

# Dinamički odgovor krutih tijela na grednoj konstrukciji uslijed horizontalne potresne pobude

---

**Smlatić, Emina**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:061154>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Emina Smlatić**

**Dinamički odgovor krutih tijela na grednoj konstrukciji uslijed  
horizontalne potresne pobude**

**Završni rad**

**Rijeka, 2020.**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Preddiplomski sveučilišni studij  
Mehanika II**

**Emina Smlatić  
JMBAG: 0114031034**

**Dinamički odgovor krutih tijela na grednoj konstrukciji uslijed  
horizontalne potresne pobude**

**Završni rad**

**Rijeka, rujan 2020.**

Naziv studija: **Sveučilišni preddiplomski studij Građevinarstvo**

Znanstveno područje: Tehničke znanosti

Znanstveno polje: Temeljne tehničke znanosti

Znanstvena grana: Tehnička mehanika

Tema završnog rada

**DINAMIČKI ODGOVOR KRUTIH TIJELA NA GREDNOJ KONSTRUKCIJI USLIJED  
HORIZONTALNE POTRESNE POBUDE  
DYNAMIC RESPONSE OF RIGID BODIES ON A BEAM STRUCTURE SUBJECT TO A  
HORIZONTAL DYNAMIC EXCITATION**

Kandidat: **EMINA SMLATIĆ**

Kolegij: **MEHANIKA 2**

Završni rad broj: **20-P-06**

**Zadatak:**

Izvesti jednadžbu kretanja za ljuljanje krutog pravokutnog bloka na krutoj podlozi i na deformabilnoj podlozi. Jednadžbu linearizirati i riješiti. Osmisliti i provesti niz eksperimenata ljuljanja bloka na deformabilnoj podlozi uslijed potresnog opterećenja na potresnoj platformi. Odabrane eksperimente pratiti optičkim metodama. Usporediti osjetljivost na prevrtanje bloka na krutoj i na deformabilnoj podlozi dobivene eksperimentalno, povezati ih s analitičkim predviđanjima za slučaj krute podloge te donijeti zaključke.

**Tema rada je uručena:** 24. veljače 2020.

**Mentorica:**

Doc. dr. sc. Nina Čeh,  
dipl. ing. građ.

## ***IZJAVA***

Završni rad sam izradila samostalno, u suradnji s mentoricom uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

---

Emina Smlatić

U Rijeci, 8. rujna 2020.

## **IZJAVA**

Završni/Diplomski rad izrađen je u sklopu znanstvenog projekta

### **Ljuljanje krutog bloka na elastičnoj konstrukciji – pristup metodom neglatke kontaktne dinamike i eksperimentalna provjera**

Voditelj projekta      Prof. dr. sc. Gordan Jelenić  
Financijer projekta    MZO (HR) i Deutscher Akademischer Austauschdienst - DAAD

Završni/Diplomski rad nastao je kao rezultat rada u okviru projekta

### **Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci**

Voditelj projekta      prof. dr. sc. Nevenka Ožanić  
Šifra projekta          RC.2.2.06-0001  
Financijer projekta    Europski fond za regionalni razvoj (EFRR)  
                                  Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta RH  
Pravna nadležnost     Republika Hrvatska

U Rijeci, 3. 9. 2020.

Mentor:

doc. dr. sc. Nina Čeh

## **Sažetak**

U ovom radu cilj je bio prikazati dinamički odgovor krutih tijela na deformabilnoj grednoj konstrukciji uslijed različitih horizontalnih potresnih pobuda. Na početku rada je izvedena jednadžba kretanja bloka koji se translatorno kreće zajedno s podlogom te dobivena akceleracije koja je potrebna da bi došlo do ljuljanja bloka na krutoj podlozi, a nakon toga su izvedene jednadžbe kretanja krutog tijela na krutoj i na deformabilnoj podlozi.

U nastavku rada proveden je postupak linearizacije dobivenih jednadžbi nakon čega je proveden eksperimentalni dio. Prilikom izvođenja eksperimentalnog dijela rada provedene su tri serije ispitivanja: stabilnosti blokova koji se ljuljaju na dvije različite veličine bloka i dvije debljine greda na kojima se blokovi nalaze. Odabrana ispitivanja se mjerena optički, iz čega su dobiveni podatci o ponašanju blokova tijekom cijelog ispitivanja.

Ključne riječi: ljuljanje blokova, deformabilna podloga, eksperimentalno ispitivanje

## **Abstract**

The main goal of this work was to show the dynamic response of rigid bodies on a deformable beam structure due to different horizontal seismic excitations. First, the equation of motion of a block translating along with the base is derived and the base acceleration required to initiate rotation of a rigid body is defined. After that, the equations of motion of a rigid body rocking on a rigid and deformable base are derived.

Furthermore, the procedure of linearization of the obtained equations was performed, after which the experimental part was carried out. In the experimental part of the work, three series of experiments were conducted, namely: overturning stability of rocking blocks of two different sizes and two different thicknesses of the beams beneath the blocks. Chosen experiments were measured optically, which provided information about block`s behaviour throughout the experiment.

Keywords: rocking of blocks, deformable base, experimental research



## Sadržaj

1. UVOD .....	1
2. IZVOĐENJE JEDNADŽBI KRETANJA.....	2
2.1. Izračun akceleracije potrebne za početak ljuljanja bloka.....	3
2.2. Ljuljanje bloka na krutoj podlozi .....	5
2.3. Ljuljanje bloka na deformabilnoj podlozi .....	8
3. LINEARIZACIJA JEDNADŽBI – ZA MALE KUTOVE .....	10
3.1. Jednadžba kretanja bloka na krutoj podlozi.....	10
3.2. Jednadžba kretanja bloka na deformabilnoj podlozi .....	11
4. PROVOĐENJE EKSPERIMENTA.....	12
4.1. Korištena oprema .....	12
4.1.1. Optički mjerni sustav GOM mbH PONTOS 3D 4M i upravljačka jedinica s GOM programskim paketom za 3D analizu pomaka i deformacija.....	12
4.1.2. Potresna platforma Quanser STI-III.....	14
4.2. Ispitivanje.....	15
5. REZULTATI .....	17
5.1. Grafovi stabilnosti .....	17
5.1.1. Blok B6S na tanjoj gredi ( $d_1$ ) .....	17
5.1.2. Blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ).....	19
5.1.3. Blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ) .....	21
5.2. Rezultati optičkih mjerenja .....	23
5.2.1. Eksperiment 1 .....	25
5.2.2. Eksperiment 2 .....	26
5.2.3. Eksperiment 3 .....	27
5.2.4. Eksperiment 4 .....	28
5.2.5. Eksperiment 5 .....	29
5.2.6. Eksperiment 6 .....	30
5.2.7. Eksperiment 7 .....	31
6. DISKUSIJA.....	32
7. ZAKLJUČAK.....	33
Popis tablica .....	34
Popis slika.....	34
Literatura .....	36

## 1. UVOD

Blokovske konstrukcije imaju značajnu primjenu još iz povijesnih vremena pa sve do danas. Na jadranskom području su se gradile bunje, male kružno-kupolaste građevine koje su se gradile od neobrađena ili grubo obrađena kamena, u suhozidu. Po svom skladnom obliku posebno su se isticali istarski kažuni. [9] Ovakve konstrukcije imaju veliku ulogu u životu svakog čovjeka, prije svega zbog stambenog pitanja, a potom i zbog svih ostalih aspekata života.

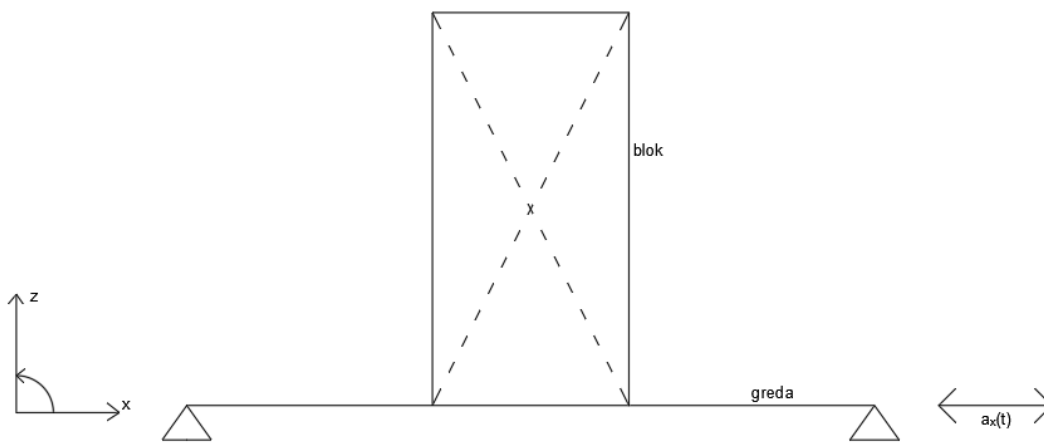
Da bi se znalo kako blokovske konstrukcije reagiraju na neke dinamičke pojave u prirodi, potrebno je eksperimentalno utvrditi koji su mogući načini ponašanja blokovskih konstrukcija pri takvim pobudama. Iako se uvijek smatralo da su manje i zdepastije konstrukcije otpornije i sigurnije na dinamičke utjecaje, te da se teže ruše od viših i vitkijih građevina, nakon promatranja je zaključeno da to ipak nije tako [2].

Prilikom istraživanja blokovskih konstrukcija kao jedno od zanimljivijih područja istraživanja javilo se ljuljanje blokova. Istražujući ljuljanje blokova može se doći do zaključaka kako će se konstrukcija ponašati prilikom dinamičkih pobuda i hoće li pri tome doći do gubitka stabilnosti, odnosno prevrtanja, ili će zadržati stabilnost.

U ovom radu bavit ćemo se s dinamičkim odgovorom krutih tijela na grednoj konstrukciji uslijed horizontalne potresne pobude. Probleme u ovom radu ćemo obraditi analitički i eksperimentalno. Najprije ćemo odrediti vrijednost kritične akceleracije podloge pri kojoj dolazi do ljuljanja krutog tijela. Nakon toga ćemo izvesti jednadžbe kretanja za ljuljanje krutog tijela (bloka) na krutoj podlozi, a zatim i na deformabilnoj podlozi. Provest ćemo tri serije eksperimenata kako bismo uočili način ponašanja krutog tijela prilikom nanesenih pobuda. U eksperimentima ćemo varirati veličinu bloka i debljinu grede na kojoj se blok nalazi kako bismo bolje razumjeli utjecaj tih parametara na stabilnost blokova tijekom ljuljanja.

# 1. IZVOĐENJE JEDNADŽBI KRETANJA

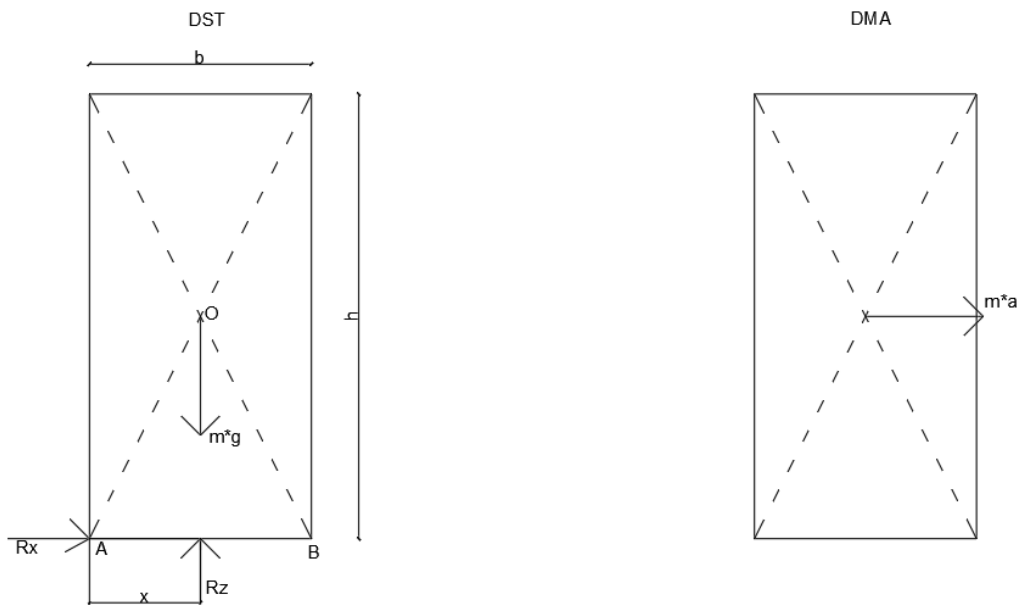
Da bismo mogli zaključiti kakav je odgovor krutih tijela na grednoj konstrukciji uslijed horizontalne potresne pobude, najprije moramo shvatiti kako ubrzanje podloge djeluje na ljuljanje krutog tijela, odnosno pri kojim amplitudama i frekvencijama dolazi do početka ljuljanja, a pri kojem do njegovog prevrtanja. U nastavku je prikazan postupak izvođenja jednadžbi kretanja. Prilikom izvođenja jednadžbe za kretanje tijela na krutoj podlozi pretpostavilo se da zbog trenja ne dolazi do proklizavanja između bloka i podloge. Tijekom cijelog rada kruto tijelo ćemo zvati blok. Na slici 1 je prikazana osnovna skica sustava.



