

Statička analiza geodetske kupole

Ciglar, Niko

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:256770>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

Niko Ciglar

Statička analiza geodetske kupole

Završni rad

Rijeka, 2024

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Preddiplomski sveučilišni studij
Građevinska statika I**

**Niko Ciglar
JMBAG: 0114038009**

Statička analiza geodetske kupole

Završni rad

Rijeka, srpanj, 2024.

IZJAVA

Završni rad izradio sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

Niko Ciglar

U Rijeci, 7. srpnja 2024.

Zahvala

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Teu Mudriću i komentoru izv. prof. dr. sc. Draganu Ribariću na pruženoj pomoći, prenesenom znanju i strpljivosti prilikom pisanja rada.

Posebno zahvaljujem svojoj obitelji i bliskim osobama na neizmjernoj podršci, razumijevanju i strpljenju tokom cijelog studija.

Sažetak

Cilj ovog završnog rada je modelirati geodetsku kupolu inspiriranu kinom La Géode u Parizu, odabrati odgovarajući pokrov, poprečne presjeke te provesti statičku analizu konstrukcije. Vanjske dimenzije konstrukcije približno odgovaraju dimenzijama kina La Géode, dok je sama konstrukcija smještena je području kontinentalne Hrvatske. Pri određivanju opterećenja korišteni su važeći propisi za građevine u Hrvatskoj. Model konstrukcije izrađen je u programu AutoCAD, dok je statička analiza provedena u programu Robot Structural Analysis čime su dobiveni dijagrami svih unutarnjih sila. Također je provedena provjera nosivosti poprečnih presjeka za uzdužnu silu.

Abstract

The goal of this thesis is to model a geodesic dome based on La Géode cinema in Paris, select the appropriate covering, cross-sections, and perform a structural analysis of the construction. External dimensions of the construction is approximately equal to dimensions of the La Géode cinema. Valid regulations for buildings in Croatia were used when determining loads. The structural model was created in AutoCAD, while the structural analysis was conducted in Robot Structural Analysis, resulting in diagrams of all internal forces. A verification of the load-bearing capacity of the cross-sections for longitudinal force was also performed.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Modeliranje i geometrija konstrukcije.....	2
2.1. Modeliranje kupole	3
2.2. Oslonci i konstrukcija kupole.....	5
3. Analiza djelovanja na konstrukciju	6
3.1. Opterećenje od stalnog djelovanja.....	6
3.2. Opterećenje uslijed djelovanja snijega.....	6
3.3. Opterećenje uslijed djelovanja vjetra	11
3.4. Kombinacije opterećenja	18
4. Rezultati statičke analize.....	19
4.1. Kritični elementi	23
5. Nosivost poprečnog presjeka	30
5.1. Glavni nosači.....	31
6. Zaključak.....	38
Popis tablica.....	39
Popis slika	40
Prilozi	42
Literatura	44

1. Uvod

Geodetska kupola je konstrukcija na čijoj su površini raspoređeni poligoni tako da oni približno odgovaraju stvarnoj sferi. Ovakva struktura koristi niz kratkih, međusobno povezanih ravnih linija za aproksimaciju sferne ili zaobljene površine. Prvi ih je početkom 20. stoljeća razvio američki arhitekt i inženjer Buckminster Fuller. Najveće prednosti geodetskih kupola su lagana konstrukcija, otpornost na nepogode kao što su vjetar, snijeg i potres, te mogućnost brze montaže bez teške opreme i velikog broja ljudi.

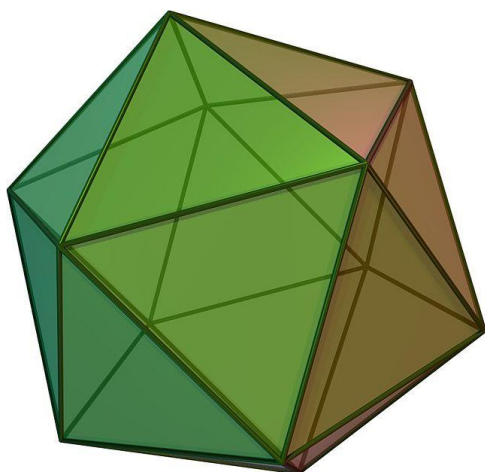
Izgradnja geodetske kupole predviđena je u Varaždinu, smještenom u kontinentalnom dijelu Hrvatske na nadmorskoj razini nižoj od 200 m.n.m. Kino La Géode u Parizu prikazano je na slici 1.



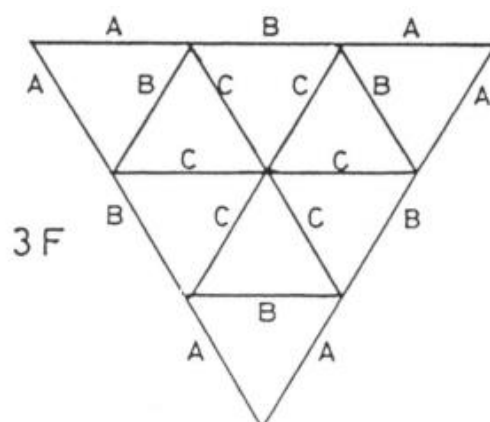
Slika 1. Kino La Géode u Parizu [1]

2. Modeliranje i geometrija konstrukcije

Geodetska kupola je izrađena na temelju geometrijskog tijela ikosaedra (Slika 2), čije su ravne plohe transformirane u sferične trokute te je svaka od njih podijeljena na 9 jednakih jednakostraničnih trokuta (Slika 3). Ovim postupkom dobivena je trofrekvencijska geodetska kupola bazirana na ikosaedru. Trofrekvencijska konfiguracija kupole doprinosi ravnomjernijoj raspodjeli opterećenja.



Slika 2. Ikosaedar [2]

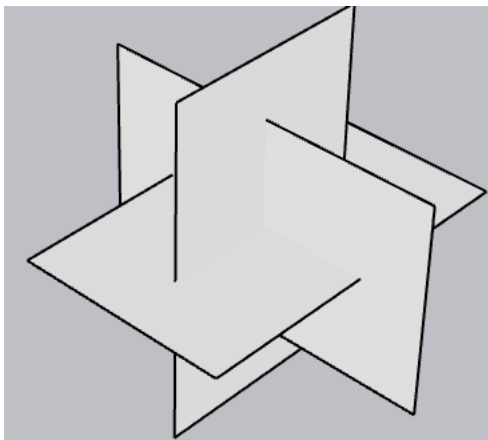


Slika 3. Prikaz jedne plohe ikosaedra za trofrekvencijsku kupolu [2]

2.1. Modeliranje kupole

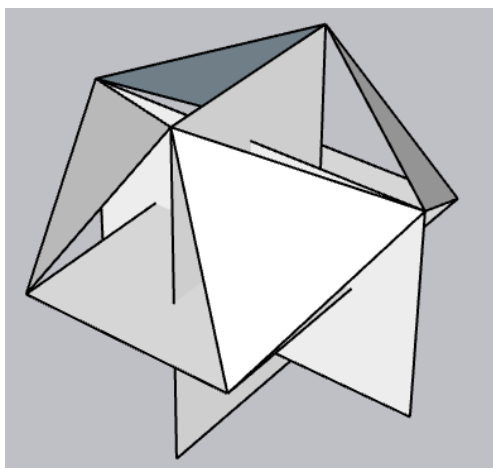
Bazu geodetske kupole čini geometrijsko tijelo ikosaedar prikazano na slici 2. iz kojeg se provođenjem određenih postupaka dobiva konačan izgled geodetske kupole.

Kako bi se dobilo geometrijsko tijelo ikosaedar potrebno je postaviti tri međusobno okomita zlatna pravokutnika (slika 4.) čiji omjer stranica približno iznosi 1 : 1.62.



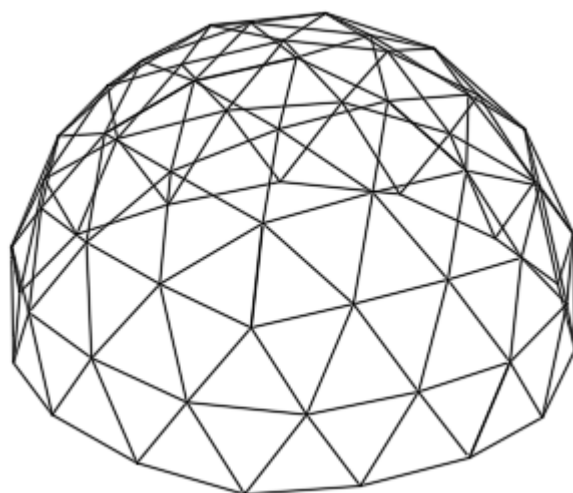
Slika 4. tri okomita zlatna pravokutnika

Spajanjem vrhova pravokutnika dobiveno je 20 jednakih jednakostraničnih trokutova prikazanih na slici 5. Zajedno tvore geometrijsko tijelo ikosaedar prethodno prikazano na slici 2.



Slika 5. Jednakostraničan trokut dobiven spajanjem vrha pravokutnika

Kako bi se dobio oblik trofrekvencijske kupole svaka stranica trokuta dijeli se na 3 jednaka segmenta. Spajanjem točaka dobivenih podjelom stranica trokuta na segmente, unutar svakog trokuta dobije se mreža koju čini 9 manjih trokuta (Slika 3.). Kako bi se dobio konačan oblik kupole, vrhovi manjih trokuta projiciraju se na površinu sfere kako bi se dobio oblik kupole sličan sferi. Završni oblik kupole dobiven je uklanjanjem dijela strukture kako bi se dobilo tijelo malo veće od polukugle. Opisani postupak proveden je u sklopu ovo završnog rada kako bi se dobio konačan model konstrukcije prikazan na slici 6.

