

# Prijenos topline kroz višeslojno staklo

---

**Surać, Martina**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:988142>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-20**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Martina Surać

**PRIJENOS TOPLINE KROZ VIŠESLOJNO STAKLO**

Diplomski rad

Rijeka , 2022. godina

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET  
Diplomski sveučilišni studij građevinarstva  
Modul urbano inženjerstvo

Martina Surać  
JMBAG: 0114029905

**PRIJENOS TOPLINE KROZ VIŠESLOJNO STAKLO**

Diplomski rad

Rijeka, 2022. godina

## IZJAVA

Diplomski rad izradila sam samostalno, u suradnji s mentorom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.

---

Ime i prezime

U Rijeci, 2022. godine

## Zahvala

Zahvaljujem svom mentoru prof.dr.sc Ivici Kožaru na mentorstvu, izdvojenom vremenu i pruženoj pomoći prilikom procesa izrade rada.

Zahvaljujem svima koji su mi pružili podršku tijekom cijelog studiranja.

## Sažetak

Tema ovog rada je prijenos topline kroz višeslojno staklo. Opisani su osnovni oblici izmjene topline. Za svaki od oblika prijenosa definirane su formule za izračun gustoće toplinskog toka. Opisan je prijenos topline kroz jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo uz pripadajuće formule. U prvom dijelu je izveden proračun prijenosa topline kroz sva tri stakla provođenjem i konvekcijom. Pomoću Excela i Hp Prime kalkulatora napravljeni su dijagrami dobivenih rezultata. U drugom dijelu opisan je proces prijenosa topline pod utjecajem Sunčeve radijacije. Uz pomoć programa Wolfram Mathematica dobiven je izračun prijenosa topline kroz jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo. Na kraju rada na temelju dobivenih rezultata izvršena je njihova analiza i usporedba.

Ključne riječi: prijenos topline, višeslojno staklo, Sunčeva radijacija

## Abstract

The topic of this paper is thermal transmittance through multilayer glass. Basic forms of heat exchange are described. Formulas for calculating the heat flow density are defined for each form of transfer. Heat transfer through single-layer, two-layer and three-layer glass is described along with the corresponding formulas. In the first part, the calculation of heat transfer through all three glasses by conduction and convection was performed. Diagrams of the obtained results were made using Excel and Hp Prime calculator. The second part describes the process of heat transfer under the influence of solar radiation. With the help of the Wolfram Mathematica program, the calculation of heat transfer through one-layer, two-layer and three-layer glass was obtained. At the end of the thesis, based on the obtained results, their analysis and comparison were performed.

Key words: heat transfer, multilayer glass, solar radiation

# Sadržaj

1. Uvod	1
2. Općenito o jednoslojnom, dvoslojnom i troslojnom staklu	2
3. Prijenos topline	4
3.1 Prijenos topline provođenjem	4
3.2 Prijenos topline konvekcijom	6
3.3 Prijenos topline zračenjem	8
4. Prolaz topline kroz staklo	9
4.1 Jednoslojno staklo	10
4.2 Dvoslojno staklo	11
4.3 Troslojno staklo	12
5. Proračun prolaska topline	14
5.1 Proračun prolaza topline kroz jednoslojno staklo	14
5.2 Proračun prolaza topline kroz dvoslojno staklo	19
5.3 Proračun prolaza topline kroz troslojno staklo	24
5.4 Usporedba rezultata stacionarnog proračuna	30
5.4.1 Grafčki prikaz prijenosa topline kroz sva tri stakla	30
5.4.2 Grafički prikaz koeficijenta prolaza topline „U“ i gubitka energije „q“	31
5.4.3 Usporedba prijenosa topline kroz staklo pri promjeni toplinskog otpora	33
6. Prolaz topline s utjecajem radijacije Sunca	38
7. Proračun prolaska topline kroz staklo s utjecajem radijacije	39
7.1 Proračun prolaska topline kroz jednoslojno staklo s utjecajem radijacije	39
7.2 Proračun prolaska topline kroz dvoslojno staklo s utjecajem radijacije	41
7.3 Proračun prolaska topline kroz troslojno staklo s utjecajem radijacije	42
8. Usporedba dobivenih rezultata oba proračuna	44
8.1 Usporedba rezultata stacionarnog i nestacionarnog proračuna	44
8.2 Usporedba troškova izvedbe stakla i postignute izolacije	48
9. Zaključak	51
10. Literatura	52



## Popis oznaka

<i>Oznaka:</i>	<i>Mjerna jedinica:</i>	<i>Značenje:</i>
Q	W	Izmijenjeni toplinski tok
q	W/m <sup>2</sup>	Gustoća toplinskog toka
$\lambda$	W/mK	Koeficijent toplinske vodljivosti
U	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prolaza topline
R	m <sup>2</sup> K/W	Specifični toplinski otpor
d	mm	Debljina stijenke
l	m	Duljina stijenke
h <sub>c</sub>	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent konvekcije
T <sub>1</sub>	K	Temperatura zraka ispred stijenke
T <sub>2</sub>	K	Temperatura zraka iza stijenke
t	K	Temperatura stijenke
$\alpha$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline
$\varepsilon$	-	Emisijski faktor
$\sigma$	W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>	Stefan – Boltzmanova konstanta
h <sub>rad</sub>	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent radijacije
r	-	Koeficijent refleksije
a	-	Koeficijent apsorpcije
d	-	Koeficijent dijametrije

## Popis slika

Slika 1: Prikaz jednoslojnog, dvoslojnog i troslojnog stakla [5].....	2
Slika 2: Provođenje topline kroz materijal [6] .....	5
Slika 3: Prijenos topline konvekcijom [6].....	7
Slika 4: Prikaz prolaza topline kroz stijenku [6] .....	9
Slika 5: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojno staklo .....	10
Slika 6: Shema za izračun polaza topline kroz dvoslojno staklo .....	11
Slika 7: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojno staklo.....	13
Slika 8: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojnu staklenu stijenku pri dnevnoj temperaturi .....	15
Slika 9: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi .....	17
Slika 10 : Shema za izračun prolaza topline kroz dvoslojnu staklenu stijenku pri dnevnoj temperaturi .....	20
Slika 11: Shema za izračun prolaza topline kroz dvoslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi .....	22
Slika 12: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojnu staklenu stijenku pri dnevnoj temperaturi .....	25
Slika 13: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi .....	28
Slika 14: Pregled Sunčevog zračenja .....	38
Slika 15: Ponuda proizvođača za jednoslojni staklo [11] .....	48
Slika 16: Ponuda proizvođača za dvoslojno staklo [11] .....	49
Slika 17: Ponuda proizvođača za troslojno staklo [11].....	49

## Popis dijagrama

Dijagram 1: Prikaz prijenosa topline kroz jednoslojno staklo – dnevni proračun [9].....	17
Dijagram 2: Prikaz prijenosa topline kroz jednoslojno staklo - noćni proračun [9] .....	19
Dijagram 3: Prikaz prijenosa topline kroz dvoslojno staklo - dnevni proračun [9] .....	22
Dijagram 4: Prikaz prijenosa topline kroz dvoslojno staklo - noćni proračun [9] .....	24
Dijagram 5: Prikaz prijenosa topline kroz troslojno staklo - dnevni proračun [9].....	27
Dijagram 6: Prikaz prijenosa topline kroz troslojno staklo - noćni proračun [9].....	30
Dijagram 7: Prikaz prijenosa topline kroz sva tri stakla – dnevni proračun .....	30
Dijagram 8: Površinske temperature stijenke stakla - noćni proračun.....	31
Dijagram 9: Prikaz promjene koeficijenta prolaza topline.....	32
Dijagram 10: Prikaz gubitka energije.....	33
Dijagram 11: Usporedba prijenosa topline kroz dvoslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - dnevni proračun .....	36
Dijagram 12: Usporedba prijenosa topline kroz dvoslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - noćni proračun .....	36
Dijagram 13: Usporedba prijenosa topline kroz troslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - dnevni proračun .....	37
Dijagram 14: Usporedba prijenosa topline kroz troslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - noćni proračun .....	37
Dijagram 15: Krivulja promjene temperature u vremenu kod jednoslojnog stakla .....	39
Dijagram 16: Prikaz promjene temperature kroz jednoslojno staklo u vremenu .....	40
Dijagram 17: Prikaz promjene temperatura na plohama jednoslojnog stakla.....	40
Dijagram 18: Prikaz promjene temperature kroz dvoslojno staklo u vremenu.....	41
Dijagram 19: Prikaz promjene temperatura na plohama dvoslojnog stakla.....	42
Dijagram 20: Prikaz promjene temperature kroz troslojno staklo u vremenu .....	42
Dijagram 21: Prikaz promjene temperatura na plohama troslojnog stakla .....	43
Dijagram 22: Prikaz površinskih temperatura jednoslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom .....	45
Dijagram 23: Prikaz površinskih temperatura dvoslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom .....	46
Dijagram 24: Prikaz površinskih temperatura troslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom .....	47

## Popis tablica

Tablica 1: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - dvoslojno staklo, dnevni proračun .....	34
Tablica 2: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - dvoslojno staklo, noćni proračun .....	34
Tablica 3: Promjena gustoće toplinskog toka - dvoslojno staklo.....	34
Tablica 4: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - troslojno staklo, dnevni proračun .....	34
Tablica 5: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - troslojno staklo, noćni proračun .....	35
Tablica 6: Promjena gustoće toplinskog toka - troslojno staklo .....	35

## 1. Uvod

Prijenos topline prema konvenciji je proces prelaska topline s toplijeg tijela na hladnije. Brzina prelaska topline proporcionalna je temperaturnoj razlici tijela. Oblici izmjene topline među tijelima su provođenje, konvekcija i zračenje [1,2].

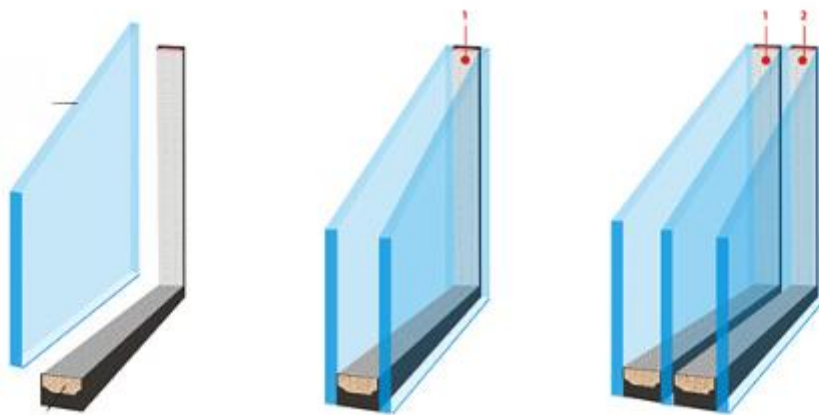
Fizika zgrade disciplina je koja se bavi rješavanjem problema toplinske zaštite od gubitaka topline i uštedom energije [3]. Svaki materijal ima određen toplinski otpor. Fizika zgrade nastoji odrediti i prilagoditi elemente kako bi ukupan toplinski otpor zadovoljio klimatske uvjete [3,2].

Tema diplomskog rada je prijenos topline kroz višeslojno staklo. Izvršena su dva proračuna prijenosa topline za jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo. Prvi proračun je izveden u stacionarnim uvjetima i obuhvaća prijenos topline provođenjem i konvekcijom. Drugi proračun je nestacionaran, obuhvaća prijenos Sunčevog zračenja, njegov izračun zahtjeva korištenje računalnih programa.

Na kraju rada izvršena je usporedba oba proračuna i zaključak.

## 2. Općenito o jednoslojnom, dvoslojnom i troslojnom staklu

Od dana kada se počeo koristiti sve do danas primjena stakla se značajno povećala. U modernoj arhitekturi staklo je neizbježan dio građevine. Njegova uloga je da istovremeno približi i razdvoji vanjski svijet od unutrašnjosti. Također, stakla štite od buke, atmosferilija, topline i hladnoće, a ponekad samo imaju dekorativnu ulogu. Rad je baziran na ponašanju jednoslojnog, dvoslojnog i troslojnog stakla. Navedena tri ostakljenja prikazana su na Slici 1 [4].



Slika 1: Prikaz jednoslojnog, dvoslojnog i troslojnog stakla [5]

Kako sam naziv sugerira, jednoslojna stakla čini jedna staklena ploha. Debljina stakla kreće se između tri i deset milimetara. Najčešća je upotreba četiri milimetarskog jednoslojnog stakla. Debljina ovisi o želji kupca i ponudi proizvođača. Jednostruko ostakljeni prozori imaju malu zvučnu i toplinsku izolaciju. Imajući to na umu, ugradnja jednostrukih prozora preporuča se za područja s umjerenom, kontinuiranom klimom tijekom cijele godine. Također, građevine koje sadrže jednostruko staklo trebale bi se graditi u sigurnom okruženju zbog lakog loma stakla.

Upotreba dvostrukih stakala u domovima dovela je do značajne uštede električne energije. Dvostruko staklo nastaje kombinacijom dviju staklenih ploča odvojenih vakuumom, zrakom, argonom ili kriptonom.

Prilikom usporedbe jednostrukog i dvostrukog ostakljenja najčešće se uspoređuju koeficijenti prolaza topline. Dvostruka stakla imaju znatno nižu vrijednost koeficijenta prolaza topline od

jednostrukih stakala. Uobičajene vrijednosti koeficijenta za dvostruka stakla su od 1,5-3,5 W/m<sup>2</sup>K. Dvostruko staklo ima bolju toplinsku i zvučnu izolaciju. Zvučna izolacija koju pružaju dvostruka stakla ovisi o razmaku između stijenki stakla i odnosu debljina obje stijenke. Što je veći razmak među staklima to je bolja zvučna izolacija. Promjenom debljina stijenki stakala, postavljanjem jedne deblje stijenke stakla postiže se maksimalna zvučna izolacija. Zbog većeg postotka reflektirane Sunčeve energije, dvostruko ostakljenje može održavati nižu unutarnju temperaturu ljeti. Ukoliko bude potreban, popravak dvostrukog stakla će rezultirati većim troškovima. Plin koji ispunjava prstor između stijenki može „pobjeći“ i uzrokovati kondenzaciju vodene pare u prozoru. Prozori s dvostrukim ostakljenjem bolji su toplinski i zvučni izolatori, a također su bolji kada je u pitanju sigurnost. Imajući sve na umu, gradnja građevina s dvostrukim ostakljenjem preporuča se za područja s promjenjivom temperaturom.

Trostruko ostakljenje je izolirana staklena površina koja se sastoji od tri staklene stijenke. Sve stijenke su međusobno odvojene vakuumom, zrakom, argonom ili kriptonom. Prednosti uključuju gotovo sve varijable spomenute pod dvostrukim ostakljenjem, u većoj mjeri.