Slika 1: Osnovna skica sustava

### 1.1. Izračun akceleracije potrebne za početak ljuljanja bloka

U slučaju kada su akceleracije podloge jako male, dolazi do toga da se blok kreće translatorno zajedno s podlogom. Do ljuljanja bloka će doći kada rezultantna vertikalna sila od podloge djeluje u točki A (krak  $x$  je jednak nuli) te podloga dosegne graničnu akceleraciju. Na slici 2 su prikazani dijagrami DST i DMA kada blok miruje.



Slika 2: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok miruje

DST – dijagram slobodnog tijela,

DMA – dijagram masa\*akceleracija,

$h$  – visina bloka,

$b$  – širina bloka,

$O$  – težište bloka,

$R_x$  i  $R_z$  – reakcije podloge,

$m$  – masa bloka,

$g$  – gravitacijsko ubrzanje,

$a$  – akceleracija (u ovom slučaju ubrzanje podloge) i

$A$  – točka oko koje je rađena suma momenata.

Suma momenata oko točke A:

$$\sum M_A = m * a * \frac{h}{2}, \quad (1)$$

$$-R_z * x * m * g * \frac{b}{2} = m * a * \frac{h}{2}, \quad (2)$$

za  $x = 0$  :

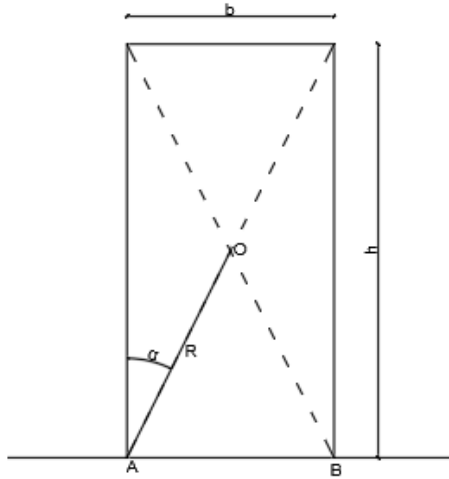
$$g * \frac{b}{2} = a * \frac{h}{2}. \quad (3)$$

Izraz za graničnu akceleraciju prilikom koje dolazi do ljuljanja krutog tijela (bloka):

$$a = g * \frac{b}{h}. \quad (4)$$

## 1.2. Ljuljanje bloka na krutoj podlozi

Na slici 3 je prikazan blok na podlozi.



$\alpha$  – kut između R i vertikale,

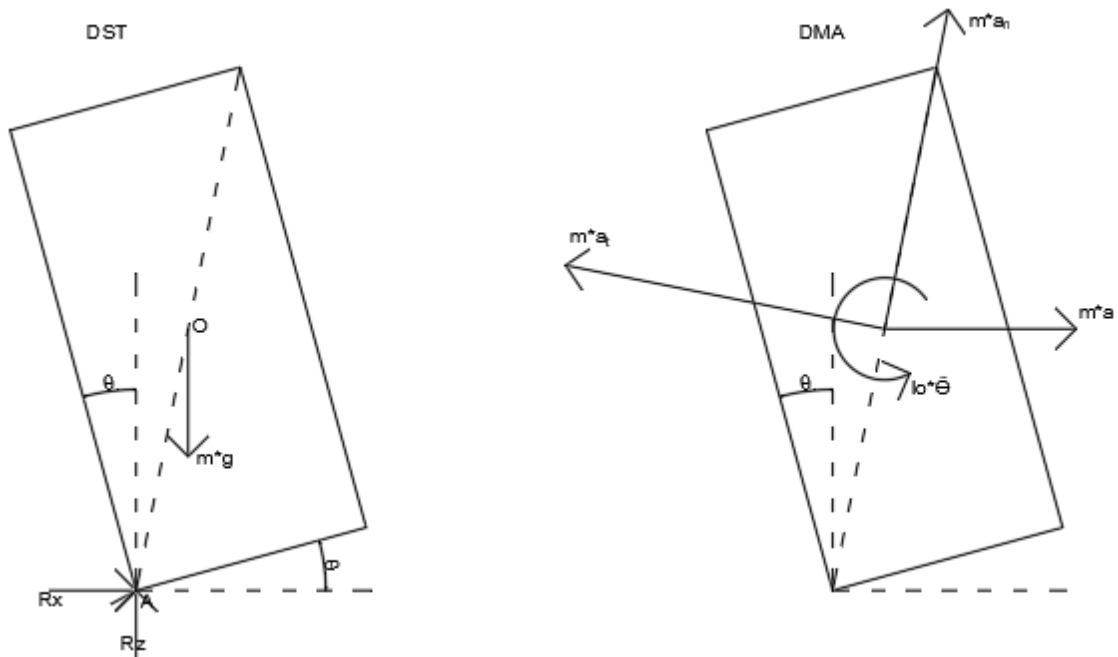
$$\tan \alpha = \frac{b}{h}$$

R – polovica dijagonale bloka, odnosno

$$R = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$$

Slika 3: Prikaz bloka na podlozi

Za ovaj slučaj izvedene su dvije jednačbe kretanja, za rotaciju bloka oko točke A i oko točke B. Na slici 4 su prikazani dijagrami DST i DMA u slučaju kada blok rotira oko točke A na krutoj podlozi.



Slika 4: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke A na krutoj podlozi

$\theta$  – kut između donje stranice bloka i horizontale,

$a_n$  – normalna akceleracija težišta bloka u odnosu na bazu,

$a_t$  – tangencijalna akceleracija težišta bloka u odnosu na bazu,

$\ddot{\theta}$  – kutno ubrzanje i

$I_o$  – moment inercije bloka obzirom na težište.

Kako bi se dobila jednačba kretanja potrebno je napraviti sumu momenata oko točke A.

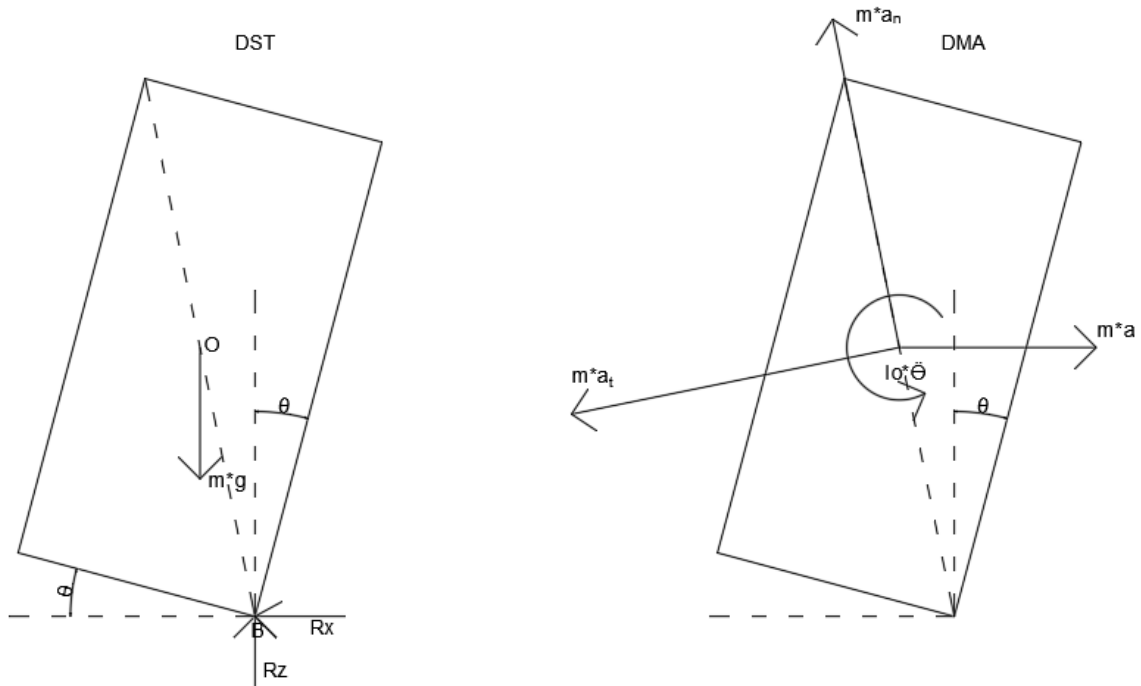
$$\sum M_A = I_C * \ddot{\theta} + m * a_t * R - m * a * R * \cos(\alpha - \theta), \quad (5)$$

$$-m * g * R * \sin(\alpha - \theta) = I_C * \ddot{\theta} + m * a_t * R - m * a * R * \cos(\alpha - \theta). \quad (6)$$

S lijeve strane jednačbe prikazano je djelovanje momenta koji je dobiven kao proizvod mase i gravitacije na kraku koji ovisi o samom položaju krutog tijela (bloka).

S desne strane jednačbe prikazano su momenti s DMA dijagrama. Moment inercije i kutno ubrzanje imaju značajnu ulogu prilikom ljuljanja bloka. Također, sila  $m * a_t$  radi moment na kraku R, a sila  $m * a$  na kraku  $R * \cos(\alpha - \theta)$ . Taj krak ovisi rotaciji, to znači da se pri većim rotacijama bloka od podloge on povećava.

Na slici 5 su prikazani dijagrami DST i DMA kada blok rotira oko točke B na krutoj podlozi.



Slika 5: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke B na krutoj podlozi

Kako bi se dobila jednadžba kretanja za blok koji rotira oko točke B potrebno je napraviti sumu momenata oko točke B.

Nakon što su izjednačeni momenti na dijagramu slobodnog tijela i dijagrama masa\*akceleracija dobivena je sljedeća jednadžba.

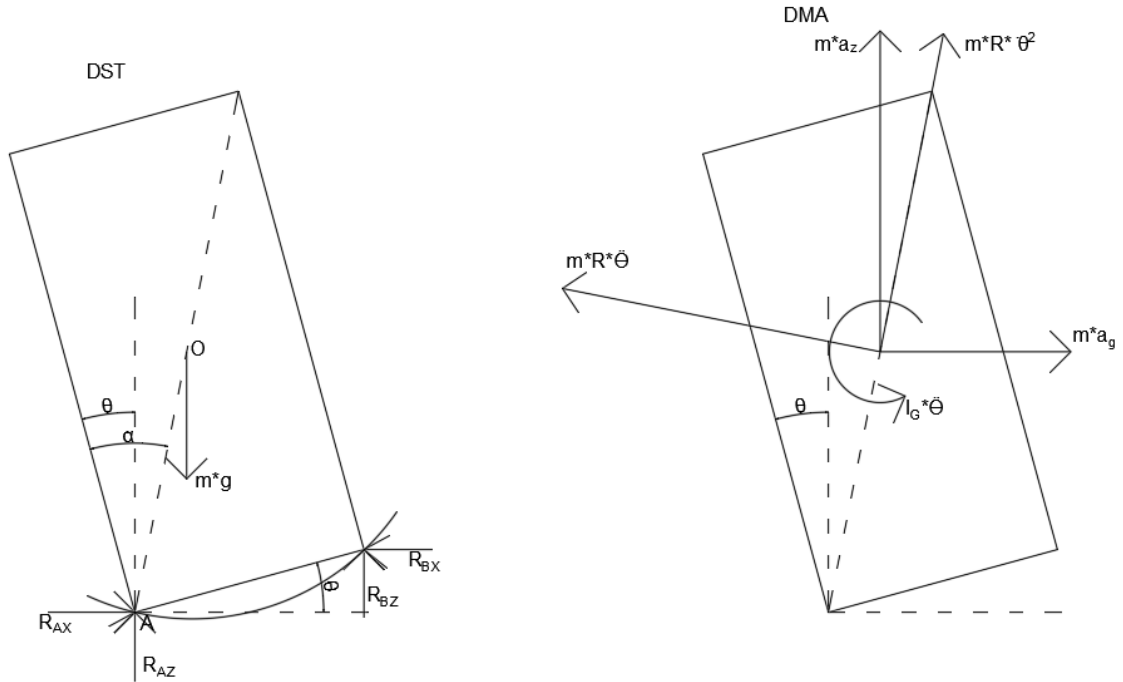
$$\sum M_B = I_C * \ddot{\theta} + m * a_t * R - m * a * R * \cos(\alpha + \theta), \quad (7)$$

$$m * g * R * \sin(\alpha + \theta) = I_C * \ddot{\theta} + m * a_t * R - m * a * R * \cos(\alpha + \theta). \quad (8)$$



### 1.3. Ljuljanje bloka na deformabilnoj podlozi

Na slici 6 su prikazani dijagrami DST i DMA kada blok rotira oko točke A na deformabilnoj podlozi.