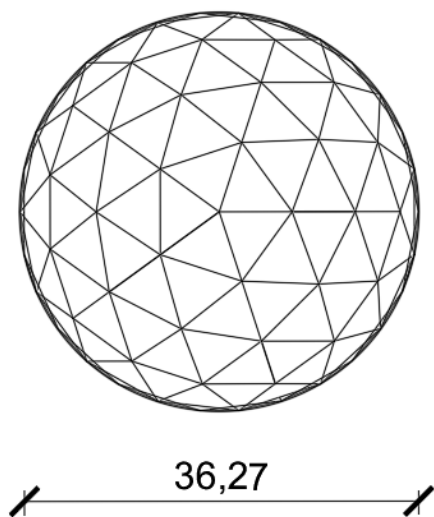


Slika 6. Završan oblik kupole

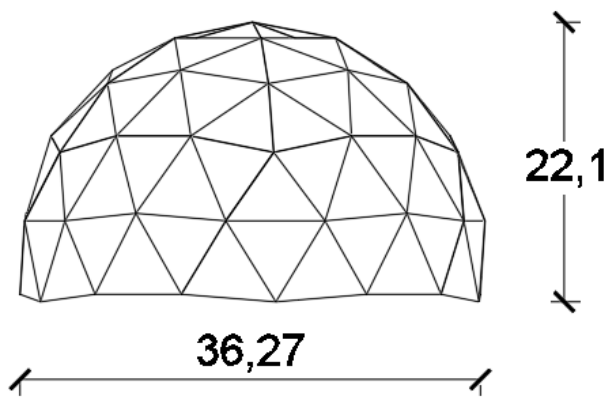
2.2. Oslonci i konstrukcija kupole

Model konstrukcije sastoji se od 61 čvora i 165 štapova istog poprečnog presjeka, od kojih je 35 duljine 7,89 metara, 50 ih je duljine 6,83 metara, a ostalih 80 su duljine 7,53 metra. Kružni tlocrt konstrukcije promjera je 36,27 metra (slika 7.), dok je konstrukcija visoka 22,1 metar (slika 8.).

Konstrukcija je oslonjena na 15 nepomičnih oslonaca koji dozvoljavaju rotaciju u sva 3 smjera. Štapovi su vezani krutom vezom odnosno onemogućene su rotacije i translacije u svim smjerovima. Kao glavna nosiva konstrukcija predviđeno je 165 cijevastih čeličnih profila klase čelika S275. Profili su promjera 76,1 mm i debljine stijenke 5 mm. Sekundarnu konstrukciju čini 105 aluminijskih panela trokutnog oblika debljine 3 mm. Svaki panel vezan je u 3 točke, na mjestima spajanja štapova, te se na ovaj način opterećenje prenosi u čvorove. Provjera nosivosti na tlak i izvijanje provodi se nakon što se izvrši statička analiza. Na taj način se provjerava iskoristivost poprečnih presjeka, te ispunjavaju li oni zahtjeve za nosivost.



Slika 7. Tlocrt kupole



Slika 8. Nacrt kupole

3. Analiza djelovanja na konstrukciju

3.1. Opterećenje od stalnog djelovanja

Opterećenje konstrukcije i aluminijskog pokrova uzeto je u obzir u programu naredbom self – weight.

3.2. Opterećenje uslijed djelovanja snijega

Opterećenje snijegom određeno je prema sljedećem izrazu preuzetom iz [3]:

$$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k \quad (1)$$

Gdje je:

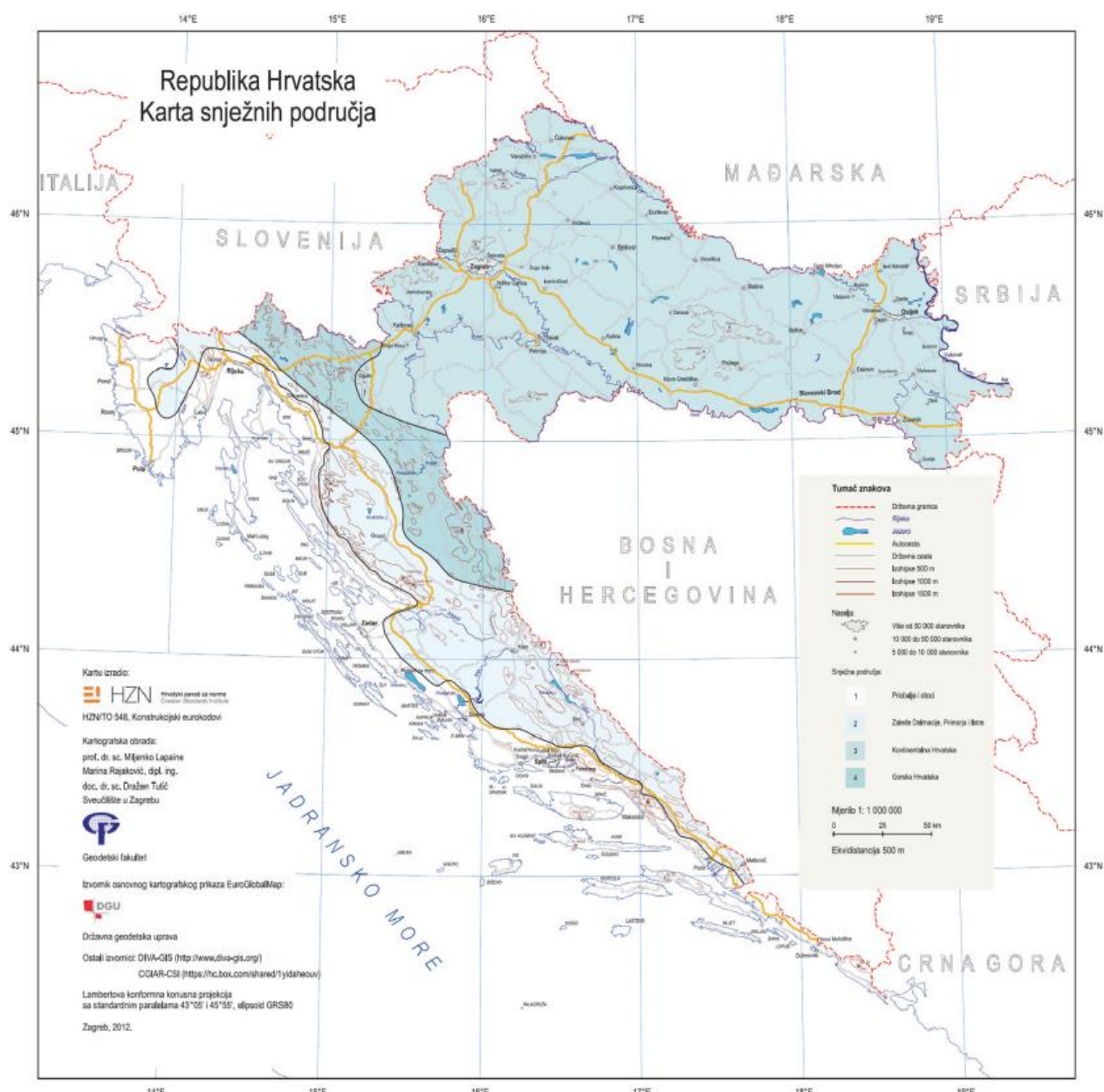
μ_i = koeficijent oblika opterećenja snijegom

C_e – koeficijent izloženosti (uglavnom, $C_e = 1,0$)

C_t – toplinski koeficijent (uglavnom, $C_t = 1,0$)

s_k – karakteristična vrijednost snijega na tlu, ovisi o položaju objekta na karti i nadmorskoj visini

Opterećenje od snijega djeluje vertikalno i odnosi se na horizontalnu projekciju površine krova. Na slici 9. prikazana je karta snježnih područja Republike Hrvatske prema kojoj, ovisno o lokaciji i nadmorskoj visini objekta, odabiremo karakterističnu vrijednost opterećenja snijega na tlo (s_k).



Slika 9. Karta snježnih područja Republike Hrvatske [3]

Tablica 1. Karakteristične vrijednosti proračunskog opterećenja snijegom na tlu za različita područja i nadmorske visine [3]

Nadmorska visina do [m]	1. područje – priobalje i otoci [kN/m ²]	2. područje – zaleđe Dalmacije, Primorja i Istre [kN/m ²]	3. područje – kontinentalna Hrvatska [kN/m ²]	4. područje – gorska Hrvatska [kN/m ²]
100	0,50	0,75	1,00	1,25
200	0,50	0,75	1,25	1,50
300	0,50	0,75	1,50	1,75
400	0,50	1,00	1,75	2,00
500	0,50	1,25	2,00	2,50
600	0,50	1,50	2,25	3,00
700	0,50	2,00	2,50	3,50
800	0,50	2,50	2,75	4,00
900	1,00	3,00	3,00	4,50
1000	2,00	4,00	3,50	5,00
1100	3,00	5,00	4,00	5,50
1200	4,00	6,00	4,50	6,00
1300	5,00	7,00		7,00
1400	6,00	8,00		8,00
1500		9,00		9,00
1600		10,00		10,00
1700		11,00		11,00
1800		12,00		