Zbog uvođenja dodatne stijenke, povećana je toplinska izolacija. Troslojno ostakljenje ima veći postotak reflektirane Sunčeve energije. Što se tiče zvučne izolacije, trostruko staklo je korak ispred u odnosu na dvostruko staklo. Povećanje zvučne izolacije dobije se većim razmakom među staklima i različitim debljinama stijenki stakla. Zvučna izolacija najviše ovisi o lokaciji na kojoj je građevina izgrađena. Ako se radi o relativno mirnoj lokaciji ovo svojstvo možemo zanemariti. Trostruka stakla garantiraju bolju sigurnost, s obzirom na dizajn potreban je veći utrošak energije prilikom razbijanja stakla. Ovo ostakljenje je najskuplja opcija te se ona smatra nepotrebnim u područjima s blažom klimom, no ukoliko se radi o područjima ekstremnijih klimatskih uvijeta ulaganje u ovaj tip ostakljenja se itekako isplati [4].

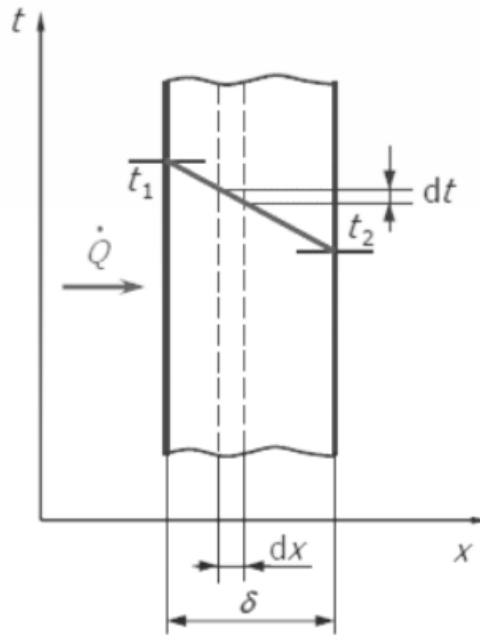
### 3. Prijenos topline

Toplina je fizikalna veličina kojom opisujemo energiju koja se prenosi s tijela na tijelo [1]. Prijenos topline nastaje kada se stvori razlika u temperaturi između dva tijela. Tijela teže postizanju toplinske ravnoteže, stoga se javlja prijenos topline s toplijeg na hladnije. Toplina koja se pri tom procesu prenosi je oblik unutarnje energije koji nastaje zbog nepravilnog gibanja atoma i molekula te je izražena u džulima [J]. Brzina gibanja molekula proporcionalna je temperaturi tijela. Temperaturu tijela mjerimo u kelvinima oznake K ili u stupnjevima Celsiusa oznake °C. Veza između kelvina i Celsiusa je  $^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273.15^{\circ}$ . Oblici izmjene topline su: provođenje, konvekcija i zračenje [1].

#### 3.1 Prijenos topline provođenjem

Provođenje ili kondukcija topline definira se kao prijenos topline između krutih materijala koji su u izravnom kontaktu [1]. Do kondukcije dolazi zbog postojanja temperaturne razlike među materijalima. Energija se kreće s područja više temperature u područje niže, prenosi se s molekule na molekulu dok tijelo miruje. Kod materijala veće gustoće veća je zbijenost molekula, a time je i veća šansa da dođe do njihovog sudara. Promjena temperature u stacionarnom modelu je linearna. Promjena  $\Delta T$  predstavlja temperaturnu razliku između temperatura vanjskih površina krutog materijala,  $T_1 - T_2$ . Temperatura  $T_1$  je temperatura površine materijala s vanjske strane dok je  $T_2$  temperatura površine s unutarnje. Primjer raspodjele temperature u stacionarnom stanju kroz kruti materijal prikazan je na Slici 2 [1].





Slika 2: Provođenje topline kroz materijal [6]

Provođenje topline se opisuje Fourierovim zakonom. Prema Furierovom zakonu tijelo se zagrijava pri dodiru sa izvorom topline. Gustoća toplinskog toka opisuje se jednadžbom 1 [7]:

$$q = -\lambda \text{ grad } T \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (1.)$$

Specifični toplinski tok proporcionalan je gradijentu temperature. Gustoća toplinskog toka mjeri se u vatima po metru kvadratnom oznake  $\text{W/m}^2$  a površina u kvadratnim metrima oznake  $\text{m}^2$ . Simbol  $\lambda$  označava koeficijent toplinske vodljivosti koji se mjeri u vatima po metru puta kelvin oznake  $\text{W/mK}$ . Negativan predznak u jednadžbi označava usmjerenje toplinskog toka od više prema nižoj temperaturi. Ukupna izmjena topline opisuje se jednadžbom 2 [7].

$$Q = q * A \text{ [W]} \quad (2.)$$

Simbol  $Q$  označava količinu topline, a izračunava se kao umnožak gustoće toplinskog toka  $q$  i površine stjenke  $A$ . Da bi odredili količinu temperature koje određena građevina gubi potrebno je definirati koeficijent prolaza topline  $U$  za svaki pojedini materijal od kojeg se građevina sastoji. Koeficijent prolaza topline mjeri se u vatima po metru kvadratnom puta kelvin oznake  $\text{W/m}^2\text{K}$  i obrnuto je proporcionalan toplinskom otporu, definira se jednadžbom 3 [7]:

$$U = \frac{1}{\sum_{i=1}^n R_i} [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (3.)$$

Specifični toplinski otpor ima oznaku  $R$  i mjernu jedinicu metar kvadratni puta kelvin po vatu oznake  $\text{m}^2\text{K/W}$ . Računa se kao omjer debljine i koeficijenta toplinske vodljivosti materijala opisanog jednadžbom 4 [7]:

$$R = \frac{d}{\lambda} [\text{m}^2\text{K/W}] \quad (4.)$$

Ukoliko se radi o višeslojnoj stijenci toplinski otpori se zbrajaju na način prikazan uz pomoć jednadžbe 5 [7]:

$$R = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_i}{\lambda_i} [\text{m}^2\text{K/W}] \quad (5.)$$

Ako je poznat toplinski otpor materijala može se definirati gustoća toplinskog toka kroz materijal. Određuje se koristeći jednadžbu 6 [7]:

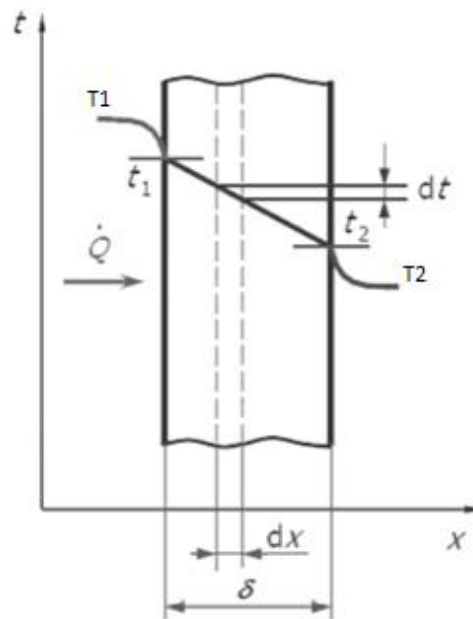
$$q = \frac{\Delta T}{\lambda} * [\text{W/m}^2] \quad (6.)$$

Kod višeslojne stijenke intenzitet toplinskog toka mora biti konstantan kroz sve slojeve stijenke. Jednadžba za  $i$ -ti sloj stijenke definirana je izrazom 7 [7]:

$$q = \frac{\Delta T_i}{\frac{d_i}{\lambda_i}} [\text{W/m}^2] \quad (7.)$$

### 3.2 Prijenos topline konvekcijom

Konvekcija podrazumijeva strujanje fluida plina ili tekućine. Do strujanja dolazi ukoliko postoji minimalna razlika temperature unutar materijala [1]. Gibanje čestica plina i tekućine omogućuje prijenos topline konvekcijom. Minimalna razlika u temperaturi između čestica uzrokovat će njihovo strujanje. Toplina se strujanjem prenosi s toplijeg fluida na hladniji. Razlikujemo dva oblika konvekcije: prirodna i prisilna konvekcija. Prirodna ili slobodna konvekcija je posljedica temperaturne razlike među fluidima, dok prisilnu konvekciju uzrokuje djelovanje raznih uređaja. Raspodjela temperature uzrokovana konvekcijom prikazana je na Slici 3 [1].



Slika 3: Prijenos topline konvekcijom [6]

Oznake  $T_1$  i  $T_2$  definiraju temperaturu fluida ispred i iza stijenke, dok su  $t_1$  i  $t_2$  temperature površine stijenke. Toplinski tok pri konvekciji je opisan Newtonovim zakonom. Gustoća toplinskog toka  $q_c$  proporcionalna je razlici temperature čvrstog tijela i okolnog fluida. Definirana je jednačinom 8 [7]:

$$q_c = h_c * (t_1 - T_1) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (8.)$$

Oznakom  $h_c$  označen je koeficijent konvekcije. Mjeri se u vatima po metru kvadratnom puta kelvin oznake  $\text{W/m}^2\text{K}$ . Koeficijent konvekcije opisuje se uz pomoć jednačine 9 [7]:

$$h_c = a * \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^b \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (9.)$$

Parametri  $a$ ,  $b$  i  $L$  opisuju položaj izvora topline i plohe. Ukoliko znamo koeficijent konvekcije možemo definirati izraze za specifični toplinski otpor [1]:

$R_1 = 1/h_{c1}$  - otpor prelasku topline iz zraka na stjenku s vanjske strane

$R_2 = 1/h_{c2}$  - otpor prelasku topline iz zraka na stjenku s unjske strane

$R_i = d_i/\lambda_i$  - otpor popuštanju topline kroz sloj stijenke (pri prijenosu topline kondukcijom)

### 3.3 Prijenos topline zračenjem

Zračenje ili radijacija opisuje prijenos topline koji nastaje kao posljedica emitiranja i upijanja elektromagnetskih valova [8]. Elektromagnetsko zračenje tijela odvija se u infracrvenom, vidljivom i ljubičastom dijelu spektra. Infracrveno svjetlo proteže se između valnih duljina od 0.76  $\mu\text{m}$  do 1000  $\mu\text{m}$ , vidljivo svjetlo je u rasponu od 0.38  $\mu\text{m}$  do 0.76  $\mu\text{m}$ , a ultraljubičasto od 0.01  $\mu\text{m}$  do 0.36  $\mu\text{m}$ . Tijelo koje zrači ima temperaturu veću od 0 K. Pri elektromagnetskom zračenju nije potreban medij za prijenos topline kao što je slučaj kod konvekcije i provođenja. Kada elektromagnetski valovi dođu do tijela, radijacijski intenzitet toplinskog toka djelomično će se apsorbirati, reflektirati i propustiti kroz tijelo. Ukupna energija koja se prenese zračenjem dobije se kao razlika emitirane i apsorbirane energije tog tijela. Emitirano zračenje definira se Planckovim i Stefan Boltzmanovim zakonom koji opisuju snagu emitiranog zračenja idealnog crnog tijela. Crna tijela emitiraju jednako na svim valnim duljinama što u stvarnosti nije tako. Emitirano zračenje sivih tijela u koja spada i staklo definira se jednadžbom 10 [8]:

$$M = \varepsilon * \sigma * T^4 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (10.)$$

Simbol  $\varepsilon$  predstavlja bezdimenzionalni emisijski faktor koji se razlikuje od materijala, a simbolom  $\sigma$  označena je Stefan Boltzmanova konstanta. Vrijednost ove konstante je  $5.67 * 10^{-8}$  vati po metru kvadratnom puta kelvin na četvrtu potenciju oznake  $\text{W/m}^2\text{K}^4$ . Temperatura se mjeri u K. Emitiranu gustoću toplinskog toka dobit ćemo kao razliku emisije i apsorpcije. Radi pojednostavljenja uzimamo da su bezdimenzionalni emisijski faktor  $\varepsilon$  i apsorpcijski  $\alpha$  jednaki i da se radi o međusobno paralelnim ploham. Jednadžba 11 definira radijacijsku gustoću toplinskog toka [8]:

$$q_{\text{rad}} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} * (T_2^4 - T_1^4) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (11.)$$

Radijacijsku gustoću toplinskog toka možemo zapisati skraćeno uz pomoć radijalnog koeficijenta  $h_{\text{rad}}$ . Formula radijacijske gustoće toplinskog toka opisuje se jednadžbom 12 [8]:

$$q_{\text{rad}} = h_{\text{rad}} * (T_2^4 - T_1^4) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (12.)$$

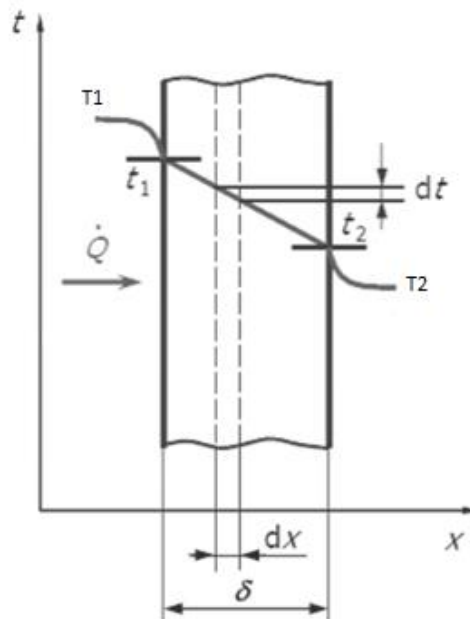
Radijalni koeficijent  $h_{\text{rad}}$  ovisi o temperaturi zraka. Definira se jednadžbom 13 [8]:

$$h_{\text{rad}} = \psi * \sigma * (T_2^2 + T_1^2) * (T_2 + T_1) \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (13.)$$

Uvođenjem radijalnog koeficijenta diferencijalna jednadžba toplinskog toka postaje nelinearna. U fizici zgrade ovaj koeficijent se uzima kao konstanta u rasponu temperatura od -10°C i +50°C [8].

#### 4. Prolaz topline kroz staklo

U prvom dijelu rada izveden je proračun prijenosa topline kroz ravnu vertikalnu staklenu površinu u vidu jednoslojnog i višeslojnog stakla. Izmjena topline između dva fluida koji su odvojeni staklenom stijenkom sastoji se od prijenosa topline provođenjem i konvekcijom i naziva se prolaz topline. Toplina se prenosi sa fluida na stijenku konvekcijom, kroz stijenku kondukcijom, zatim sa stijenke na fluid ponovno konvekcijom. Opisani prolaz topline prikazan je Slikom 4 [3].

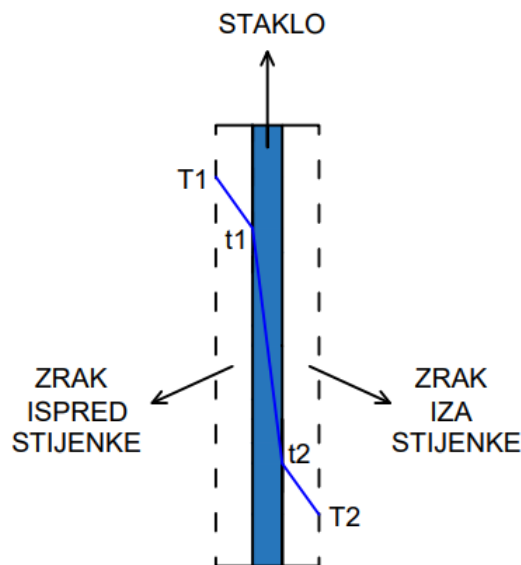


Slika 4: Prikaz prolaza topline kroz stijenku [6]

Uz čvrstu stijenku se stvara granični sloj u kojem dolazi do najvećeg pada temperature. Pad temperature posljedica je toplinskog otpora u graničnom sloju. Koeficijent prijelaza topline opisuje intenzitet izmjene topline kroz granični sloj. Što je koeficijent prijelaza topline manji toplinska zaštita je bolja. Toplina zraka koji se nalazi ispred i iza stakla su zadane u proračunu [3].