Slika 6: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke A na deformabilnoj podlozi

$a_g$  – akceleracija (pobuda podloge)

$\dot{\theta}$  – kutna brzina bloka.

Za izvođenje jednadžbe kretanja za ovaj slučaj osim sume momenata oko točke A, izvedene su još sume svih sila u x i z smjeru.

$$\sum F_x = m * a_g - m * R * \dot{\theta}^2 * \sin(\alpha - \theta) - m * R * \ddot{\theta} * \cos(\alpha - \theta), \quad (9)$$

$$R_{AX} - R_{BX} = m * a_g - m * R * \dot{\theta}^2 * \sin(\alpha - \theta) - m * R * \ddot{\theta} * \cos(\alpha - \theta). \quad (10)$$

$$\sum F_z = m * a_z - m * R * \dot{\theta}^2 * \cos(\alpha - \theta) + m * R * \ddot{\theta} * \sin(\alpha - \theta), \quad (11)$$

$$R_{AZ} + R_{BZ} - m * g = m * a_z - m * R * \dot{\theta}^2 * \cos(\alpha - \theta) + m * R * \ddot{\theta} * \sin(\alpha - \theta). \quad (12)$$

Suma momenata oko točke A je:

$$\sum M_A = I_O * \ddot{\theta} + m * R * \ddot{\theta} * R - m * a_g * R * \cos(\alpha - \theta) + m * a_z * R * \sin(\alpha - \theta), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & -m * g * R * \sin(\alpha - \theta) + R_{BZ} * b * \cos \theta + R_{BX} * b * \sin \theta \\ & = I_O * \ddot{\theta} + m * R^2 * \ddot{\theta} - m * a_g * R * \cos(\alpha - \theta) + m * a_z * R * \sin(\alpha - \theta). \end{aligned} \quad (14)$$

Prema Steinerovu teoremu je

$$\ddot{\theta} * (I_O + m * R^2) = I_A = I_B. \quad (15)$$

Kako bismo pojednostavili jednadžbu kretanja možemo pretpostaviti da su reakcije podloge u točki B,  $R_{BX}$  i  $R_{BZ}$  vrlo male, odnosno da su jednake 0. To je opravdano ako promatramo situaciju u kojoj je deformacija grede malena i postoji samo jedna kontaktna točka između bloka i grede (u ovom slučaju točka A). Ako to primijenimo u jednadžbi (14) dobivamo:

$$\begin{aligned} & -m * g * R * \sin(\alpha - \theta) \\ & = I_G * \ddot{\theta} + m * R^2 * \ddot{\theta} - m * a_g * R * \cos(\alpha - \theta) + m * a_z * R * \sin(\alpha - \theta). \end{aligned} \quad (16)$$

Lijeva strana jednadžbe za ljućanje bloka na deformabilnoj podlozi jednaka je kao i lijeva strana jednadžbe za ljućanje na krutoj podlozi, odnosno na lijevoj strani je prikazano djelovanje momenta koji je dobiven kao proizvod mase i gravitacije na kraku koji ovisi o samom položaju krutog tijela (bloka).

Desna strana jednadžbe se razlikuje u odnosu na prethodni slučaj. Također se javlja i moment koji dobijemo kao proizvod mase i akceleracije u smjeru osi z koji djeluje na kraku koji također ovisi položaja bloka.

## 2. LINEARIZACIJA JEDNADŽBI – ZA MALE KUTOVE

### 2.1. Jednadžba kretanja bloka na krutoj podlozi

Dobivenu jednadžbu kretanja bloka na krutoj podlozi (6) uz pomoć trigonometrijskih identiteta [4], možemo zapisati kao:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\begin{aligned} -m * g * R * (\sin \alpha \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta) \\ = I_C * \ddot{\Theta} + m * a_t * R - m * a * R * (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta). \end{aligned} \quad (17)$$

Pošto je riječ o malim kutovima, u dobivenu jednadžbu možemo još ubaciti aproksimacije:

$$\sin \theta = \theta$$

$$\cos \theta = 1$$

$$\sin \alpha = \alpha$$

$$\cos \alpha = 1$$

S ovim se pretpostavilo da je kut  $\theta$  mali, odnosno da blok ima male rotacije, te da je i kut  $\alpha$  mali, odnosno da je blok vitak.

Na taj način dobivamo konačni oblik linearizirane jednadžbe kretanja:

$$-m * g * R * (\alpha * 1 - 1 * \theta) = I_C * \ddot{\Theta} + m * a_t * R - m * a * R * (1 * 1 + \alpha * \theta), \quad (18)$$

$$-m * g * R * (\alpha - \theta) = I_C * \ddot{\Theta} + m * a_t * R - m * a * R * (1 + \alpha * \theta). \quad (19)$$

## 2.2. Jednadžba kretanja bloka na deformabilnoj podlozi

Dobivenu jednadžbu kretanja bloka na deformabilnoj podlozi (16) uz pomoć trigonometrijskih identiteta iz prethodne cjeline, možemo zapisati kao:

$$\begin{aligned} & -m * g * R * (\sin \alpha \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta) \\ & = I_G * \ddot{\theta} + m * R^2 * \ddot{\theta} - m * a_g * R * (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta) + m * a_z * R \\ & * (\sin \alpha \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta). \end{aligned} \quad (20)$$

Konačni oblik linearizirane jednadžbe dobivamo tako da u jednadžbu ubacimo izraze za male kutove:

$$\begin{aligned} & -m * g * R * (\alpha * 1 - 1 * \theta) \\ & = I_G * \ddot{\theta} + m * R^2 * \ddot{\theta} - m * a_g * R * (1 * 1 + \alpha * \theta) + m * a_z * R \\ & * (\alpha * 1 - 1 * \theta), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & -m * g * R * (\alpha - \theta) \\ & = I_G * \ddot{\theta} + m * R^2 * \ddot{\theta} - m * a_g * R * (1 + \alpha * \theta) + m * a_z * R * (\alpha - \theta). \end{aligned} \quad (22)$$

### 3. PROVOĐENJE EKSPERIMENTA

#### 3.1. Korištena oprema

##### 3.1.1. *Optički mjerni sustav GOM mbH PONTOS 3D 4M i upravljačka jedinica s GOM programskim paketom za 3D analizu pomaka i deformacija*

Ovaj mjerni sustav se sastoji od mjerne glava s dvije kamere, kablova, nosača, kalibracijskog objekta, para leća, laserskog pokazivača, kofera, LED osvjetljenja i foto ćelija [3].

Sve zajedno čini sustav kamera za 3D beskontaktno optičko mjerenje pomaka i deformacija. Nakon početne kalibracije, kamere snimaju cijeli tijek eksperimenta i na temelju praćenja površine ispitanog modela, koja prethodno mora biti adekvatno obrađena, kao rezultat daju podatke o položaju točaka na površini modela. Na slici 7 je prikazan optički mjerni sustav koji je korišten za provođenje eksperimenta.

Tehničke karakteristike [3]:

- mogućnost snimanja do 168 fps rezolucijom od 2400x1728 piksela, te do 1300 fps rezolucijom od 2400x168 piksela,
- jedan par leća žarišne dužine 20 mm pogodan za mjerne volumene od 125 x 90 mm<sup>2</sup> do 2150 x 1600 mm<sup>2</sup>,
- kalibracijski objekt za snimanje mjernog volumena od 350 x 260 mm<sup>2</sup> do 500 x 370 mm<sup>2</sup>.



Slika 7: Optički mjerni sustav [3]

Aramis programski paket služi za upravljanje optičkim mjernim sustavom i pomoću njega dobijamo podatke o deformaciji i naprezanju na površini modela, dok pomoću programskog paketa Pontos dobijamo podatke o pomaku, brzini i ubrzanju točaka ili elemenata modela. Na slici 8 se nalazi upravljačka jedinica.

Tehničke karakteristike [3]:

- računalo: 64 GB RAM, 2 procesora 3.10 GHz.
- Aramis i Pontos softveri verzije v6.3.1 do v8,



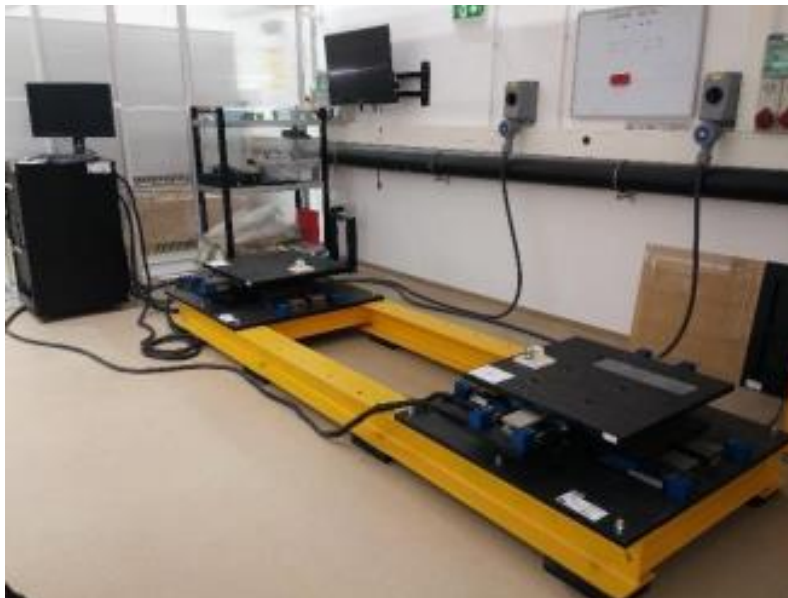
Slika 8: Upravljačka jedinica [3]

#### 4.1.2. Potresna platforma Quanser STI-III

Sustav od dvije potresne platforme koje se pokreću elektromagnetskim motorom koji se sastoji od kontrolne hardver ploče i softvera, te podložne ploče za platformu, korišten je za ispitivanje djelovanja potresa na uzorke blokova. Potresne platforme su imale ulogu da simuliraju dinamičke pobude podloge prilikom izrade eksperimentalnog dijela ovog završnog rada. Platforme međusobno ne ovise jedna o drugoj i moguće je izvoditi dva ispitivanja u isto vrijeme, budući da se svaka platforma se regulira posebno. U ovom radu je korištena samo jedna potresna platforma. Na slici 9 je prikazan sustav od dvije potresne platforme.

