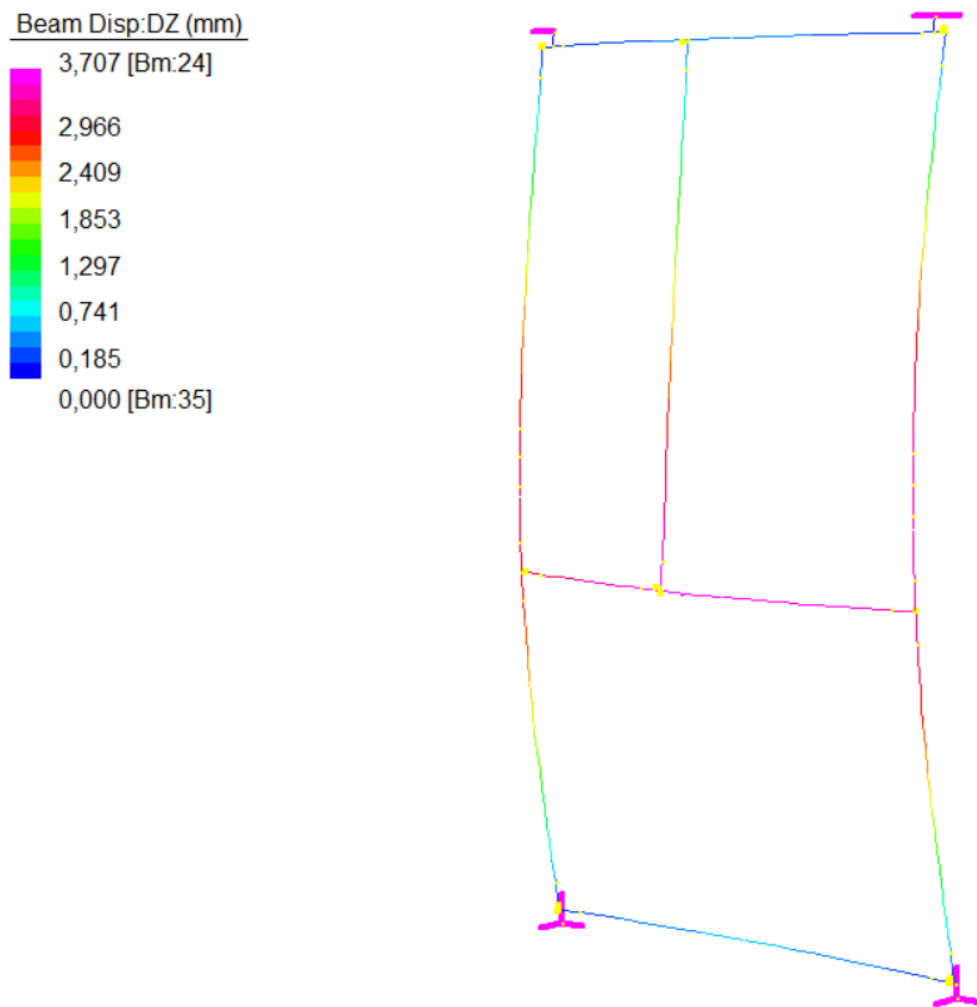
$$M_{y15Ed,I} = 0,69 \text{ kNm}$$

Srednji horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y6,Ed,I} = -1,35 \text{ kNm}$$

5.5.2. Progib okvira

Na slici 31. je vidljivo kako su najveći progibi upravo na srednjem horizontalnom profilu i na spoju horizontalnog profila sa srednjim vertikalnim profilom. Najveći progib se prenosi i na muški i ženski vertikalni profil. Od sredine prema osloncima se progibi smanjuju. U samim osloncima progib je 0, dok je u srednjem horizontalnom profilu progib maksimalan i iznosi 3,707 mm. Progib je orijentiran u smjeru osi Z jer u tom smjeru djeluju opterećenja od vjetrova.



Slika 31. Progib okvira u Z smjeru

Progibi u ženskom vertikalnom profilu, desno, su veći u odnosu na muški vertikalni profil, lijevo, zbog toga što je moment inercije ženskog profila manji u odnosu na moment inercije muškog

profila. Iz čega možemo zaključiti da je profil sa većim momentom inercije krući od momenta sa manjim momentom inercije te su iz tog razloga progibi na njemu manji.