## 4.1 Jednoslojno staklo

Prolaz topline kroz jednoslojno staklo prikazan je na slici u nastavku (Slika 5). Staklo ima debljinu označenu oznakom  $d$  i koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda_1$ . Oznakama  $T_1$  i  $T_2$  označene su temperature zraka koji se nalazi ispred i iza staklene stijenke. Prilikom proračuna  $T_1$  i  $T_2$  su poznate vrijednosti. Temperature same stijenke  $t_1$  i  $t_2$  potrebno je dobiti proračunom te one ovise o koeficijentu prijelaza topline  $\alpha$  i toplinskom otporu materijala  $R$ .



Slika 5: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojno staklo

Prilikom proračuna prolaza topline potrebno je odrediti vrijednosti gustoće toplinskog toka, koeficijenta prolaza topline i specifičnog toplinskog otpora. Jednadžba 14 definira gustoću toplinskog toka jednoslojnog stakla [7]:

$$q = \frac{1}{\sum R} * (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (14.)$$

Gustoća toplinskog toka je omjer temperaturne razlike zraka i ukupnog toplinskog otpora. Mjerimo ju u vatima po kvadratnom metru oznake  $\text{W/m}^2$ . Jednadžba 15 definira vrijednost ukupnog toplinskog otpora [7]:

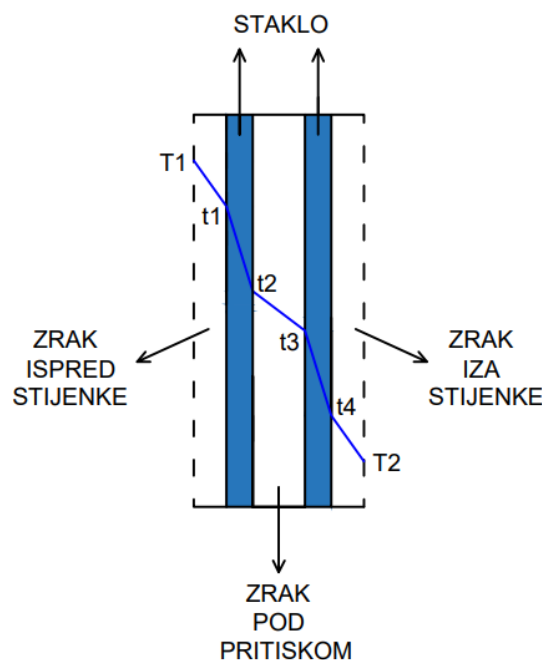
$$\sum R = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \text{ [m}^2\text{K/W]} \quad (15.)$$

Ukupan toplinski otpor je zbroj pojedinačnih otpora. Njegova vrijednost izražena je u metru kvadratnom puta kelvin po vatu oznake  $\text{m}^2\text{K}/\text{W}$ . Recipročna vrijednost zbroja ukupnog toplinskog otpora je koeficijent prolaza topline. Definira se jednadžbom 16 [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1}} [\text{W}/\text{m}^2\text{K}] \quad (16.)$$

#### 4.2 Dvoslojno staklo

Na Slici 6 prikazan je prolaz topline kroz dvoslojno staklo. Prva staklena stijenka ima debljinu  $d_1$  i koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda_1$ , dok druga ima debljinu  $d_2$  i koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda_2$ . Isprekidanim linijama označeni su granični slojevi uz lijevi i desni rub stijenke. Temperature zraka ispred i iza stakla su zadane, kao i kod jednoslojnog stakla označene su oznakama  $T_1$  i  $T_2$ . Temperature na površini i granicama stijenke  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  i  $t_4$  potrebno je dobiti proračunom. Između stakala nalazi se prazan prostor ispunjen suhim zrakom ili nekim internim plinom koji ima ulogu izolacije.



Slika 6: Shema za izračun prolaza topline kroz dvoslojno staklo

Potrebno je definirati vrijednosti gustoće toplinskog toka, koeficijenta prolaza topline i specifičnog toplinskog otpora. Jednadžba 17 definira gustoću toplinskog toka [7]:

$$q = \frac{1}{\sum R} * (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (17.)$$

Gustoća toplinskog toka mjeri se u vatima po kvadratnom metru oznake  $\text{W/m}^2$ , a izračunava se kao omjer temperaturne razlike zraka i ukupnog toplinskog otpora. Jednadžba 18 definira vrijednost ukupnog toplinskog otpora [7]:

$$\sum R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} \text{ [m}^2\text{K/W]} \quad (18.)$$

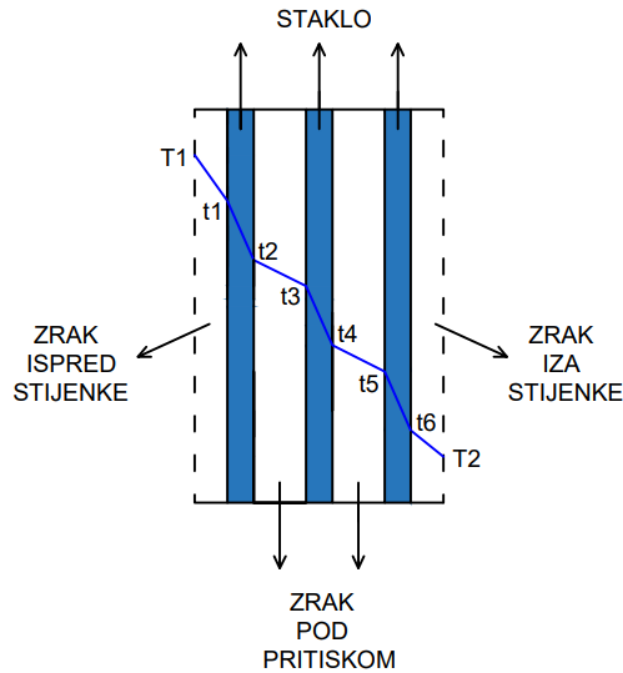
Ukupan toplinski otpor je zbroj pojedinačnih otpora mjeren u metru kvadratnom puta kelvin po vatu oznake  $\text{m}^2\text{K/W}$ . Recipročna vrijednost zbroja ukupnog toplinskog otpora je koeficijent prolaza topline. Izračunava se uz pomoć jednadžbe 19 [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2}} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (19.)$$

### 4.3 Troslojno staklo

Na Slici 7 prikazan je prijenos topline kroz troslojnu staklenu stijenku. Širine stakala označene su oznakama  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$ . Svako staklo ima vlastiti koeficijent toplinske vodljivosti označen s  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  i  $\lambda_3$ . Temperature zraka  $T_1$  i  $T_2$  su kao i u prethodna dva primjera poznate. Potrebno je izračunati temperature na površini i granicama slojeva  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  i  $t_6$ . Prostor između stakala ispunjen je suhim zrakom koji ima ulogu izolacije. Unutar njega temperatura se ne mijenja.





Slika 7: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojno staklo

Kao i u prethodnim primjerima potrebno je definirati vrijednosti gustoće toplinskog toka, koeficijenta prolaza topline i specifičnog toplinskog otpora. Jednadžba 20 definira gustoću toplinskog toka [7]:

$$q = \frac{1}{\sum R} * (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (20.)$$

Gustoća toplinskog toka je omjer temperaturne razlike zraka i ukupnog toplinskog otpora materijala. Mjerimo ju u vatima po kvadratnom metru oznake  $\text{W/m}^2$ . Jednadžba 21 definira vrijednost ukupnog toplinskog otpora [7]:

$$\sum R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_3}{\lambda_3} \text{ [m}^2\text{K/W]} \quad (21.)$$

Ukupan toplinski otpor je zbroj pojedinačnih toplinskih otpora materijala. Njegova recipročna vrijednost je koeficijent prolaza topline. Jednadžba 22 definira koeficijent prolaza topline [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_3}{\lambda_3}} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (22.)$$

## 5. Proračun prolaska topline

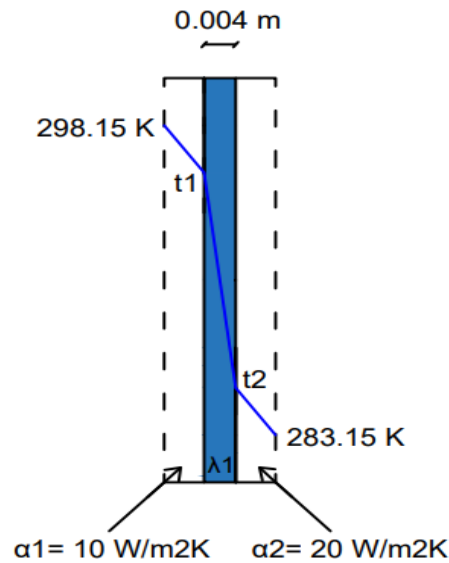
Za primjer izvršen je proračun prolaza topline kroz jednoslojnu, dvoslojnu i troslojnu staklenu stijenku. Proračun za svaku debljinu stijenke izveden je u dva dijela, prvi dio sadržava dnevne, a drugi dio noćne temperature zraka. Dnevna temperaturu zraka ispred stijenke  $T_1$  iznosit će  $25^\circ$  stupnjeva Celsiusa odnosno 298.15 K, dok temperatura zraka iza stijenke  $T_2$  iznosi  $10^\circ$  stupnjeva odnosno 283.15 K. Noćna temperatura zraka ispred stijenke  $T_1$  iznosi  $18^\circ$  stupnjeva Celsiusa odnosno 291.15 K, a temperatura iza stijenke iznosi  $3^\circ$  stupnja Celsiusa odnosno 276,15 K. Staklena pregrada ima debljinu 4mm, Kod dvoslojne i troslojne stijenke razmak između stakala iznosi 16 mm i ispunjen je suhim zrakom koji ima ulogu izolacije. U proračun se uvrštava i stupac zraka debljine jedan metar sa svake strane (unutarnje i vanjske) stijenke stakla. Proračun je izveden u programima Excel i Hp Prime a dobivene temperature izražene su u kelvinima i stupnjevima Celsiusa.

### 5.1 Proračun prolaza topline kroz jednoslojno staklo

Proračun prolaza topline kroz jednoslojno staklo provodi se za staklenu površinu debljine 4mm. Toplinski tok je konstantan.

#### - Dnevni proračun

Dnevne temperature okolnog zraka iznose 298.15 K ( $25^\circ\text{C}$ ) i 283.15 K ( $10^\circ\text{C}$ ). S obzirom da je poznata samo temperatura zraka potrebno je izračunati površinsku temperaturu stakla. Slika 8 prikazuje shemu za izračun nepoznatih vrijednosti temperatura stakla.



Slika 8: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojnu staklenu stijenku pri dnevnoj temperaturi

Količina topline koja se prenosi sa zraka na staklo određuje se iz pretpostavke konvekcijskog prijenosa topline. Proces prijenosa topline opisan je Newtonovim zakonom. Jednadžba 23 definira gustoću toplinskog toka [7]:

$$q = U * (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (23.)$$

Gustoća toplinskog toka izračuna se kao umnožak toplinske razlike zraka i koeficijenta prolaza topline. Izražava se u  $\text{W/m}^2$ . Koeficijent prolaza topline  $U$  je recipročna vrijednost ukupnih toplinskih otpora, izražena u  $\text{W/m}^2\text{K}$ . Jednadžba 24 definira koeficijent prolaza topline  $U$  [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1}} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (24.)$$

Za proračun prelaska topline sa zraka na stijenku potreban je koeficijent prijelaza topline  $\alpha$ . U ovom slučaju koeficijent prijelaza topline smatra se konstantnim.  $\alpha_1$  iznosi  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , a  $\alpha_2$   $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . S obzirom da su koeficijenti prijelaza topline poznati, gustoća toplinskog toka može se definirati uz pomoć toplinskih otpora kao što je prikazano jednadžbom 25 [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i} \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (25.)$$

Da bi bilo moguće izračunati vrijednost toplinskog otpora  $R$  potreban je koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda$  koji je već definiran, a za staklo iznosi  $1 \text{ W/mK}$ . Sve poznate vrijednosti uvrstavaju se u jednadžbe 26, 27 i 28 za pojedinačne toplinske otpore [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} = \frac{0.004}{1} = 0.004 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (26.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (27.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (28.)$$

Ukupan toplinski otpor je zbroj pojedinačnih. Njegova vrijednost definirana je jednadžbom 29 [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.004 = 0.154 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (29.)$$

Dobivene vrijednosti toplinskog otpora uvrštavaju se u jednadžbu za koeficijent prolaza topline i gustoću toplinskog toka. Vrijednost koeficijenta prolaza topline jednoslojnog stakla definirana je jednadžbom 30 [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{0.004}{1}} = 6.493 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (30.)$$

Gustoća toplinskog toka prikazana jednadžbom 31 iznosi [7]:

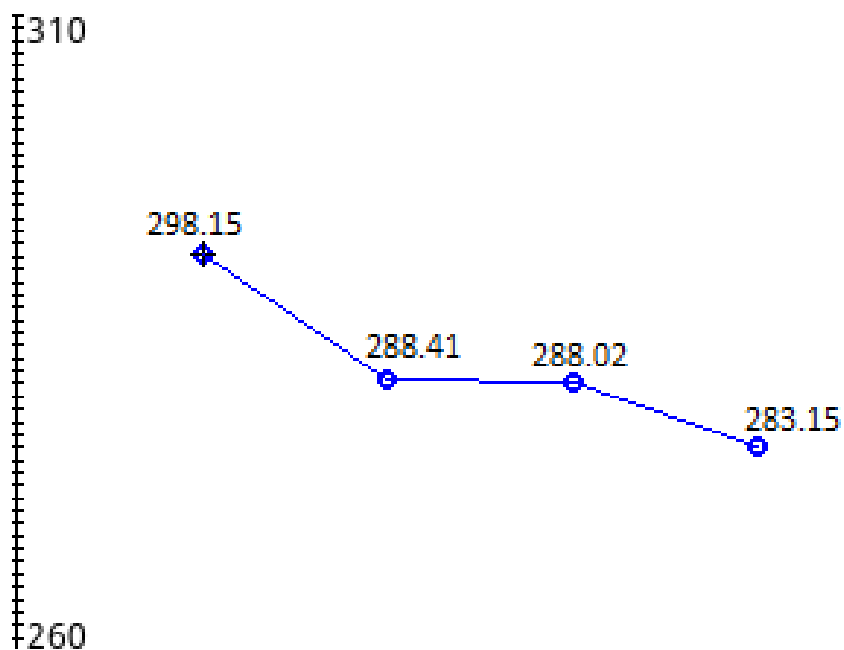
$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{298.15 - 283.15}{0.154} = 97.403 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (31.)$$

Ako uzmemo u obzir da se temperature smanjuju linearno, vrijednosti  $t_1$  i  $t_2$  dobit ćemo iz jednadžbi 32 i 33 [7]:

$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 298.15 - 97.403 * \frac{1}{10} = 288.41 \text{ K (15.26}^\circ\text{C)} \quad (32.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 288.41 - 97.403 * \frac{0.004}{1} = 288.02 \text{ K (14.87}^\circ\text{C)} \quad (33.)$$

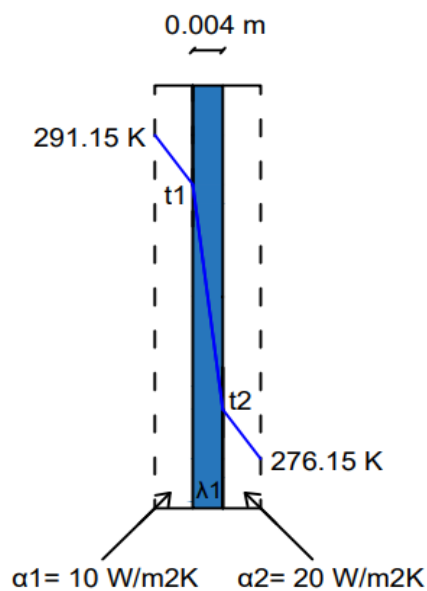
Dobivene vrijednosti temperature površine stakla iznose 288.41 K i 288.02 K. Dijagram 1 prikazuje prijenos temperature kroz jednoslojno staklo pri dnevnim temperaturama.