Tehničke karakteristike [3]:

- tlocrtna dimenzije svake platforme  $625 \times 625 \text{ mm}^2$ ,
- hod svake platforme u svakom od dva smjera je 15 cm, a raspon radnih frekvencija između 0 i 20 Hz,
- svaka platforma uz maksimalni teret od 130 kg može proizvesti ubrzanje od  $1g$  u svakom od dva smjera,
- svaka platforma bez ikakvog tereta može proizvesti ubrzanje od  $2,8g$  u x smjeru i  $4,5g$  u y smjeru,
- osna udaljenost platformi može biti od 1 m do 2,5 m



Slika 9: Sustav od dvije potresne platforme [3]

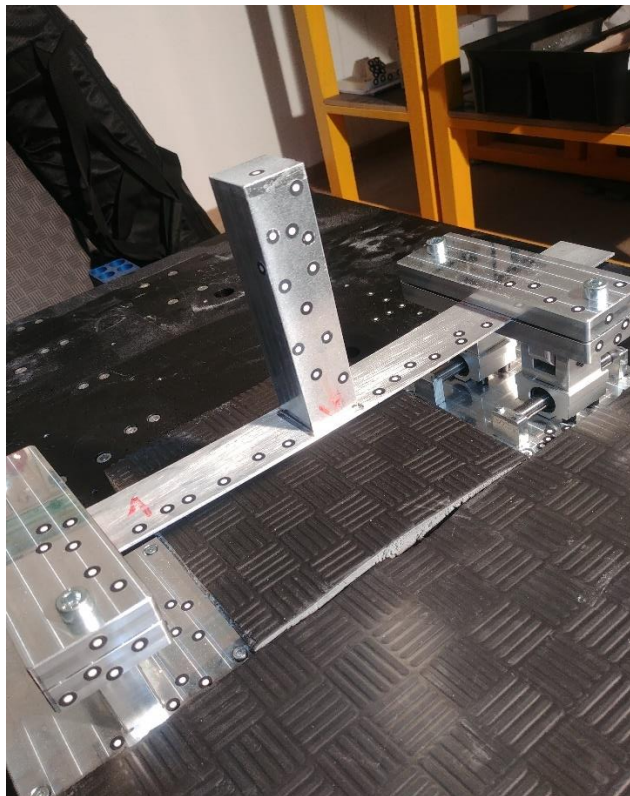
### 3.2. Ispitivanje

Svi eksperimenti iz rada su se izvodili u Laboratoriju za konstrukcije Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. . Za eksperimente su se koristili aluminijski blokovi B6S i B6M, čije su mase i geometrijske karakteristike prikazane u Tablici 1.

*Tablica 1: Prikaz dimenzija uzoraka aluminijskih blokova*

<b>Blok</b>	<b>m [g]</b>	<b>b [m]</b>	<b>h [m]</b>	<b>h/b</b>	<b><math>\alpha</math> [rad]</b>	<b>R [m]</b>
B6S	339,6	0,03	0,135	4,5	0,2187	0,0691
B6M	1089,6	0,045	0,2025	4,5	0,2187	0,1037

Prije početka izvođenja eksperimenta brusnim papirom je izbrušen kontakt između grede i uzorka kako bi se spriječilo klizanje bloka po gredi. Na slici 10 je prikazan korišteni blok B6S na tanjoj gredi.



Slika 10: Blok B6S na tanjoj gredi, debljine 1,65 mm



U eksperimentalnom dijelu rada provedene su tri serije eksperimenta, jedna sa uzorkom B6S i tanjom gredom, čija debljina iznosi  $d_1 = 1,65$  mm, te dvije sa uzorkom B6M, od kojih jedna s tanjom, a druga s debljom gredom, čija debljina iznosi  $d_2 = 2$  mm.

Uzorci su se stavljali uvijek u isti položaj, odnosno na sredinu grede kako bi svi eksperimenti bili izvedeni s jednakim početnim uvjetima.

Svi eksperimenti su se izvodili na potresnoj platformi Quanser STI-III tako što se na nju nanosila horizontalna potresna pobuda u obliku sinusoidalne funkcije pomaka pomoću upravljačke jedinice. Rezultati su dobiveni mjerenjem pomoću GOM sustava sa dvije kamere i programskim paketom za 3D analizu pomaka i deformacija.

Na potresnu platformu je prvo postavljena greda, a zatim blok na samu gredu. Kako bi se proveo eksperiment nanosile su se različite vrijednosti amplituda i frekvencija funkcije pomaka podloge koje su izazvale različita ponašanja kod bloka. Raspon amplituda koje su se nanosile bio je od 0,5 do 5 cm, a raspon frekvencija je bio od 1 do 5 Hz.

Prije samog početka provođenja eksperimenta bilo je potrebno napraviti kalibraciju potresnih stolova. Nakon izvršene kalibracije u program su se mogle upisati vrijednosti za frekvenciju i amplitudu.

Nakon provedenih eksperimenata bilo je potrebno provesti optička mjerenja za one eksperimente čiji su rezultati bili najzanimljiviji. Mjerni volumen za naš sustav M4 iznosio je 500x370 mm [5]. Kako bi se provela optička mjerenja bilo je potrebno prvo postaviti kameru. Za mjerni volumen 500 x 370 udaljenost kamere od ploče iznosi 810 mm [5].

Kako bi optičko mjerenje bilo ispravno potrebno je prilagoditi udaljenost, vertikalni i horizontalni položaj kamere i njihov nagib, te svijetlost i fokus kamere.

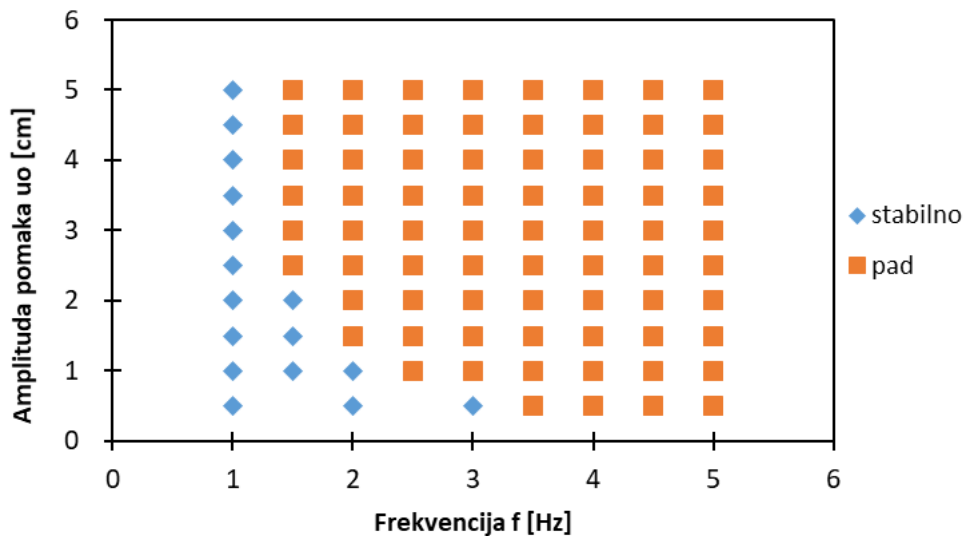
## 4. REZULTATI

### 4.1. Grafovi stabilnosti

Na grafovima je prikazano ponašanje blokova prilikom izazvanih pobuda, odnosno točno možemo vidjeti kada je blok bio stabilan, odnosno kada je došlo do rušenja bloka. Oznake prikazuju što se dogodilo sa blokom i pri kojoj amplitudi i frekvenciji funkcije pomaka podloge je došlo do određene pojave. Plavi romb predstavlja stabilno stanje, odnosno označava nije došlo do pada bloka, a narančasti kvadratić označava da je došlo do prevrtanja, odnosno do pada bloka. Iste oznake su korištene u svim grafovima.

#### 4.1.1. Blok B6S na tanjoj gredi ( $d_1$ )

U prvom grafu prikazani su rezultati dobiveni provođenjem eksperimenta na uzorku bloka B6S koji je bio postavljen na gredu debljine 1,65 mm.



Slika 11: Grafički prikaz rezultata za blok B6S dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka

Uz pomoć amplituda i frekvencija dobiven je još jedan graf za prikaz rezultata, a to je graf koji ovisi o kutnoj brzini ( $\omega$ ) i o amplitudi ubrzanja ( $a_0$ ). Kutna brzina je dobivena uz pomoć frekvencije, izraz:  $\omega = f * 2\pi$ , a amplituda ubrzanja uz pomoć amplitude pomaka i kutne brzine, izraz:  $a_0 = u_0 * \omega^2$ .

Pobuda podloge koja je nanesena na potresni stol izgledala:

$$u(t) = u_0 * \sin(\omega * t).$$

Pobuda podloge je zatim dvaput derivirana, prilikom čega smo dobili funkciju ubrzanja.

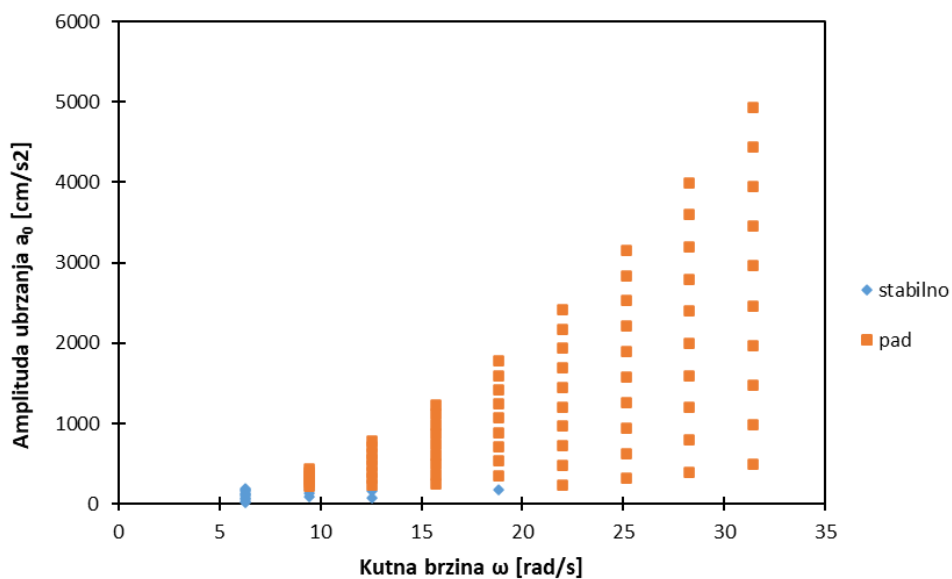
$$\ddot{u}(t) = u_0 * \omega * (-\sin(\omega * t)) * \omega = -u_0 * \omega^2 * \sin(\omega * t),$$

gdje je

$$\ddot{u}(t) = a(t),$$

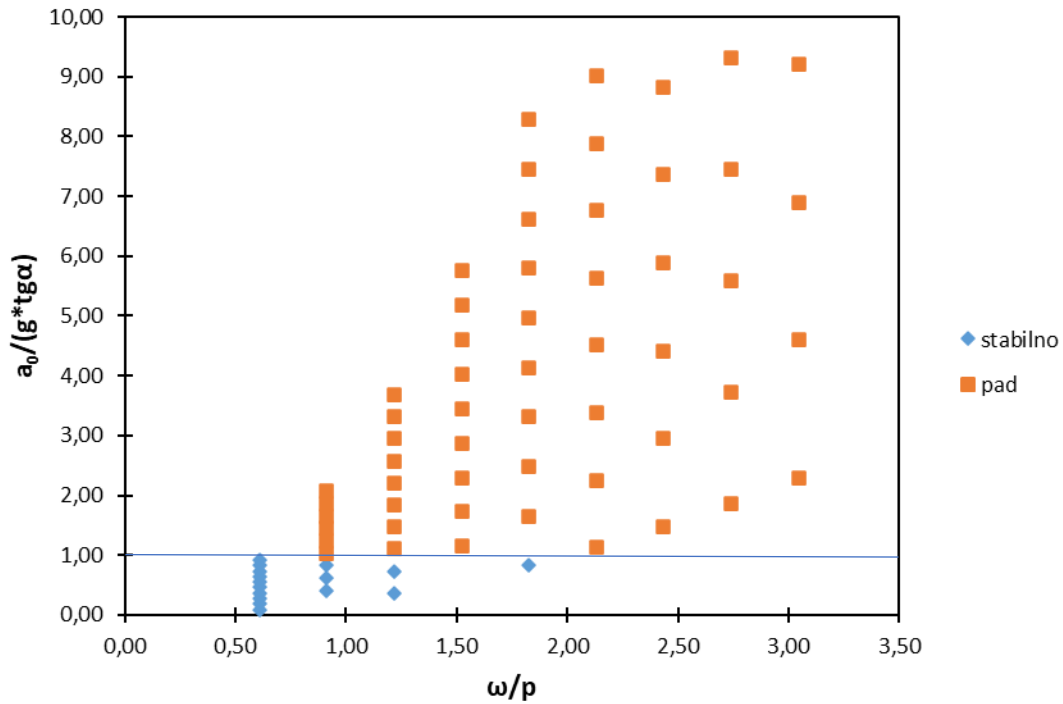
odnosno

$$a_0 = u_0 * \omega^2.$$



Slika 12: Grafički prikaz rezultata za blok B6S dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja

