

Geometrijski nelinearna numerička analiza stupa kompozitnog presjeka pod temperaturnim djelovanjem

Lorencin, Anamarija

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:242287>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

Anamarija Lorencin

**Geometrijski nelinearna numerička analiza stupa kompozitnog
presjeka pod temperaturnim djelovanjem**

Diplomski rad

Rijeka, 2024.

**SVEUČILIŠTE U RIJECI
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Diplomski sveučilišni studij
Konstrukcije
Stabilnost konstrukcija**

**Anamarija Lorencin
0114030037**

**Geometrijski nelinearna numerička analiza stupa kompozitnog
presjeka pod temperaturnim djelovanjem**

Diplomski rad

Rijeka, rujan 2024.

Izjava o samostalnoj izradi rada

IZJAVA

Završni/Diplomski rad izradio/izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom/mentoricom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

_____Anamarija Lorencin_____

U Rijeci, 08.09.2024.

ZAHVALA

Prvo bih se zahvalila svome mentoru dr. sc. Draganu Ribariću na pomoći i svakoj potrebnoj prilagodbi kako bi ovaj diplomski rad proizašao ovakvim kakav je sada.

Zahvalila bih se i kolegama iz KFK koji su strpljivo odgovarali na svaki „nerješivi“ problem s kojim sam se susrela tijekom pisanja rada.

Najveću zahvalu upućujem svojoj obitelji, bez vas danas ne bih pisala ovu zahvalu. Hvala vam šta ste bili moj najveći oslonac, hvala što ste me svojom pozitivom i toplom riječi vodili kroz sve ove godine studiranja. Hvala šta ste mi pomogli pronaći svjetlo i u najmračnijim trenucima. Hvala vam za sve.

Također se moram zahvaliti Marinu koji je uz mene proveo neprospavane noći, koji je naučio više o betonu, drvu i potresima nego što bi trebao znati. Hvala što si bio uz mene i činio teoriju zanimljivom, a moje dane ljepšima.

Zahvaljujem i svojim prijateljima i prijateljicama koje su mi ovo doba začinili smijehom, palačinkama, putovanjima i lijepim uspomenama.

Za kraj zahvaljujem svojim suncima za svaku prilagodbu smjene u zadnji čas, osobama koje su poslušale svako moje kukanje i uz koje sam naučila svoje vrijednosti.

Svima vam puno hvala na svakoj pruženoj podršci.

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu obuhvaćeno je djelovanje tlačne sile na stup T profila koji je podvrgnut grijanju sa strane pojasnice. Napravljena su dva modela stupa različitih materijalnih karakteristika. Geometrijske karakteristike, rubni uvjeti, vanjsko opterećenje te zagrijavanje koje je u oba modela jednako. Materijalne su karakteristike prvoga modela aluminijska pojasnica i hrbat nehrđajućeg čelika. U drugome je modelu T profil kompletno izveden aluminijem jednakih materijalnih karakteristika kojima je izvedena pojasnica u prvome modelu.

Usporedili su se rezultati djelovanja vanjske sile bez i sa dodatnim zagrijavanjem pojasnice. Za oba modela provela su se numerička ispitivanja u računalnom programu Straus7 za linearnu analizu, linearno izvijanje te nelinearnu analizu koja obuhvaća geometrijsku nelinearnost.

Ključne riječi:

Linearna analiza, linearno izvijanje, geometrijska nelinearnost, materijalne karakteristike, geometrijske karakteristike

SUMMARY

This thesis covers the effect of compressive force on a T-profile column subjected to heating from the flange side. Two models of the column with different material characteristics were created. The geometric characteristics, boundary conditions, external load, and heating are the same in both models. The material characteristics of the first model are an aluminum flange and a stainless steel web. In the second model, the T-profile is entirely made of aluminum with the same material characteristics as the flange in the first model. The results of the external force effect were compared with and without additional flange heating. Numerical tests were conducted for both models in the Straus7 program for linear analysis, linear buckling, and nonlinear analysis, which includes geometric nonlinearity.

Keywords:

Linear analysis, linear buckling, geometric nonlinearity, material characteristics, geometric characteristics

SADRŽAJ

1. UVOD.....	11
2. OSNOVE STATIKE KONSTRUKCIJA.....	14
2.1. Teorija prvog reda.....	16
2.2. Teorija drugog reda.....	17
2.3. Teorija trećeg reda.....	19
3. Softver za strukturalnu analizu Straus7.....	20
4. NUMERIČKI MODEL 1.....	21
4.1. Statički sustav:.....	21
4.2. Proračun modela 1 prije zagrijavanja pojasnice.....	23
4.2.1. <i>Teorija prvog reda</i>	23
4.2.1.1. <i>Pomak</i>	24
4.2.1.2. <i>Smicanje</i>	24
4.2.1.3. <i>Moment savijanja</i>	26
4.2.1.4. <i>Aksijalne sile</i>	27
4.2.2. <i>Linearno izvijanje</i>	29
4.2.3. <i>Teorija drugog reda</i>	30
4.2.3.1. <i>Pomak</i>	30
4.2.3.2. <i>Smicanje</i>	30
4.2.3.3. <i>Moment savijanja</i>	31
4.2.3.4. <i>Aksijalne sile</i>	32
4.3. Proračun modela 1 uslijed zagrijavanja pojasnice.....	34
4.3.1. <i>Teorija prvog reda</i>	34
4.3.1.1. <i>Pomak</i>	34
4.3.1.2. <i>Smicanje</i>	34

4.3.1.3.	<i>Moment savijanja</i>	35
4.3.1.4.	<i>Aksijalne sile</i>	36
4.3.2.	<i>Linearno izvijanje</i>	38
4.3.3.	<i>Teorija drugog reda</i>	39
4.3.3.1.	<i>Pomak</i>	39
4.3.3.2.	<i>Smicanje</i>	39
4.3.3.3.	<i>Moment savijanja</i>	40
4.3.3.4.	<i>Aksijalne sile</i>	41
5.	NUMERIČKI MODEL 2	43
5.1.	Statički sustav:	43
5.2.	Proračun modela 2 prije zagrijavanja pojasnice	45
5.2.1.	<i>Teorija prvog reda</i>	45
5.2.1.1.	<i>Pomak</i>	45
5.2.1.2.	<i>Smicanje</i>	45
5.2.1.3.	<i>Moment savijanja</i>	46
5.2.1.4.	<i>Aksijalne sile</i>	47
5.2.2.	<i>Linearno izvijanje</i>	49
5.2.3.1.	<i>Pomak</i>	50
5.2.3.2.	<i>Smicanje</i>	50
5.2.3.3.	<i>Moment savijanja</i>	51
5.2.3.4.	<i>Aksijalne sile</i>	52
5.3.	Proračun modela 2 uslijed zagrijavanja pojasnice	53
6.1.1.	<i>Teorija prvog reda</i>	54
6.1.1.1.	<i>Pomak</i>	54
6.1.1.2.	<i>Smicanje</i>	54
6.1.1.3.	<i>Moment savijanja</i>	55

6.1.1.4. Aksijalne sile	56
6.1.2. Linearno izvijanje	58
6.1.3. Teorija drugog reda	59
6.1.3.1. Pomak	59
6.1.3.2. Smicanje	59
6.1.3.3. Moment savijanja	60
6.1.3.4. Aksijalne sile	61
7. USPOREDBA REZULTATA	63
8. ZAKLJUČAK	65
IZVORI:	66

Popis slika

Slika 1 Deformirani element dx štapa [1].....	15
Slika 2 Fiktivni kontinuirani moment [1]	18
Slika 3 Princip superpozicije vrijedi za različita poprečna opterećenja pri istoj uzdužnoj sili [1]	18
Slika 4 Element nosača prije i nakon nanošenja opterećenja [1].....	19
Slika 5 Primjer modela u programu Straus7 [4].....	20
Slika 6 Kartezijev sustav	21
Slika 7 Presjek stupa: T profil.....	22
Slika 8 3D model stupa izvedenog u programu Straus7.....	23
Slika 9 Prikaz rubnih uvjeta na krajnjim točkama modela	23
Slika 10 Primjer pomaka (u) u statici [6].....	24
Slika 11 Pomak stupa provedene linearnom analizom uslijed djelovanja vanjskog opterećenja.....	24
Slika 12 Primjer sile smicanja vijaka [8].....	25
Slika 13 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultante od 100 kN.....	26
Slika 14 Primjer momenta savijanja [9].....	26
Slika 15 Dijagram momenta savijanja provedenih linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	27
Slika 16 Primjer djelovanja vlačnih aksijalnih sila [10]	28
Slika 17 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	28
Slika 18 Linearno izvijanje stupa uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN	29
Slika 19 Pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed ekscentrične rezultantne sile od 100 kN	30
Slika 20 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	31
Slika 21 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja vanjskog opterećenja	32
Slika 22 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	33
Slika 23 Pomak prilikom linearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	34
Slika 24 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	35
Slika 25 Dijagram momenta savijanja provedenih linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	36
Slika 26 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	37
Slika 27 Linearno izvijanje stupa uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja.....	38
Slika 28 Pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	39
Slika 29 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	40
Slika 30 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja.....	41

Slika 31 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	42
Slika 32 Pomak stupa proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	45
Slika 33 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	46
Slika 34 Dijagram momenta savijanja proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	47
Slika 35 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	48
Slika 36 Linearno izvijanje stupa uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN	49
Slika 37 Pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	50
Slika 38 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN.....	51
Slika 39 Dijagram momenta savijanja provedenog nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN	52
Slika 40 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja <i>ekscentrične rezultantne sile od 100 kN</i>	53
Slika 41 Pomak prilikom linearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja.....	54
Slika 42 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	55
Slika 43 Dijagram momenta savijanja proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	56
Slika 44 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	57
Slika 45 Linearno izvijanje stupa uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja.....	58
Slika 46 Pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	59
Slika 47 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	60
Slika 48 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja.....	61
Slika 49 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja	62

Popis tablica

Tablica 1 Tabelarni prikaz rezultata dobivenih numeričkom analizom za model 1	63
Tablica 2 Tabelarni prikaz rezultata dobivenih numeričkom analizom za model 2	64

1. UVOD

U ovome će diplomskom radu nakon kratkog analitičkog uvida u problematiku statike biti objašnjena statika konstrukcija, teorija prvoga reda, teorija drugoga reda te teorija trećeg reda će biti izvedena numerička analiza dvaju različitih modela u računalnom jeziku Stratus7. Također će biti provedena usporedba rezultata numeričkih ispitivanja. Modeli će biti modelirani jednakim geometrijskim karakteristikama rubnih uvjeta, kao i jednakim vanjskim opterećenjem te će im pojasnica biti zagrijavana. Jedina razlika bit će umaterijalnim karakteristikama. Prvo će se provesti analize modela 1 koji će imati hrbat nehrđajućeg čelika te aluminijsku pojasnicu. Analize koje će se provesti su linearna analiza (proračun po teoriji prvog reda) i nelinearna analiza (proračun po teoriji drugog reda) koja obuhvaća geometrijsku nelinearnost. Analize će prvo biti provedene za stup T presjeka opterećen ukupnim vanjskim opterećenjem od 100 kN na vrhu stupa. Provest će se analize za proračun stupa koji je opterećen ukupnim vanjskim opterećenjem od 100 kN na vrhu stupa s dodatnim zagrijavanjem aluminijske pojasnice za 40°C dok hrbat ostaje nezagrijavan. Linearna analiza (teorija prvog reda) obuhvatit će: pomak, silu smicanja, moment savijanja te aksijalnu silu. Nelinearna analiza (teorija drugog reda) će, radi točnosti rezultata, biti zadana kroz 10 ikremenata te će također obuhvatiti: pomak, silu smicanja, moment savijanja te aksijalnu silu. Uz svaku će analizu biti priložene slike pomaka i dijagrama iz računalnog programa Stratus7 za svaku ispitanu stavku. Nakon prethodno opisanog provest će se analiza modela 2 čiji će hrbat i pojasnica imati jednake materijalne karakteristike, te će se te karakteristike podudarati s materijalnim karakteristikama aluminijske pojasnice prvoga modela.

Također će se provesti linearna analiza (proračun po teoriji prvog reda) i nelinearna analiza (proračun po teoriji drugog reda) koja obuhvaća geometrijsku nelinearnost. Poput prvoga modela, prvo će se izvesti analize za proračun stupa opterećenog ukupnim vanjskim opterećenjem od 100 kN na vrhu stupa s dodatnim zagrijavanjem aluminijske pojasnice za 40°C dok hrbat ostaje nezagrijavan. U linearnoj analizi (teoriji prvog reda) kao i kod prvog modela bit će obuhvaćeni: pomak, sila smicanja, moment savijanja te aksijalna sila. Nelinearna analiza (teorija drugog reda) će radi točnosti rezultata biti zadana kroz 10 ikremenata te će također biti obuhvaćeni: pomak, sila smicanja, moment savijanja te aksijalna sila. Po uzoru na prvi model, uz svaku će analizu biti priložene slike pomaka i dijagrama iz računalnog programa Straus7 za svaku ispitanu stavku. Finalni rezultati oba modela bit će prikazani tabelarno što će pojednostaviti usporedbu.