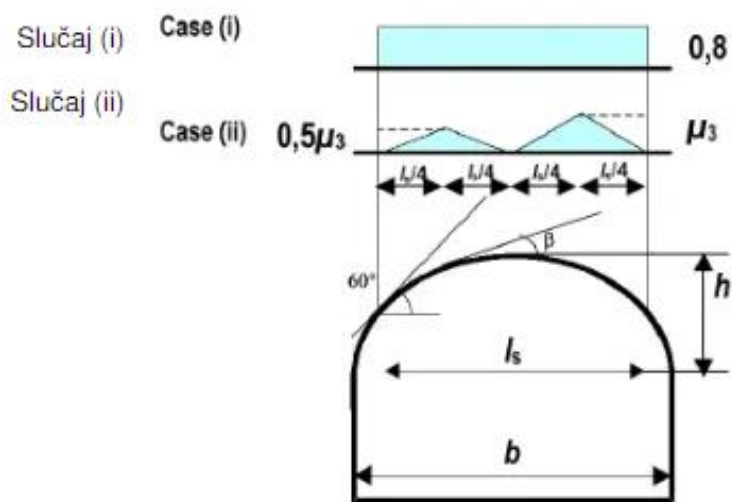
Konstrukcija je smještena u kontinentalnoj Hrvatskoj na nadmorskoj visini do 200 m. S obzirom na ove podatke iz tablice 1. odabrana je karakteristična vrijednost proračunskog opterećenja:

$$S_k = 1,25 \text{ kN/m}^2$$

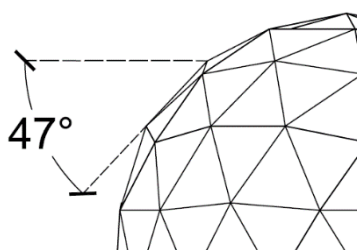
Koeficijenti oblika za opterećenje snijegom “ η_i ” na građevine cilindričnog poprečnog presjeka dani su sljedećim izrazima preuzetim iz [3]:

$$\text{Za } \beta > 60^\circ \quad \mu_i = 0 \quad (2)$$

$$\text{Za } \beta < 60^\circ \quad \mu_i = 0,2 + 10 \cdot h/b \quad (3)$$



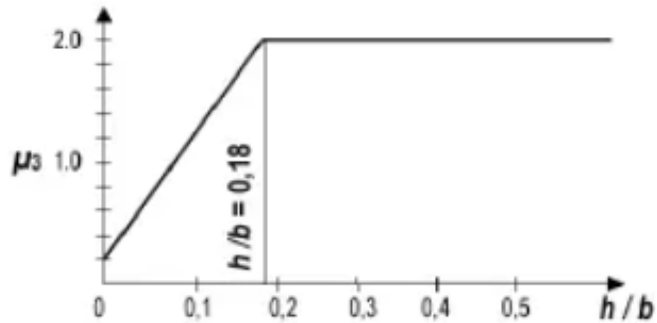
Slika 10. Opterećenje snijegom na cilindričan krov



$$\beta < 60^\circ \quad \mu_i = 0,2 + 10 \cdot 22,1/36,27$$

$$\mu_i = 0,2 + 6,09 = 6,29$$

$$\frac{h}{b} = \frac{22,1}{36,27} = 0,61$$



Slika 11. Graf za određivanje koeficijenta oblika [3]

Iz proračuna se dobiva vrijednost $\mu_i = 6,29$ no kako je gornja granica za koeficijent oblika prema grafu prikazanom na slici 11. jednaka 2, usvaja se:

$$\mu_i = 2$$

Vrijednosti koeficijenta oblika “ C_e ” ovisi o topografiji. U ovom slučaju topografija je uobičajena te iz toga slijedi $C_e = 1$.

Vrijednost toplinskog koeficijenta “ C_t ” u ovom slučaju iznosi 1. Vrijednost se može mijenjati kako bi se uzelo u obzir smanjenje opterećenja snijegom na krovovima s velikom toplinskom propušnošću ($> 1 \text{ W/m}^2\text{K}$).

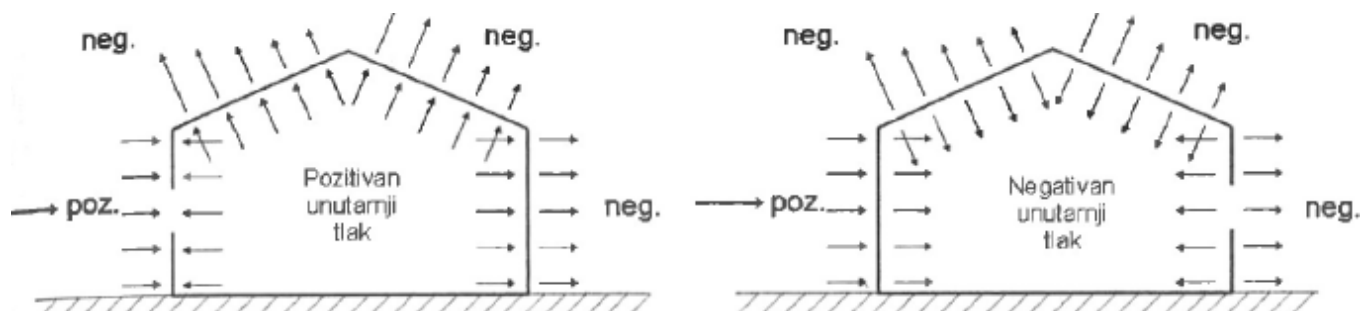
Proračunsko opterećenje snijegom iznosi:

$$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k$$

$$s = 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,25 = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

3.3. Opterećenje uslijed djelovanja vjetra

Djelovanje vjetra na konstrukciju pretpostavlja se kao pritisak koji djeluje okomito na površinu. Djelovanje vjetra na konstrukcije i konstrukcijske elemente mora se odrediti uzimajući u obzir i vanjski i unutarnji tlak vjetra (smatrati da djeluju istovremeno). Smjer djelovanja vjetra na površine prikazan je na slici 12.



Slika 12. Tlak vjetra na površine [4]

(tlak usmjeren prema površini uzima se kao pozitivan, a usisavanje – usmjereno od površine – kao negativno)

Izrazi za pritisak na vanjske i unutarnje površine preuzeti su iz [4] a definirani su kao:

$$w_e = q_p(z_c) \cdot c_{pe} \quad \text{za pritisak na vanjske površine} \quad (4)$$

$$w_e = q_p(z_i) \cdot c_{pi} \quad \text{za pritisak na unutarnje površine} \quad (5)$$

Gdje je:

q_p – tlak pri vršnoj brzini

z_c ; z_i – referenta visina za vanjski ili unutarnji tlak

c_{pe} ; c_{pi} – koeficijent tlaka za vanjski ili unutarnji tlak

Osnovna brzina vjetra određena je prema sljedećem izrazu preuzetom iz [4]:

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \quad (6)$$

Gdje je:

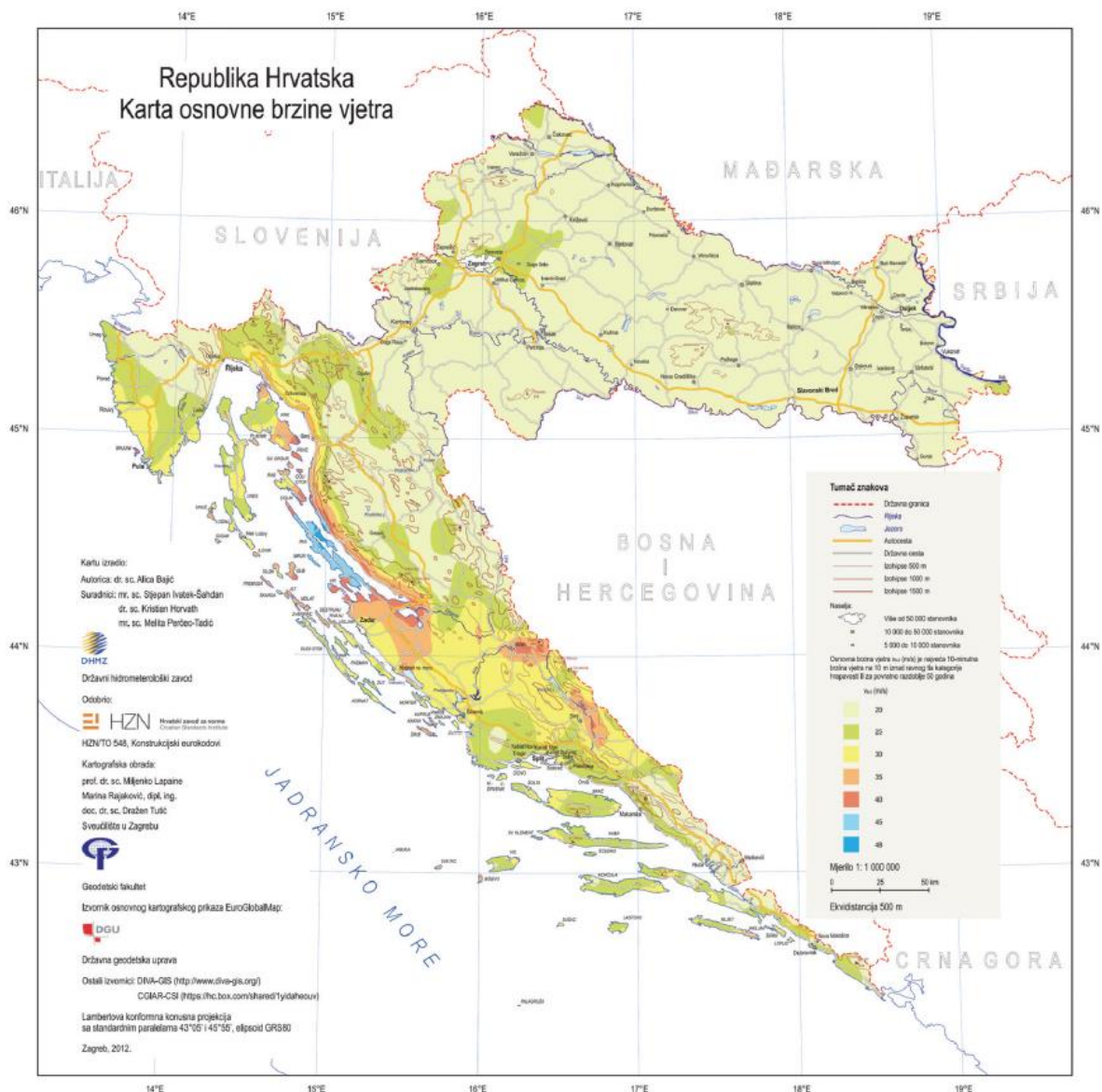
c_{dir} – faktor smjera

c_{season} – faktor godišnjeg doba

$v_{b,0}$ – temeljna vrijednost osnovne brzine vjetra

Preporučena vrijednost za koeficijente c_{dir} i c_{season} preuzetim iz [4] iznosi 1.