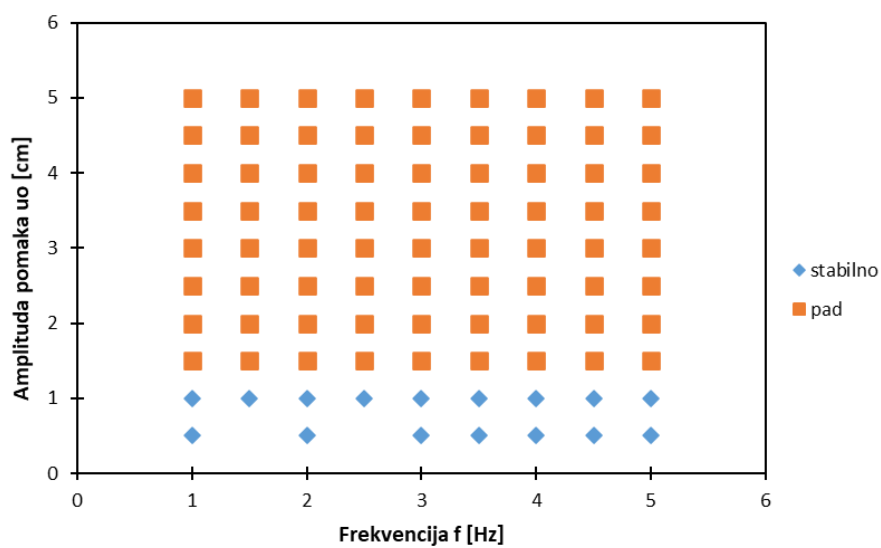
Slika 11 je skalirana pomoću  $p$  ( $p = \sqrt{\frac{3 * g}{4 * R}}$ ) [2] i  $g * \tan \alpha$ , te je tako dobivena Slika 12.



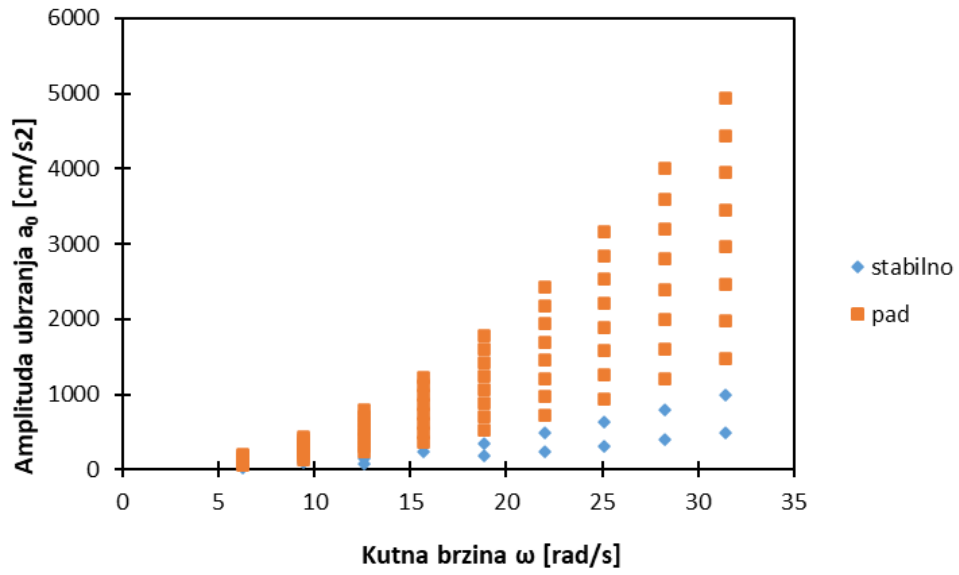
Slika 13: Skalirani dijagram za blok B6S na tanjoj gredi ( $d_1$ )

#### 4.1.2. Blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ )

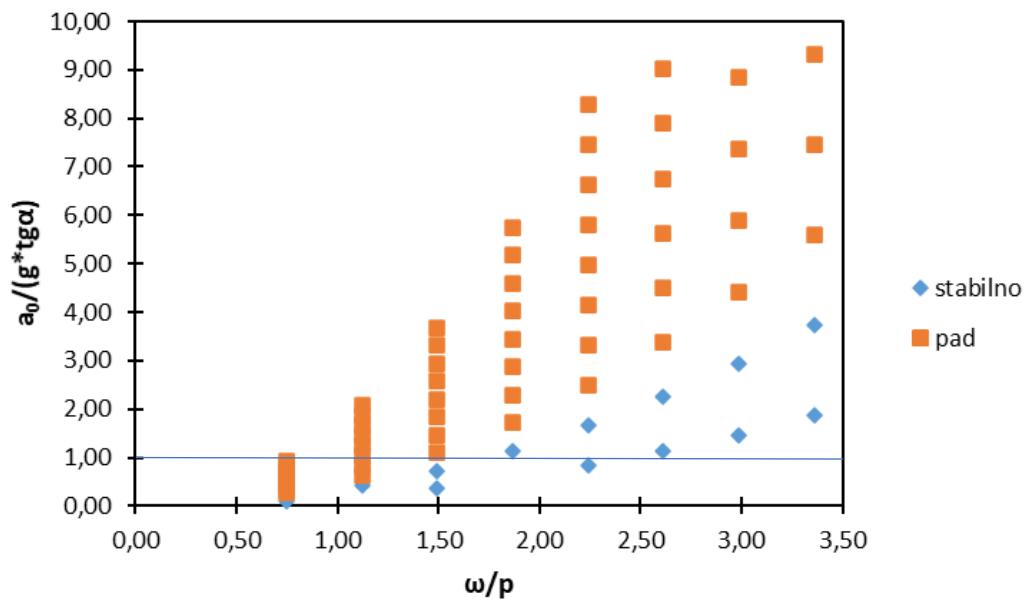
Druga serija eksperimenata je rađena s uzorkom bloka B6M i gredom iste debljine, kakva je korištena i za prethodnu seriju eksperimenata.



Slika 14: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ) dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka



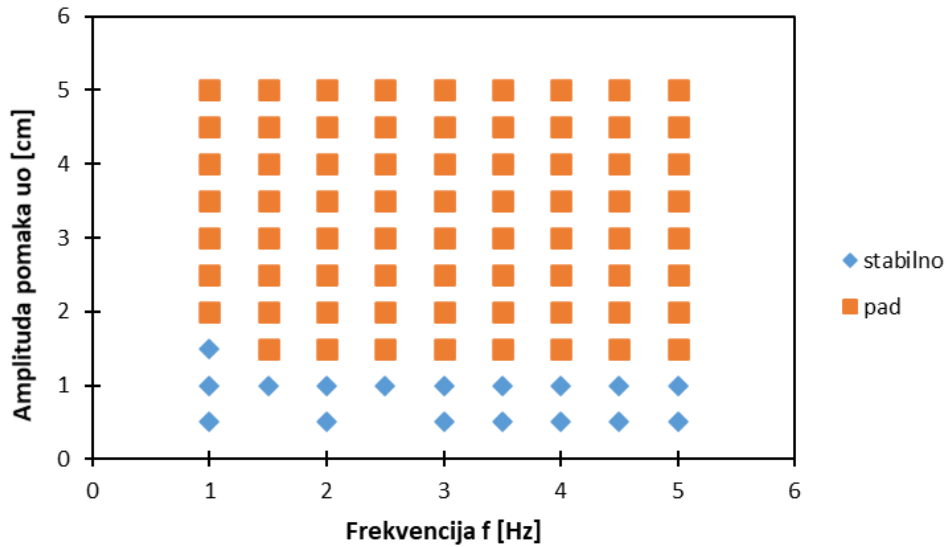
Slika 15: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ) dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja



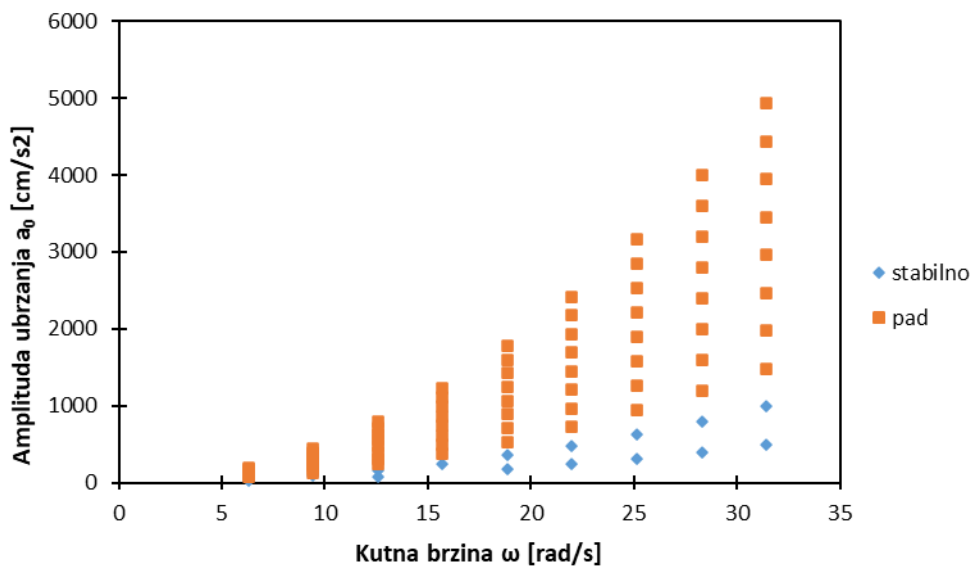
Slika 16: Skalirani dijagram za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ )

### 4.1.3. Blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ )

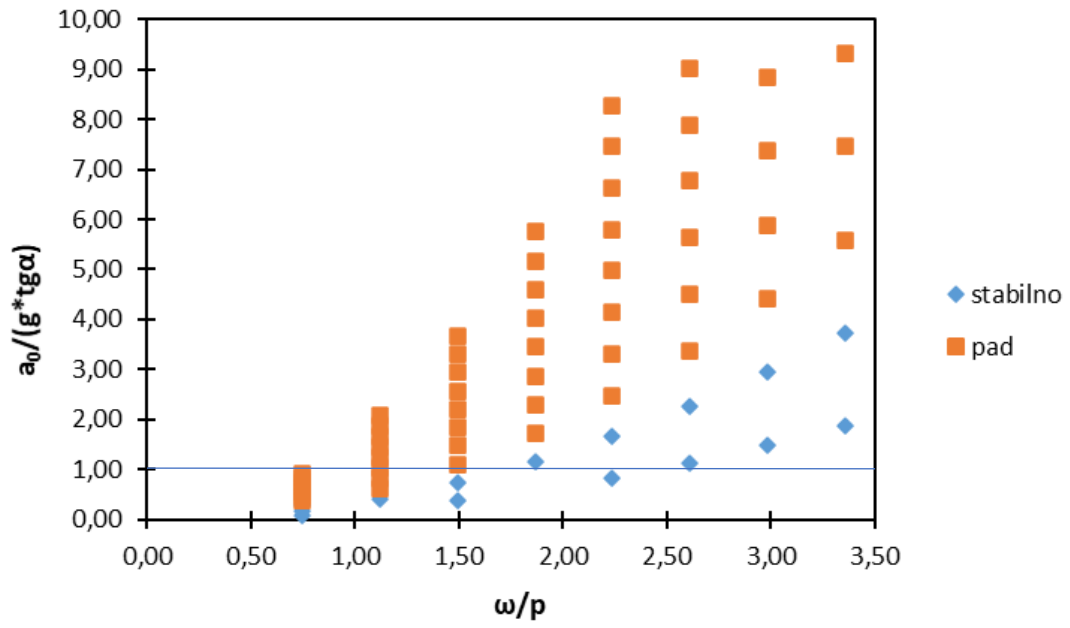
Treći eksperiment je rađen s uzorkom bloka B6M i debljom gredom, debljine 2 mm.