2. OSNOVE STATIKE KONSTRUKCIJA

Kada se radi o linearnoj statičkoj konstrukciji koja se upotrebljava u inženjerskoj praksi, ona je zasnovana na tri osnovne pretpostavke.

1. Pretpostavka o malim deformacijama:
 - Pretpostavlja se da su deformacije osi štapa ε te rotacije poprečnog presjeka φ , skupa s njihovim dilatacijama, male veličine, čiji se kvadrati i više potencije mogu zanemariti.
 - Ovom se pretpostavkom osigurava geometrijska linearnost pri rješavanju statike konstrukcije.

2. Pretpostavka o malim veličinama pomaka točki djelovanja vanjskih i unutarnjih sila.
 - Ukoliko se gleda odnos osnovnih dimenzija nosača s vrijednostima pomaka točki zbog djelovanja vanjskih i unutarnjih sila pretpostavljaju se male vrijednosti.
 - Ovom se pretpostavkom osigurava statička (geometrijska) linearnost zanemarujući pomake točke u uvjetima ravnoteže usred vanjskih sila na nosaču i unutarnjih sila.
 - Uvjeti ravnoteže ispisuju se na nedeformiranom nosaču

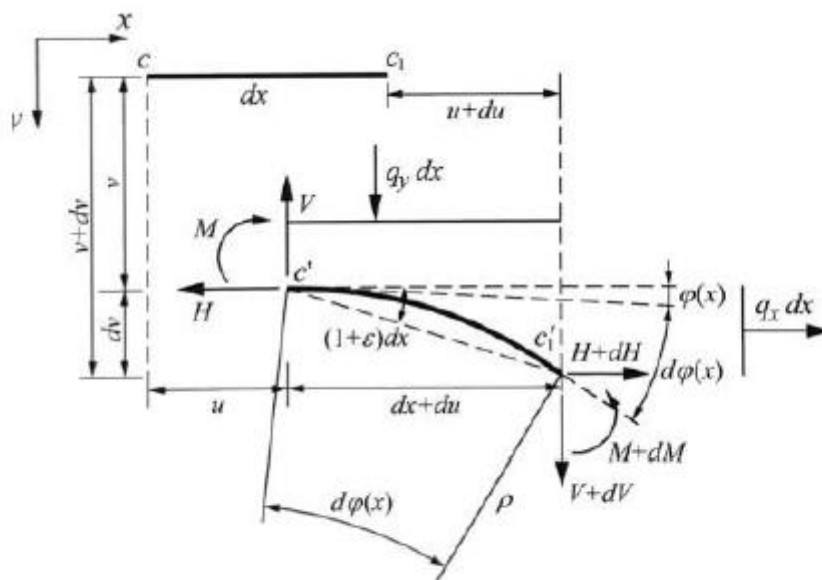
3. Pretpostavka o linearnoj vezi između dilatacija i naprezanja, odnosno temperaturnih promjena.
 - Ovom se pretpostavkom osigurava materijalna (fizička) linearnost pri rješavanju problema u statičkoj konstrukciji.

Teorija velikih pomaka (*teorija 3. reda*) odbacuje prve dvije od prethodno navedenih pretpostavki, a zadržava samo treću pretpostavku o materijalnoj (fizičkoj) linearnosti problema. Nelinearna teorija uvodi geometrijsku nelinearnost u analizu. U slučaju da bi se odbacila i treća pretpostavka, uzela bi se u obzir i geometrijska i materijalna nelinearnost nosača uslijed zadanih

djelovanja. Kod vitkih konstrukcija materijalna nelinearnost nema veliko značenje, tada najznačajniju ulogu ima geometrijska nelinearnost. [1]

Kada točnost proračuna štapnih modela ne zadovoljava prethodno navedene pretpostavke, tada se primjenjuju nelinearne metode.

Na slici 1 prikazana je deformacija diferencijalno malog elementa štapa u jednoj od glavnih ravnina štapa. Težišna os elementa prije deformacije bila je ravna crta $c-c_1$.



Slika 1 Deformirani element dx štapa [1]

2.1. Teorija prvog reda

U teoriji prvoga reda primjenjuju se sve tri prethodno navedene pretpostavke. Ona sadrži statičke, geometrijske i materijalne linearnosti, pa se stoga često i naziva linearnom teorijom. Zadovoljava Hookov zakon i zakon superpozicije utjecaja [1].

Ova se teorija najčešće koristi kao potvrdna provjera elemenata opterećenih tlakom i savijanjem [2].

Kod problema ravnoga štapa primjenjuju se slijedeće formule:

$$du = \varepsilon * dx \quad (1)$$

$$dv = \varphi * dx \quad (2)$$

$$dH + q_x * dx = 0 \quad (3)$$

$$dV + q_y * dx = 0 \quad (4)$$

$$dM - V * dx = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h}\right) = -\chi \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t = \frac{H}{EA} + \alpha_t * t \quad (7)$$

gdje su:

u,v= nepoznati pomak u smjeru osi i okomito na os štapa

H,V,M= nepoznate statičke veličine (H= uzdužna sila, V=sila smicanja te M= moment savijanja)

ε, φ = deformacije

q_x, q_y = vanjska opterećenja u smjeru osi štapa te okomito na nju

α_t = temperaturni koeficijent linearnog širenja

Δt = temperaturna razlika elemenata

h= visina poprečnog presjeka

A= površina poprečnog presjeka

I=moment inercije poprečnog presjeka

2.2. Teorija drugog reda

U teoriji drugoga reda sadržana je pretpostavka o malim deformacijama, pretpostavka o linearnoj vezi između naprezanja i deformacijama, dok je odbačena pretpostavka o malim veličinama. Ova se teorija koristi za modeliranje iz razloga što ista rezultira povećanjem momenata savijanja u odabranome presjeku. Ukoliko se to uzme u obzir, dobiju se jednačbe [1]:

$$du = \varepsilon * dx \quad (8)$$

$$dv = \varphi * dx \quad (9)$$

$$dH + q_x * dx = 0 \quad (10)$$

$$dV + q_y * dx = 0 \quad (11)$$

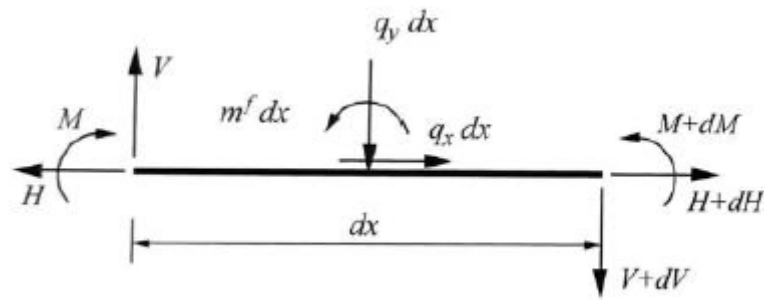
$$dM - V * (dx + du) + H * dv = 0 \quad (12)$$

$$v'' = \frac{d\varphi}{dx} = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h} \right) = -\chi \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t = \frac{H}{EA} + \alpha_t * t \quad (14)$$

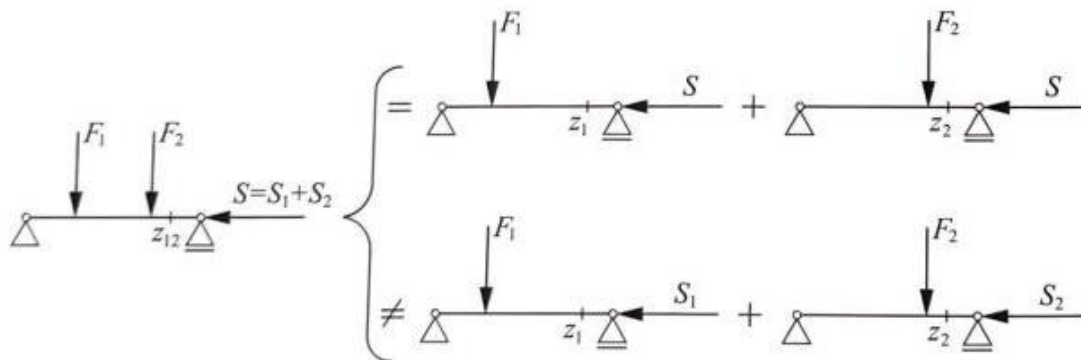
Također je i u teoriji drugog reda dobiveno sedam jednačbi, od kojih je šest diferencijalnih, te sedam nepoznanica: H, V, M, u, v, φ , ε . Vrijednost dilatacije ε je veoma mala ($\varepsilon \ll 1$) međutim, u slučaju teorije drugoga reda ne smije se zanemariti. [1].

Ukoliko se usporede jednačbe prvog reda s jednačbama drugoga reda uočava se razlika u članu $H * dv$ kod uvjeta ravnoteže momenta. Iz prethodno navedene razlike može se zaključiti da će utjecaj prema teoriji prvoga i drugoga reda biti jednak u slučaju da je štap uz vanjska opterećenja q_x i q_y opterećen i fiktivnim kontinuiranim momentima $m^f = H * \varphi$ što je i prikazano na slici 2, a to bi značilo da je utjecaj deformacije na njegove rezne sile jednak fiktivnom opterećenju nosača kontinuiranim momentima [1].



Slika 2 Fiktivni kontinuirani moment [1]

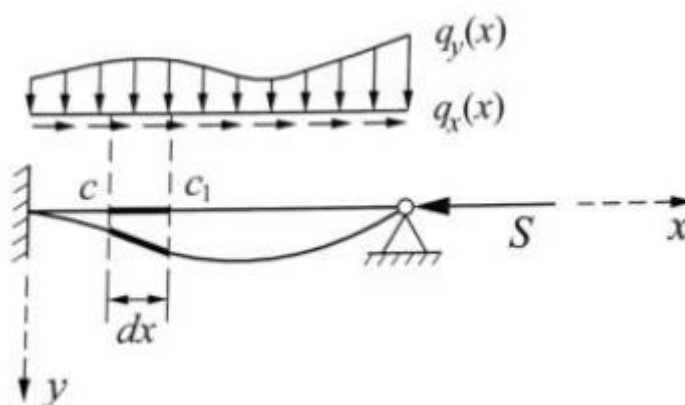
U teoriji drugog reda problem štapa je nelinearan te ne vrijedi princip superpozicije, stoga se mogu zbrojiti samo oni utjecaji koje različita poprečna opterećenja uzrokuju pri istoj uzdužnoj sili. Ta se tvrdnja može prikazati na primjeru proste grede opterećene poprečnim silama F_1 i F_2 te uzdužnom silom S kao što je prikazano na slici 3.



Slika 3 Princip superpozicije vrijedi za različita poprečna opterećenja pri istoj uzdužnoj sili [1]

2.3. Teorija trećeg reda

Kao što je već navedeno, teorija trećeg reda odbacuje prve dvije pretpostavke (geometrijsku linearnost i statičku linearnost), a zadržava samo materijalnu fizičku linearnost. U ovoj nelinearnoj teoriji također se u analizu se uvodi geometrijska nelinearnost. Ukoliko bi se odbacila i treća pretpostavka o materijalnoj linearnosti, u obzir bi se uzele geometrijska i materijalna nelinearnost. Materijalna nelinearnost nema veliki utjecaj kod projektiranja vitkih konstrukcija, no tu je najutjecajnija geometrijska linearnost što je prikazano na slici 4.