Dijagram 1: Prikaz prijenosa topline kroz jednoslojno staklo – dnevni proračun [9]

- Noćni proračun

Noćne temperature zraka iznose 291.15 K (18°C) i 276.15 K (3°C). Na Slici 9 prikazana je shema za izračun nepoznatih vrijednosti.



Slika 9: Shema za izračun prolaza topline kroz jednoslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi

Proračun započinje na isti način, definiranjem gustoće toplinskog toka. Jednadžbom 34 definirana je gustoća toplinskog toka [7]:

$$q = U * (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (34.)$$

Jednadžba 35 definira koeficijent prolaza topline U [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1}} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (35.)$$

Vrijednost koeficijenta prolaza topline ovisi o razlici temperature ispred i iza stakla ( $T_1 - T_2$ ), s obzirom da je razlika ista kod dnevnog i noćnog proračuna ovaj koeficijent ostaje isti. Za proračun prelaska topline sa zraka na stijenku potreban je koeficijent prijelaza topline  $\alpha$ . Za potrebe proračuna  $\alpha_1$  iznosi 10 W/m<sup>2</sup>K, a  $\alpha_2$  20 W/m<sup>2</sup>K. Jednadžba 36 definira gustoću toplinskog toka zapisanu uz pomoć toplinskih otpora [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i} \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (36.)$$

Koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda$  iznosi 1 W/mK. Poznate vrijednosti uvrštavaju se u jednadžbe 37,38,39 za pojedinačne toplinske otpore [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} = \frac{0.004}{1} = 0.004 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (37.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (38.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (39.)$$

Ukupan toplinski otpor je zbroj pojedinačnih. Njegova vrijednost definirana je jednadžbom 40 [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.004 = 0.154 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (40.)$$

Gustoća toplinskog toka definirana je jednadžbom 41 [7]:

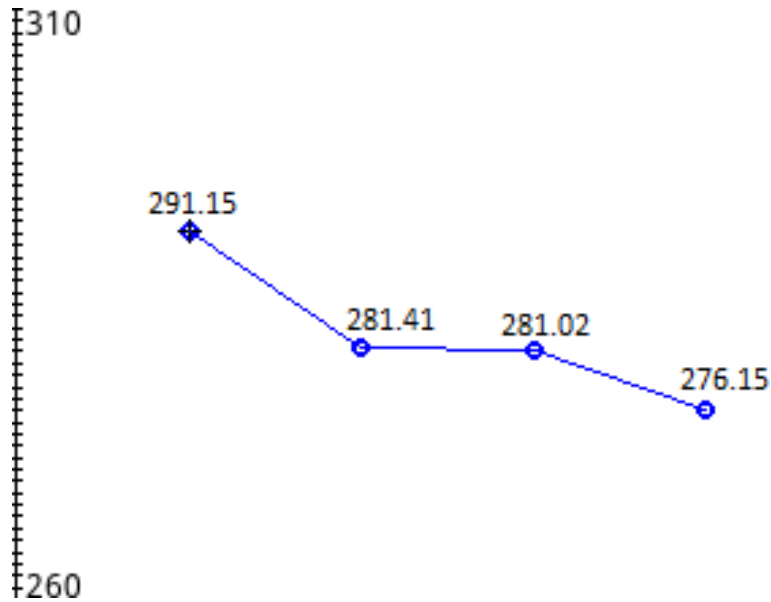
$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{291.15 - 276.15}{0.154} = 97.403 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (41.)$$

Uzme li se u obzir linearan pad temperatura, vrijednosti  $t_1$ ,  $t_2$  računaju se jednadžbama 42 i 43 [7]:

$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 291.15 - 97.403 * \frac{1}{10} = 281.41 \text{ K (8.26}^\circ\text{C)} \quad (42.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 281.41 - 97.403 * \frac{0.004}{1} = 281.02 \text{ K (7.87}^\circ\text{C)} \quad (43.)$$

Dobivene vrijednosti temperature površine stakla iznose 281.41 K i 281.02 K. Dijagramom 2 prikazan je prijenos topline kroz jednoslojno staklo pri noćnim temperaturama.



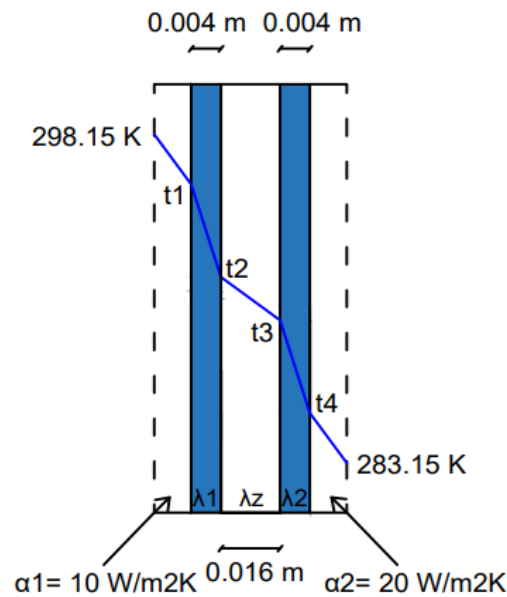
Dijagram 2: Prikaz prijenosa topline kroz jednoslojno staklo - noćni proračun [9]

## 5.2 Proračun prolaza topline kroz dvoslojno staklo

Dvoslojna staklena stijenka sadrži dva stakla debljine 4 mm s razmakom od 16 mm ispunjenim suhim zrakom. Toplinski tok je konstantan.

- Dnevni proračun

Temperature zraka s unutarnje i vanjske strane stakla iznose 298.15 K (25°C) i 283.15 K (10°C). Na Slici 10 prikazana je shema potrebna za izračun nepoznatih vrijednosti.



Slika 10 : Shema za izračun prolaza topline kroz dvoslojnu staklenu stijenku pri dnevnoj temperaturi

Potrebno je izračunati vrijednost temperatura na površini i na granici između dva stakla. Koeficijenti prijelaska topline  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su konstantni, iznose  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  i  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Koeficijent prolaza topline  $U$  je recipročna vrijednost ukupnih toplinskih otpora, definira se uz pomoć jednadžbe 44 [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z}} [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (44.)$$

S obzirom da su oba stakla napravljena od istog materijala vrijedi  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \text{ W/mK}$ . Toplinska vodljivost zraka koji ispunjava prostor među staklima iznosi  $0.025 \text{ W/mK}$ . Uvrštavanjem poznatih vrijednosti u jednadžbe 45, 46, 47 i 48 dobivene su vrijednosti pojedinačnih toplinskih otpora [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} = \frac{0.004}{1} * 2 = 0.008 [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (45.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (46.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (47.)$$



$$R_Z = \frac{d_z}{\lambda_z} = \frac{0.016}{0.025} = 0.64 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (48.)$$

Vrijednost ukupnog toplinskog otpora zbroj je pojedinačnih vrijednosti, definira se jednadžbom 49 [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.008 + 0.64 = 0.798 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (49.)$$

Koeficijent prolaza topline recipročna je vrijednost ukupnog toplinskog otpora. Uvrštavanjem u jednadžbu 50 njegova vrijednost iznosi [7]:

$$U = \frac{1}{R} = \frac{1}{0.798} = 1.25 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (50.)$$

Za izračun temperature površine stakla i temperature na granici između stakala potrebna je gustoća toplinskog toka. Gustoća toplinskog toka je omjer temperaturne razlike zraka i ukupnog toplinskog otpora. Obje veličine su prethodno izračunate. Njihovim uvrštavanjem u jednadžbu 51 dobivena gustoća toplinskog toka iznosi [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{298.15 - 283.15}{0.798} = 18.797 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (51.)$$

S obzirom da se radi o linearnoj promjeni temperature, vrijednost temperatura na površini stakla ( $t_1$ ,  $t_4$ ) i temperatura na granici stakala ( $t_2$ ,  $t_3$ ) definiraju se jednadžbama 52, 53, 54 i 55 [7]:

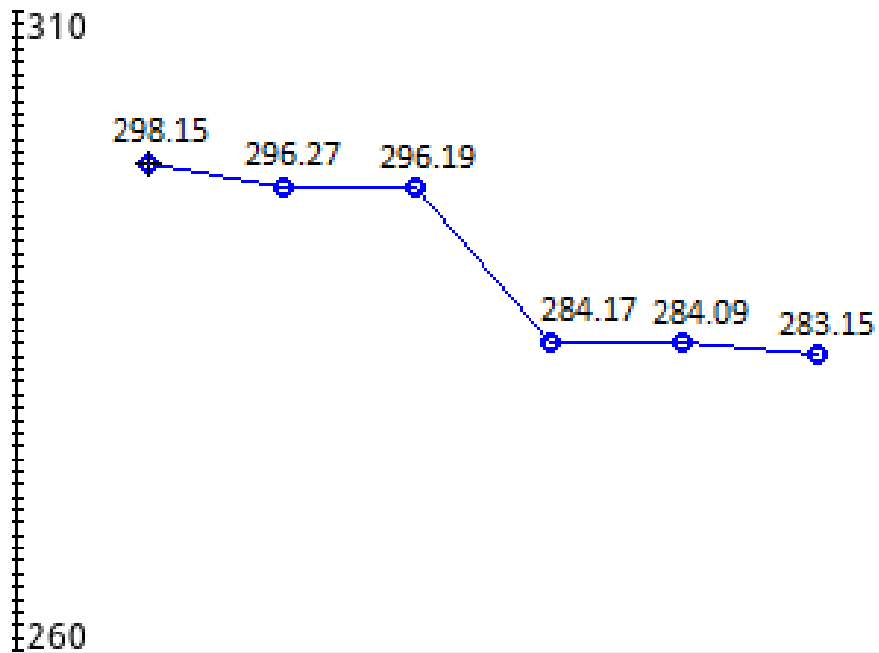
$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 298.15 - 18.797 * \frac{1}{10} = 296.27 \text{ K (23.12}^\circ\text{C)} \quad (52.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 296.27 - 18.797 * \frac{0.004}{1} = 296.19 \text{ K (23.04}^\circ\text{C)} \quad (53.)$$

$$t_3 = t_2 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 296.19 - 18.797 * \frac{0.016}{0.025} = 284.17 \text{ K (11.02}^\circ\text{C)} \quad (54.)$$

$$t_4 = t_3 - q * \frac{d_2}{\lambda_2} = 284.17 - 18.797 * \frac{0.004}{1} = 284.09 \text{ K (10.94}^\circ\text{C)} \quad (55.)$$

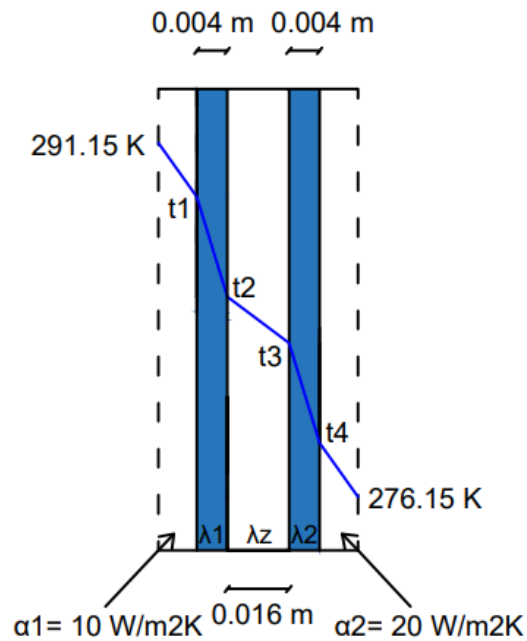
Dobivene temperature površine stakla iznose 296.27 K i 284.09 K, a temperature na granici slojeva iznose 296.19 K i 285.17 K. Dijagramom 3 prikazan je prijenos topline kroz dvoslojno staklo pri dnevnim temperaturama.



Dijagram 3: Prikaz prijenosa topline kroz dvoslojno staklo - dnevni proračun [9]

- Noćni proračun

Noćne temperature zraka s unutarnje i vanjske strane iznose 291.15 K (18°C) i 276.15 K (3°C). Shema za izračun prikazana je na Slici 11.