Slika 17: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ) dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka

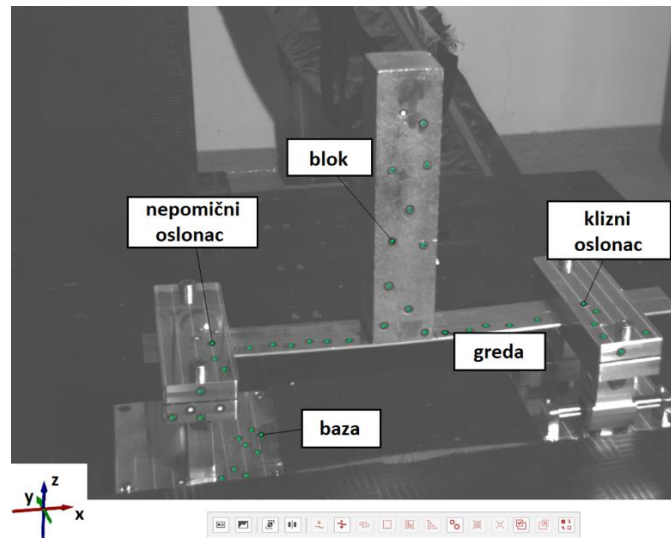


Slika 18: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ) dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja



Slika 19: Skalirani dijagram za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ )

## 4.2. Rezultati optičkih mjerenja



Slika 20: Prikaz elemenata prilikom optičkog mjerenja

Optičko mjerenje je provedeno za sedam odabranih eksperimenata. U tablici 2 su prikazani svi odabrani eksperimenti i vrijednosti pobuda koje su se koristile za njihovo provođenje.

Tablica 2: Prikaz dimenzija uzoraka aluminijskih blokova

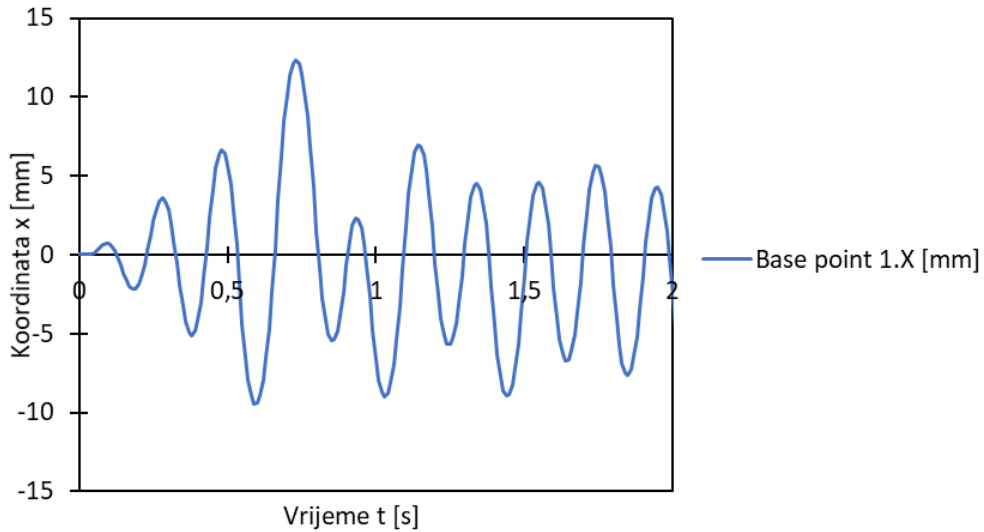
	<b>Amplituda [cm]</b>	<b>Frekvencija [Hz]</b>
Eksperiment 1	2,5	5
Eksperiment 2	2,5	5
Eksperiment 3	2,5	5
Eksperiment 4	0,5	4,5
Eksperiment 5	0,5	4,5
Eksperiment 6	0,5	5
Eksperiment 7	4,5	5



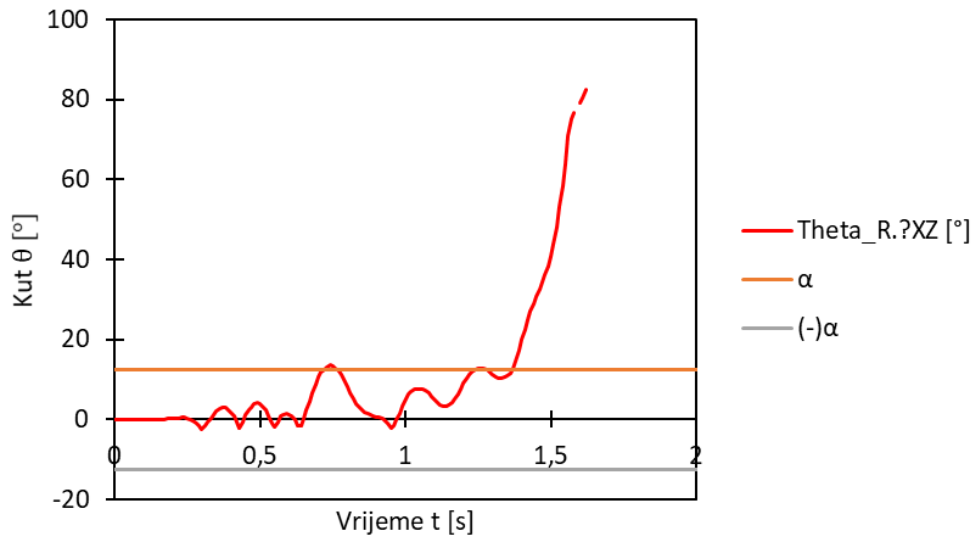
Mjerenje je izvršeno uz pomoć mjernog sustava GOM mbH PONTOS 3D 4M. Prije izvođenja samog mjerenja bilo je potrebno izvršiti kalibraciju kamere u GOM softveru kako bi mjerenje dalo točne podatke. Ovaj uređaj je omogućio snimanje cijelog sustava prilikom izvođenja eksperimenta. Nakon izvršenog snimanja bilo je potrebno obraditi rezultate u programskom paketu GOM Pontos. Kao rezultat je dobiven niz točaka koje zapravo predstavljaju položaj točaka u vremenu. GOM softver pronalazi markere čiji kontrast između bijele i crne boje i orijentaciju koristi za identifikaciju pozicije točaka koju softver izračunava i daje u obliku koordinata [6]. Te koordinate se kasnije koriste za dobivanje veličina kao što su pomak i deformacija, a preko njih se mogu dobiti brzina, akceleracija ili naprezanje.

#### 4.2.1. Eksperiment 1

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 1.



Slika 21: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 1

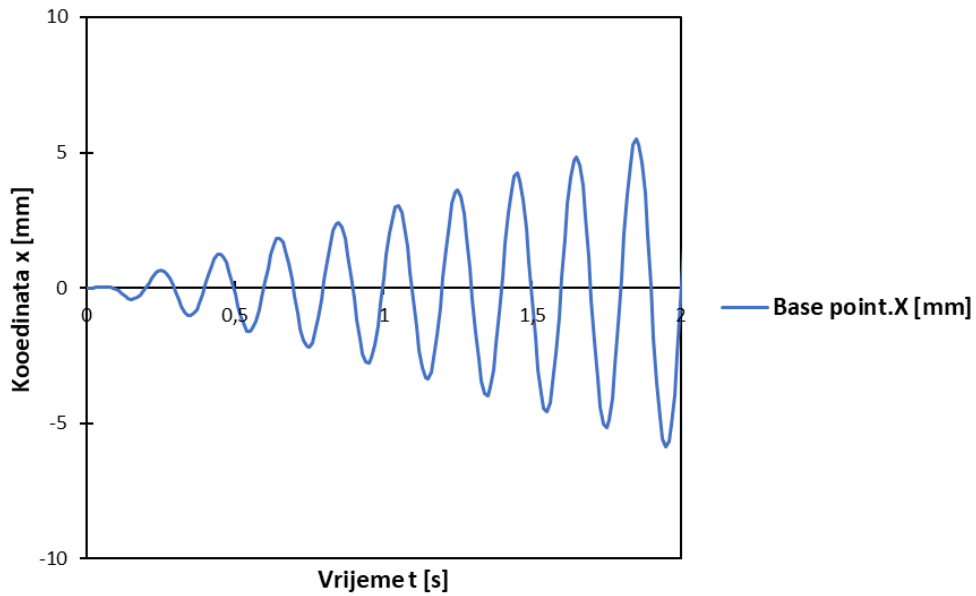


Slika 22: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 1

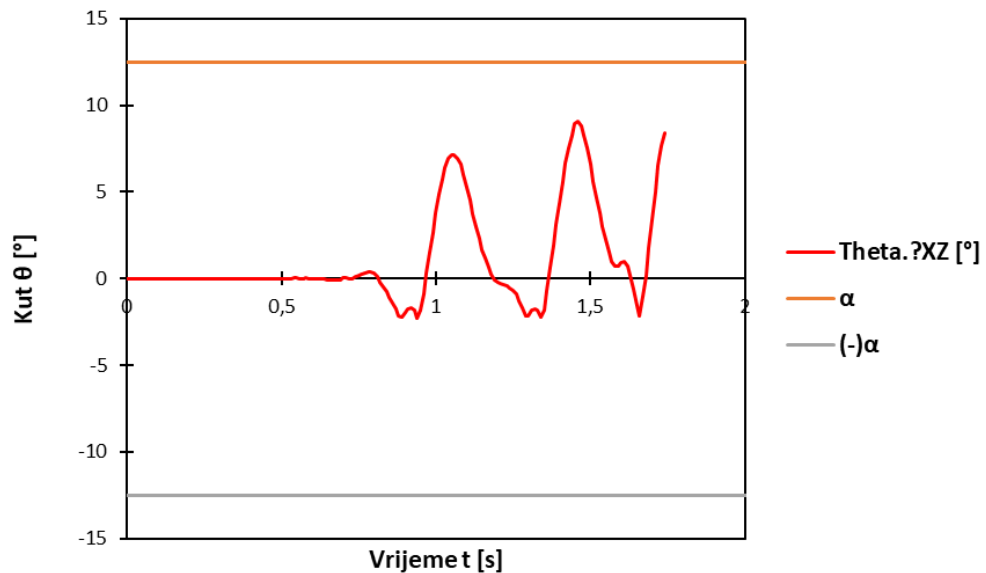
Došlo je do rušenja bloka jer je  $\theta > \alpha$ .

#### 4.2.2. Eksperiment 2

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 2.



Slika 23: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 2

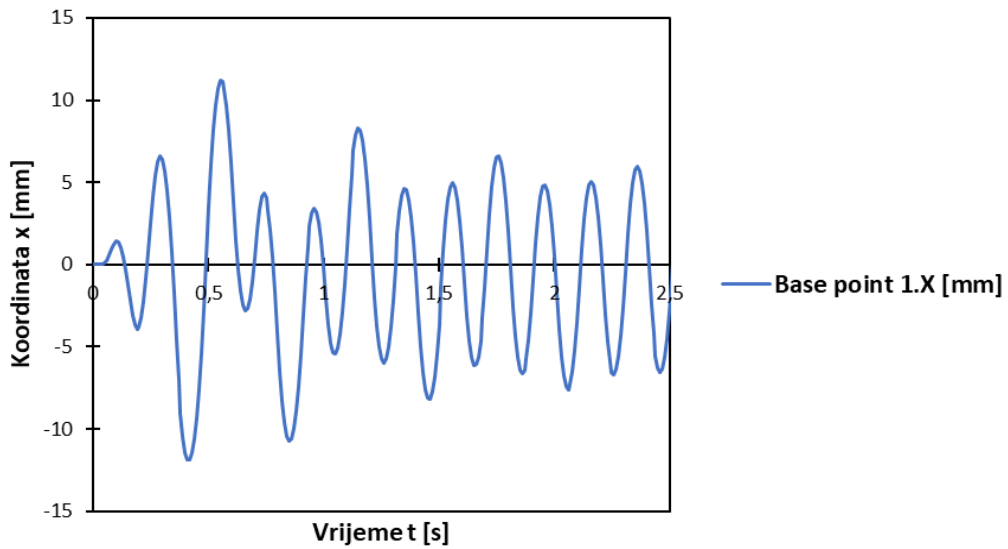


Slika 24: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 2

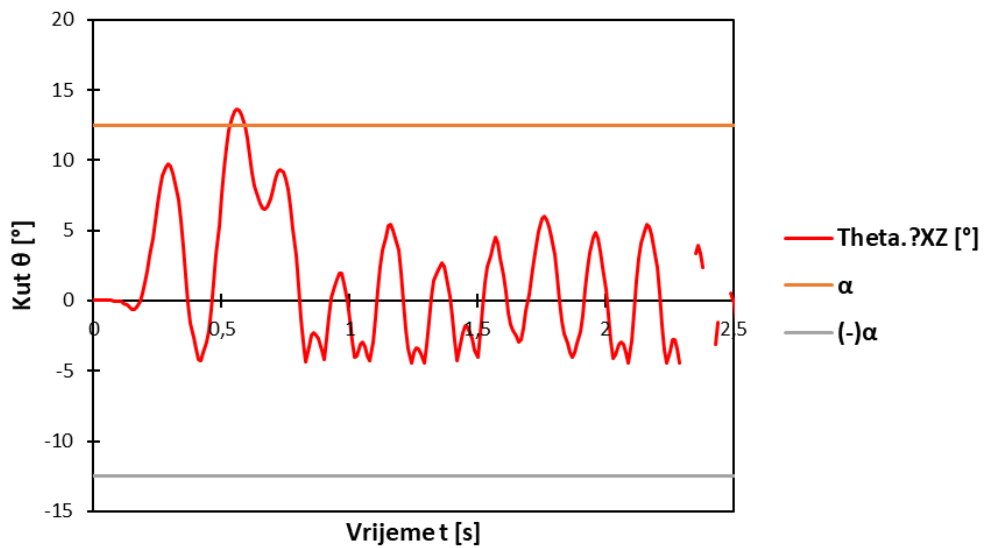
Ljuljanje bloka je bilo periodično i nije došlo do njegovog rušenja.