Temeljna vrijednost osnovne brzine vrijednost određuje se ovisno o lokaciji građevine iz karte osnovnih brzina vjetrova (slika 13.).



Slika 13. Karta osnovne brzine vjetra Republike Hrvatske [4]

Građevina se nalazi na području Varaždina iz čega slijedi:

$$v_{b,0} = 20 \text{ m/s}$$

Osnovna brzina vjetra iznosi:

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 20 = 20 \text{ m}$$

Gustoća zraka ρ zadana je kao $1,25 \text{ kg/m}^3$. Potrebno je izračunati tlak pri osnovnoj brzini vjetra kako bi mogli izračunati tlak pri vršnoj brzini. Određen je prema izrazu (7) preuzetom iz [4].

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 \quad (7)$$

Tlak pri osnovnoj brzini iznosi:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 20^2 = 0,25 \text{ kN/m}^2$$

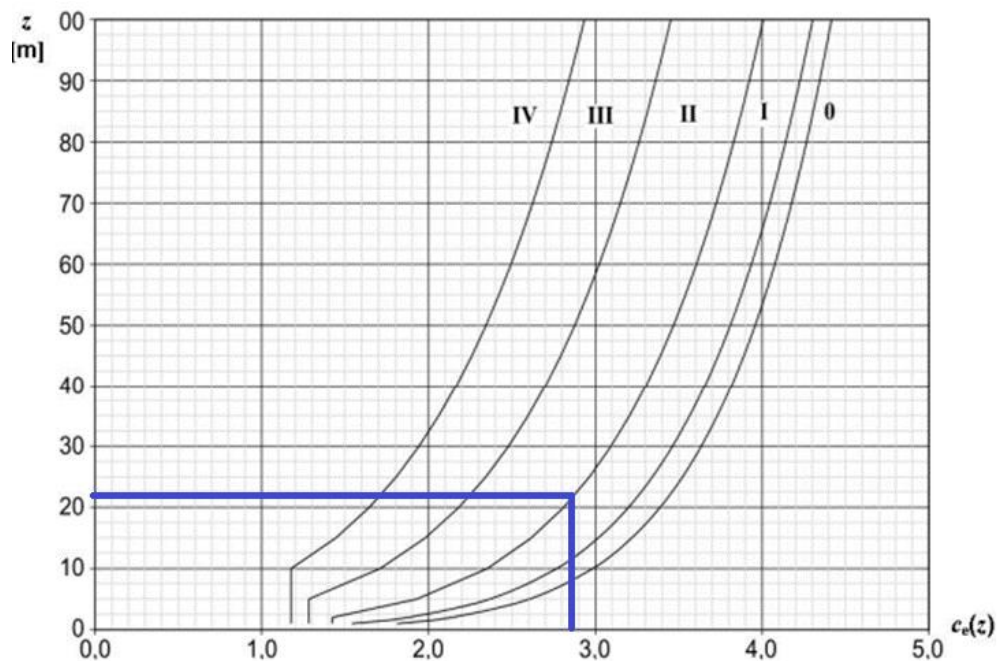
Odabire se kategorija zemljišta pomoću koje se iz slike 14. određuje faktor izloženosti.

Kategorija terena		z_0 [m]	z_{min} [m]
0	More ili priobalna područja izložena otvorenom moru	0,003	1
I	Jezera ili ravna i horizontalno položena područja sa zanemarivom vegetacijom i bez prepreka	0,01	1
II	Područja s niskom vegetacijom, npr. travom, i izoliranim preprekama (drveće, zgrade) s razmakom najmanje 20 visina prepreke	0,05	2
III	Područja sa stalnim pokrovom od vegetacije ili zgrade ili područja s izoliranim preprekama s razmakom najviše 20 visina prepreke (npr. sela, predgrađa, stalna šuma)	0,3	5
IV	Područja s najmanje 15 % površine pokrivena zgradama čija prosječna visina premašuje 15 m	1,0	10

Slika 14. Kategorije terena i parametri terena [4]

Potrebno je odrediti faktor izloženosti pomoću kojeg ćemo prema izrazu (8) izračunati tlak pri vršnoj brzini. Faktor izloženosti “ $C_e(z)$ ” definiran je kao funkcija visine objekta z i kategorije terena i određuje se iz grafa prikazanog na slici 15.

Objekt se nalazi na zemljištu kategorije II, a njegova visina iznosi 22,1 metar na temelju čega je određen faktor izloženosti.



Slika 15. Faktor izloženosti $c_e(z)$ [4]

$$c_e(z) = 2,9 \text{ (iz grafa)}$$

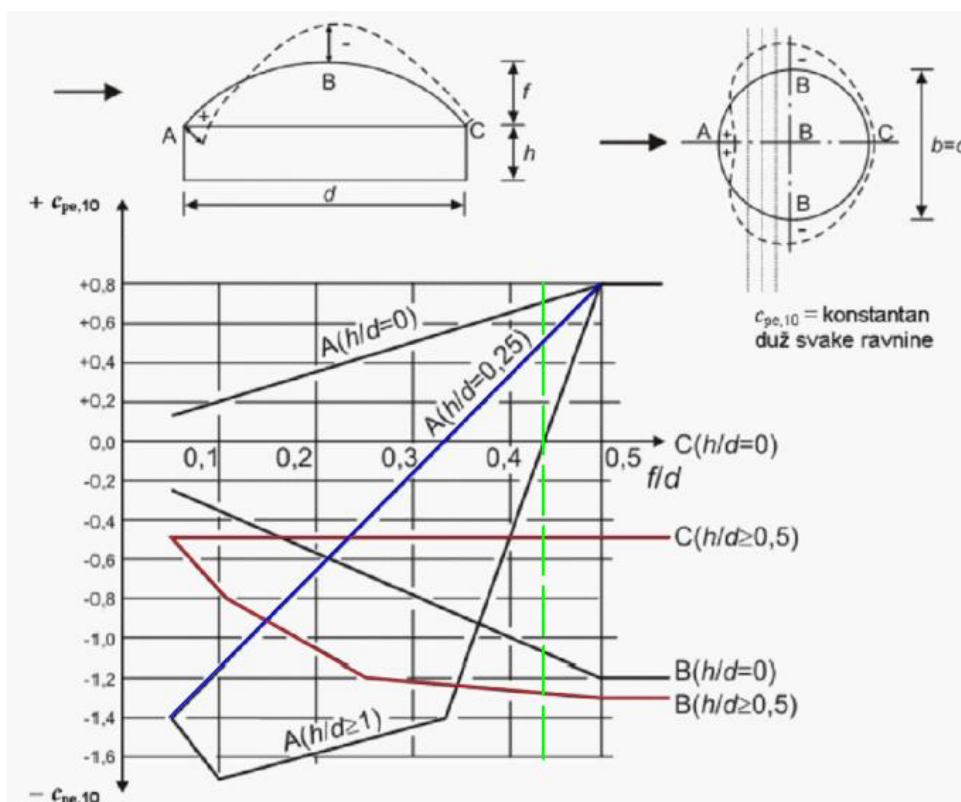
$$z_0 = 0,05 \text{ m} \quad z_{\min} = 1 \text{ m (iz tablice)}$$

Slijedi izračun tlaka pri vršnoj brzini $q_p(z)$:

$$q_p(z) = c_e(z) \cdot q_b \tag{8}$$

$$q_p(z) = 2,9 \cdot 0,25 = 0,725 \text{ kN/m}^2$$

Koeficijent vanjskog pritiska “ c_{pe} ” za kupole određuje se prema prikazu danom na slici 16.



Slika 16. Preporučene vrijednosti koeficijenta vanjskog tlaka $c_{pe,10}$ za kupole s kružnom osnovicom [4]

$$h = 6,4 \text{ m}$$

$$f = 15,7 \text{ m}$$

$$d = 36,27 \text{ m}$$

$$h/d = 6,4/36,27 = 0,18$$

$$f/d = 15,7/36,27 = 0,43$$

Zona A $c_{pe,10} = 0,6$

Zona B $c_{pe,10} = - 1,3$

Zona C $c_{pe,10} = - 0,5$

Koeficijent unutarnjeg pritiska “ c_{pi} ” iznosi:

$$c_{pi} = + 0,2 \text{ ispuh}$$

$$c_{pi} = - 0,3 \text{ usis}$$

Vanjski pritisak vjetra:

$$\text{Zona A} \quad w_e = q_p(z_c) \cdot c_{pc} = 0,725 \cdot 0,6 = 0,435 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Zona B} \quad w_e = q_p(z_c) \cdot c_{pc} = 0,725 \cdot (-1,3) = -0,943 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Zona C} \quad w_e = q_p(z_c) \cdot c_{pc} = 0,725 \cdot (-0,5) = -0,363 \text{ kN/m}^2$$

Unutarnji pritisak vjetra:

$$\text{Ispuh} \quad w_e = q_p(z_i) \cdot c_{pi} = 0,725 \cdot 0,2 = 0,145 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Usis} \quad w_e = q_p(z_i) \cdot c_{pi} = 0,725 \cdot (-0,3) = -0,218 \text{ kN/m}^2$$

Rezultantni prikaz pritiska uz pozitivni unutarnji pritisak (ispuh):

ZONA	A	B	C
w_e [kN/m ²]	0,435	-0,943	-0,363
w_i [kN/m ²]	0,145	0,145	0,145
w [kN/m ²]	0,580	-0,798	-0,218

Rezultantni prikaz pritiska uz negativni unutarnji pritisak (usis):

ZONA	A	B	C
w_e [kN/m ²]	0,435	-0,943	-0,363
w_i [kN/m ²]	-0,218	-0,218	-0,218
w [kN/m ²]	0,217	-1,161	-0,581

3.4. Kombinacije opterećenja

Kao mjerodavno opterećenje uzima se vjetar uz negativan unutarnji pritisak.