Slika 11: Shema za izračun prolaza topline kroz dvoslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi

Koeficijenti prijelaska topline  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su konstantni, iznose  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  i  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Toplinska vodljivost za stakla iznosi  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \text{ W/mK}$ , a za zrak među staklima  $0.025 \text{ W/mK}$ . Uvrštavanjem poznatih vrijednosti u jednadžbe 56, 57, 58 i 59 dobiveni su pojedinačni toplinski otpori [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} = \frac{0.004}{1} * 2 = 0.008 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (56.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (57.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (58.)$$

$$R_z = \frac{d_z}{\lambda_z} = \frac{0.016}{0.025} = 0.64 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (59.)$$

Vrijednost ukupnog toplinskog otpora zbroj je pojedinačnih, prikazana je jednadžbom 60 [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.08 + 0.64 = 0.798 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (60.)$$

Koeficijent prolaza topline je recipročna vrijednost ukupnog toplinskog otpora. Uvrštavanjem u jednadžbu 61 njegova vrijednost iznosi [7]:

$$U = \frac{1}{R} = \frac{1}{0.798} = 1.253 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (61.)$$

Nakon uvrštavanja poznatih vrijednosti u jednadžbu 62 dobivena gustoća toplinskog toka iznosi [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{291.15 - 276.15}{0.798} = 18.797 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (62.)$$

Površinske temperature i temperature na granicama definirane su jednadžbama 63, 64, 65 i 66 [7]:

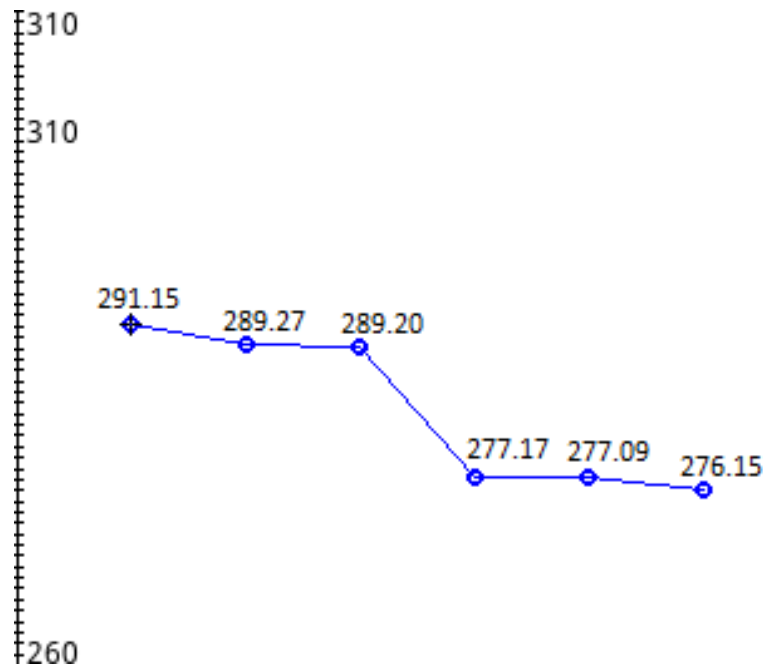
$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 291.15 - 18.797 * \frac{1}{10} = 289.27 \text{ K (16.12}^\circ\text{C)} \quad (63.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 289.27 - 18.797 * \frac{0.004}{1} = 289.20 \text{ K (16.05}^\circ\text{C)} \quad (64.)$$

$$t_3 = t_2 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 289.20 - 18.797 * \frac{0.016}{0.025} = 277.17 \text{ K (4.02}^\circ\text{C)} \quad (65.)$$

$$t_4 = t_3 - q * \frac{d_2}{\lambda_2} = 277.17 - 18.797 * \frac{0.004}{1} = 277.09 \text{ K (3.94}^\circ\text{C)} \quad (66.)$$

Dobivene temperature površine stakla iznose 289.27 K i 277.09 K, a temperature na granici slojeva iznose 289.20 K i 277.17 K. Dijagramom 4 prikazan je prijenos topline kroz dvoslojno staklo pri noćnim temperaturama.



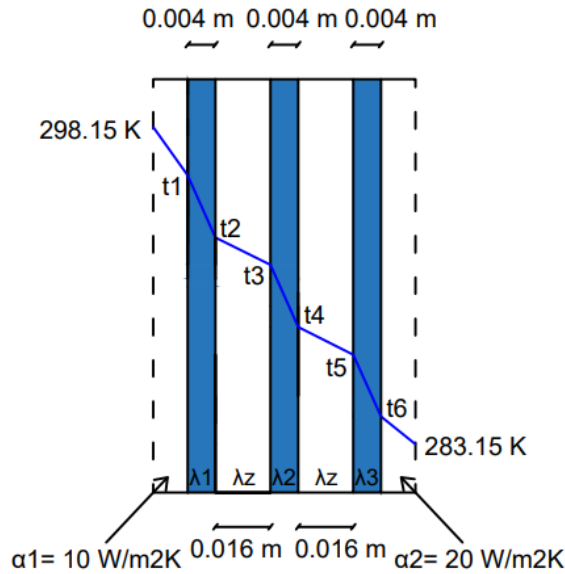
Dijagram 4: Prikaz prijenosa topline kroz dvoslojno staklo - noćni proračun [9]

### 5.3 Proračun prolaza topline kroz troslojno staklo

Stijenka troslojnog stakla sastoji se od tri staklene površine debljine 4 mm s međusobnim razmakom od 16 mm. Prostor između stakla ispunjen je suhim zrakom koji ima ulogu izolacije. Toplinski tok je konstantan.

#### - Dnevni proračun

Dnevne vanjske i unutarnje temperature iznose 298.15 K (25°C) i 283.15 K (10°C). Potrebno je izvesti proračun za temperature površine stakla i temperature na granici stakala. Na Slici 12 prikazana je shema za izračun.



Slika 12: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojnu staklenu stijenu pri dnevnoj temperaturi

Koeficijenti prijelaska topline  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su konstantni, iznose  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  i  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Koeficijent prolaska topline  $U$  je recipročna vrijednost zbroja toplinskih otpora, njegova vrijednost prikazana je izrazom 67 [7]:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_3}{\lambda_3}} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (67.)$$

Sva tri stakla su napravljena od istog materijala te imaju iste koeficijente toplinske vodljivosti  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \text{ W/mK}$ . Koeficijent toplinske vodljivosti zraka među staklima iznosi  $0.025 \text{ W/mK}$ . Poznate vrijednosti uvrštavaju se u jednadžbe 68, 69, 70 i 71 pojedinačnih toplinskih otpora. Dobiveni iznosi su [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} = \frac{0.004}{1} * 3 = 0.012 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (68.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (69.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (70.)$$

$$R_{i,z} = \frac{d_z}{\lambda_z} * 2 = \frac{0.016}{0.025} * 2 = 1.28 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (71.)$$

Ukupan toplinski otpor zbroj je pojedinačnih otpora. Uvrštavanjem u jednadžbu 72 vrijednost ukupnog otpora je [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_3}{\lambda_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.012 + 1.28 = 1.442 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (72.)$$

Dobivena vrijednost ukupnog toplinskog otpora uvrštava se u jednadžbu 73 za koeficijent prolaza topline koji će iznositi [7]:

$$U = \frac{1}{R} = \frac{1}{1.442} = 0.693 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (73.)$$

Za izračun temperature površine stakla i temperatura na granici stakala potrebna je gustoća toplinskog toka. Gustoća toplinskog toka je omjer temperaturne razlike zraka i ukupnog toplinskog otpora. S obzirom da su poznate obje vrijednosti, uvrštavanjem u jednadžbu 74 gustoća toplinskog toka iznosi [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{298.15 - 283.15}{1.442} = 10.40 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (74.)$$

Vrijednosti temperatura na površini stakla ( $t_1$ ,  $t_6$ ) i temperatura na granici stakala ( $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  i  $t_5$ ) izračunavaju se pomoć jednadžbi 75, 76, 77, 78, 79 i 80 [7].

$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 298.15 - 10.40 * \frac{1}{10} = 297.11 \text{ K (23.96}^\circ\text{C)} \quad (75.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 297.11 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 297.07 \text{ K (23.92}^\circ\text{C)} \quad (76.)$$

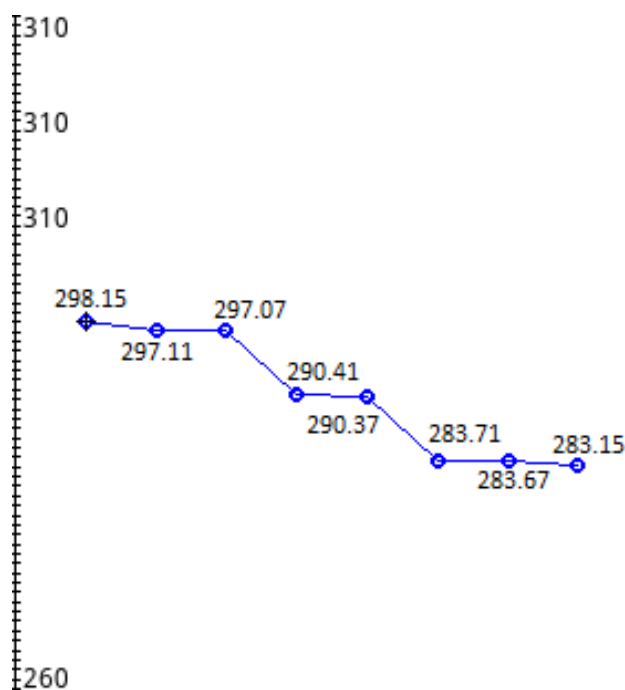
$$t_3 = t_2 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 297.07 - 10.40 * \frac{0.016}{0.025} = 290.41 \text{ K (17.26}^\circ\text{C)} \quad (77.)$$

$$t_4 = t_3 - q * \frac{d_2}{\lambda_2} = 290.41 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 290.37 \text{ K (17.22}^\circ\text{C)} \quad (78.)$$

$$t_5 = t_4 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 290.37 - 10.40 * \frac{0.016}{0.025} = 283.71 \text{ K (10.56}^\circ\text{C)} \quad (79.)$$

$$t_6 = t_5 - q * \frac{d_3}{\lambda_3} = 283.71 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 283.67 \text{ K (10.52}^\circ\text{C)} \quad (80.)$$

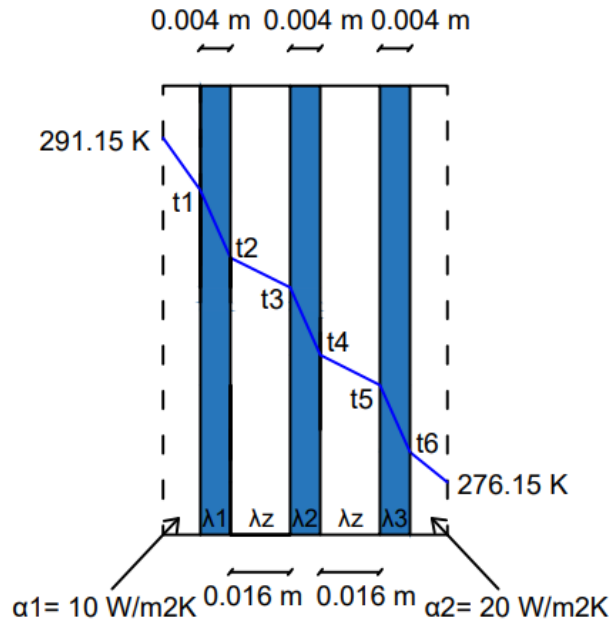
Dobivene temperature površine stakla iznose 283.67 K i 295.11 K, a temperature na granicama slojeva iznose 297.07 K i 290.41 K, 290.37 K, 283.71 K. Dijagramom 5 prikazan je prijenos topline kroz troslojno staklo pri dnevnim temperaturama.



Dijagram 5: Prikaz prijenosa topline kroz troslojno staklo - dnevni proračun [9]

- Noćni proračun

Noćne vanjske i unutarnje temperature iznose 291.15 K (18°C) i 276.15 K (3°C). Shema za izračun prikazana je na Slici 13.



Slika 13: Shema za izračun prolaza topline kroz troslojnu staklenu stijenku pri noćnoj temperaturi

Koeficijenti prijelaska topline  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su konstantni, iznose  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  i  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Koeficijenti toplinske vodljivosti za staklo iznose  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \text{ W/mK}$ , a za zrak  $0.025 \text{ W/mK}$ . Poznate vrijednosti uvrstavaju se u jednadžbe 81, 82, 83 i 84 pojedinačnih toplinskih otpora. Dobiveni iznosi su [7]:

$$R_i = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} = \frac{0.004}{1} * 3 = 0.012 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (81.)$$

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (82.)$$

$$R_2 = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{20} \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (83.)$$

$$R_{i,z} = \frac{d_z}{\lambda_z} = \frac{0.016}{0.025} * 2 = 1.28 \text{ [W/m}^2\text{K]} \quad (84.)$$

Ukupan toplinski otpor zbroj je pojedinačnih otpora. Uvrštavanjem u jednadžbu 85 dobivena vrijednost ukupnog otpora iznosi [7]:



$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_z}{\lambda_z} + \frac{d_3}{\lambda_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + 0.012 + 1.28 = 1.442$$

[W/m<sup>2</sup>K] (85.)

Uvrštavanjem topline i ukupnog otpora u jednadžbu 86, gustoća toplinskog toka će iznositi [7]:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{291.15 - 276.15}{1.442} = 10.40 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (86.)$$

Vrijednost temperatura na površini stijenke i na granici slojeva dobivena je uz pomoć jednadžbi 87, 88, 89, 90, 91 i 92 [7]:

$$t_1 = T_1 - q * \frac{1}{\alpha_1} = 291.15 - 10.40 * \frac{1}{10} = 290.11 \text{ K (16.96}^\circ\text{C)} \quad (87.)$$

$$t_2 = t_1 - q * \frac{d_1}{\lambda_1} = 290.11 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 290.07 \text{ K (16.92}^\circ\text{C)} \quad (88.)$$

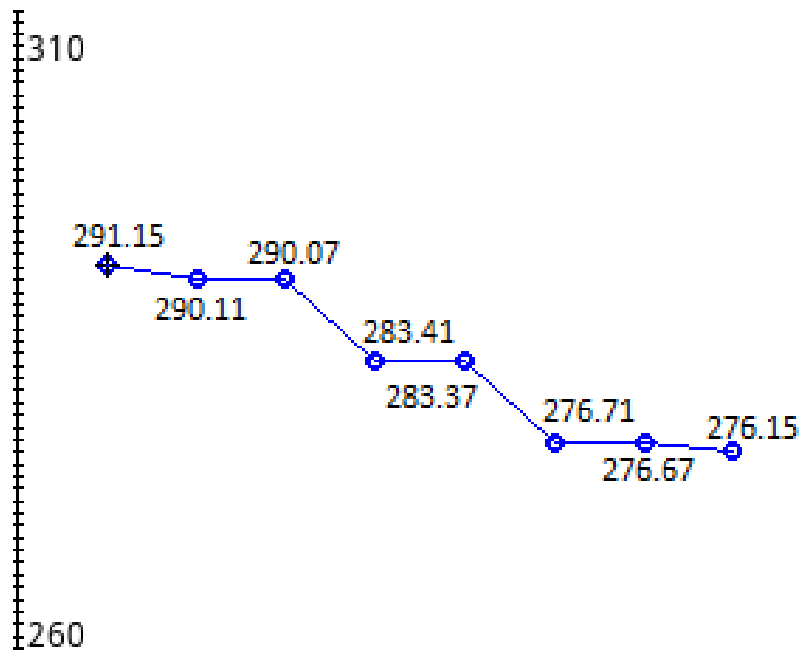
$$t_3 = t_2 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 290.07 - 10.40 * \frac{0.016}{0.025} = 283.41 \text{ K (10.26}^\circ\text{C)} \quad (89.)$$

$$t_4 = t_3 - q * \frac{d_2}{\lambda_2} = 283.41 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 283.37 \text{ K (10.22}^\circ\text{C)} \quad (90.)$$

$$t_5 = t_4 - q * \frac{d_z}{\lambda_z} = 283.37 - 10.40 * \frac{0.016}{0.025} = 276.71 \text{ K (3.56}^\circ\text{C)} \quad (91.)$$

$$t_6 = t_5 - q * \frac{d_3}{\lambda_3} = 276.71 - 10.40 * \frac{0.004}{1} = 276.67 \text{ K (3.52}^\circ\text{C)} \quad (92.)$$

Dobivene temperature površine stakla iznose 290.11 K i 276.67 K, a temperature na granici slojeva iznose 290.07 K, 283.41 K, 283.37 K, 276.71 K. Dijagramom 6 prikazan je prijenos topline kroz troslojno staklo pri noćnim temperaturama.