Slika 4 Element nosača prije i nakon nanošenja opterećenja [1]

Ta je teza predstavljena jednadžbama [2]:

$$dx + du = (1 + \varepsilon) * dx * \cos\varphi \quad (15)$$

$$dv = (1 + \varepsilon) * dx * \sin\varphi \quad (16)$$

$$dH + q_x * dx = 0 \quad (17)$$

$$dV + q_y * dx = 0 \quad (18)$$

$$dM - V * (dx + du) + H * dv = 0 \quad (19)$$

$$v'' = \frac{d\varphi}{dx} = - \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t * \frac{\Delta t}{h} \right) \quad (20)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha_t * t \quad (21)$$

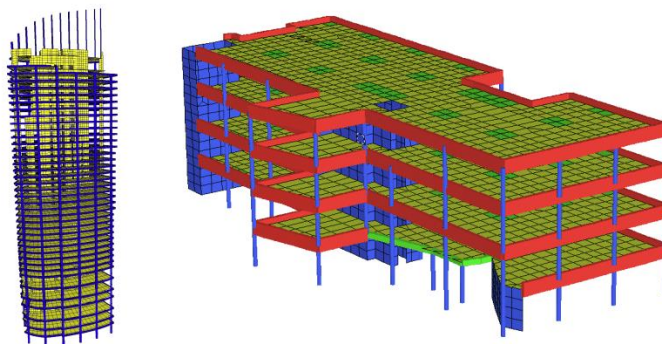
3. Softver za strukturalnu analizu Straus7

Straus7 sveobuhvatan je softver za analizu konačnih elemenata (FEA= Finite Element Analysis) koji se koristi u različitim inženjerskim disciplinama, uključujući građevinsko, mehaničko, strojarsko, aeronautičko i pomorsko inženjerstvo [3]

Ključne značajke Straus7 softvera su [4]:

- integrirano vizualno okruženje: Omogućuje korisnicima da konstruiraju modele, provode analize i istražuju rezultate unutar jednog sučelja.
- napredne mogućnosti modeliranja: Softver nudi alate za brzo stvaranje, brisanje i manipulaciju elementima, automatsko mrežiranje.
- raznoliki rezultati: Vizualizacija rezultata pomoću konturnih karata, vektorskih karata i X-Y grafova.
- podrška za različite vrste elemenata: Uključuje 1D, 2D i 3D elemente.
- različiti tipovi analiza: Podržava statičke, dinamičke, prijelazne i analize prijenosa topline.

Straus7 poznat je po svojoj fleksibilnosti i jednostavnosti korištenja, što ga čini popularnim izborom među inženjerima



Slika 5 Primjer modela u programu Straus7 [4]

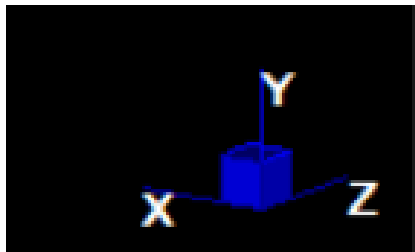
4. NUMERIČKI MODEL 1

Numerički model 1 stupa izmodeliran je u programu Straus7.

Stup se sastoji od elemenata 2 različita materijala od kojih je jedan materijal dodatno jednoliko zagrijavan temperaturom od 40°C. Visina stupa je 3 metra, a sastoji se od 30 jednakih elemenata te na njega djeluje ekscentrična rezultantna sila od 100 Kn, 50 kN u težištu pojasnice i 50 kN u težištu hrpta. Poprečni presjek stupa je T profil koji ima aluminijsku pojasnicu te hrbat nehrđajućeg čelika. Visina stupa je 3 m.

Model ima linearne materijalne karakteristike te geometrijsku nelinearnost.

Model je zadan u Kartezijevom koordinatnom sustavu, s točno određenim koordinatama. Orijentacije osi sa slike 6 koristile su se tokom cijelog numeričkog proračuna.



Slika 6 Kartezijev sustav

4.1. Statički sustav:

Osnovne karakteristike materijala prvog izrađenog profila su:

Aluminijska pojasnica, na slici 7 označena crvenom bojom.

Materijalne karakteristike:

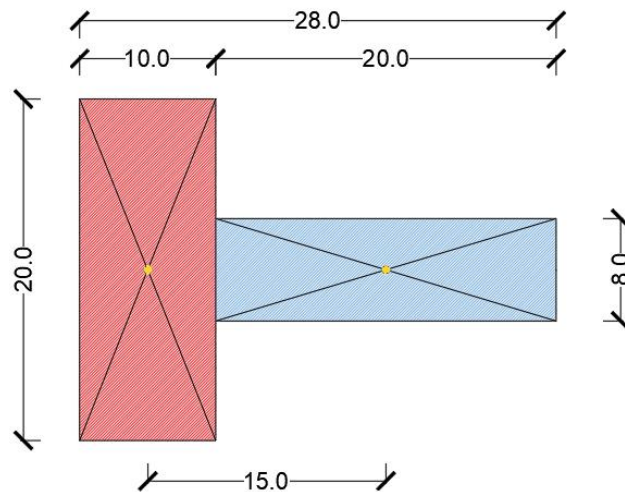
- Materijal: Aluminijska legura: 10050 – H18
- Širina profila: $b=10$ cm
- Visina profila: $h=20$ cm
- Koeficijent toplinskog širenja: $\alpha=2.4 \cdot 10^{-5}$ /°C
- Poissonov koeficijent: $\nu=0,334$
- Modul elastičnosti: $E=69$ GPa
- Modul posmika: $G=27\ 000$ kg/m²

- Jedinična masa: $\rho=2\ 700\ \text{kg/m}^3$

Inox hrbat, na slici 7 označen plavom bojom:

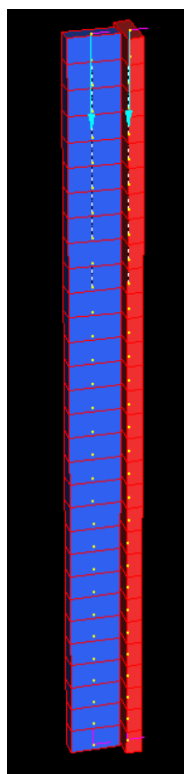
Materijalne karakteristike:

- Materijal: Nehrdajući čelik: Razred 304
- Širina profila: $b=20\ \text{cm}$
- Visina profila: $h=8\ \text{cm}$
- Koeficijent toplinskog širenja: $\alpha=0,0000172/^\circ\text{C}$
- Poissonov koeficijent: $\nu=0,25$
- Modul elastičnosti: $E=193\ \text{GPa}$
- Jedinična masa: $\rho=7\ 750\ \text{kg/m}^3$



Slika 7 Presjek stupa: T profil

Na slici 7 prikazan je model izveden u programu Straus7.



Slika 8 3D model stupa izvedenog u programu Straus7

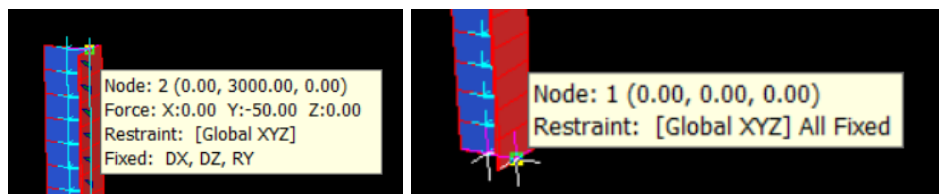
4.2. Proračun modela 1 prije zagrijavanja pojasnice

4.2.1. Teorija prvog reda

Prethodno opisani model izveden je u programu Straus7 linearnom teorijom.

Prikazan je početni model stupa prije nanošenja opterećenja kao što je prikazano na slici 8.

Stup je na donjoj strani upet, a na gornjoj strani je oslobođena je reakcija u Y smjeru koji je smjer pružanja stupa. .

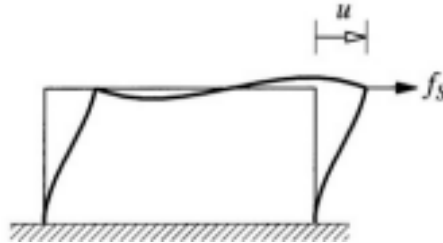


Slika 9 Prikaz rubnih uvjeta na krajnjim točkama modela

4.2.1.1. Pomak

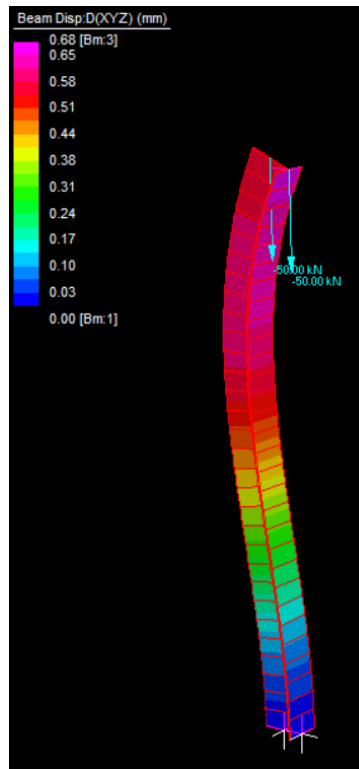
Pomak je fizikalna veličina kojom se definira promjena položaja tijela od početne točke. Slikom 10 pobliže je predstavljeno značenje pomaka. [5]

Pomaci su promjene položaja stupa u vertikalnom smjeru.



Slika 10 Primjer pomaka (u) u statici [6]

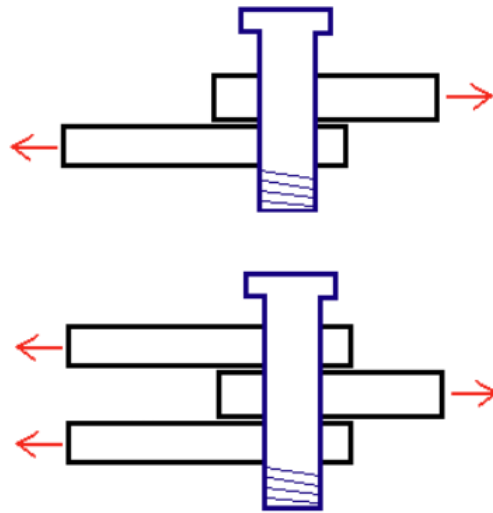
U ovome su radu pomaci izraženi u mm, a tijelo je deformirano iz ravnoga (vertikalnoga) položaja. Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja ekscentrične rezultante 100 kN, maksimalni pomak od 0,68 mm u rozjoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm na dnu stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 11.



Slika 11 Vertikalni pomak stupa provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultante od 100 kN

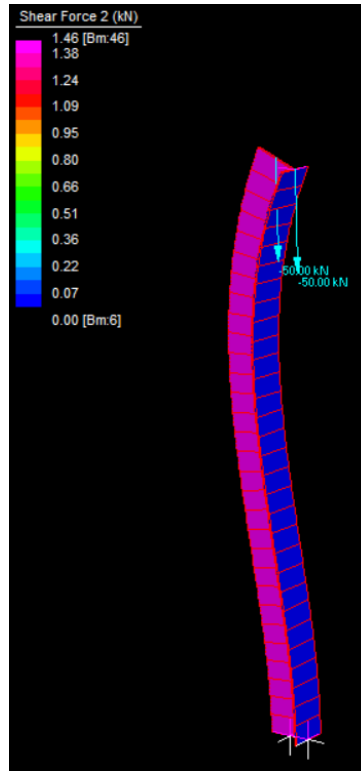
4.2.1.2. Smicanje

Smicanje (posmik) su sile koje djeluju uz normalna naprezanja, a u stanju ravnoteže opiru se klizanju dvaju susjednih ploha presjeka. [7] Slikom 12 pobliže je predstavljen pojam smicanja.



Slika 12 Primjer sile smicanja vijaka [8]

U ovome su radu rezultati smicanja izraženi u kN. Smicanje je definirano ravnotežnom jednačbom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja konstantno smicanje od 1,46 kN po cijeloj dužini hrpta nehrđajućeg čelika i 0,0 po pojasnici. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 13.

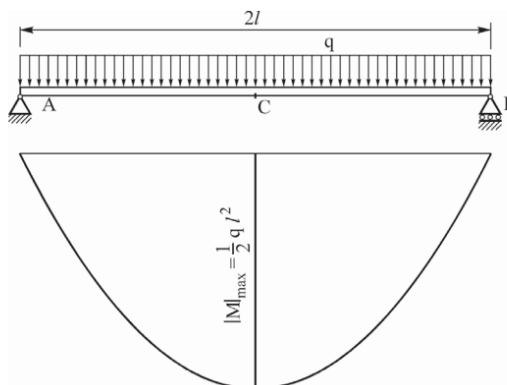


Slika 13 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultante od 100 kN

4.2.1.3. Moment savijanja

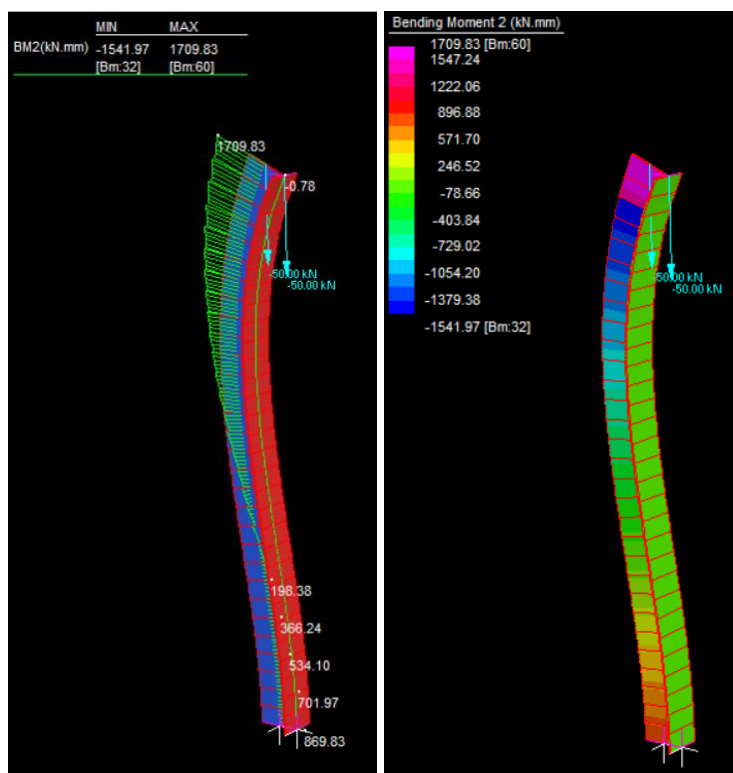
Moment savijanja su resultantna naprezanja u presjeku oko osu presjeka koja se javljaju kao reakcija na vanjska opterećenja okomita ili pod kutom na ravninu tijela. [7]

Slikom 14 pobliže je predstavljen pojam momenta savijanja te njegovih dijagrama.