Pretpostavljaju se sljedeće kombinacije opterećenja:

1. $1.35 \cdot g + 1,5 \cdot s + 0,6 \cdot w$

2. $1.35 \cdot g + 0,6 \cdot s + 1,5 \cdot w$

3. $1.35 \cdot g + 1,5 \cdot w$

Gdje je:

g – vlastita težina konstrukcije izračunata u programu naredbom self-weight

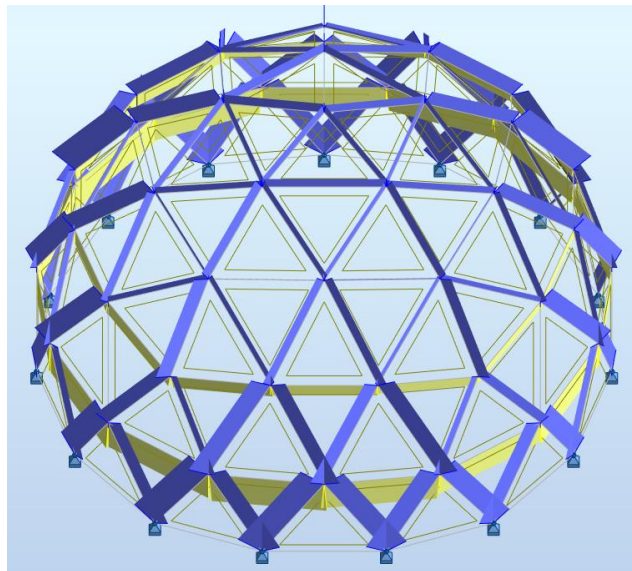
s – opterećenje snijegom

w – opterećenje vjetrom

4. Rezultati statičke analize

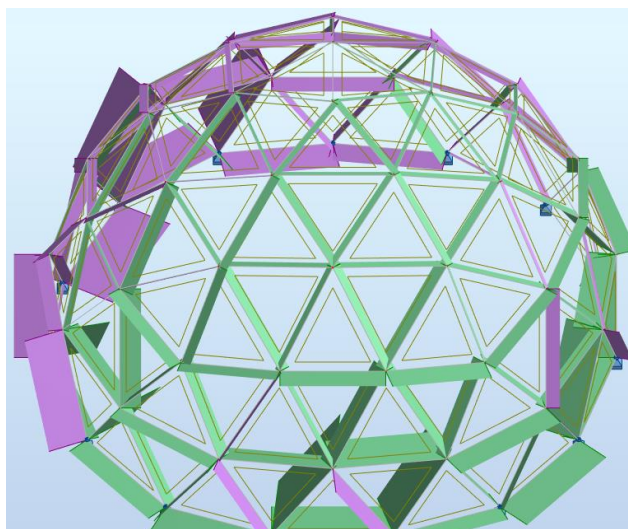
Najveće sile javljaju se u drugoj kombinaciji ($1.35 \cdot g + 0,6 \cdot s + 1,5 \cdot w$), u ostalim kombinacijama dijagrami unutarnjih sila su slični kao i u drugoj kombinaciji sa malo manjim vrijednostima stoga je prikazana samo druga kombinacija opterećenja.

Na slici 17. prikazan je dijagram uzdužnih sila dobiven u programu Robot Structural Analysis. Plavom bojom označene su vlačne, a žutom bojom tlačne sile. Iz slike se vidi da su dijagrami gotovo ravni zato što se opterećenja prenosi u čvorove, a blage padove u dijagramima uzrokuje vlastita težina konstrukcije.



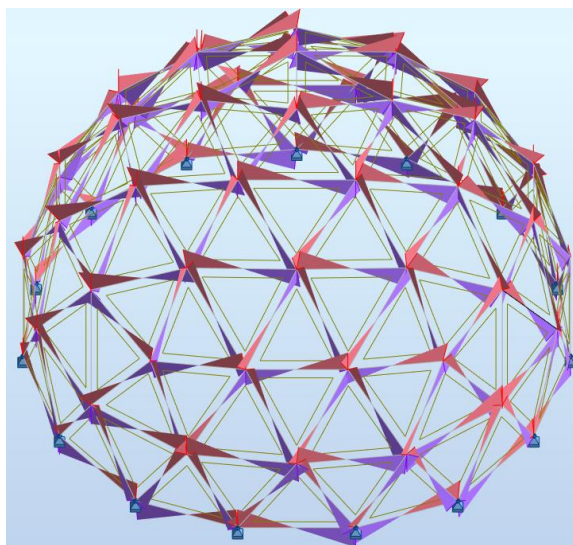
Slika 17. Prikaz Sila F_x na štapovima za drugu kombinaciju

Na slici 18. prikazan je dijagram poprečnih sila u y smjeru dobiven u programu Robot Structural Analysis. Dijagrami su ravnog oblika kao i kod uzdužnih sila.



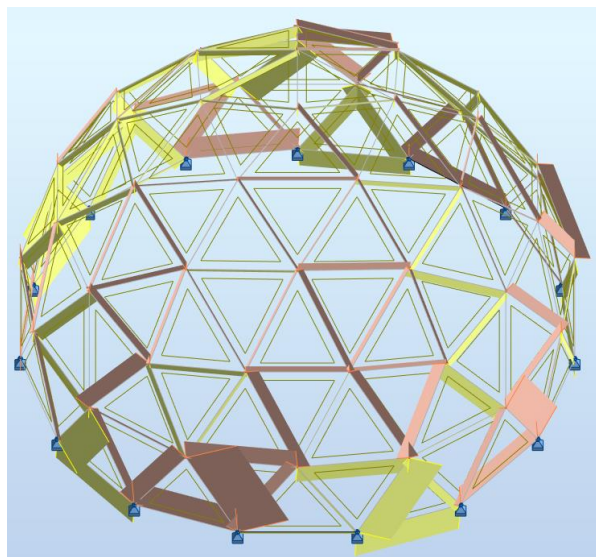
Slika 18. Prikaz sila F_y na štapovima za drugu kombinaciju

Na slici 19. prikazan je dijagram poprečnih sila u z smjeru dobiven u programu Robot Structural Analysis. Dijagrami se mjenjaju linearno iz jednog predznaka u drugi.



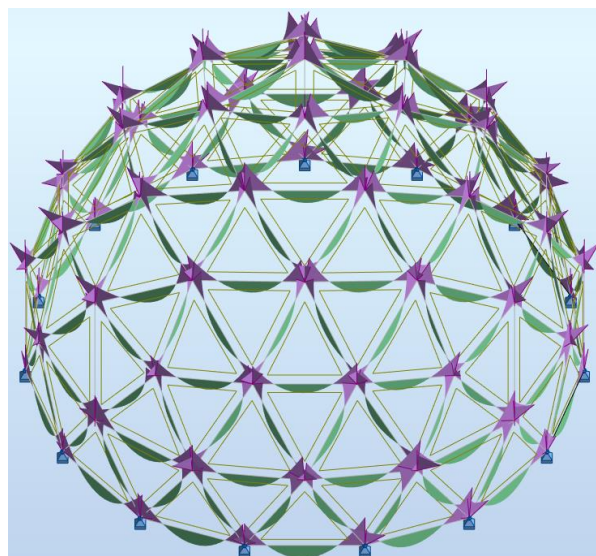
Slika 19. Prikaz sila F_z na štapovima za drugu kombinaciju

Na slici 20. prikazan je dijagram momenata u x smjeru dobiven u programu Robot Structural Analysis. Dijagrami imaju konstantan iznos uzduž elemenata.



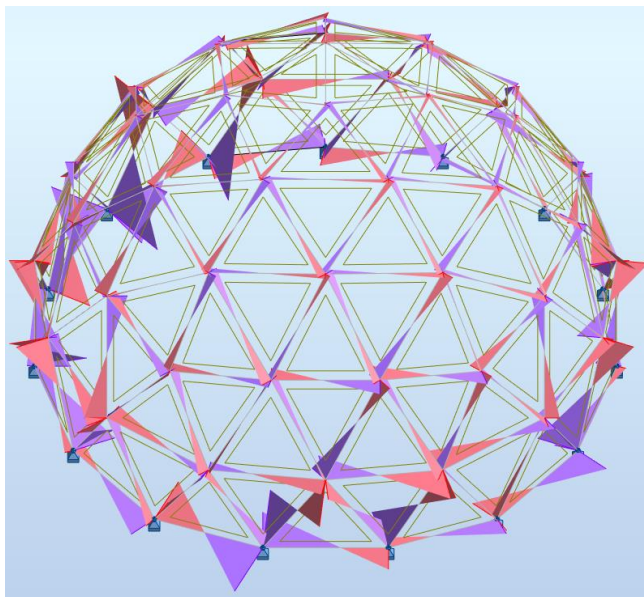
Slika 20. Prikaz momenata M_x na štapovima za drugu kombinaciju

Na slici prikazan je dijagram momenata u y smjeru dobiven u programu Robot Structural Analysis. Dijagrami su paraboličnog oblika te se najveći momenti javljaju na sredinama štapova. Takvi dijagrami su očekivani s obzirom na poprečne sile koje djeluju okomito na y os što uzrokuje savijanje.



Slika 21. Prikaz momenata M_y na štapovima za drugu kombinaciju

Na slici 22. prikazan je dijagram momenata u z smjeru dobiven u programu Robot Structural Analysis. Dijagrami se mjenjaju linearno iz jednog predznaka u drugi.