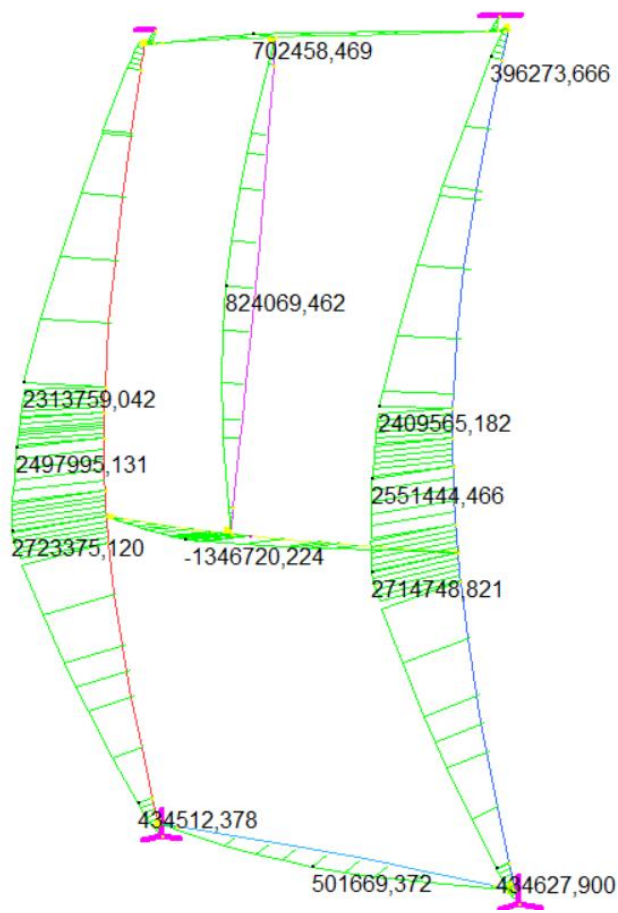
5.6. Vrijednosti proračuna prema teoriji drugog reda

U nastavku su opisani modeli za momente savijanja svakog zasebnog profila kao i progibi okvira proračunati prema teoriji drugog reda u programu Straus7.

5.6.1. Momenti savijanja okvira

Moment savijanja oko jače osi (Y) je prikazan na slici 32. U nastavku su navedeni momenti savijanja oko Y osi za svaki od profila okvira. Vidljivo je kako su maksimalni momenti savijanja na muškom i ženskom vertikalnom profilu. Razlog tome je sila od vjetra te tlačna sila od vanredne situacije fasadnih elemenata koja se prenosi na vertikalne profile. Maksimalni moment savijanja iznosi 2,72 kNm.

	MIN	MAX
BM2(N.mm)	-1346720,224	2723375,120
	[Bm:16]	[Bm:3]



Slika 32. Vrijednosti momenata savijanja oko Y osi

Muški vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y1,Ed,II} = 2,72 \text{ kNm}$$

Ženski vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y2,Ed,II} = 2,71 \text{ kNm}$$

Srednji vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y3,Ed,II} = 0,82 \text{ kNm}$$

Muški horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y4,Ed,II} = 0,50 \text{ kNm}$$