Slika 14 Primjer momenta savijanja [9]

U ovome su radu rezultati momenata savijanja izraženi u kNmm. Moment savijanja definiran je numeričkim proračunom, gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalni moment savijanja od 1709,83 kNmm što je jednako 1,70983 kNm na vrhu čeličnog hrpta, te minimalni moment od -1541,97 kNmm što je jednako -1,54197 kNm . Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 15.

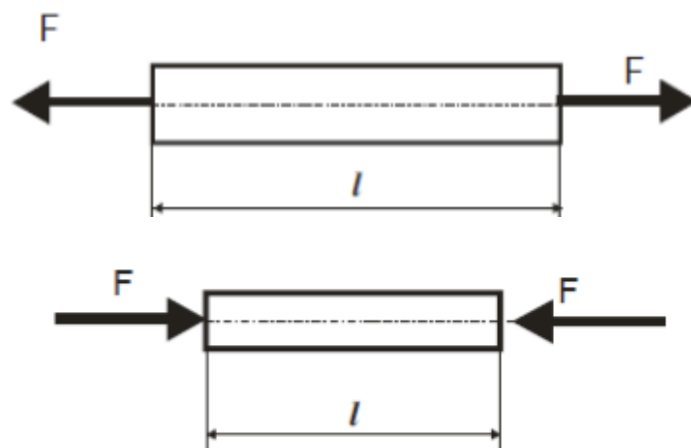


Slika 15 Dijagram momenta savijanja provedenih linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.2.1.4. Aksijalne sile

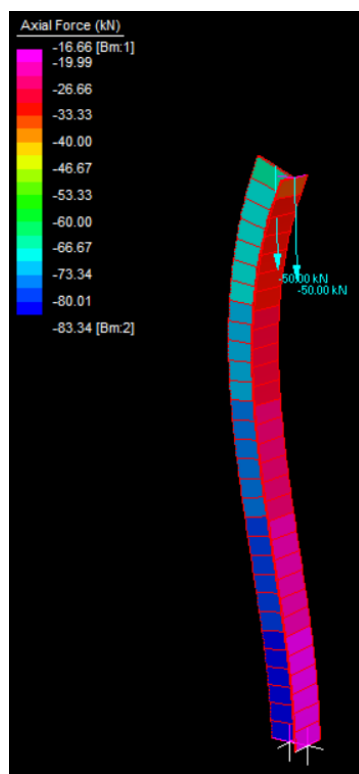
Aksijalne sile su unutrašnje sile koje se javljaju duž središnje osi elementa. Mogu izazvati vlačno ili tlačno naprezanje. [10]

Slikom 16 pobliže je predstavljen pojam djelovanja aksijalnih sila tlaka i vlaka.



Slika 16 Primjer djelovanja vlačnih aksijalnih sila [10]

U ovome su radu rezultati aksijalne sile izraženi u kN. Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom, gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno tlačno naprežanje od 83,34 kN na čeličnom hrptu stupa te minimalno tlačno naprežanje od 16,66 kN na aluminijskoj pojasnici, ti rezultati izdjenčavaju silu sa vrha štapa $83,34+16,66=100$. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 17.



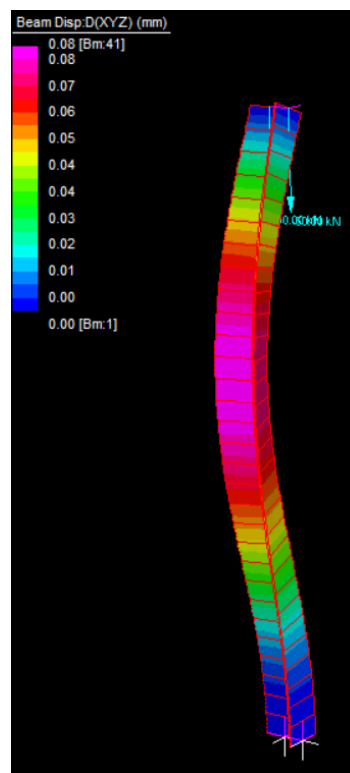
Slika 17 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.2.2. Linearno izvijanje

Linearno izvijanje (*buckling*) kritična je pojava kod štapova pod aksijalnim opterećenjem. Umjesto skraćivanja štapa dolazi do bočnog savijanja onda kada opterećenje premaši određenu kritičnu vrijednost. Prethodno spomenuta kritična vrijednost ovisi o nekoliko faktora: duljini, geometriji, materijalnim osobinama i načinu oslanjanja štapa. [11]

Deformacije se javljaju duž z osi.

U ovome je radu linearno savijanje iskazano u mm. Izvijanje je definirano numeričkim proračunom, gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN maksimalno izvijanje 0,08 mm na sredini stupa duž z osi, a minimalni je pomak 0,0 mm na vrhu i dnu stupa. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 18.



Slika 18 Linearno izvijanje stupa duž z osi uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.2.3. Teorija drugog reda

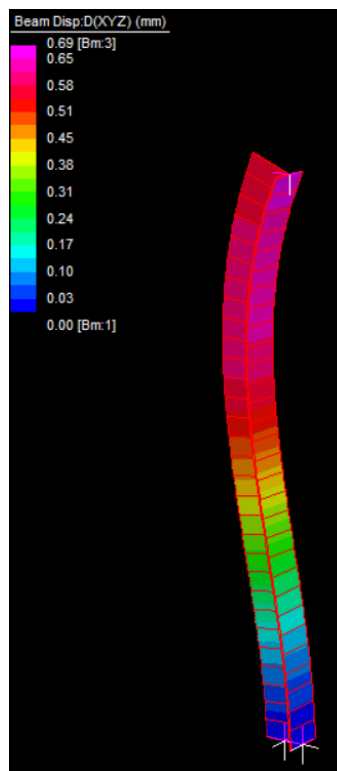
Teorija drugog reda sadrži geometrijsku nelinearnost.

Prilikom numeričkog proračuna zadani su ikrementi koji se odnose na postupno povećanje opterećenja i praćenje odgovora konstrukcije.

U ovom radu zadani ikrementi sile iznose: 0.10,0.22, 0.37,0.45, 0.55,0.69, 0.76, 0.83, 0.95 te 1.0.

4.2.3.1. Pomak

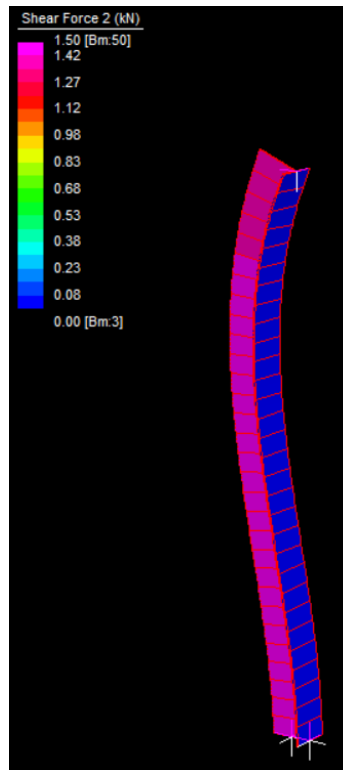
Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN, maksimalni pomak od 0,69 mm u roznoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm na dnu stupa. Dobiveni rezultati popraćeni su grafički slikom 19.



Slika 19 Vertikalni pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.2.3.2. Smicanje

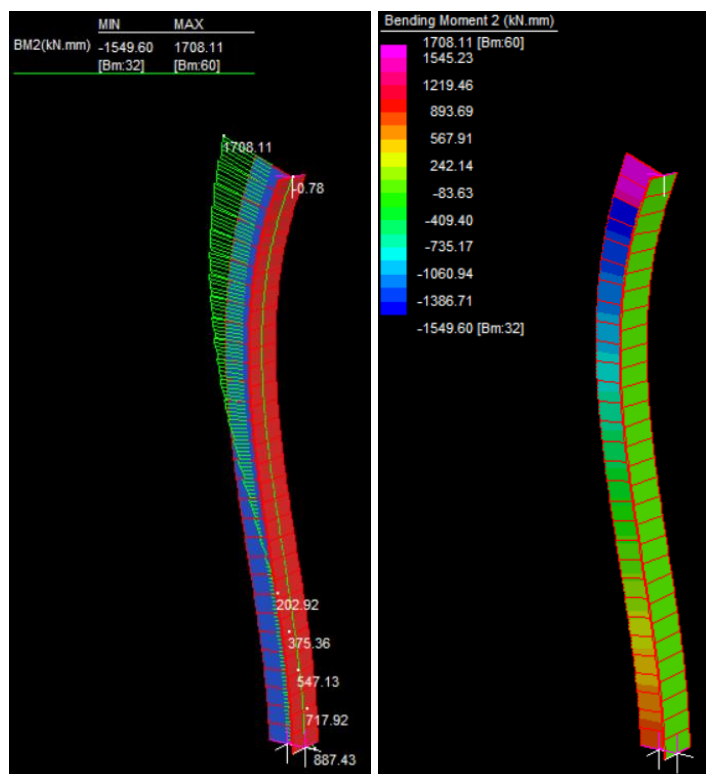
Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno smicanje od 1,50 kN po cijeloj dužini hrpta nehrđajućeg čelika, na pojasnici se javlja smicanje od 0,0 kN. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 20.



Slika 20 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.2.3.3. *Moment savijanja*

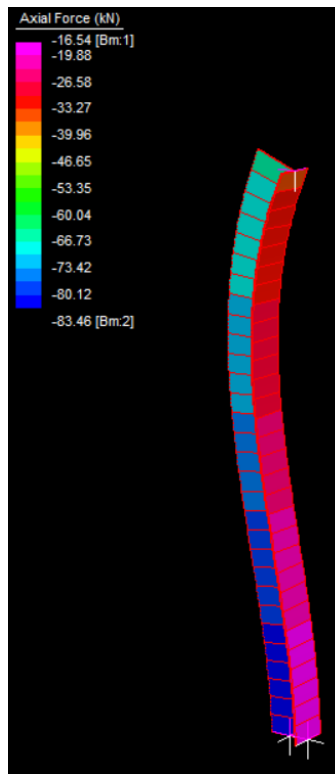
Moment savijanja definiran je numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalni moment savijanja od 1708,11 kNmm što je jednako 1,70811 kNm, te minimalni moment od -1549,60 kNmm što je jednako -1,54960 kNm. Dobiveni rezultati popraćeni su grafički slikom 21.



Slika 21 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultante od 100 kN

4.2.3.4. Aksijalne sile

Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno tlačno naprezanje od 83,46 kN na dnu aluminijske pojasnice, te minimalno tlačno naprezanje od 16,54 kN na dnu čeličnog hrpta. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom na vrhu stupa $83,46+16,54=100$. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 22.



Slika 22 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

4.3. Proračun modela 1 uslijed zagrijavanja pojasnice

Na opterećenje od 100 kN dodaje se zagrijavanje isključivo aluminijske pojasnice temperaturnom razlikom od 40°C u odnosu na početno stanje, a čelični hrbat ostaje nezagrijan.

4.3.1. Teorija prvog reda

4.3.1.1. Pomak

Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalni pomak od 0,70 mm u rozjoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 23.