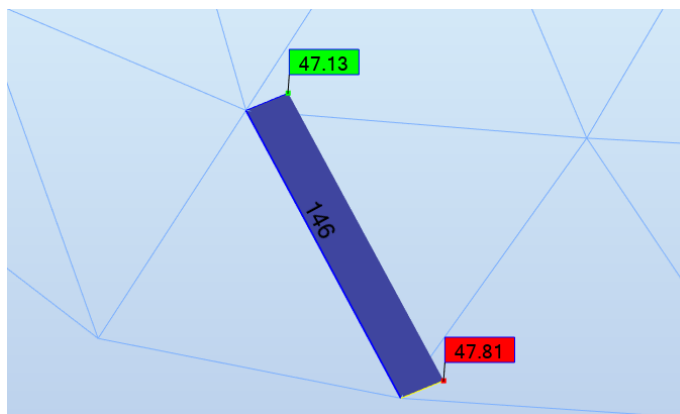
Slika 22. Prikaz momenata M_z na štapovima za drugu kombinaciju

4.1. Kritični elementi

Analizom geodetske kupole u programu Robot Structural Analysis dobivene su uzdužne sile F_x u rasponu od 15 do 80 kN za različite kombinacije, dok su ostale poprečne sile i momenti savijanja manje od 1 kN odnosno manji od 1 kNm. Takvi rezultati su očekivani zato što su kod geodetske kupole štapovi postavljeni tako da minimiziraju savijanje i poprečna opterećenja, te se opterećenja prenose u čvorove. Najveće sile javljaju se u 2. kombinaciji. Tablica sa uzdužnim silama za 2. kombinaciju dana je u prilogu 1. U nastavku su prikazani dijagrami unutarnjih sila za štapove u kojima se javljaju maksimalne sile. Za kombinaciju 1 i 3 prikazani su dijagrami uzdužnih sila na štapovima sa maksimalnim vrijednostima, dok su za kombinaciju 2 prikazani dijagrami svih unutarnjih sila za štapove gdje se javljaju maksimalne vrijednosti.

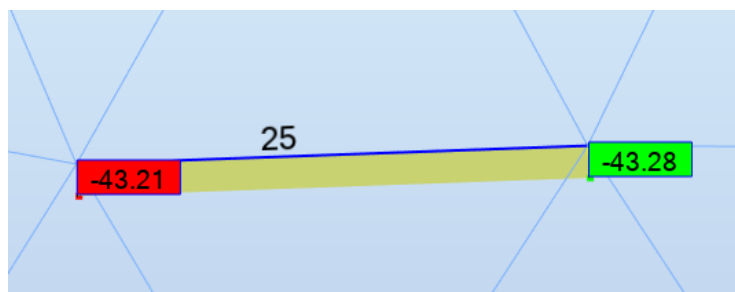
Kombinacija 1 ($1,35 \cdot g + 1,5 \cdot s + 0,6 \cdot w$)

Najveća uzdužna vlačna sila za prvu kombinaciju javlja se u štapu 146 te ona iznosi 47,81 kN. Štap 146 je prikazan na slici 23.



Slika 23. Najveća uzdužna vlačna sila za prvu kombinaciju

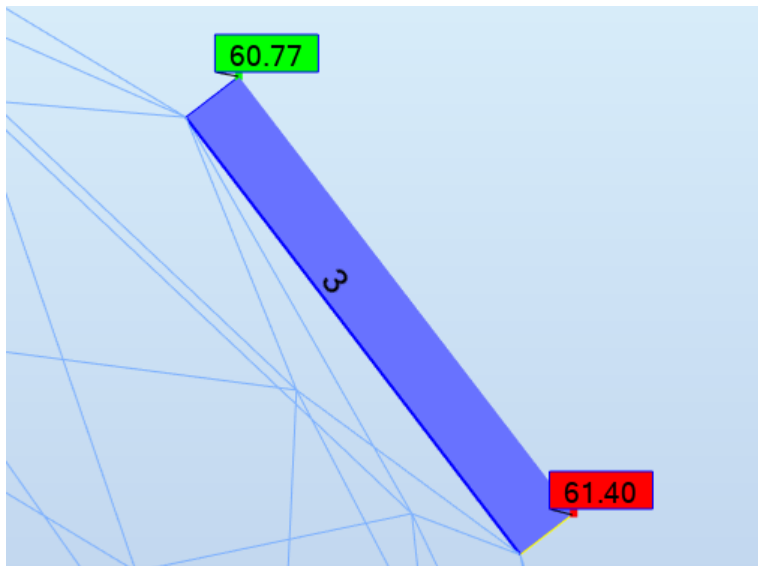
Najveća uzdužna tlačna sila za prvu kombinaciju javlja se u štapu 25 te ona iznosi 43,28 kN. Štap 25 je prikazan na slici 24.



Slika 24. Najveća uzdužna tlačna sila za prvu kombinaciju

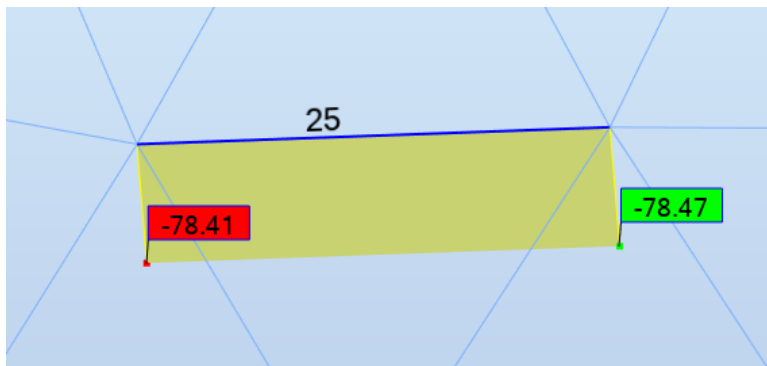
Kombinacija 2 ($1.35 \cdot g + 0,6 \cdot s + 1,5 \cdot w$)

Najveća uzdužna vlačna sila za drugu kombinaciju javlja se u štapu 3 te ona iznosi 61,40 kN. Štap 3 je prikazan na slici 25.



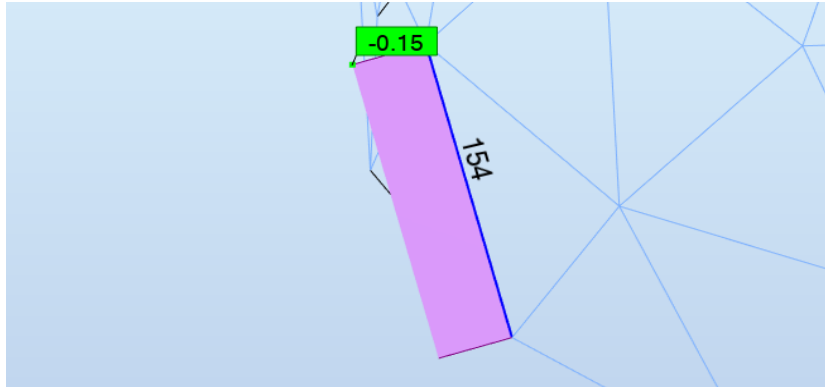
Slika 25. Najveća uzdužna vlačna sila za drugu kombinaciju

Najveća uzdužna tlačna sila za drugu kombinaciju javlja se u štapu 25 te ona iznosi -78,47 kN. U drugoj kombinaciji javljaju se najveće vrijednosti dijagrama unutarnjih sila. Štap 25 je prikazan na slici 26.



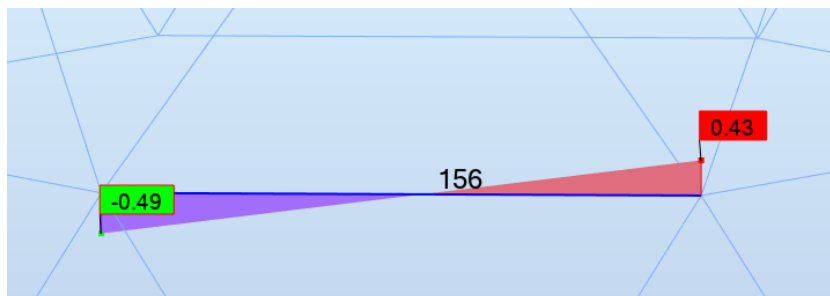
Slika 26. Najveća uzdužna tlačna sila za drugu kombinaciju

Najveća poprečna sila u y smjeru javlja se u štapu 154 te iznosi -0,15 kN. Štap 154 je prikazan na slici 27.



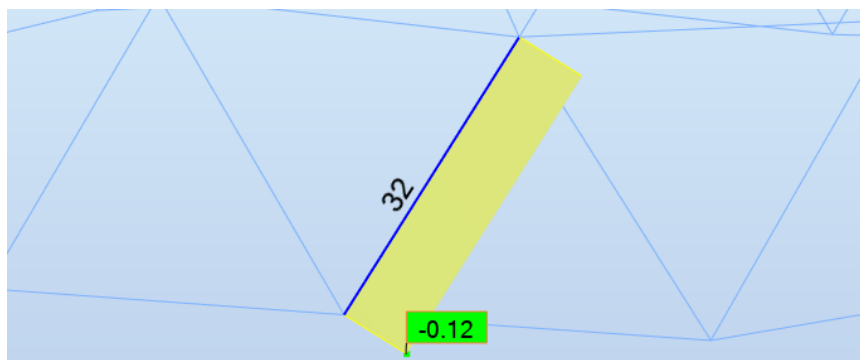
Slika 27. Najveća poprečna sila u y smjeru za drugu kombinaciju

Najveća poprečna sila u z smjeru javlja se u štapu 156 i iznosi -0,49 kN. Štap 156 je prikazan na slici 28.