Ženski horizontalni profil – savijanje oko Y osi

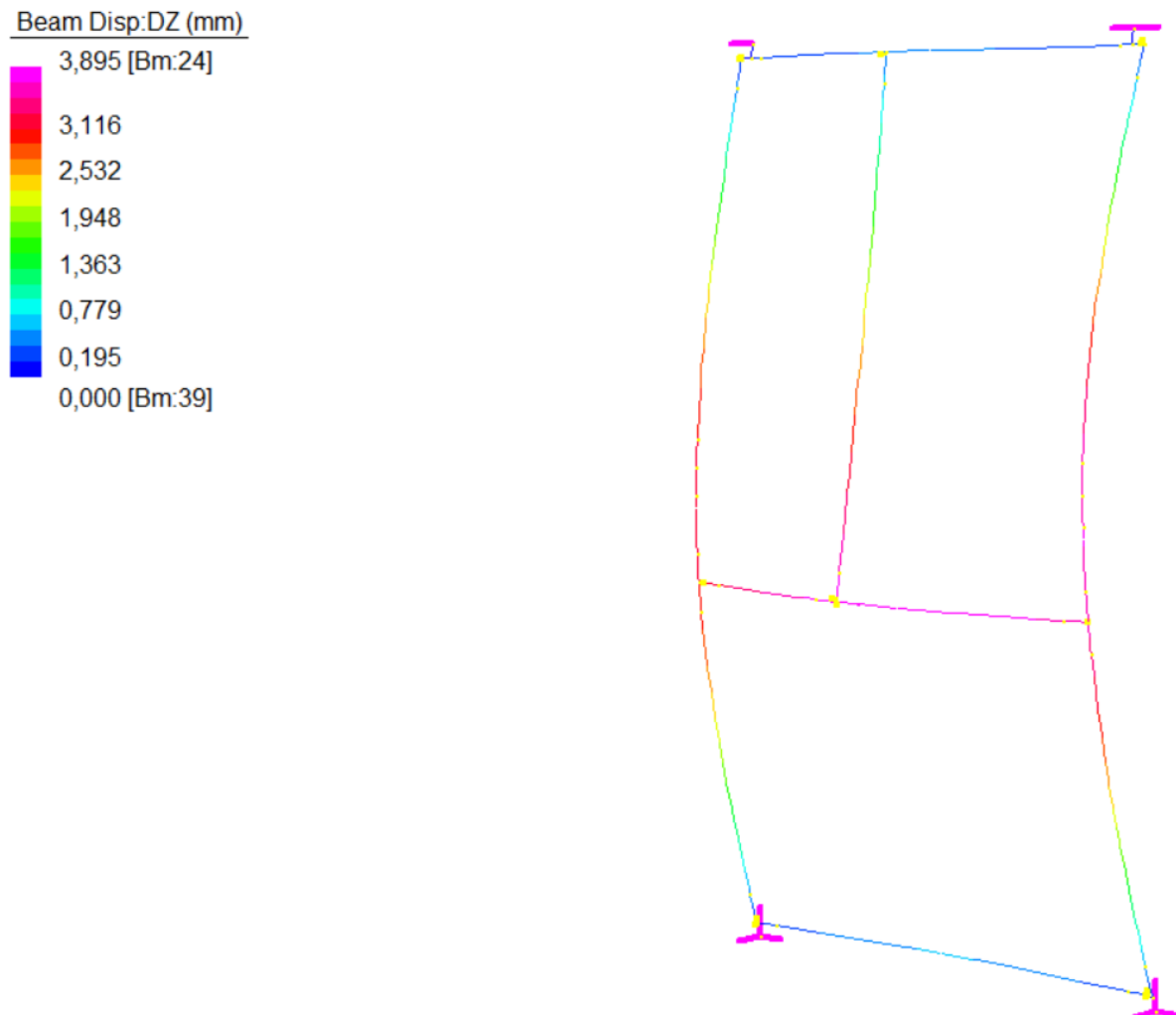
$$M_{y15Ed,II} = 0,70 \text{ kNm}$$

Srednji horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y6,Ed,II} = -1,35 \text{ kNm}$$

5.6.2. Progib okvira

Na slici 33. je vidljivo kako su najveći progibi upravo na srednjem horizontalnom profilu i na spoju horizontalnog profila sa srednjim vertikalnim profilom. Najveći progib se prenosi i na muški i ženski vertikalni profil. Od sredine prema osloncima se progibi smanjuju. U samim osloncima progib je 0, dok je u srednjem horizontalnom profilu progib maksimalan i iznosi 3,895 mm. Progib je orijentiran u smjeru osi Z jer u tom smjeru djeluju opterećenja od vjetrova.