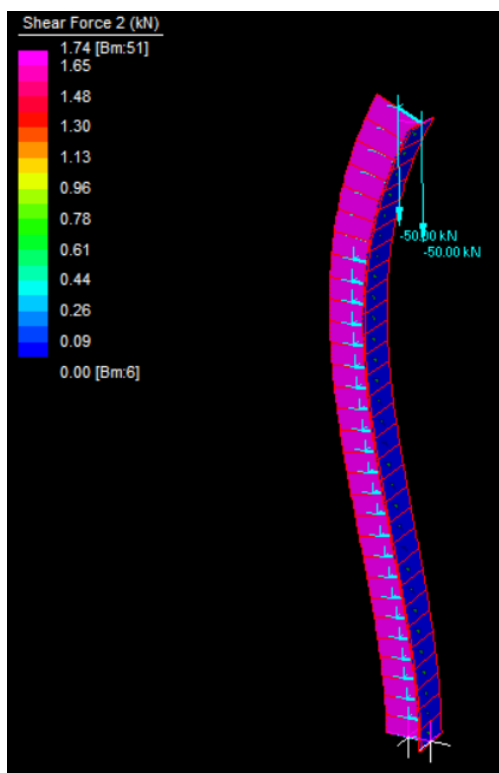


Slika 23 Vertikalni pomak prilikom linearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.1.2. Smicanje

Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od

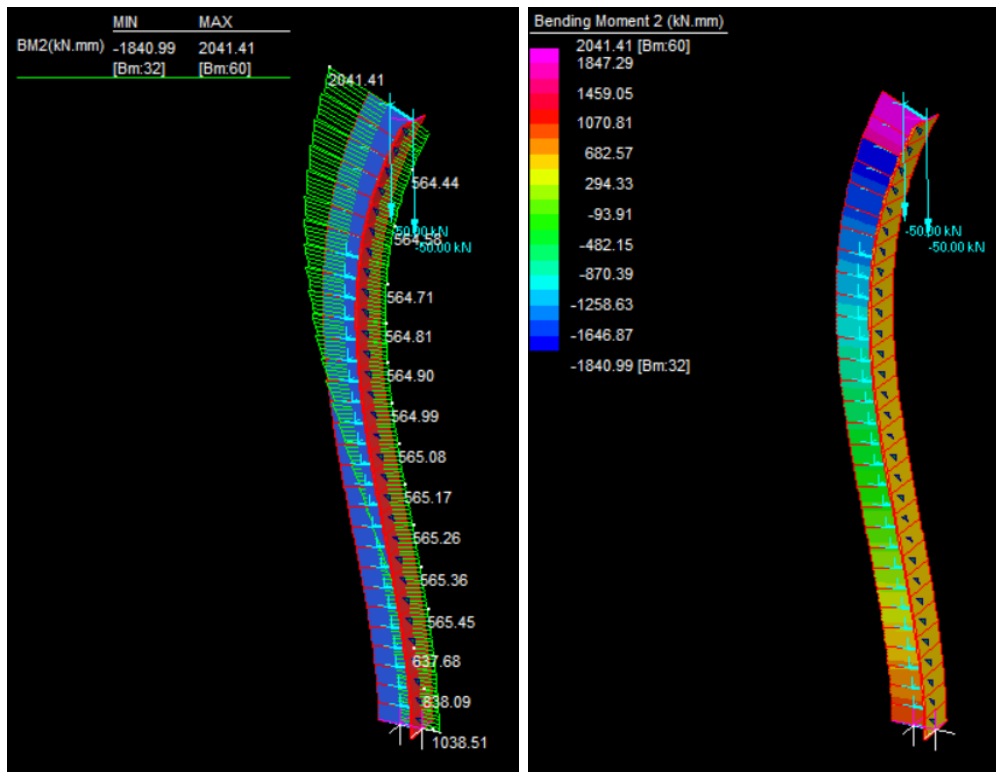
40°C, javlja maksimalno smicanje od 1,74 kN po cijeloj dužini čeličnog hrpta i 0,0 na pojasnici. Dobiveni rezultati popraćeni su grafički slikom 24.



Slika 24 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.1.3. *Moment savijanja*

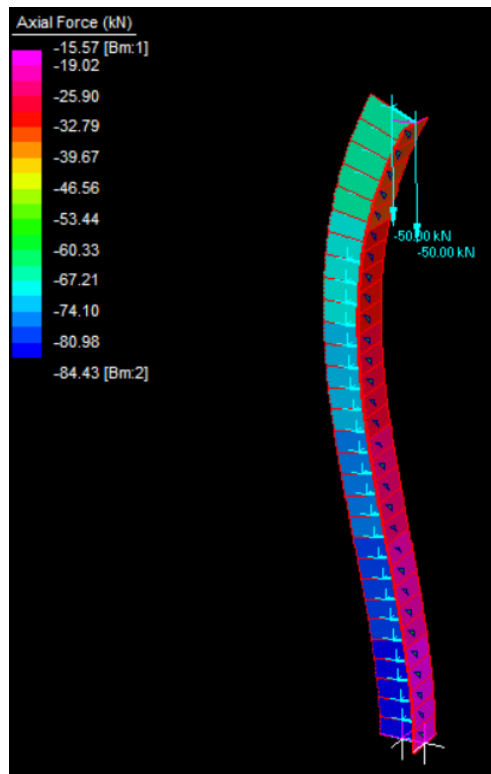
Moment savijanja definiran je numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalni moment savijanja od 2041,41 kNmm što je jednako 2,04141 kNm na vrhu čeličnog hrpta, te minimalni moment od -1840,99 kNmm što je jednako -1,84099 kNm. Na aluminijskoj pojasnici javljaju se srednje vrijednosti momenata savijanja oko 565 kNmm što je jednako 0,565 kNm. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 25.



Slika 25 Dijagram momenta savijanja provedenih linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.1.4. Aksijalne sile

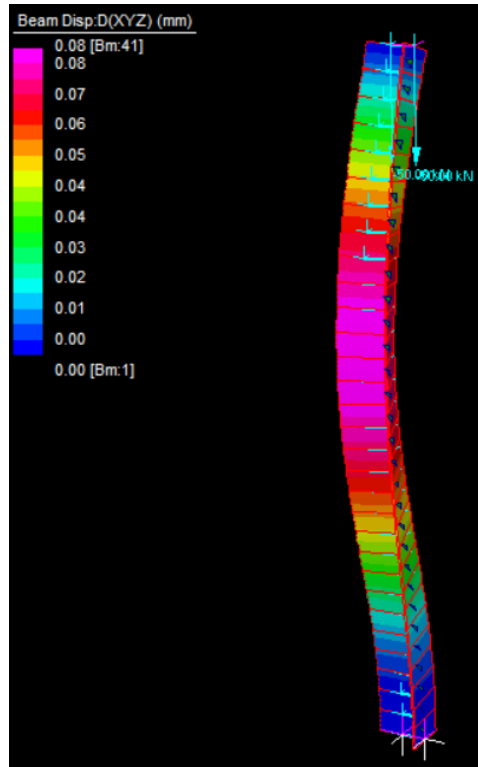
Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno tlačno naprežanje od 84,43 kN na dnu aluminijske pojasnice, te minimalno tlačno naprežanje od 15,57 kN na dnu čeličnog hrpta. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom koja djeluje na vrhu stupa $84,43+15,57=100$ kN. Dobiveni rezultati popraćeni su grafički slikom 26.



Slika 26 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.2. Linearno izvijanje

Izvijanje je definirano numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalno izvijanje 0,08 mm na sredini stupa duž z osi, a minimalni je pomak 0,0 mm na vrhu i dnu stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 27.

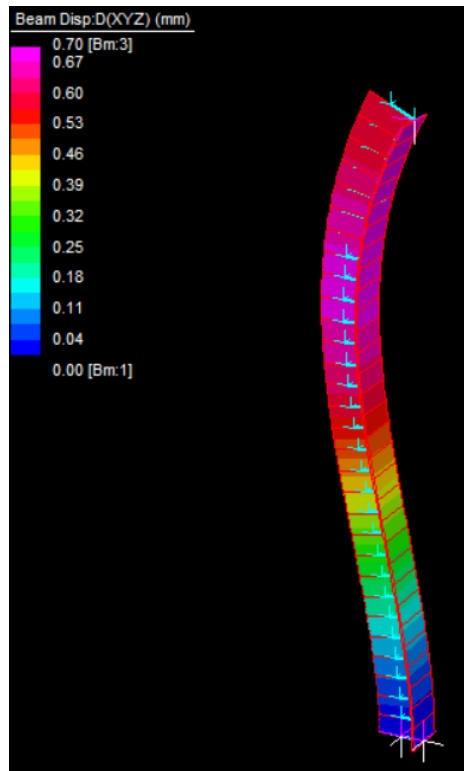


Slika 27 Linearno izvijanje stupa duž z osi uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.3. Teorija drugog reda

4.3.3.1. Pomak

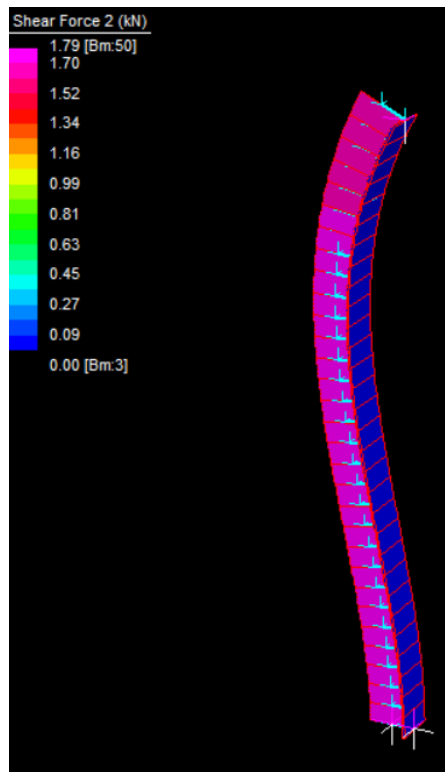
Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalni pomak od 0,70 mm u rozjoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 28.



Slika 28 Vertikalni pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.3.2. Smicanje

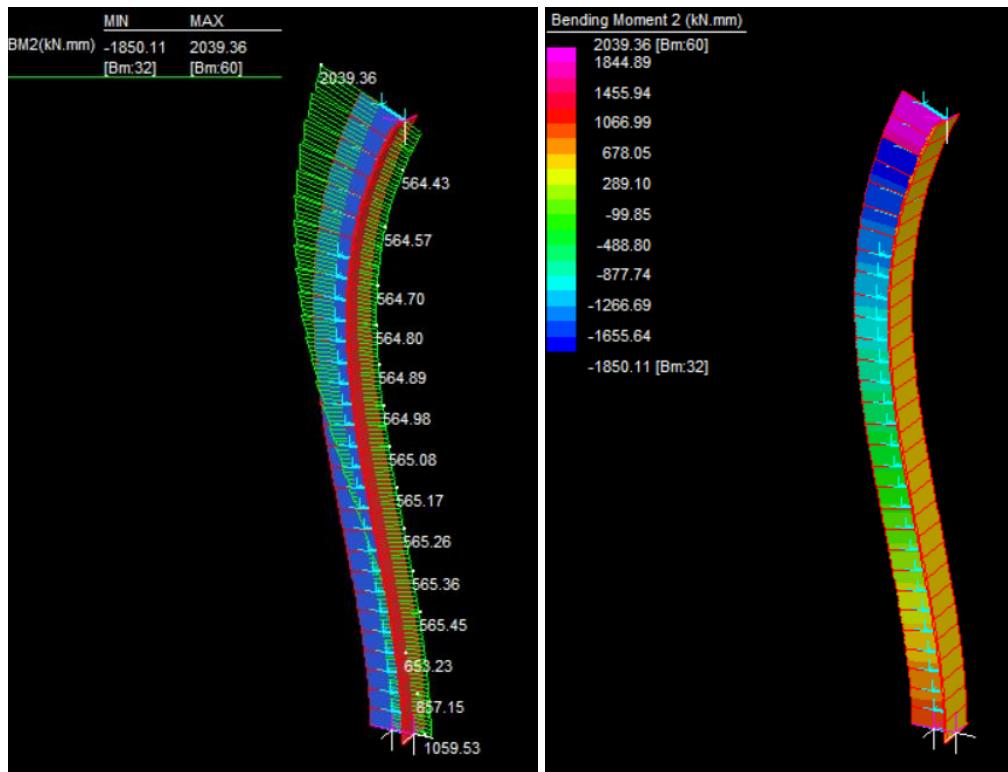
Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno smicanje od 1,79 kN po čeličnom hrptu, te 0,0 kN na pojasnici. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 29.