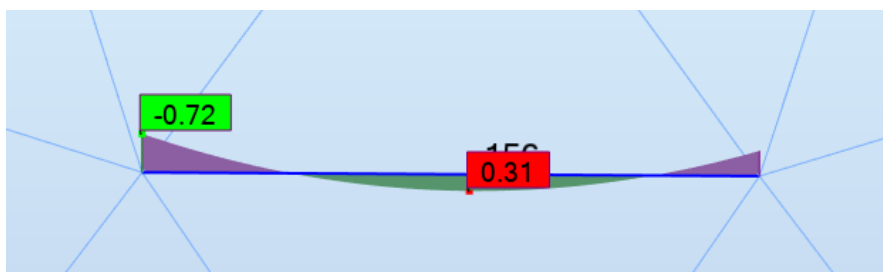
Slika 28. Najveća poprečna sila u y smjeru za drugu kombinaciju

Najveći moment savijanja oko osi x javlja se u štapu 32 i iznosi 0,12 kNm. Štap 32 je prikazan na slici 29.



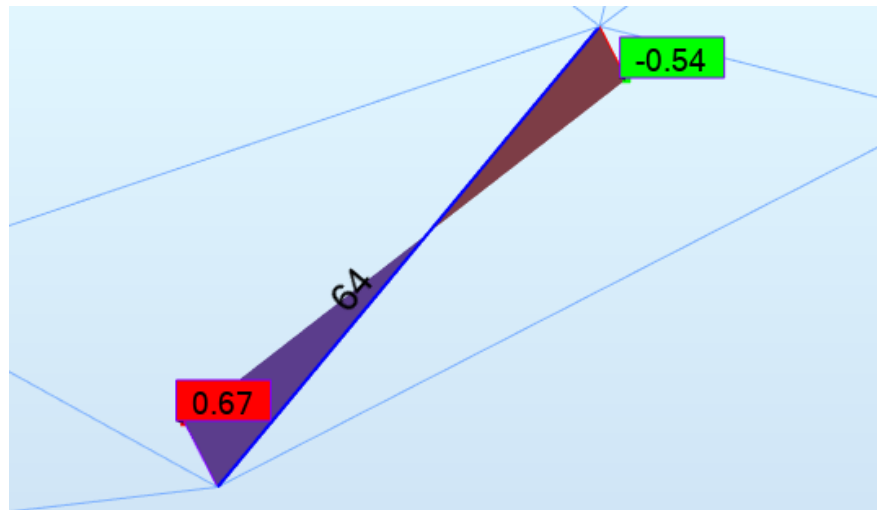
Slika 29. Najveći moment savijanja oko x osi za drugu kombinaciju

Najveći moment savijanja oko y osi javlja se u štapu 156 i iznosi 0,54 kNm. Štap 156 je prikazan na slici 30.



Slika 30. Najveći moment savijanja oko y osi za drugu kombinaciju

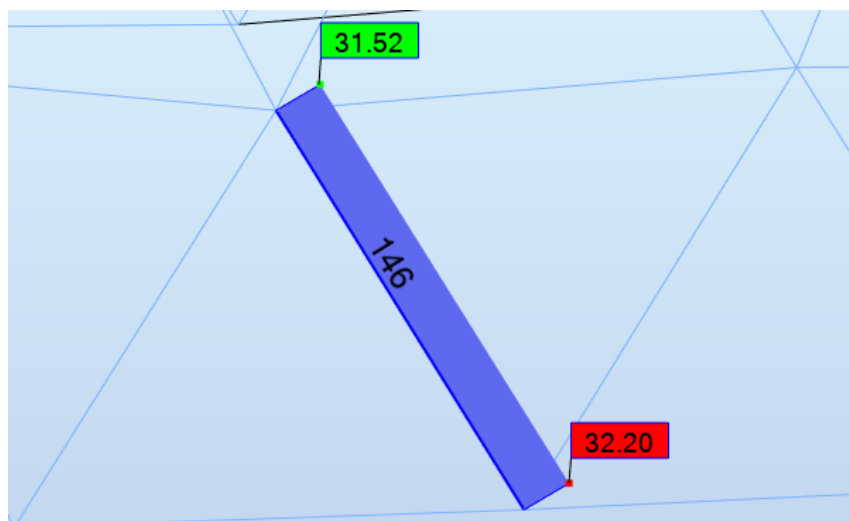
Najveći moment savijanja oko z osi javlja se u štapu 64 i iznosi 0,67 kNm. Štap 64 je prikazan na slici 31.



Slika 31. Najveći moment savijanja oko z osi za drugu kombinaciju

Kombinacija 3 ($1.35 \cdot g + 1,5 \cdot w$)

Najveća uzdužna vlačna sila za treću kombinaciju javlja se u štapu 146 te iznosi 32,20 kN. U ovoj kombinaciji dobivene su najmanje vrijednosti dijagrama unutarnjih sila zato što se djelovanje snijega ne uzima u obzir. Štap 146 je prikazan na slici 32.



Slika 32. Najveća uzdužna vlačna sila za treću kombinaciju

Najveća uzdužna tlačna sila za treću kombinaciju javlja se u štapu 25 te ona iznosi -14,96 kN. Štap 25 je prikazan na slici 33.



Slika 33. Najveća uzdužna tlačna sila za treću kombinaciju

5. Nosivost poprečnog presjeka

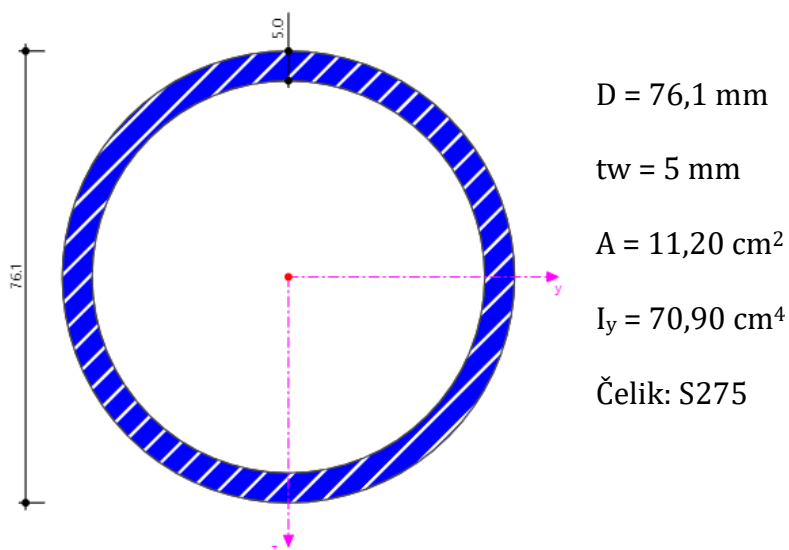
Model je sastavljen od 165 štapova različitih duljina: 7,89 m, 7,53 m i 6,83 m. Potrebno je identificirati maksimalno opterećeni štap za svaku od ovih duljina kako bi se mogla provesti provjera nosivosti na tlak i izvijanje.

Maksimalna uzdužna tlačna sila za štap duljine 7,89 metara iznosi -66,58 kN, za štap duljine 7,53 metara iznosi -78,47 kN, a za štap duljine 6,83 metara iznosi -38,09 kN. Navedene sile javljaju se u drugoj kombinaciji, gdje se javljaju najveće sile u konstrukciji.

Otpornost poprečnog presjeka na tlak provjerena je za štap 25 duljine 7,53 m u kojem se javlja najveća uzdužna tlačna sila, dok je provjera otpornosti na izvijanje izračunata posebno za svaki štap, ovisno o njegovoj duljini i sili koja u njemu djeluje.

5.1. Glavni nosači

Na slici 34. je prikazan poprečni presjek CHS (Circular Hollow Section), koji je jednak za sve štapove u konstrukciji.



Slika 34. Poprečni presjek glavnih nosača

Klasifikacija poprečnog presjeka

$$\text{Uvjet} \rightarrow \frac{D}{t} \leq 50 \cdot \varepsilon^2 \rightarrow \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0,924$$

$$\frac{76,1}{5} = 15,22 < 46,22$$

Uvjet zadovoljava \rightarrow poprečni presjek je klasa 1.

Otpornost poprečnog presjeka na tlak

$$N_{Ed} = -78,47 \text{ kN}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f}{\gamma_{M0}} = \frac{11,20 \cdot 27,5}{1} = 308 \text{ kN}$$

Uvjet nosivosti

$$N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$$

78,47 kN < 308 kN → Iskoristivost je 25,48%

Otpornost elementa na izvijanje – Štap duljine 7,89 m

$$N_{Ed} = -66,58 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$L_{cr} = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 7,89 = 3,95 \text{ m}$$

Kritična sila izvijanja:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_y}{l_{cr}^2}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 70,90}{395^2} = 94,18 \text{ kN}$$

Vitkost elementa:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \times f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{11,20 \times 27,5}{94,18}} = 1,808$$

C – krivulja izvijanja $\alpha_{LT} = 0,21$

$$\phi = 0,5 \times [1 + \alpha \times (\lambda - 0,2) + \lambda^2]$$

$$\phi = 0,5 \times [1 + 0,21 \times (1,808 - 0,2) + 1,808^2] = 2,303$$

Faktor redukcije:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}$$

$$\chi = \frac{1}{2,303 + \sqrt{2,303^2 - 1,808^2}} = 0,268 < 1$$

Za klasu 1:

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,Rd} = 0,268 \times \frac{11,20 \times 27,5}{1,1} = 77,04 \text{ kN}$$

Uvjet nosivosti:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{66,58}{77,04} = 0,864 < 1 \rightarrow \text{Iskoristivost je } 86,4 \%$$

Otpornost elementa na izvijanje - Štap duljine 7,53 m

$$N_{Ed} = -78,47 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$L_{cr} = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 7,53 = 3,765 \text{ m}$$

Kritična sila izvijanja:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_y}{l_{cr}^2}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 70,90}{376,5^2} = 103,67 \text{ kN}$$

Vitkost elementa:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \times f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{11,20 \times 27,5}{103,67}} = 1,724$$