### 4.2.3. Eksperiment 3

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 3.



Slika 25: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 3

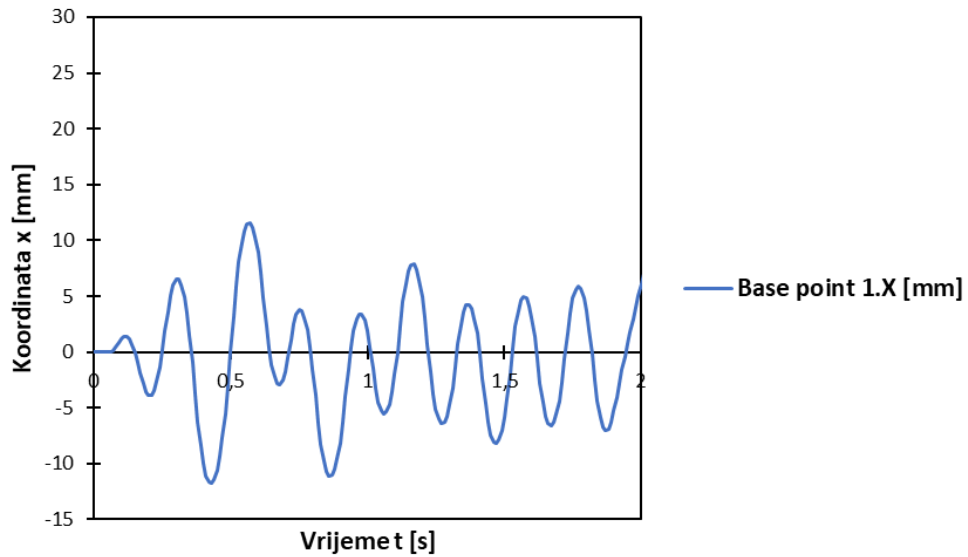


Slika 26: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 3

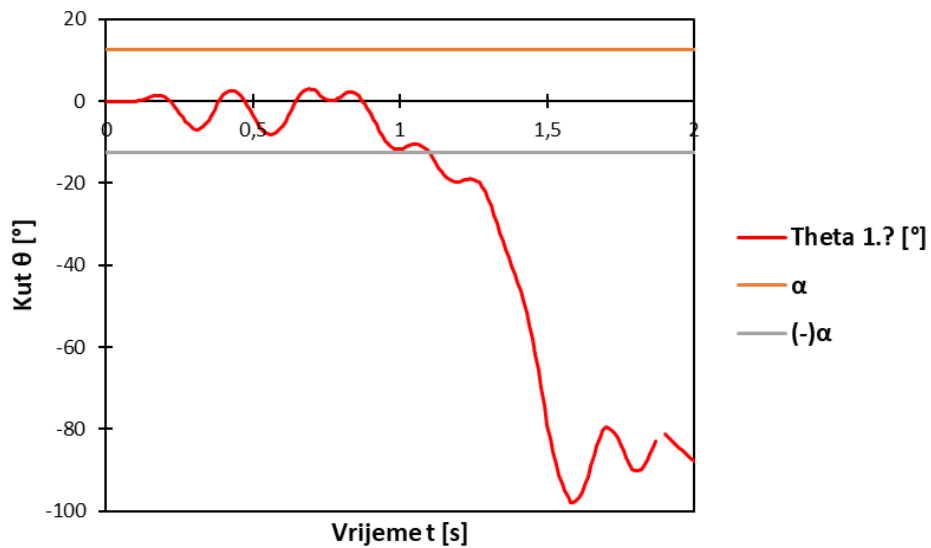
Ljuljanje bloka je bilo periodično i nije došlo do njegovog rušenja.

#### 4.2.4. Eksperiment 4

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 4.



Slika 27: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 4

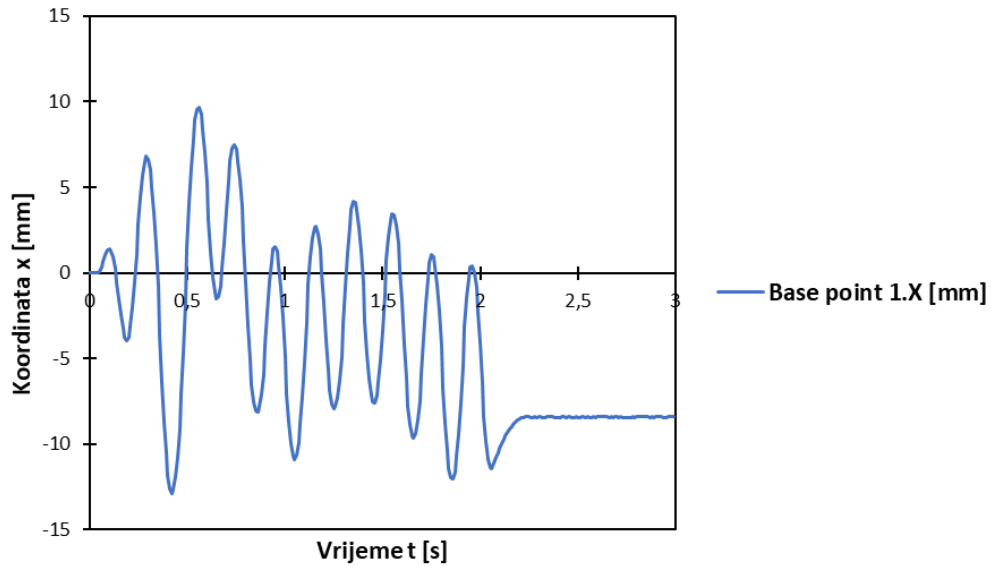


Slika 28: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 4

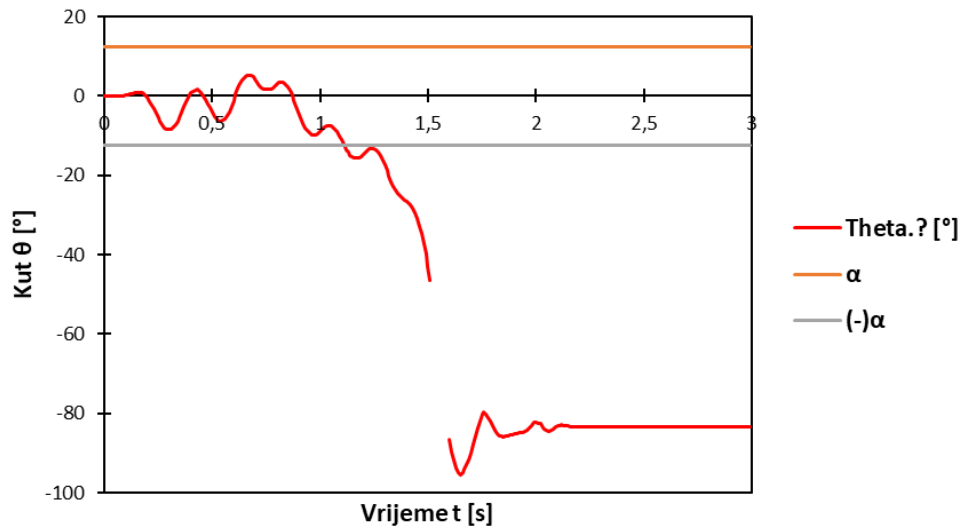
Došlo je do rušenja bloka jer je  $\theta > \alpha$ .

#### 4.2.5. Eksperiment 5

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 5.



Slika 29: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 5

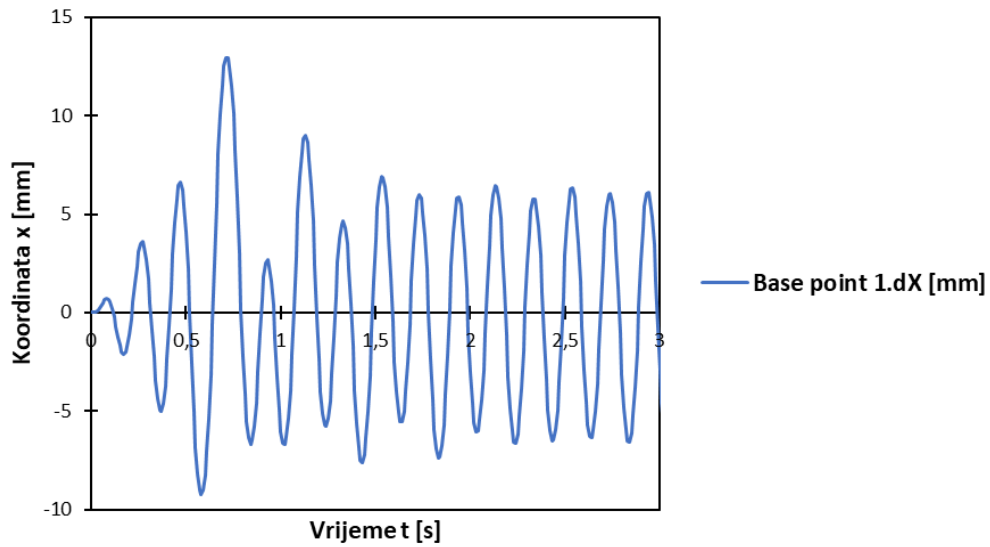


Slika 30: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 5

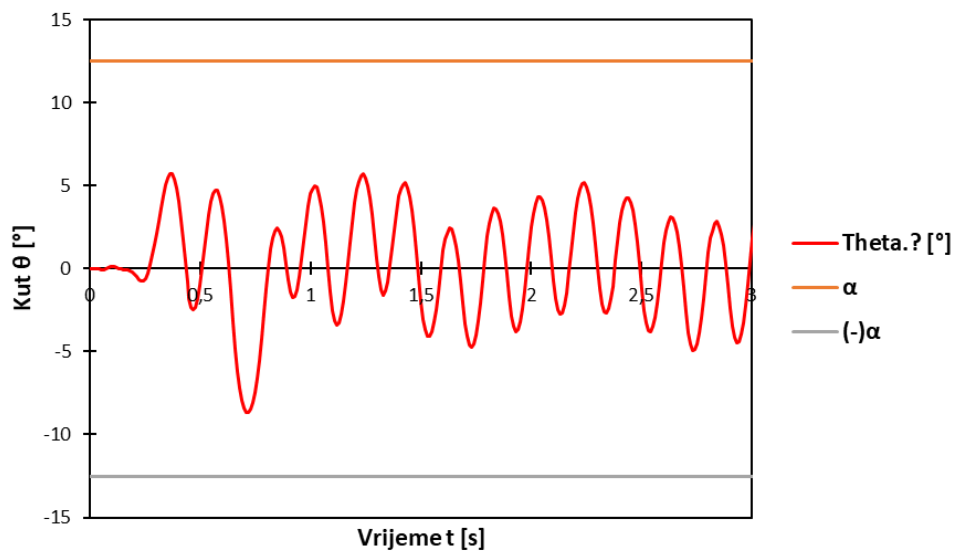
Došlo je do rušenja bloka jer je  $\theta > \alpha$ .

#### 4.2.6. Eksperiment 6

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 6.