Slika 29 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.3.3. *Moment savijanja*

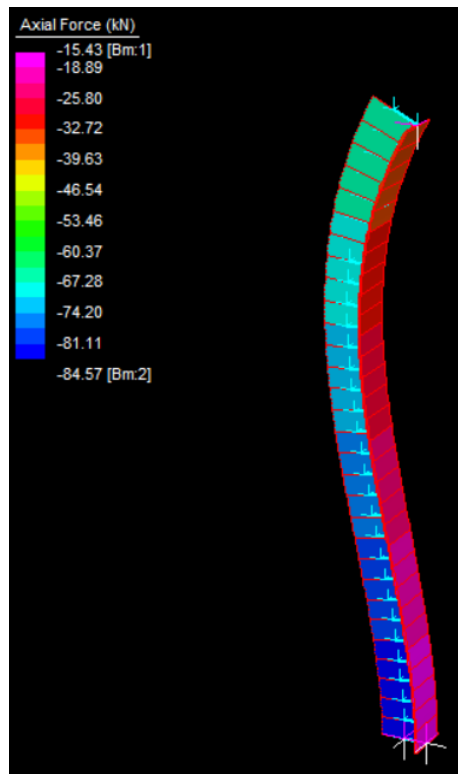
Moment savijanja je definiran numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalni moment savijanja od 2039,36 kNmm što je jednako 2,03936 kNm na vrhu čeličnog hrpta, te minimalni moment od -1850,11 kNmm što je jednako -1,85011 kNm. Na aluminijskoj pojasnici dobivene su srednje vrijednosti momenta savijanja od oko 564 kNmm što je jednako 0,564 kNm. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 30.



Slika 30 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

4.3.3.4. Aksijalne sile

Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno tlačno naprežanje od 84,57 kN na dnu stupa čeličnog hrpta, te minimalni tlačno naprežanje od 15,43 kN na dnu aluinijske pojasnice. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom koja djeluje na vrhu stupa $84,57+15,43=100$ kN. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 31.



Slika 31 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

5. NUMERIČKI MODEL 2

U svrhu istraživanja, numeričkim proračunom izveden je model 2 koji ima jednake geometrijske karakteristike, rubne uvjete te jednaka vanjska opterećenja i temperaturne promjene modelu 1. Njihova jedina razlika odnosi se na materijalne karakteristike. Hrbat nehrđajućeg čelika zamijenjen je aluminijem jednakih materijalnih karakteristika onakvim kao u pojasnici.

5.1. Statički sustav:

Osnovne karakteristike materijala prvog izrađenog profila su:

Aluminijska pojasnica, na slici 7 označena crvenom bojom.

Materijalne karakteristike:

- Materijal: Aluminijska legura: 10050 – H18
- Širina profila: $b=10$ cm
- Visina profila: $h=20$ cm
- Koeficijent toplinskog širenja: $\alpha=2.4 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$
- Possinov koeficijent: $\nu=0,334$
- Modul elastičnosti: $E=69$ GPa
- Modul posmika: $G=27\ 000$ kg/m²
- Jedinična masa: $\rho=2\ 700$ kg/m³

Aluminijski hrbat, na slici 7 označen plavom bojom:

Materijalne karakteristike:

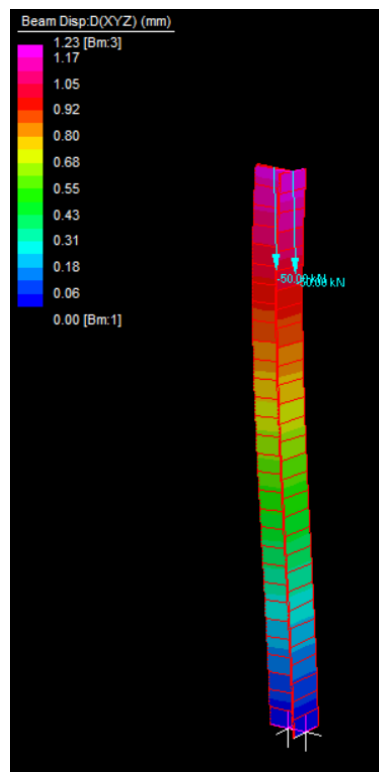
- Materijal: Aluminijska legura: 10050 – H18
- Širina profila: $b=20$ cm
- Visina profila: $h=8$ cm
- Koeficijent toplinskog širenja: $\alpha=2.4 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$
- Possinov koeficijent: $\nu=0,334$
- Modul elastičnosti: $E=69$ GPa
- Modul posmika: $G=27\ 000$ kg/m²
- Jedinična masa: $\rho=2\ 700$ kg/m³

5.2. Proračun modela 2 prije zagrijavanja pojasnice

5.2.1. Teorija prvog reda

5.2.1.1. Pomak

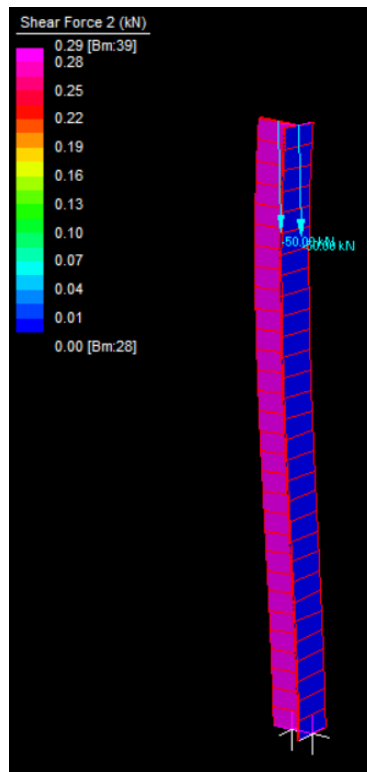
Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN, maksimalni pomak od 1,23 mm u rozoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 32.



Slika 32 Vertikalni pomak stupa proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.1.2. Smicanje

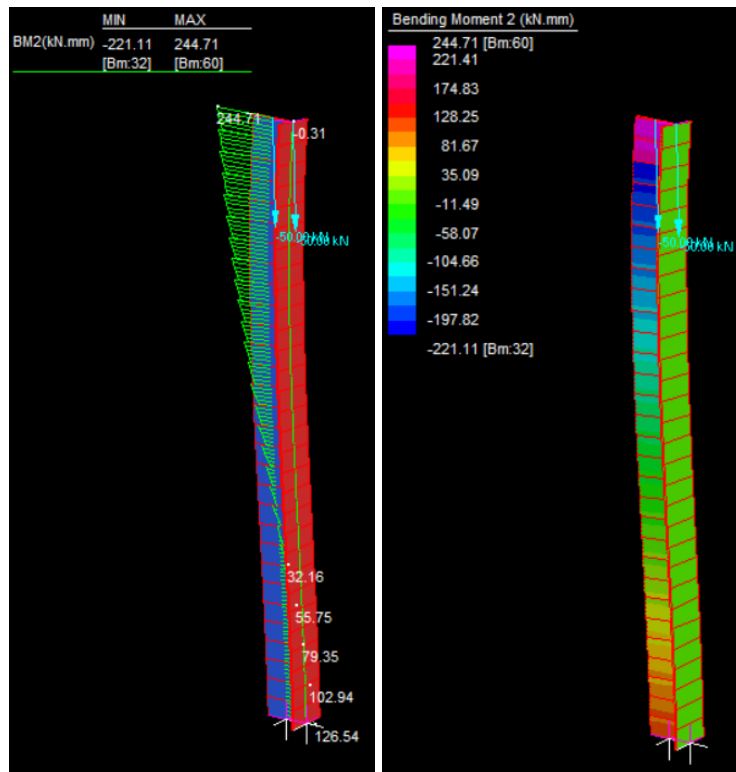
Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno smicanje od 0,29 kN po dužini hrpta te minimalno smicanje od 0,0 kN na pojasnici. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 33.



Slika 33 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.1.3. *Moment savijanja*

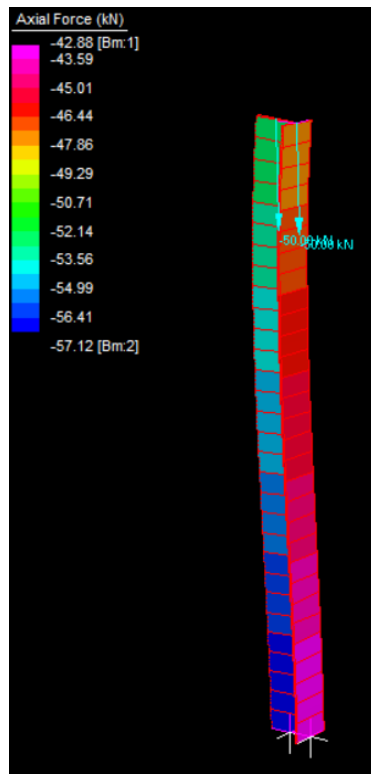
Moment savijanja definiran je numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalni moment savijanja od 244,71 kNmm što je jednako 0,24471 kNm na vrhu stupa, te minimalni moment od -221,11 kNmm što je jednako -0,22111 kNm. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 34.



Slika 34 Dijagram momenta savijanja proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.1.4. Aksijalne sile

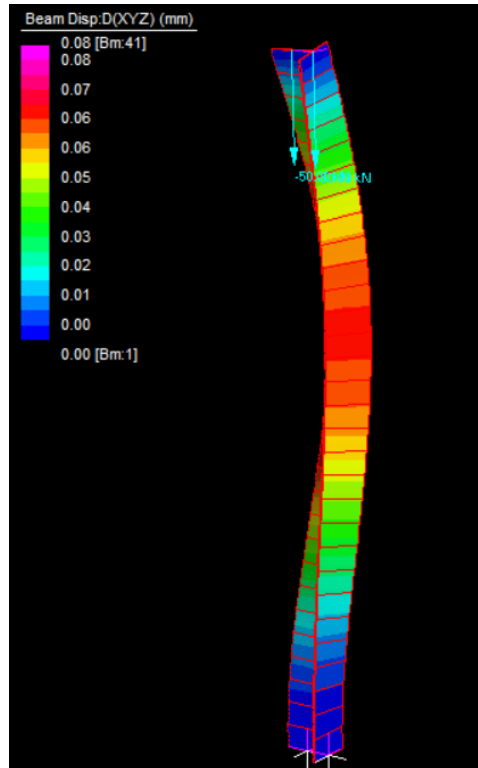
Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno tlačno naprezanje od 57,12 kN na hrptu stupa, te minimalno tlačno naprezanje od 42,88 kN na pojasnici. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom na vrhu stupa $57,12+42,88=100$ kN. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 35.



Slika 35 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.2. Linearno izvijanje

Izvijanje je definirano numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN, maksimalno izvijanje 0,08 mm na sredini stupa duž z osi, a minimalni je pomak 0,0 mm na vrhu i dnu stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 36.



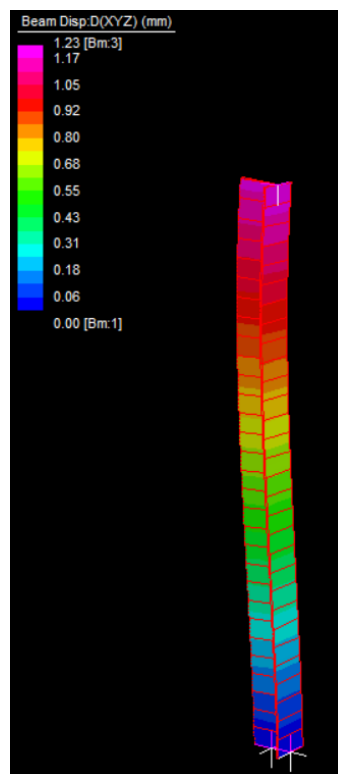
Slika 36 Linearno izvijanje stupa duž z osi uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.3. Teorija drugog reda

U modelu 2 također su zadani ikrementi jednaki modelu 1 te iznose: 0.10,0.22, 0.37,0.45, 0.55,0.69, 0.76, 0.83, 0.95 te 1.0.

5.2.3.1. Pomak

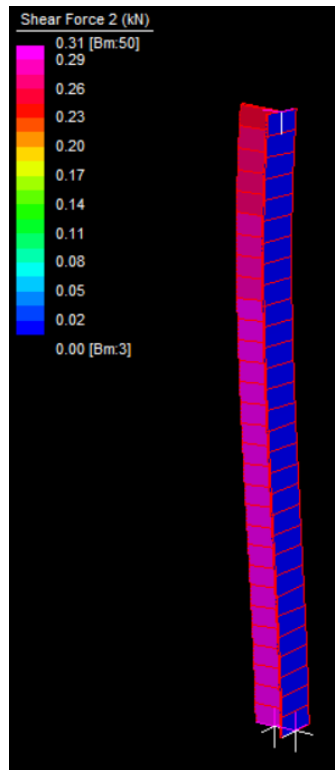
Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN, maksimalni pomak od 1,23 mm u rozjoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 37.