Slika 33. Ukupni progib fasadnog elementa

Progibi u ženskom vertikalnom profilu, desno, su veći u odnosu na muški vertikalni profil, lijevo, zbog toga što je moment inercije ženskog profila manji u odnosu na moment inercije muškog profila. Iz čega možemo zaključiti da je profil sa većim momentom inercije krući od momenta sa manjim momentom inercije te su iz tog razloga progibi na njemu manji.

6. USPOREDBA REZULTATA

U ovom poglavlju je dana usporedba dobivenih vrijednosti u programu Straus7 za linearnu analizu modela fasadnog elementa i nelinearnu analizu, to jest teoriju drugog reda. Podaci se uspoređuju kako bismo mogli zaključiti koliko će nelinearna analiza biti detaljnija u odnosu na linearnu analizu.

Kako je vidljivo iz prethodnih potpoglavlja vrijednosti dobivene linearnom analizom modela su manje u usporedbi sa vrijednostima dobivenim nelinearnom analizom. Usporedbe dobivenih vrijednosti se prikazuju u nastavku rada.

6.1. Usporedba rezultata momenata savijanja

Vrijednosti momenata savijanja modela za linearnu analizu:

Muški vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y1,Ed,I} = 2,60 \text{ kNm}$$

Ženski vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y2,Ed,I} = 2,60 \text{ kNm}$$

Srednji vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y3,Ed,I} = 0,82 \text{ kNm}$$

Muški horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y4,Ed,I} = 0,50 \text{ kNm}$$

Ženski horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y15Ed,I} = 0,69 \text{ kNm}$$

Srednji horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y6,Ed,I} = -1,35 \text{ kNm}$$

Vrijednosti momenata savijanja za nelinearnu analizu:

Muški vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y1,Ed,II} = 2,72 \text{ kNm}$$

Ženski vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y2,Ed,II} = 2,71 \text{ kNm}$$

Srednji vertikalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y3,Ed,II} = 0,82 \text{ kNm}$$

Muški horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y4,Ed,II} = 0,50 \text{ kNm}$$

Ženski horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y15Ed,II} = 0,70 \text{ kNm}$$

Srednji horizontalni profil – savijanje oko Y osi

$$M_{y6,Ed,II} = -1,35 \text{ kNm}$$

Usporedba podataka:

$$\frac{M_{y1,Ed,I}}{M_{y1,Ed,II}} = \frac{2,60 \text{ kNm}}{2,72 \text{ kNm}} = 0,95588 * 100 = 95,6 \%$$

$$\frac{M_{y2,Ed,I}}{M_{y2,Ed,II}} = \frac{2,60 \text{ kNm}}{2,71 \text{ kNm}} = 0,9594 * 100 = 95,9 \%$$

$$\frac{M_{y3,Ed,I}}{M_{y3,Ed,II}} = \frac{0,82 \text{ kNm}}{0,82 \text{ kNm}} = 1,00 * 100 = 100 \%$$

$$\frac{M_{y4,Ed,I}}{M_{y4,Ed,II}} = \frac{0,50 \text{ kNm}}{0,50 \text{ kNm}} = 1,00 * 100 = 100 \%$$

$$\frac{M_{y5,Ed,I}}{M_{y5,Ed,II}} = \frac{0,69 \text{ kNm}}{0,70 \text{ kNm}} = 0,9857 * 100 = 98,6 \%$$

$$\frac{M_{y6,Ed,I}}{M_{y6,Ed,II}} = \frac{1,35 \text{ kNm}}{1,35 \text{ kNm}} = 1,0 * 100 = 100 \%$$

Usporedbom podataka vidljivo je kako su najveće razlike u momentima naprezanja upravo kod vertikalnog muškog i ženskog profila, što je bilo i očekivano s obzirom na to da na njih djeluju najveća opterećenja od vjetrova, vlastite težine i opterećenja od gornjih redova fasadnih elemenata (vanredno opterećenje).

Razlika momenata savijanja za muški vertikalni profil iznosi 4,4 %, dok razlika za ženski vertikalni profil iznosi 4,1 %. Momenti savijanja nisu jednaki zbog različite krutosti svakog

zasebnog profila. Muški vertikalni profil je za razliku od ženskog vertikalnog profila krući jer ima veći moment inercije. Moduli elastičnosti su za svaki element jednaki jer se radi o jednakom materijalu cijelog okvira.