Slika 31: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 6

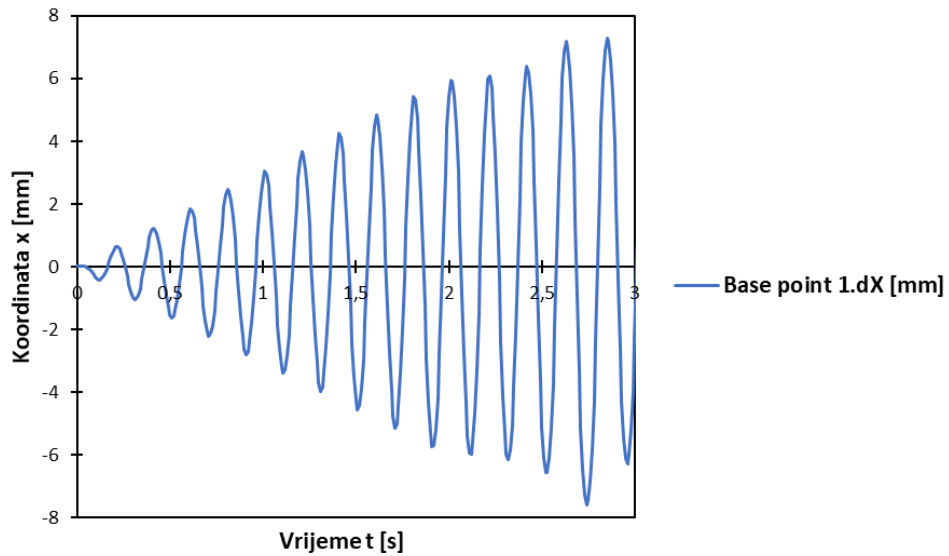


Slika 32: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 6

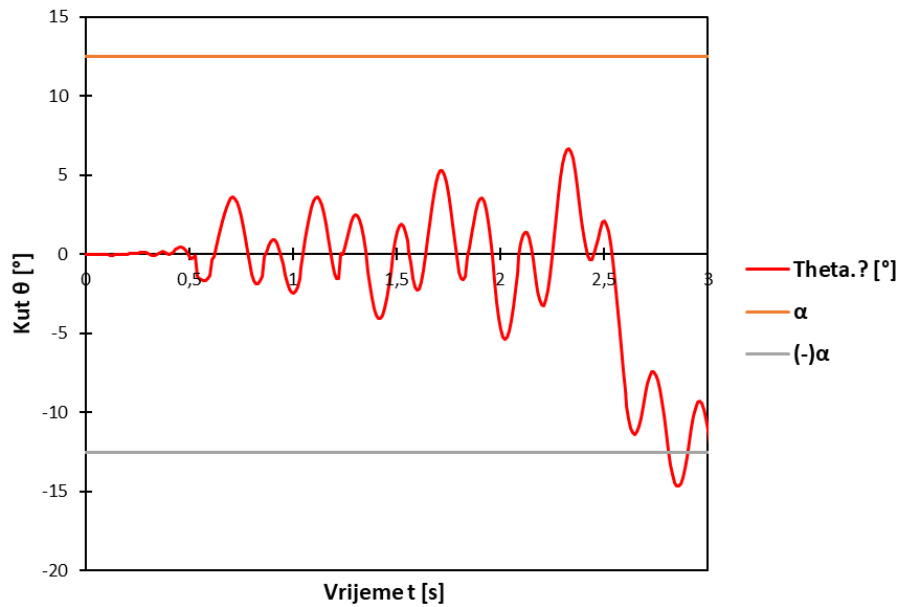
Ljuljanje bloka je bilo periodično i nije došlo do njegovog rušenja.

#### 4.2.7. Eksperiment 7

Na slikama su prikazane funkcije pobude podloge i kut zaokreta za eksperiment 7.



Slika 33: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 7



Slika 34: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 7

Ljuljanje bloka je bilo periodično i nije došlo do njegovog rušenja



## 5. DISKUSIJA

Prilikom izvođenja eksperimenata moglo se vidjeti kakvo je ponašanje blokova B6S i B6M na deformabilnoj podlozi. Nakon izvođenja eksperimenta s blokom B6S točno se vidi granica između stabilnog i nestabilnog stanja bloka, koja približno odgovara amplitudi funkcije ubrzanja podloge  $a_0 = g \cdot \tan \alpha$ . Pri frekvenciji od 1 Hz i amplitudama pomaka u cijelom rasponu od 0,5 do 5 cm, odnosno amplitudama ubrzanja manjim od  $g \cdot \tan \alpha$ , blok je bio stabilan i nije dolazilo do njegovog pada. Također, povećanjem frekvencije pobude nije postignuto prevrtanje bloka pri amplitudama ubrzanja manjima od  $g \cdot \tan \alpha$ , dok se prevrtanje dogodilo pri svim amplitudama većim od te vrijednosti.

Za ostala dva eksperimenta pri amplitudama pomaka od 0,5 cm i 1 cm blok je bio stabilan pri svim frekvencijama. Pri povećanju frekvencija pojavila se nestabilnost i dolazilo je do rušenja bloka.

Iz grafičkog prikaza eksperimenta sa blokom B6M i debljom gredom ( $d_2$ ) možemo zaključiti da se javlja slično ponašanje kao i kod prvog eksperimenta, samo što je došlo do pomicanja granice između stabilnog područja i područja prevrtanja u dijagramu koji prikazuje ishod eksperimenta ovisno o amplitudi pomaka u lijevo. Da bi se došlo do rezultata potrebno je izvesti još niz pokusa pri čemu bi trebalo koristiti frekvencije u rasponu od 0 – 1 Hz. Očekivano je da bi se na taj način dobio sličan oblik dijagrama i za drugu i treću eksperimentalnu seriju.

Dodatno su prikazani rezultati optičkih mjerenja odabranih eksperimenata. Za svaki eksperiment je prikazana funkcija pomaka potresnog stola i kut zaokreta bloka u vremenu. Vidljivo je da funkcija pomaka stola nije idealna harmonijska funkcija već u nekim trenucima odstupa od nje, pogotovo amplitudom.

Do pojave nestabilnosti bloka dolazi kada je kut  $\theta$  veći od kuta vitkosti bloka  $\alpha$ , što je moguće vidjeti u eksperimentu 1,4 i 5 (na slikama 22, 28 i 30). U eksperimentima 2,3 i 6 (na slikama 24, 26 i 32) se jasno vidi periodično ponašanje bloka nakon početne tranzijentne faze. U eksperimentu 3 (slika 26) je vidljivo zanimljivo ponašanje – blok nakon 0,5 sekundi rotacije dostigne zaokret  $\theta$  veći od kut  $\alpha$  no ipak ne doživi prevrtanje zbog djelovanja momenata u sustavu. To je izazvano kretanjem podloge koja ga u tom trenutku vraća u stabilno ljuljanje.

## 6. ZAKLJUČAK

Za izradu ovog rada bilo je potrebno posvetiti se analitičkoj i eksperimentalnoj obradi ljuljanja bloka na krutoj i deformabilnoj podlozi.. Izvedena je jednadžba granične akceleracije nakon koje dolazi do ljuljanja bloka na krutoj podlozi, a zatim su izvedene i linearizirane jednadžbe kretanja krutog tijela (bloka) na krutoj i deformabilnoj podlozi.

Kako bi se došlo do informacija o ponašanju i stabilnosti bloka koji se ljuljaju na deformabilnoj podlozi, proveden je niz eksperimenata. Eksperimenti su se provodili tako što je na podlogu pomoću potresne platforme nanescena sinusoidalna pobuda pomaka koja je imala različite amplitude i frekvencije koje su se zadavale putem programa. Na podlogu je postavljena deformabilna greda na koju je položen kruti blok!

Za dobivanje grafova stabilnosti provedene su tri serije eksperimenata, a zatim su najzanimljiviji slučajevi izdvojeni i praćeni optičkim metodama kako bi se došlo do boljeg razumijevanja njihovog ponašanja.

Tokom eksperimenata su uočeni u dosta slični rezultati za sva tri slučaja, gdje su varirane veličine bloka i debljine grede, kada su u pitanju uvjeti pobude koji izazivaju stabilnost i nestabilnost.

Kako bismo bolje razumjeli dinamički odgovor krutih blokova na deformabilnoj podlozi, u nastavku istraživanja se planira u nekom programskom jeziku dobiti numeričko rješenje jednadžbi kretanja, prikazano u poglavljima 2 i 3. Na taj način možemo provjeriti da li jednadžba kretanja bloka na deformabilnoj podlozi može simulirati ponašanje koje jednadžba kretanja na krutoj podlozi ne može. Usporedbom tako dobivenih numeričkih rezultata s eksperimentalno dobivenima prikazanim u ovom radu, možemo zaključiti da li je potrebno promatrati sustav i pri velikim rotacijama te ustanoviti kako deformabilnost podloge utječe na stabilnost krutih tijela koja se ljuljaju.

## Popis tablica

Tablica 1: Prikaz dimenzija uzoraka aluminijskih blokova.....	15
Tablica 2: Prikaz dimenzija uzoraka aluminijskih blokova.....	25

## Popis slika

Slika 1: Osnovna skica sustava .....	2
Slika 2: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok miruje .....	3
Slika 3: Prikaz bloka na podlozi.....	5
Slika 4: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke A na krutoj podlozi .....	5
Slika 5: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke B na krutoj podlozi .....	7
Slika 6: Prikaz dijagrama DST i DMA kada blok rotira oko točke A na deformabilnoj podlozi .....	8
Slika 7: Optički mjerni sustav [3] .....	12
Slika 8: Upravljačka jedinica [3].....	13
Slika 9: Sustav od dvije potresne platforme [3] .....	14
Slika 10: Blok B6S na tanjoj gredi, debljine 1,65 mm.....	15
Slika 11: Grafički prikaz rezultata za blok B6S dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka .....	17
Slika 12: Grafički prikaz rezultata za blok B6S dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja .....	18
Slika 13: Skalirani dijagram za blok B6S na tanjoj gredi ( $d_1$ ) .....	19
Slika 14: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ) dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka .....	19
Slika 15: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ) dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja .....	20
Slika 16: Skalirani dijagram za blok B6M na tanjoj gredi ( $d_1$ ).....	20
Slika 17: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ) dobiven pomoću frekvencije i amplitude pomaka .....	21
Slika 18: Grafički prikaz rezultata za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ) dobiven pomoću kutne brzine i amplitude ubrzanja .....	21
Slika 19: Skalirani dijagram za blok B6M na debljoj gredi ( $d_2$ ).....	22
Slika 20: Prikaz elemenata prilikom optičkog mjerenja .....	23
Slika 21: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 1 .....	25
Slika 22: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 1 .....	25
Slika 23: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 2 .....	26
Slika 24: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 2 .....	26
Slika 25: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 3 .....	27
Slika 26: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 3 .....	27
Slika 27: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 4 .....	28
Slika 28: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 4 .....	28
Slika 29: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 5 .....	29
Slika 30: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 5 .....	29
Slika 31: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 6 .....	30

Slika 32: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 6.....	30
Slika 33: Prikaz funkcije pobude podloge za eksperiment 7 .....	31
Slika 34: Prikaz kuta zaokreta u vremenu za eksperiment 7 .....	31

## Literatura

- [1] Čeh, N. (2018.) Doprinos dinamičkoj karakterizaciji uređenih blokovskih sustava. Doktorski rad. Rijeka: Građevinski fakultet sveučilišta u Rijeci, 2018.
- [2] Housner, G. W. (1963.), The Behavior of the inverted pendulum structures during earthquakes. Bulletin of the Seismological Society of America, 53(2) , 1963. 403-417.
- [3] Katalog laboratorijske opreme građevinskog fakulteta u Rijeci [https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog\\_laboratorijske\\_i\\_terenske\\_opreme\\_GF\\_Rijeka.pdf](https://www.gradri.uniri.hr/files/Katalog_laboratorijske_i_terenske_opreme_GF_Rijeka.pdf)
- [4] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Popis\\_trigonometrijskih\\_identiteta](https://hr.wikipedia.org/wiki/Popis_trigonometrijskih_identiteta)
- [5] Armis, user information-hardware
- [6] GOM testing, Technical documentations as of V8 SR1
- [7] Skripte Mehanike II
- [8] <http://www.edwilson.org/book/20-inter.pdf>
- [9] <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=10199>