Slika 37 Vertikalni pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.3.2. Smicanje

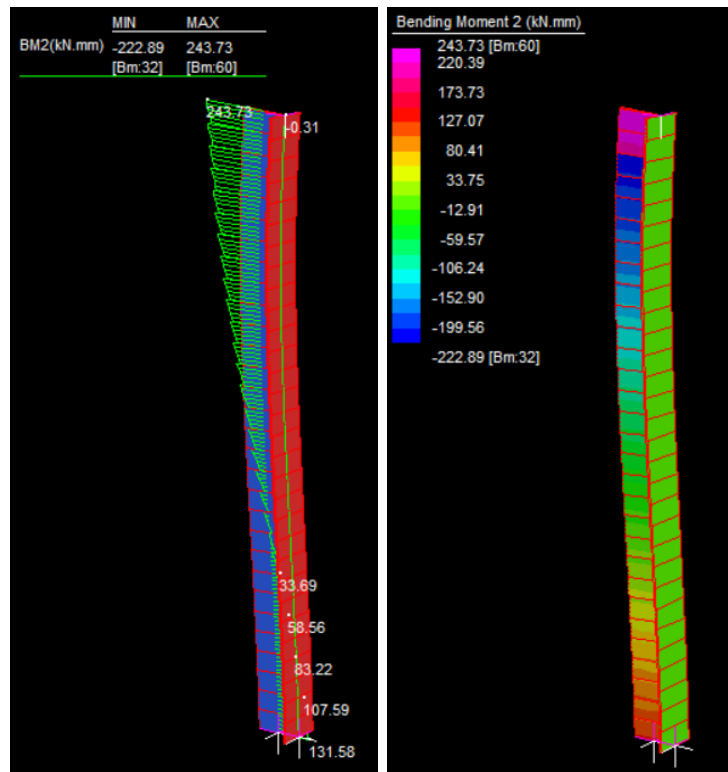
Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno smicanje od 0,31 kN po cijeloj dužini hrpta, dok je minimalno smicanje od 0,0 kN na pojasnici. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 38.



Slika 38 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.3.3. *Moment savijanja*

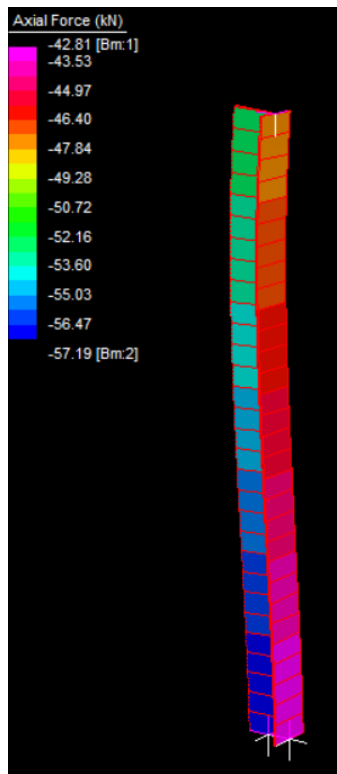
Moment savijanja je definiran numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalni moment savijanja od 243,73 kNm što je jednako 0,24373 kNm na sredini stupa, te minimalni moment od -222,89 kNm što je jednako -0,22289 kNm. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 39.



Slika 39 Dijagram momenta savijanja provedenog nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN

5.2.3.4. Aksijalne sile

Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN javlja maksimalno tlačno naprezanje od 57,19 kN na pojasnici, te minimalni tlačno naprezanje od 42,81 kN na hrptu. Ti se rezultati izjednačuju sa silom koja djeluje na vrhu stupa $57,19+42,81=100$ kN. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 40.



Slika 40 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja *ekscentrične rezultantne sile od 100 kN*

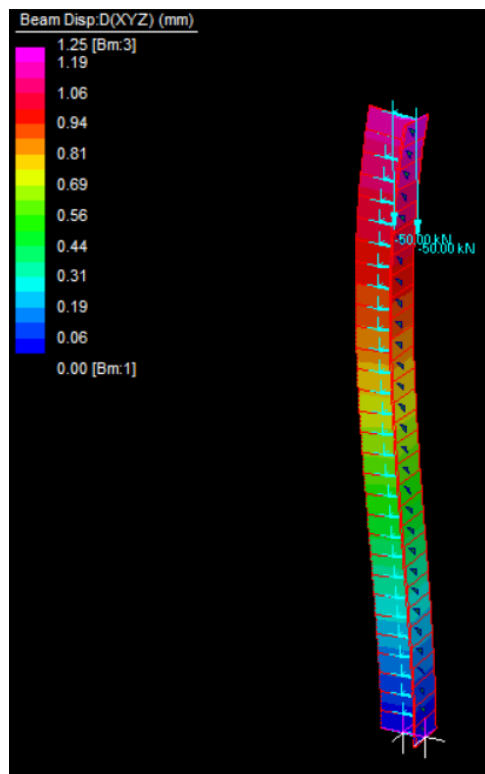
5.3. Proračun modela 2 uslijed zagrijavanja pojasnice

6. Na opterećenje od 100 kN dodaje se zagrijavanje isključivo pojasnice temperaturnom razlikom od 40°C u odnosu na početno stanje, a hrbat ostaje nezagrijan.

6.1.1. Teorija prvog reda

6.1.1.1. Pomak

Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalni pomak od 1,25 mm u rozjoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 41.

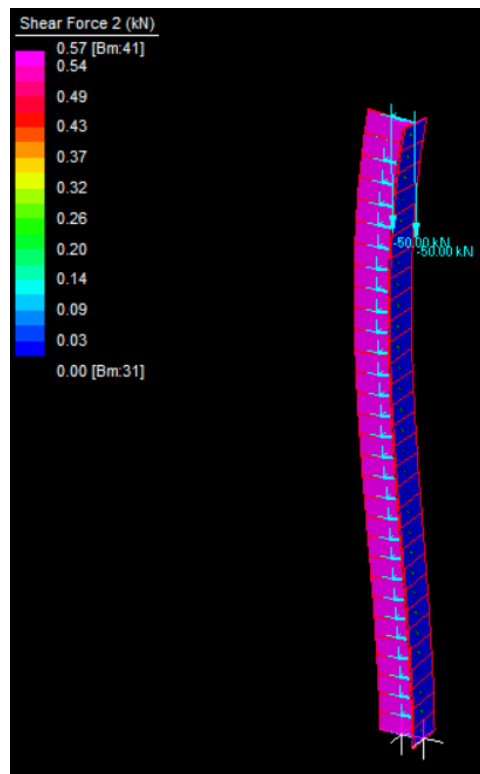


Slika 41 Vertikalni pomak prilikom linearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.1.2. Smicanje

Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno smicanje od 0,57 kN po cijeloj dužini hrpta, dok je

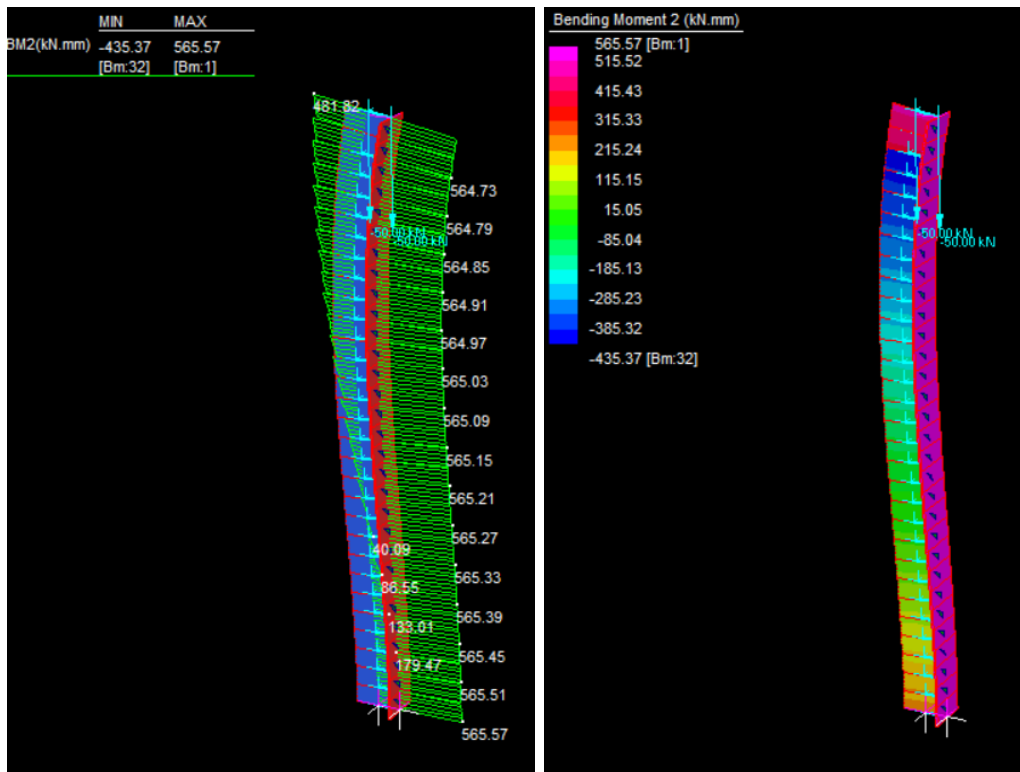
minimalno smicanje 0,0 kN na pojsnici. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 42.



Slika 42 Dijagram sile smicanja provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.1.3. *Moment savijanja*

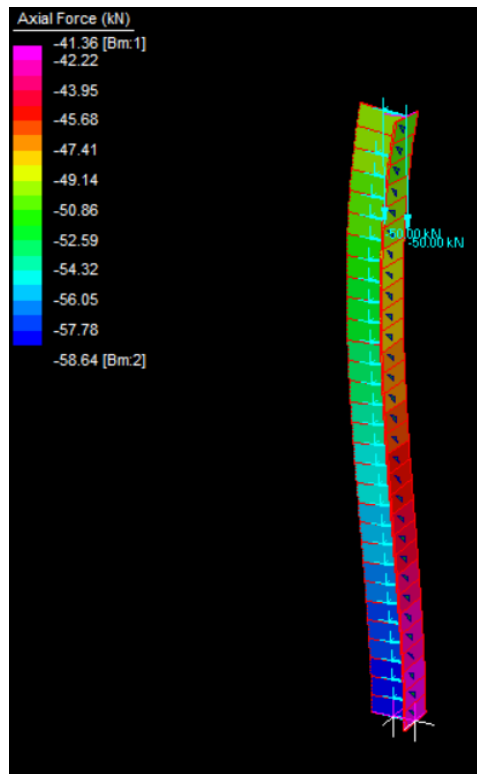
Moment savijanja je definiran numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalni moment savijanja od 565,57 kNmm što je jednako 0,56557 kNm na vrhu hrbta i pojasnici, te minimalni moment od -435,37 kNmm što je jednako -0,43537 kNm. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 43.



Slika 43 Dijagram momenta savijanja proveden linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.1.4. Aksijalne sile

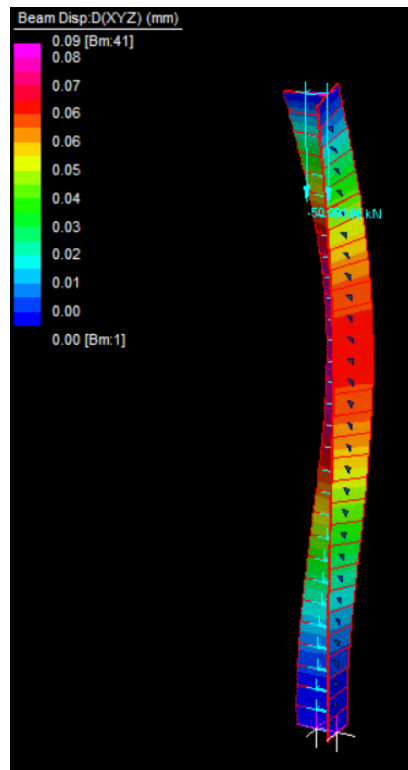
Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja aluminijske pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno tlačno naprezanje od 58,64 kN, te minimalno tlačno naprezanje od 41,36 kN. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom koja djeluje na vrhu stupa $58,64 + 41,36 = 100$ kN. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 44.



Slika 44 Dijagram aksijalne sile provedene linearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.2. Linearno izvijanje

Izvijanje je definirano numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalno izvijanje 0,09 mm na sredini stupa duž z osi, a minimalni je pomak 0,0 mm na vrhu i dnu stupa. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 45.