Vrijednosti preostalih profila su jednake i za linearni i za nelinearni proračun te za njih nelinearni proračun nije imao doprinos povećanju momenata savijanja. Razlog tome je jer na njih djeluje vlastita težina koja u odnosu na krutost nije velika, kao ni horizontalna sila od vjetra te nije moglo doći do većih momenata savijanja u profilima.

Najveća nelinearnost je postignuta na profilima na koje djeluje tlačna sila od vanrednog opterećenja. Nelinearna teorija je u ovom slučaju opravdana, jer su momenti savijanja veći u odnosu na vrijednosti linearnog proračuna.

6.2. Usporedba rezultata progiba okvira

Najveći progib za linearnu analizu modela u smjeru osi Z iznosi 3,707 mm, dok za nelinearnu analizu u istom smjeru osi Z iznosi 3,895 mm. Usporedbom progiba vidljivo je kako je se oni razlikuju za 4,8 %.

$$\frac{\rho_I}{\rho_{II}} = \frac{3,707 \text{ mm}}{3,895 \text{ mm}} = 0,9517 * 100 = 95,2 \%$$

Progib najviše ovisi o sili vjetra koja djeluje u smjeru osi Z te je iz tog razloga najveći progib na srednjem horizontalnom profilu, na spojevima sa srednjim, muškim i ženskim vertikalnim profilom. Progib se smanjuje od sredine modela prema osloncima. Na muškom i ženskom horizontalnom profilu progib je približan 0 mm.

7. ZAKLJUČAK

Ponašanje samog modela ovisi o karakteristikama materijala, silama koje na njega djeluju i položaju opterećenja koje je na njega postavljeno. U ovom slučaju je na model postavljena sila od vjetra (u smjeru osi Z, horizontalno), sila od vlastite težine fasadnog elementa (u smjeru osi Y, vertikalno) te sila od vanredne situacije nalijeganja gornjih fasadnih elemenata na modelirani fasadni element.

Provedenim modeliranjem i proračunom fasadnog elementa u programu Straus7 utvrđeno je kako su momenti savijanja veći za nelinearnu analizu nego za linearnu analizu u dijelovima modela na koje djeluje najveća tlačna sila i najveća poprečna sila. Najveći razlika momenata savijanja u odnosu linearne i nelinearne analize iznosi 4,4%. Progib je također veći u nelinearnoj analizi nego u linearnoj što opravdava nelinearnu teoriju (teoriju drugog reda). Razlika progiba iznosi 4,8 %.

Iz rada zaključujemo kako teorija drugog reda rezultira povećanjem momenata savijanja i progiba u odabranom presjeku proračuna u odnosu na teoriju prvog reda. Rezultati analize temeljene na teoriji prvog reda pružaju korisne informacije o ponašanju elemenata, ali takvi rezultati često podcjenjuju stvarne deformacije i naprezanja, posebno u slučajevima većih bočnih sila. Analize temeljene na teoriji drugog reda pružaju točnije rezultate, posebno u situacijama s većim bočnim silama. Dobili smo veće stvarne vrijednosti deformacija i naprezanja koristeći teoriju drugog reda.

U konačnici, odabir između teorije prvog reda i teorije drugog reda ovisi o specifičnostima problema i zahtjevima modela. U nekim situacijama, teorija prvog reda može biti prihvatljiva, dok će u drugim slučajevima teorija drugog reda pružiti točnije i pouzdanije rezultate.

8. LITERATURA

- [1] M. Bulić and M. Čaušević, “Čaušević, Bulić Stabilnost konstrukcija.pdf.” Rijeka, 2013.
- [2] “Understanding the Finite Element Method | The Efficient Engineer.”
<https://efficientengineer.com/finite-element-method/> (accessed Sep. 11, 2023).
- [3] V. Mirković and J. Užar, “PRIMJENA METODE KONAČNIH ELEMENATA U GRAĐEVINARSTVU APPLICATION OF FINITE ELEMENTS METHOD IN CIVIL ENGINEERING.”
- [4] Strand7 Pty Ltd., *Using Strand7*, May. 1999.