C – krivulja izvijanja $\alpha_{LT} = 0,21$

$$\Phi = 0,5 \times [1 + \alpha \times (\lambda - 0,2) + \lambda^2]$$

$$\Phi = 0,5 \times [1 + 0,21 \times (1,724 - 0,2) + 1,724^2] = 2,146$$

Faktor redukcije:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}}$$

$$\chi = \frac{1}{2,146 + \sqrt{2,146^2 - 1,724^2}} = 0,292 < 1$$

Za klasu 1:

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,Rd} = 0,292 \times \frac{11,20 \times 27,5}{1,1} = 81,76 \text{ kN}$$

Uvjet nosivosti:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{78,47}{81,76} = 0,960 < 1 \rightarrow \text{Iskoristivost je 96 \%}$$

Otpornost elementa na izvijanje - Štap duljine 6,83 m

$$N_{Ed} = -38,09 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$L_{cr} = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 6,83 = 3,415 \text{ m}$$

Kritična sila izvijanja:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_y}{l_{cr}^2}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 70,90}{341,5^2} = 126 \text{ kN}$$

Vitkost elementa:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \times f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{11,20 \times 27,5}{126}} = 1,563$$

C – krivulja izvijanja $\alpha_{LT} = 0,21$

$$\Phi = 0,5 \times [1 + \alpha \times (\lambda - 0,2) + \lambda^2]$$

$$\Phi = 0,5 \times [1 + 0,21 \times (1,563 - 0,2) + 1,563^2] = 1,865$$

Faktor redukcije:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}}$$

$$\chi = \frac{1}{1,865 + \sqrt{1,865^2 - 1,563^2}} = 0,347 < 1$$

Za klasu 1:

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \times f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,Rd} = 0,347 \times \frac{11,20 \times 27,5}{1,1} = 97,16 \text{ kN}$$

Uvjet nosivosti:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{38,09}{97,16} = 0,392 < 1 \rightarrow \text{Iskoristivost je } 39,2 \%$$

6. Zaključak

Cilj ovog završnog rada bio je izraditi model geodetske kupole, odrediti dimenzije konstrukcije, izračunati opterećenja snijegom i vjetrom te provesti statičku analizu kupole u programu Robot Structural Analysis. Prilikom provođenja analize bilo je važno obratiti pozornost na veze između štapova i način na koji se aluminijski paneli vežu na konstrukciju. Svaki panel pričvršćen je u 3 točke odnosno na vrhove trokuta gdje se spajaju štapovi, što omogućuje direktan prijenos opterećenja u čvorove i smanjenje momenata i poprečnih sila u štapovima. Maksimalna tlačna sila u štapu iznosi 78,47 kN, dobivena je u drugoj kombinaciji gdje se kombiniraju vlastita težina, snijeg i vjetar, pri čemu je vjetar dominantno opterećenje. Iskoristivost glavnih nosača kod tlačnog opterećenja iznosi 25,48 %. Iskoristivost kod izvijanja za štapove duge 7,89 m iznosi 89,4 %, za štapove duge 7,53 m iznosi 96% i za štapove duge 6,83 m iznosi 39,2 %. Dobiveni rezultati navode na to da su štapovi dugi 7,89 m i 7,53 m optimalno iskorišteni dok su najkraći štapovi dugi 6,83 m predimenzionirani. Kako bi se postigla optimalnija iskoristivost najkraćih štapova, moguće je smanjiti njihov poprečni presjek. Međutim važno je obratiti pozornost na drugačiju raspodjelu opterećenja kod smanjenja presjeka, te je potrebno osigurati da ne dođe do prekoračenja nosivosti kod duljih štapova s već visokom iskoristivošću.

Popis tablica

Tablica 1. Karakteristične vrijednosti proračunskog opterećenja snijegom na tlu za različita područja i nadmorske visine [3].....	8
Tablica 2. Prikaz uzdužnih sila u štapovima za drugu kombinaciju opterećenja	43

Popis slika

Slika 1. Kino La Géode u Parizu [1]	1
Slika 2. Ikosaedar [2]	2
Slika 3. Prikaz jedne plohe ikosaedra za trofrekvencijsku kupolu [2]	2
Slika 4. tri okomita zlatna pravokutnika.....	3
Slika 5. Jednakostraničan trokut dobiven spajanjem vrha pravokutnika.....	3
Slika 6. Završan oblik kupole.....	4
Slika 7. Tlocrt kupole	5
Slika 8. Nacrt kupole	5
Slika 9. Karta snježnih područja Republike Hrvatske [3].....	7
Slika 10. Opterećenje snijegom na cilindričan krov	9
Slika 11. Graf za određivanje koeficijenta oblika [3].....	10
Slika 12. Tlak vjetra na površine [4].....	11
Slika 13. Karta osnovne brzine vjetra Republike Hrvatske [4]	13
Slika 14. Kategorije terena i parametri terena [4]	14
Slika 15. Faktor izloženosti $c_e(z)$ [4].....	15
Slika 16. Preporučene vrijednosti koeficijenta vanjskog tlaka $c_{pe,10}$ za kupole s kružnom osnovicom [4].....	16
Slika 17. Prikaz Sila F_x na štapovima za drugu kombinaciju	19
Slika 18. Prikaz sila F_y na štapovima za drugu kombinaciju	20
Slika 19. Prikaz sila F_z na štapovima za drugu kombinaciju	20
Slika 20. Prikaz momenata M_x na štapovima za drugu kombinaciju	21
Slika 21. Prikaz momenata M_y na štapovima za drugu kombinaciju	21
Slika 22. Prikaz momenata M_z na štapovima za drugu kombinaciju	22
Slika 23. Najveća uzdužna vlačna sila za prvu kombinaciju.....	24
Slika 24. Najveća uzdužna tlačna sila za prvu kombinaciju	24
Slika 25. Najveća uzdužna vlačna sila za drugu kombinaciju	25
Slika 26. Najveća uzdužna tlačna sila za drugu kombinaciju.....	25
Slika 27. Najveća poprečna sila u y smjeru za drugu kombinaciju	26
Slika 28. Najveća poprečna sila u y smjeru za drugu kombinaciju.....	26

Slika 29. Najveći moment savijanja oko x osi za drugu kombinaciju.....	27
Slika 30. Najveći moment savijanja oko y osi za drugu kombinaciju	27
Slika 31. Najveći moment savijanja oko z osi za drugu kombinaciju.....	28
Slika 32. Najveća uzdužna vlačna sila za treću kombinaciju.....	29
Slika 33. Najveća uzdužna tlačna sila za treću kombinaciju	29
Slika 34. Poprečni presjek glavnih nosača	31

Prilozi

Prilog 1.

Broj štapa	Sila [kN]	Broj štapa	Sila [kN]	Broj štapa	Sila [kN]
1	23,86	27	43,88	53	27,63
2	41,27	28	-78,01	54	28,49
3	61,40	29	46,93	55	42,61
4	-32,91	30	51,64	56	48,64
5	-38,09	31	25,24	57	41,97
6	-34,52	32	39,58	58	0,0
7	60,62	33	-66,27	59	-73,15
8	39,88	34	42,00	60	43,38
9	23,85	35	0,03	61	47,27
10	15,58	36	49,96	62	-66,40
11	13,74	37	0,03	63	47,16
12	31,29	38	36,20	64	55,67
13	8,32	39	48,56	65	53,78
14	40,41	40	-22,57	66	-66,58
15	38,34	41	-27,34	67	55,08
16	11,34	42	-29,44	68	-0,03
17	16,79	43	24,11	69	39,97
18	25,87	44	17,31	70	0,03
19	31,60	45	21,70	71	-18,26
20	27,06	46	1,63	72	-21,60
21	47,39	47	37,20	73	-19,20
22	44,25	48	34,65	74	12,97
23	43,72	49	2,76	75	14,02
24	0,0	50	19,17	76	24,07
25	-78,47	51	25,49	77	7,45
26	44,20	52	48,97	78	31,48

79	33,19	108	5,46	137	20,38
80	7,57	109	34,52	138	26,09
81	19,24	110	33,59	139	5,90
82	17,59	111	5,69	140	33,54
83	21,19	112	19,31	141	43,24
84	41,84	113	21,31	142	3,98
85	41,73	114	44,68	143	30,41
86	39,06	115	23,89	144	14,80
87	0,0	116	24,50	145	27,79
88	-62,16	117	5,53	146	53,27
89	39,69	118	43,31	147	44,35
90	36,53	119	45,69	148	44,64
91	-62,06	120	0,0	149	0,0
92	44,84	121	-58,79	150	-68,50
93	45,99	122	37,00	151	42,35
94	-53,63	123	36,69	152	43,08
95	43,68	124	-61,83	153	-73,05
96	-0,03	125	43,47	154	56,31
97	41,83	126	48,14	155	41,44
98	-0,03	127	40,41	156	-54,08
99	23,18	128	-53,40	157	40,06
100	38,07	129	4,52	158	-0,03
101	54,26	130	-0,03	159	46,84
102	-21,69	131	46,38	160	0,03
103	-19,82	132	0,03	161	20,51
104	32,40	133	-33,06	162	22,78
105	15,75	134	-31,81	163	46,63
106	13,58	135	-24,62	164	-22,68
107	21,32	136	11,85	165	23,34

Tablica 2. Prikaz uzdužnih sila u štapovima za drugu kombinaciju opterećenja

Literatura

[1] Kino La Géode u Parizu

<https://www.timeout.com/paris/en/cinemas/la-geode>, pristup 6.7.2024.

[2] Konstrukcije drvenih kupola

<https://www.grad.unizg.hr/download/repository/Sferne-prostorne1111.pdf>, pristup 6.7.2024

[3] Hrvatski zavod za norme, HRN-EN_1991-1-3. Zagreb, 2012

[4] Hrvatski zavod za norme, HRN-EN_1991-1-4. Zagreb, 2012

[5] Prednosti geodezijskih kupola

<https://www.kupole.hr/hr/projekti/advantages-of-geodesic-domes/>