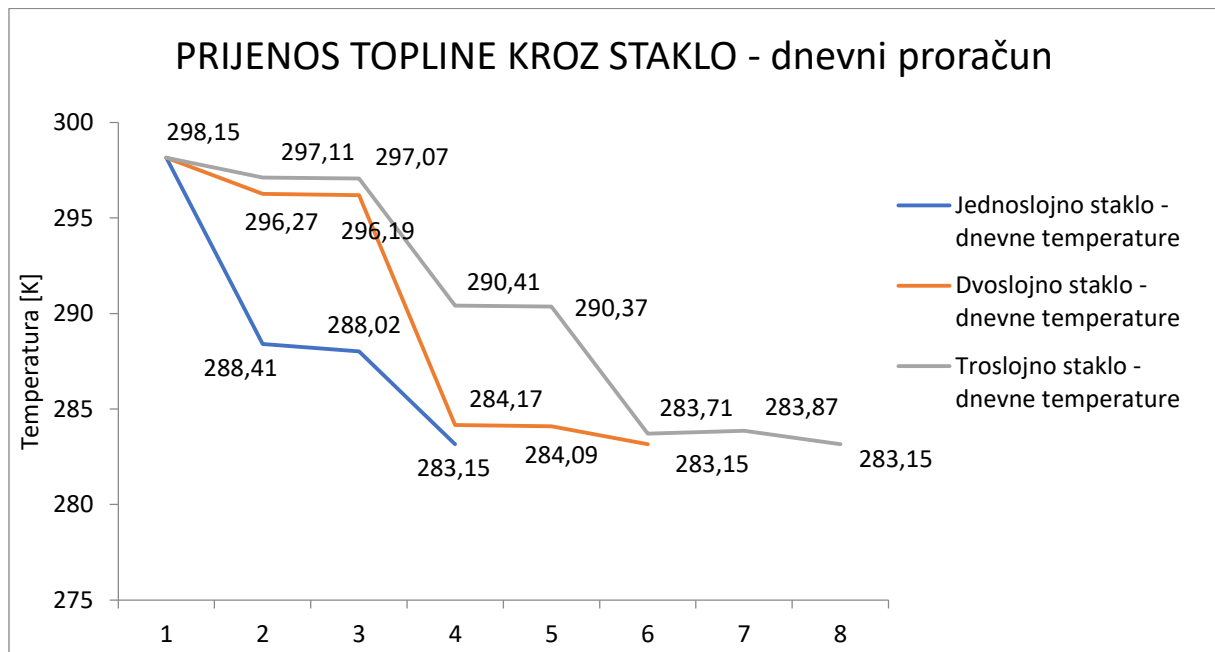


Dijagram 6: Prikaz prijenosa topline kroz troslojno staklo - noćni proračun [9]

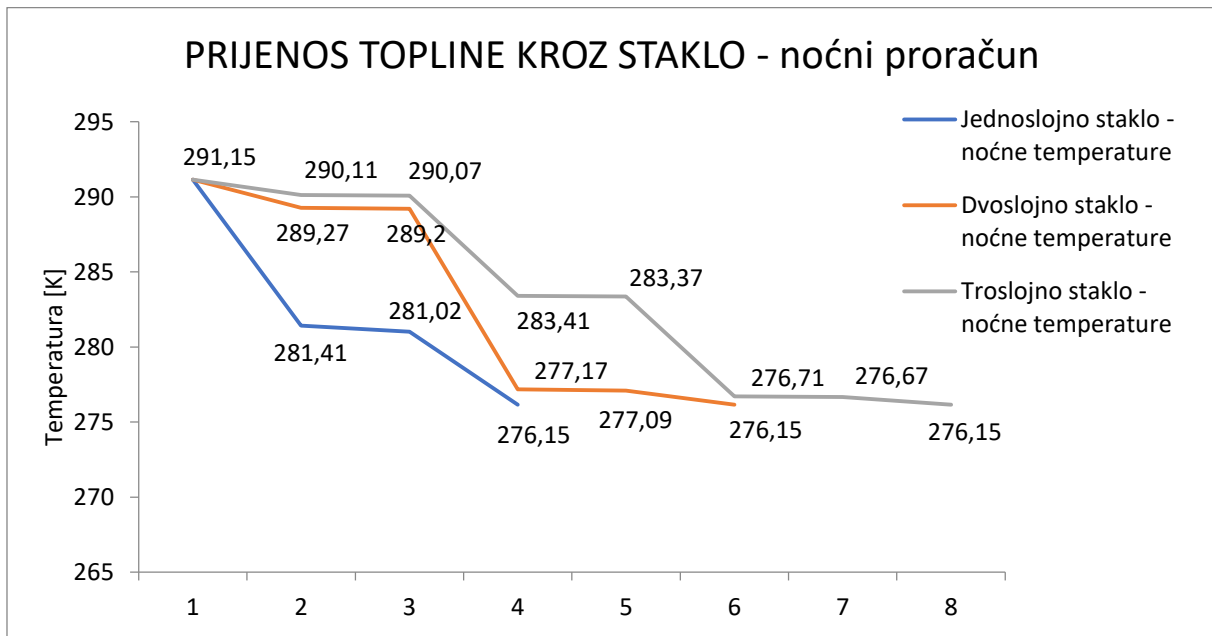
#### 5.4 Usporedba rezultata stacionarnog proračuna

##### 5.4.1 Grafčki prikaz prijenosa topline kroz sva tri stakla

Prijenos topline kroz jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo prikazan je dijagramima 7 i 8.



Dijagram 7: Prikaz prijenosa topline kroz sva tri stakla – dnevni proračun



*Dijagram 8: Površinske temperature stijenke stakla - noćni proračun*

Razlika površinskih temperatura jednoslojnog stakla iznosi 0,39 K. Kod dvoslojnog je ona puno veća i iznosi 12,18 K. Rezultat je posljedica bolje toplinske izolacije dvoslojnog stakla. Razlika površinskih temperatura troslojnog stakla iznosi 13,44 K. Rezultat troslojnog stakla je bolji od dvoslojnog, no s povećanjem izolacijskog učinka stakla povećava se i njegova cijena, pa je tim troslojno staklo znatno skuplje od jednoslojnog i dvoslojnog. Za odabir troslojnog stakla treba uzeti u obzir isplativost gradnje i željeni učinak.

#### 5.4.2 Grafički prikaz koeficijenta prolaza topline „U“ i gubitka energije „q“

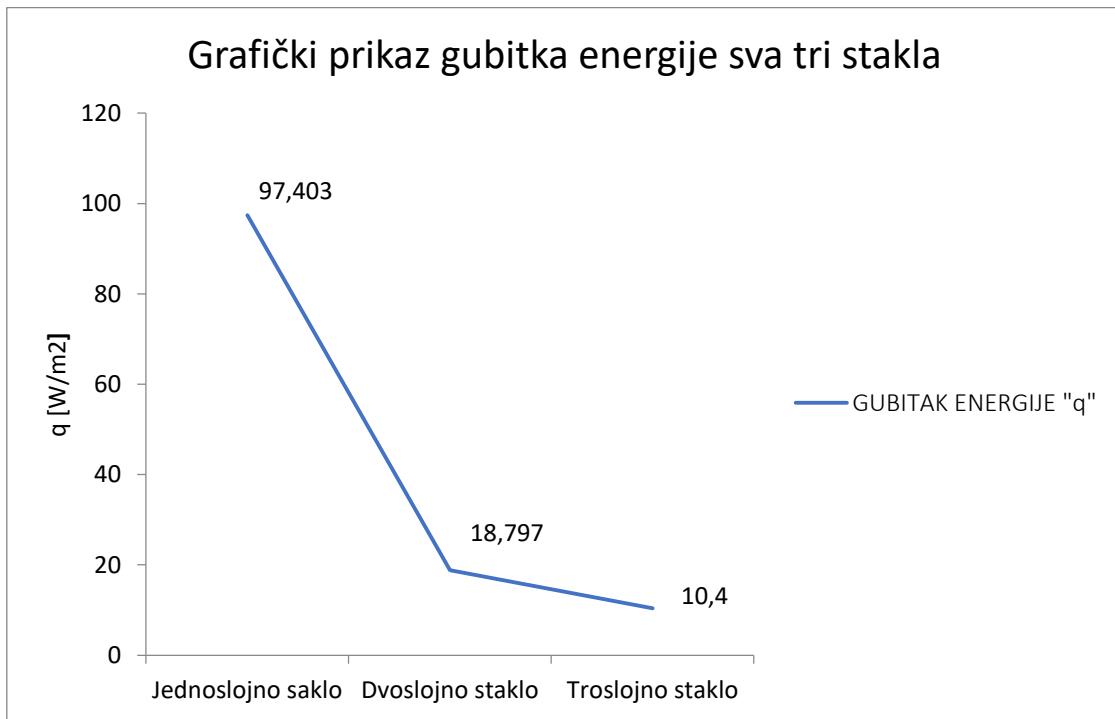
Koeficijent prolaza topline U je količina topline koju neki element gubi, izražen je u  $W/m^2K$ . Što je njegova vrijednost manja to je toplinska zaštita konstrukcije bolja. Kod oba proračuna (dnevni i noćni) zbog jednake razlike temperatura s vanjske i unutarnje strane stakla dobiven je isti koeficijent prolaza topline. Za jednoslojno staklo iznosi  $6,49 W/m^2K$ , za dvoslojno  $1,25 W/m^2K$  i za troslojno  $0,64 W/m^2K$ . Dijagramom 9 dan je grafički prikaz promjene koeficijenta prolaza topline u tri različita slučaja.



*Dijagram 9: Prikaz promjene koeficijenta prolaza topline*

Na prikazanom dijagramu vidljivo je smanjenje koeficijenta prolaza topline proporcionalno povećanjem slojeva stakla. Njegova vrijednost je najmanja kod troslojne staklene stijenke. Zaključujemo da je toplinska izolacija kod takve stijenke najbolja jer dolazi do najmanjeg gubitka topline.

Gubitak energije „q“ ovisi o temperaturnoj razlici ( $T_1 - T_2$ ) i ukupnom toplinskom otporu (R). Dobiveni gubitci energije jednoslojnog, dvoslojnog i troslojnog stakla prikazani na Dijagramu 10.



*Dijagram 10: Prikaz gubitka energije*

Na dijagramu 10 vidljiva je velika razlika između gubitka energije jednoslojnog i dvoslojnog stakla. Jednoslojno staklo gubi 80% više energije od dvoslojnog što ukazuje na slabiju toplinsku izolaciju. Razlika u gubitcima između dvoslojnog i troslojnog je nešto manja i iznosi 44%.

#### 5.4.3 Usporedba prijenosa topline kroz staklo pri promjeni toplinskog otpora

Pri variranju toplinskog otpora dolazi do promjene temperature na površini i granici materijala. Ukupan toplinski otpor izračunava se jednadžbom 93 [7]:

$$R = R_1 + R_2 + \sum_{i=1}^n R_i \quad (93.)$$

Toplinski otpor ovisi o debljini stijenke i toplinskoj vodljivosti materijala. Ukoliko toplinska vodljivost ostane nepromjenjena, za promjenu ukupnog otpora potrebno je povećavati debljinu stijenke. Poznato je da staklo ima bolju toplinsku izolaciju tj. veći toplinski otpor pri većoj debljini stijenke. Pratit ćemo promjenu temperatura na površini i granicama dvoslojnog i troslojnog stakla. Sve poznate vrijednosti uvrštavaju se u jednadžbu 93.

Debljina staklene stijenke iznosila je 4 mm, povećavamo ju po jedan milimetar do vrijednosti od 10 mm. Dobivene vrijednosti temperature i gustoće toplinskog toka za slučaj dvoslojnog i troslojnog stakla uz promjenu debljine stakla prikazane su Tablicama 1, 2, 3, 4, 5 i 6.

Tablica 1: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - dvoslojno staklo, dnevni proračun

DVOSLOJNO STAKLO - dnevni proračun						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
298,15	298,15	298,15	298,15	298,15	298,15	298,15
296,27	296,28	296,28	296,28	296,29	296,29	296,30
296,19	296,18	296,17	296,15	296,14	296,13	296,11
284,17	284,18	284,20	284,21	284,23	284,25	284,26
284,09	284,09	284,09	284,08	284,08	284,08	284,08
283,15	283,15	283,15	283,15	283,15	283,15	283,15

Tablica 2: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - dvoslojno staklo, noćni proračun

DVOSLOJNO STAKLO - noćni proračun						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
291,15	291,15	291,15	291,15	291,15	291,15	291,15
289,27	289,28	289,28	289,28	289,29	289,29	289,30
289,2	289,18	289,17	289,15	289,14	289,13	289,11
277,17	277,18	277,20	277,21	277,23	277,25	277,26
277,09	277,09	277,09	277,08	277,08	277,08	277,08
276,15	276,15	276,15	276,15	276,15	276,15	276,15

Tablica 3: Promjena gustoće toplinskog toka - dvoslojno staklo

Gustoća toplinskog toka [W/m <sup>2</sup> ] - dvoslojno staklo						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
18,79	18,75	18,70	18,66	18,61	18,56	18,52

Tablica 4: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - troslojno staklo, dnevni proračun

TROSLOJNO STAKLO - dnevni proračun						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
298,15	298,15	298,15	298,15	298,15	298,15	298,15
297,11	297,11	297,11	297,12	297,12	297,12	297,12
297,07	297,06	297,05	297,04	297,04	297,03	297,02
290,41	290,42	290,42	290,43	290,43	290,44	290,44
290,37	290,36	290,36	290,36	290,35	290,35	290,34
283,71	283,72	283,73	283,74	283,75	283,76	283,77
283,87	283,67	283,67	283,67	283,67	283,66	283,66
283,15	283,15	283,15	283,15	283,15	283,15	283,15

Tablica 5: Prikaz promjene temperature stakla pri varijacijama debljine stakla - troslojno staklo, noćni proračun

TROSLOJNO STAKLO - noćni proračun						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
291,15	291,15	291,15	291,15	291,15	291,15	291,15
290,11	290,11	290,11	290,12	290,12	290,12	290,12
290,07	290,06	290,05	290,04	290,04	290,03	290,02
283,41	283,42	283,42	283,43	283,43	283,44	283,44
283,37	283,36	283,36	283,36	283,35	283,35	283,34
276,71	276,72	276,73	276,74	276,75	276,76	276,77
276,67	276,67	276,67	276,67	276,67	276,66	276,66
276,15	276,15	276,15	276,15	276,15	276,15	276,15