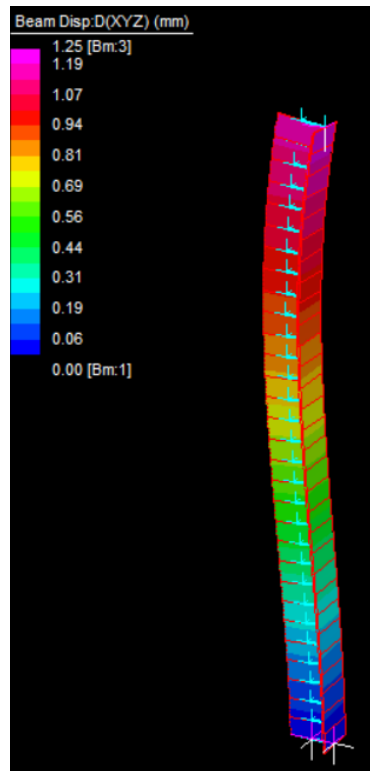


Slika 45 Linearno izvijanje stupa duž z osi uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.3. Teorija drugog reda

6.1.3.1. Pomak

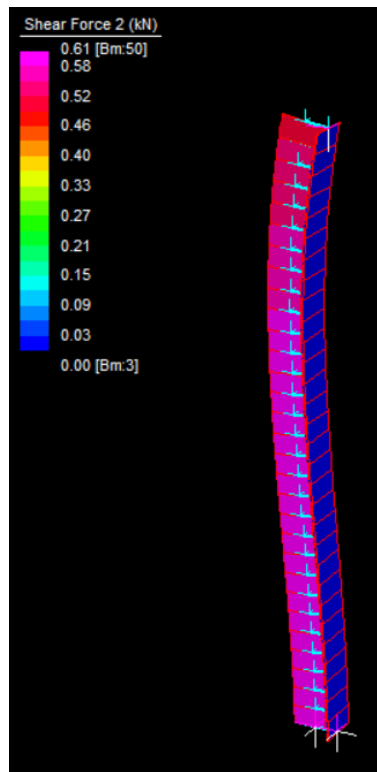
Pomak je definiran numeričkim proračunom gdje je uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, maksimalni pomak od 1,25 mm u rozoj zoni stupa, a minimalni je pomak 0,0 mm u plavoj zoni stupa. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 46.



Slika 46 Vertikalni pomak prilikom nelinearnoga proračuna uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.3.2. Smicanje

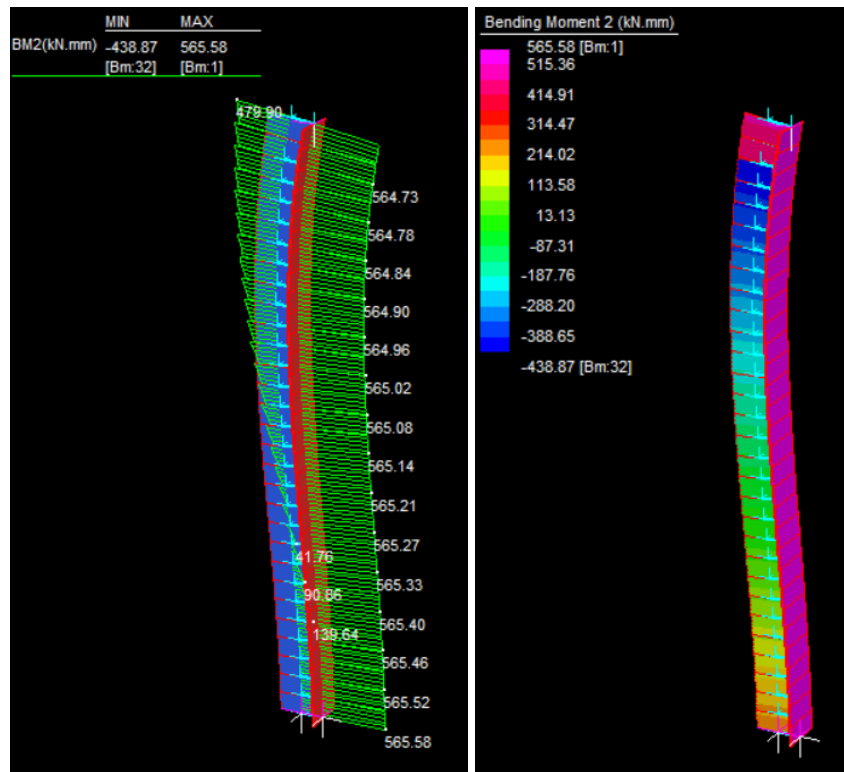
Smicanje je definirano numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno smicanje od 0,61 kN po hrptu. Dobiveni rezultati su popraćeni grafički slikom 47.



Slika 47 Dijagram sile smicanja provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.3.3. *Moment savijanja*

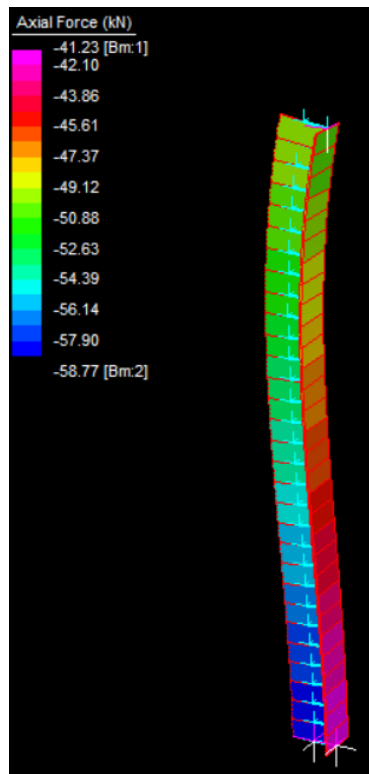
Moment savijanja definiran je numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalni moment savijanja od 565,58 kNm što je jednako 0,56558 kNm, te minimalni moment od -438,87 kNm što je jednako -0,43887 kNm. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 48.



Slika 48 Dijagram momenta savijanja provedenih nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

6.1.3.4. Aksijalne sile

Aksijalne sile definirane su numeričkim proračunom gdje se uslijed djelovanja opterećenja od 100 kN te zagrijavanja pojasnice temperaturom od 40°C, javlja maksimalno tlačno naprezanje od 58,77 kN, te minimalno tlačno naprezanje od 41,23 kN. Ti se rezultati izjednačavaju sa silom na vrhu stupa $58,77 + 41,23 = 100$ kN. Dobiveni su rezultati popraćeni grafički slikom 49.



Slika 49 Dijagram aksijalne sile provedene nelinearnom analizom uslijed djelovanja ekscentrične rezultantne sile od 100 kN i zagrijavanja

7. USPOREDBA REZULTATA

Tablica 1 Tabela prikaz rezultata dobivenih numeričkom analizom za model 1

Model 1						
			Pomak [mm]	Smicanje [kN]	Moment savijanja [kNm]	Aksijalne sile
Teorija prvog reda	Vanjska sila	Hrbat	0,68	1,46	1,71	83,34
		Pojasnica	0,58	0,00	-1,54	16,66
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	0,70	1,74	2,04	84,43
		Pojasnica	0,60	0,00	-1,84	15,57
Linearno izvijanje	Vanjska sila	Hrbat	0,08			
		Pojasnica	0,06			
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	0,8			
		Pojasnica	0,70			
Teorija drugog reda	Vanjska sila	Hrbat	0,69	1,50	1,71	83,46
		Pojasnica	0,59	0,00	-1,55	16,54
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	0,70	1,79	2,04	84,57
		Pojasnica	0,60	0,00	-1,85	15,43

Iz rezultata prikazanih tablicom 1 može se uočiti blaga razlika u rezultatima provedenih teorijom prvoga reda i teorijom drugoga reda..

Također se primjećuje utjecaj zagrijavanja na model 1.

Tablica 2 Tabelarni prikaz rezultata dobivenih numeričkom analizom za model 2

Model 2						
			Pomak [mm]	Smicanje [kN]	Moment savijanja [kNm]	Aksijalne sile
Teorija prvog reda	Vanjska sila	Hrbat	1,23	0,29	0,24	57,12
		Pojasnica	1,23	0,00	-0,22	42,88
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	1,25	0,57	0,57	58,64
		Pojasnica	1,25	0,00	-0,44	41,36
Linearno izvijanje	Vanjska sila	Hrbat	0,08			
		Pojasnica	0,08			
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	0,09			
		Pojasnica	0,00			
Teorija drugog reda	Vanjska sila	Hrbat	1,23	0,31	0,24	57,19
		Pojasnica	1,13	0,00	-0,22	42,81
	Vanjska sila + zagrijavanje	Hrbat	1,25	0,61	0,57	58,77
		Pojasnica	1,15	0,00	-0,43	41,23

Također se iz rezultata prikazanih tablicom 2 može se uočiti blaga razlika u rezultatima provedenih teorijom prvoga reda i teorijom drugoga reda.

Također se primjećuje utjecaj zagrijavanja na model 2.

Usporedbom tablice 1 i tablice 2 jasno se mogu uočiti razlike u rezultatima. Uzevši za primjer pomake koji su podosta veći u modelu 2 čiji je profil kompletno izveden aluminijem koji ima materijalno slabije karakteristike naspram nehrđajućeg čelika. Za hrbat u modelu 1 koristio se nehrđajući čelik te se utvrđuje razlika od 0,55 mm kod slučaja gdje djeluje vanjska sila i zagrijavanje pojasnice u teoriji drugog reda.

8. ZAKLJUČAK

Ovim se diplomskim radom numeričkom analizom u računalnom programu Straus7 dokazalo kako linearnom analizom (teorija prvog reda) i nelinearnom analizom (teorija drugog reda) proizlaze blage razlike u rezultatima.

Međutim, zbog povećane točnosti nelinearne analize ista je izvedena u 10 inkremenata. Usporedbom linearne analize (teorije prvog reda) i nelinearne analize (teorije drugog reda) stupa vršno opterećenog silom od 100 kN sa i bez dodanog zagrijavanja primjećuje se da intenzitet utjecaja na pomake i unutarnje sile ima razlika temperatura od 40°C koja je ekvivalentna ljetnim temperaturama u Hrvatskoj. Pretpostavimo li da bi stup proračunat modelima 1 i 2 bio nosivi stup s vanjskom pojasnicom i unutarnjim hrptom koji nije podložan temperaturnim promjenama, tada bi se moglo proračunati stanje stupa i u realnosti.

Naposljetku, numeričkim se analizama također dokazalo koliko materijalne karakteristike modela utječu na pomake i unutarnje sile. Shodno tome, oslabljivanjem materijalnih karakteristika hrpta tabelarnim su prikazom jasno izražene razlike.

IZVORI:

- [1] M. Bulić i M. Čaušević, *Stabilnost konstrukcija*, Zagreb: Golden marketing Tehnička knjiga, 2013..
- [2] A. Čepić, *Geometrijski nelinearna analiza fasadnog panela s aluminijskom podkonstrukcijom za djelovanja u ravnini panela i okomito na nju*, Rijeka, 2023..
- [3] »ENGINSOFT,« Straus7, [Mrežno]. Available: <https://www.enginsoft.com/contacts.html>. [Pokušaj pristupa 8 Ožujak 2024].
- [4] »Straus7,« Straus7, [Mrežno]. Available: <https://www.straus7.com/broch1uk.htm>. [Pokušaj pristupa 8 Ožujak 2024].
- [5] DOS, »STEM,« Geogebra, 2024. [Mrežno]. Available: <https://www.stem.ba/fizika/tutorijali/item/25-put-i-pomak>. [Pokušaj pristupa 1 Rujna 2024].
- [6] D. Lazarević, M. Šavor Novak i M. Uroš, *DINAMIKA KONSTRUKCIJA s uvodom u potresno iznenjerstvo*, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, 2018.
- [7] Leksikografski zavod Miroslav Krleža, »Tehnički leksikon,« Tehnički leksikon, 2007. [Mrežno]. Available: <https://tehnicki.lzmk.hr/Projekt>. [Pokušaj pristupa 1 Rujna 2024].
- [8] »Wikipedija,« 19 Veljača 2021. [Mrežno]. Available: <https://sh.wikipedia.org/wiki/Smicanje>. [Pokušaj pristupa 1 Rujna 2024].
- [9] D. Radomirović i Z. Srdjevič, »OPTIMALNE LOKACIJE OSLOKACA STATIČKI OPTEREĆENE GREDE PREMA KRITERIJUMU MINIMALNE TEŽINE,« *Letopis nauènih radova*, br. 1, p. 75, 2004.
- [10] »Otpornost materijala,« 16 Ožujak 2020. [Mrežno]. Available: <https://odseknis.akademijanis.edu.rs/wp-content/plugins/vts-predmeti/uploads/Otpornost%20materijala%20predavanje%2016.03.2020.pdf>. [Pokušaj pristupa 1 Rujna 2024].
- [11] S. Novoselac, T. Ergić i P. Baličević, »LINEAR AND NONLINEAR BUCKLING AND POST BUCKLING ANALYSIS OF A BAR WITH THE INFLUENCE OF IMPERFECTIONS,« *Tehnički vjesnik*, pp. 695-701, 19 Ožujak 2012.