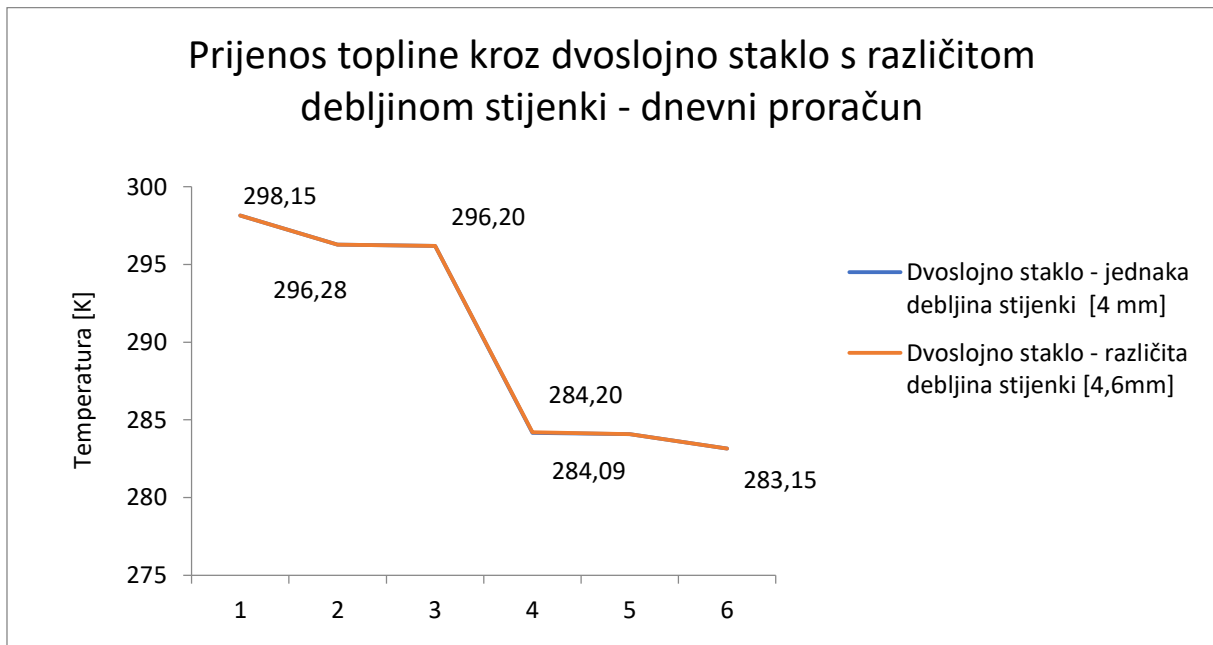
Tablica 6: Promjena gustoće toplinskog toka - troslojno staklo

Gustoća toplinskog toka [W/m <sup>2</sup> ] - troslojno staklo						
4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm
10,40	10,38	10,36	10,34	10,32	10,30	10,27

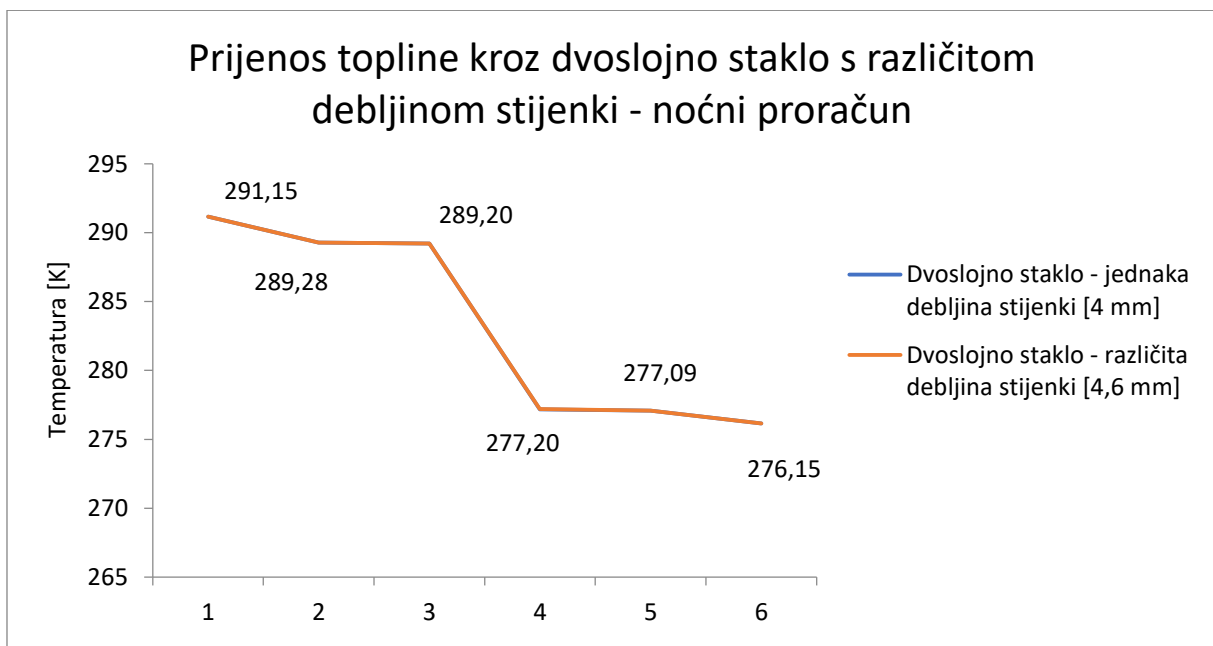
Na prikazanim tablicama vidljiv je porast površinskih temperatura stijenki stakla. Debljina stakla je utjecala i na povećanje vrijednosti toplinskog otpora. Deblje staklo će propustiti manje topline i time će osigurati bolju toplinsku izolaciju.

Kada se radi o gustoći toplinskog toka, povećanje debljine stakla utječe na smanjenje gustoće toplinskog toka. Manja gustoća predstavlja manji gubitak energije. Deblje staklo će propustiti manju količinu energije te postići bolju toplinsku izolaciju.

Kombinacija stakala različitih debljina dat će maksimalnu toplinsku izolaciju. Dijagramima 11, 12, 13 i 14 prikazana je usporedba prolaska topline kroz dvoslojno i troslojno staklo pri jednakoj debljini stakala u vrijednosti od 4 mm i kombinacijom različitih debljina (4 i 6 mm).

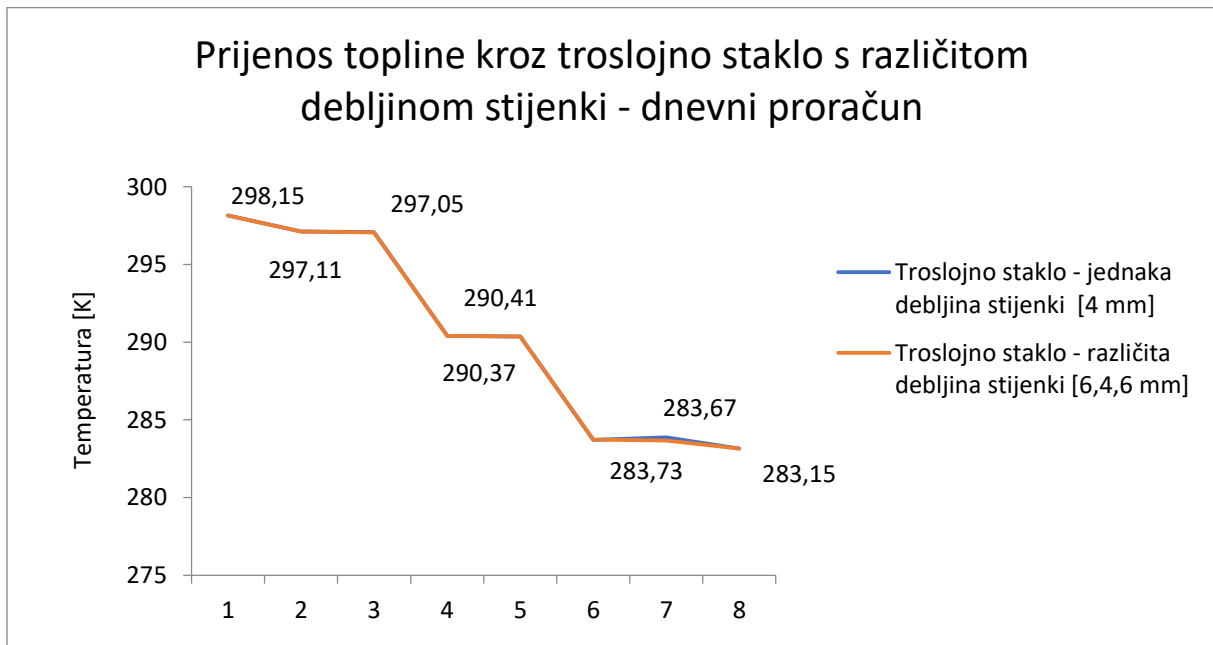


Dijagram 11: Usporedba prijenosa topline kroz dvoslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - dnevni proračun

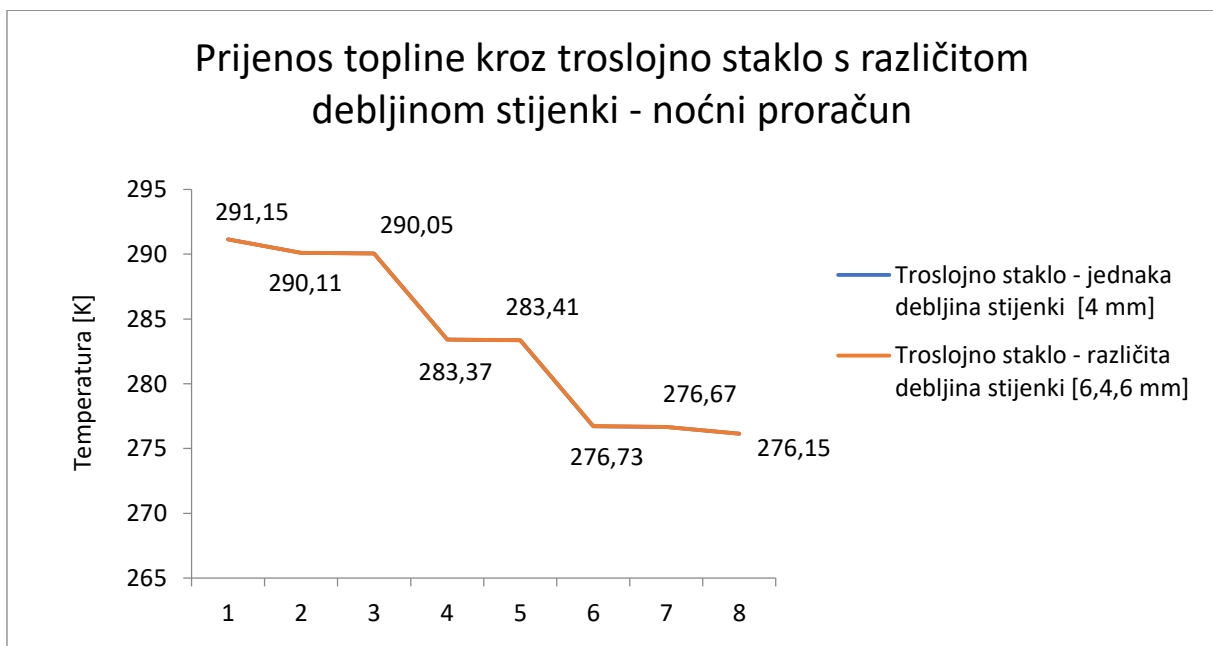


Dijagram 12: Usporedba prijenosa topline kroz dvoslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - noćni proračun





*Dijagram 13: Usporedba prijenosa topline kroz troslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - dnevni proračun*

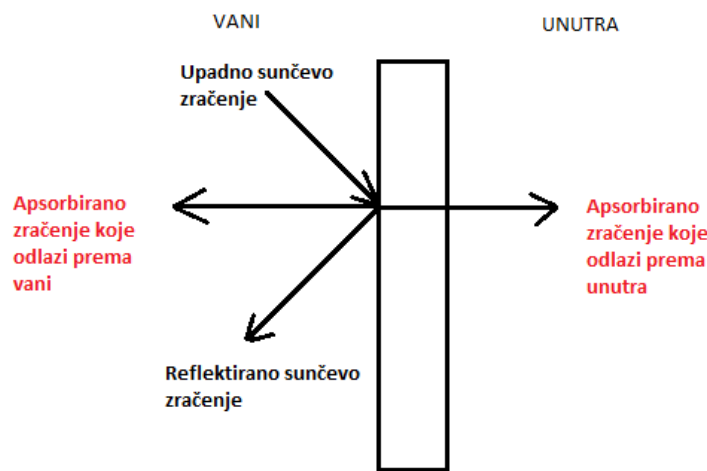


*Dijagram 14: Usporedba prijenosa topline kroz troslojno staklo jednakih i kombiniranih debljina stijenke - noćni proračun*

Zbog relativno male razlike u debljinama stijenki stakla porast temperatura površine stakala je neznatan, no ipak postoji. Kombinacija različitih debljina stijenki garantira bolju toplinsku izolaciju.

## 6. Prolaz topline s utjecajem radijacije Sunca

Sunčevo zračenje osnovni je energetska izvor za sve procese na Zemlji te je od velikog značaja. Većina dozračene energije Sunca se pretvara u toplinu. S obzirom da Sunce zagrijava plohu nekog materijala s vanjske strane dolazi do stvaranja temperaturne razlike unutarnjeg i vanjskog prostora. Prilikom zračenja dio njega se apsorbira i konvekcijom prenosi s materijala na okoliš. Preostali dio ulazi u materijal. Raspodjela Sunčevog zračenja prikazana je na Slici 14 [8].



Slika 14: Pregled Sunčevog zračenja

Toplinski tok energije koja prođe kroz materijal opisuje se nestacionarnom diferencijalnom jednačinom 94 [8]:

$$\text{div}(\lambda \text{ grad}T) = \frac{\partial (\rho c_p T)}{\partial t} - \dot{q} \quad (94.)$$

Simbolom  $\Phi$  označen je toplinski tok i mjeri se u  $\text{W}/\text{m}^3$ . Na osnovi zakona o održanju energije ukupna dozračena energija zapisuje se kao zbroj doprinosa refleksije, apsorpcije i prolaska te je prikazana izrazom 95 [8]:

$$Q = rQ + aQ + dQ \quad (95.)$$

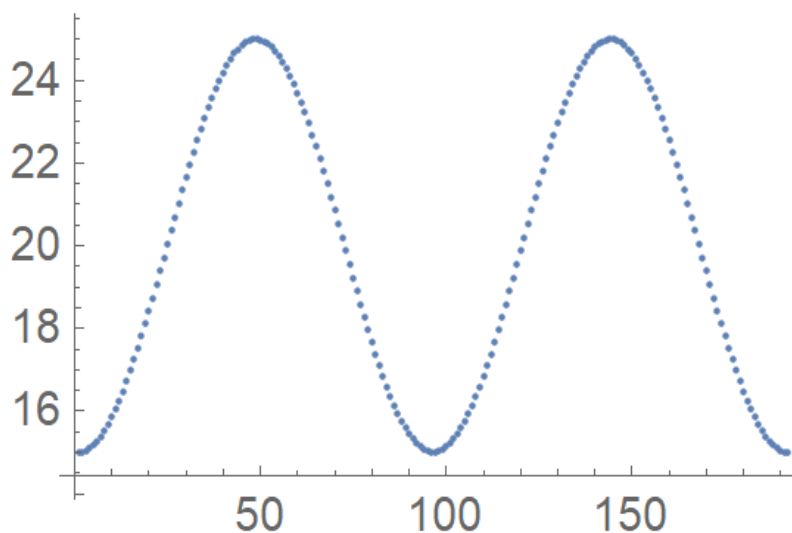
Simbolima  $r, a$  i  $d$  označeni su koeficijenti refleksije, apsorpcije i prolaska topline. Njihove vrijednosti su bezdimenzionalne [8].

## 7. Proračun prolaska topline kroz staklo s utjecajem radijacije

U drugom dijelu izvršen je proračun prolaska topline kroz jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo s utjecajem radijacije. Matematički opis problema predstavljen je nestacionarnom diferencijalnom jednačinom (94). Kod nestacionarnog prijenosa topline temperatura se u jednoj točki mijenja s vremenom. Za potrebe rješenja tog problema koristit ćemo program napisan u Wolfram Mathematica [10].

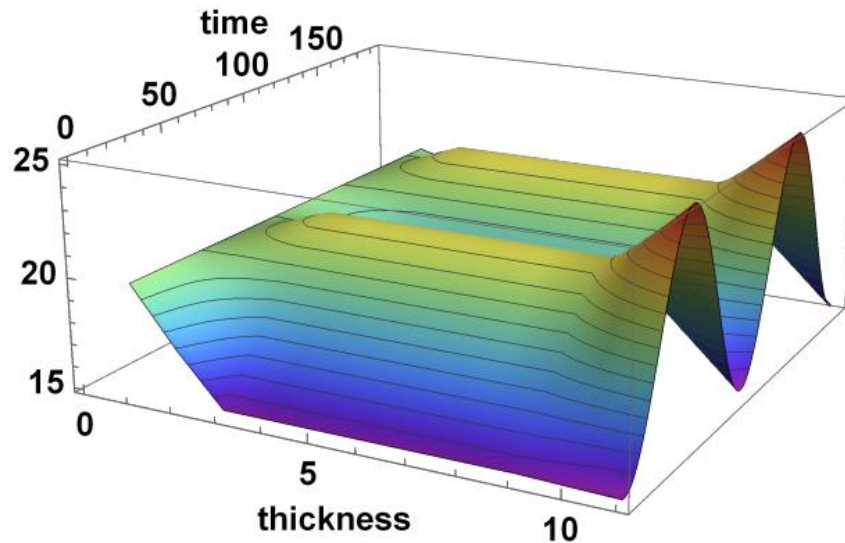
### 7.1 Proračun prolaska topline kroz jednoslojno staklo s utjecajem radijacije

Proračun prolaska topline zračenjem kroz jednoslojno staklo započinje definiranjem poznatih veličina, debljine stakla koja iznosi 4mm, toplinske vodljivosti od 1 W/mK i toplinskog kapaciteta od 1875000 J/K. U proračun se uvrštava debljina zraka ispred i iza staklene plohe u iznosu od 10 cm. Toplinska vodljivost zraka je 0.025 W/mK, a toplinski kapacitet 1239.84 J/K. Obje vrijednosti su jednake za zrak ispred i iza stakla. Nakon definiranja poznatih veličina zadaju se početni uvjeti. Početna temperatura stijenke iznosi 15°C. Proračun se izvodi za vremenski ciklus od dva dana u intervalima po 15 minuta. Na Dijagramu 15 prikazana je krivulja promjene temperature u vremenu.



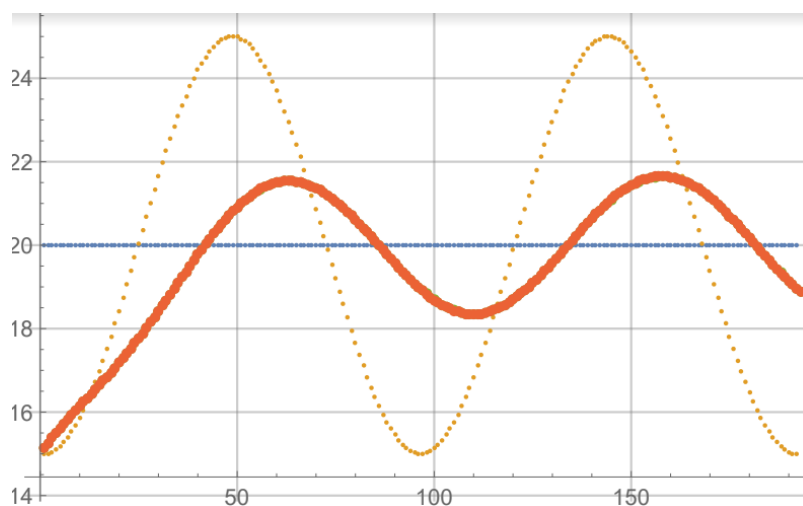
Dijagram 15: Krivulja promjene temperature u vremenu kod jednoslojnog stakla

Temperatura se povećava s vremenom. Maksimalna vrijednost koju dostiže je 25°C. Na sljedećem 3D dijagramu (Dijagram 16) vidljiva je promjena temperature lijevog i desnog ruba.



*Dijagram 16: Prikaz promjene temperature kroz jednoslojno staklo u vremenu*

Proračun započinje pri temperaturi od 15°C što pokazuje lijevi rub dijagrama 16. U intervalima po 15 minuta temperatura se povećava do maksimalne vrijednosti od 25°C. Desni rub dijagrama pokazuje temperature nakon provođenja dva ciklusa proračuna u trajanju od 2 dana. Nakon završetka oba ciklusa temperature su poprilično ujednačene. Dijagram 17 prikazuje krivulje promjene temperature na plohama stakla.

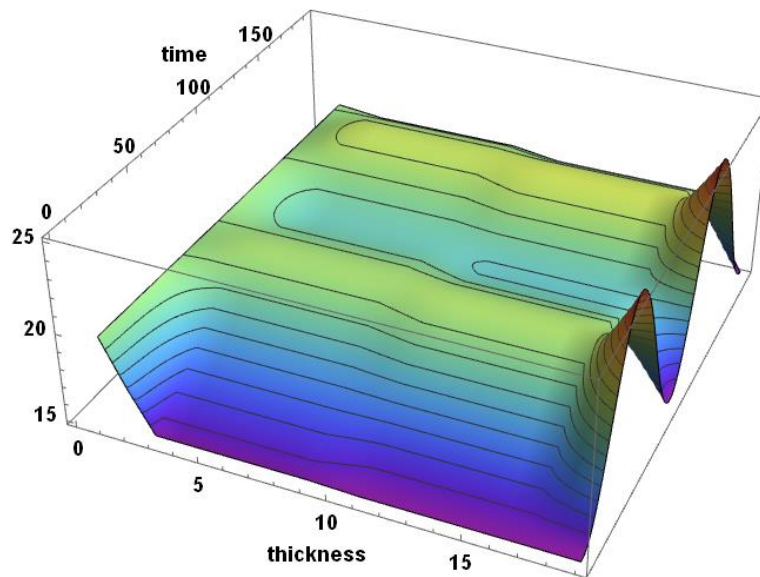


*Dijagram 17: Prikaz promjene temperatura na plohama jednoslojnog stakla*

Puna narančasta krivulja prikazuje promjenu temperature u vremenu vanjske plohe, te se ona poklapa s krivuljom promjene temperature unutarnje plohe. Isprekidane linije pokazuju promjenu vanjske (narančasta) i unutarnje temperature (plava linija). Vanjska temperatura se s vremenom mijenja zbog utjecaja radijacije Sunca dok unutarnja ostaje ista. Njena vrijednost iznosi 25°C.

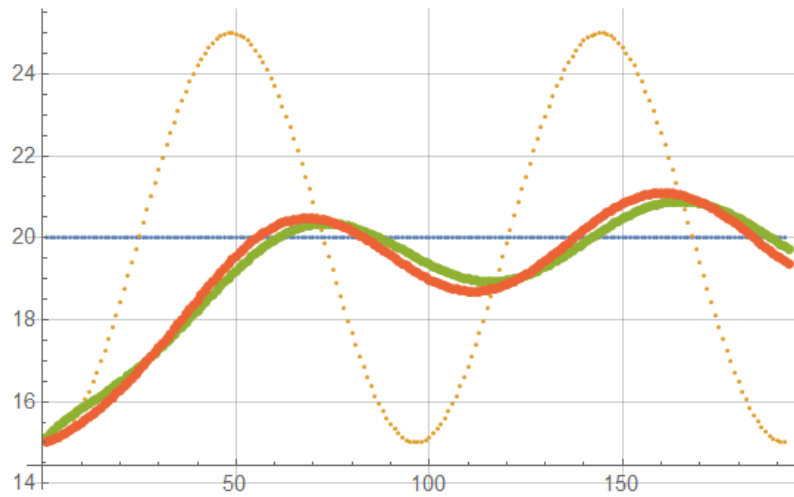
## 7.2 Proračun prolaska topline kroz dvoslojno staklo s utjecajem radijacije

Proračun prolaska topline zračenjem kroz dvoslojno staklo započinje definiranjem poznatih veličina. Vrijednosti toplinske vodljivosti i toplinskog kapaciteta zraka i stakla jednake su kao i kod prethodnog primjera. Debljine stakala iznose 4 mm, udaljenost između stakala ispunjena zrakom iznosi 16 mm. Pojas zraka ispred i iza stakla ima debljinu od 100 mm. Proračun se provodi u vremenskom ciklusu od dva dana uz intervale po 15 minuta. Dijagram 18 prikazuje promjenu temperature kroz slojeve stakla u vremenu.



*Dijagram 18: Prikaz promjene temperature kroz dvoslojno staklo u vremenu*

Kao i u prethodnom primjeru proračun započinje pri temperaturi od 15°C. Lijevi rub dijagrama pokazuje početak proračuna pri početnoj temperaturi. Desni rub prikazuje temperaturu nakon završena oba ciklusa u trajanju od dva dana. Promjene su mjerene u intervalima po 15 min. Na desnom rubu dolazi do ujednačenja temperatura. Dijagram 19 prikazuje krivulje promjene temperature na plohama stakla.

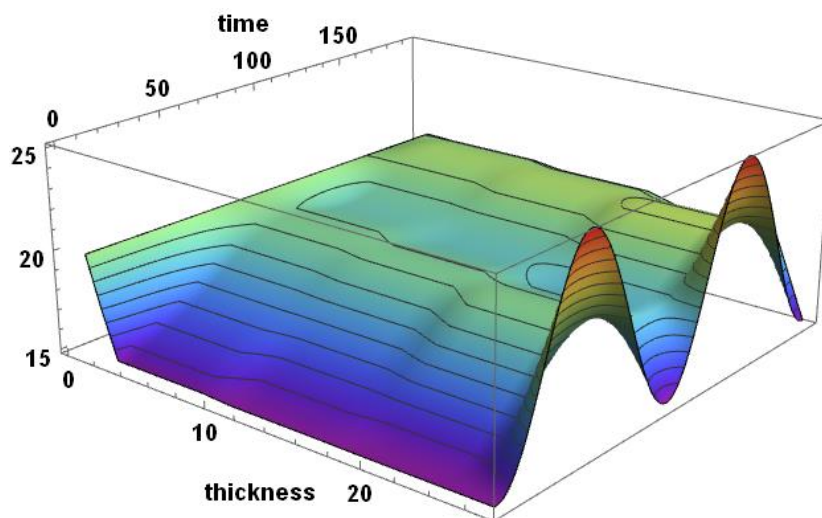


Dijagram 19: Prikaz promjene temperatura na ploham dvoslojnog stakla

Puna narančasta linija opisuje promjenu temperature vanjske plohe, a zelena promjenu temperature unutarnje plohe. U odnosu na prethodni slučaj ove krivulje se ne podudaraju u potpunosti, vanjska temperatura je nešto veća. Vanjske i unutarnje temperature ostaju kao i u prethodnom primjeru.

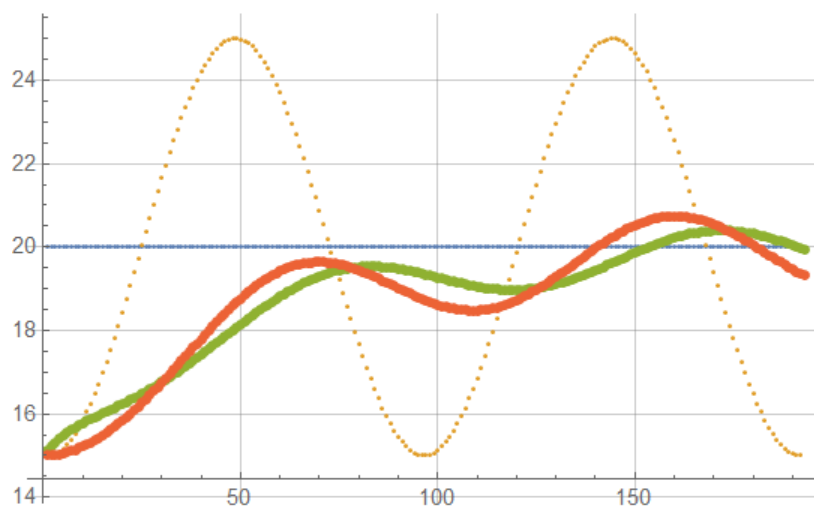
### 7.3 Proračun prolaska topline kroz troslojno staklo s utjecajem radijacije

Proračun prolaska topline zračenjem kroz troslojno staklo započinje definiranjem poznatih veličina. Vrijednosti toplinske vodljivosti i toplinskog kapaciteta zraka i stakla jednake su kao kod prethodnih primjera. Debljine stakla i zraka između stakala ostaju iste. Zadaju se početni uvjeti i započinje proračun mjerenjem u intervalima po 15 minuta, ukupnog trajanja dva dana. Dijagram 20 prikazuje promjenu temperature kroz staklo u vremenu.



Dijagram 20: Prikaz promjene temperature kroz troslojno staklo u vremenu

Proračun započinje pri temperaturi od 15°C. Taj trenutak prikazuje lijevi rub dijagrama, dok desni rub pokazuje temperature dobivene nakon dva ciklusa proračuna u trajanju od dva dana. Po završetku drugog ciklusa temperature su se ujednačile. Dijagram 21 prikazuje promjenu temperature u vremenu na plohama stakla.



*Dijagram 21: Prikaz promjene temperatura na plohama troslojnog stakla*

Narančasta krivulja predstavlja promjenu temperature vanjske plohe. U ovom slučaju se krivulje vanjske i unutarnje (zelena krivulja) plohe ne poklapaju. U odnosu na prethodni slučaj razmak među krivuljama je veći. Maksimalna temperatura plohe stakla je manja u odnosu na jednoslojno i dvoslojno staklo što znači da će doći do manjeg zagrijavanja unutarnje prostorije.

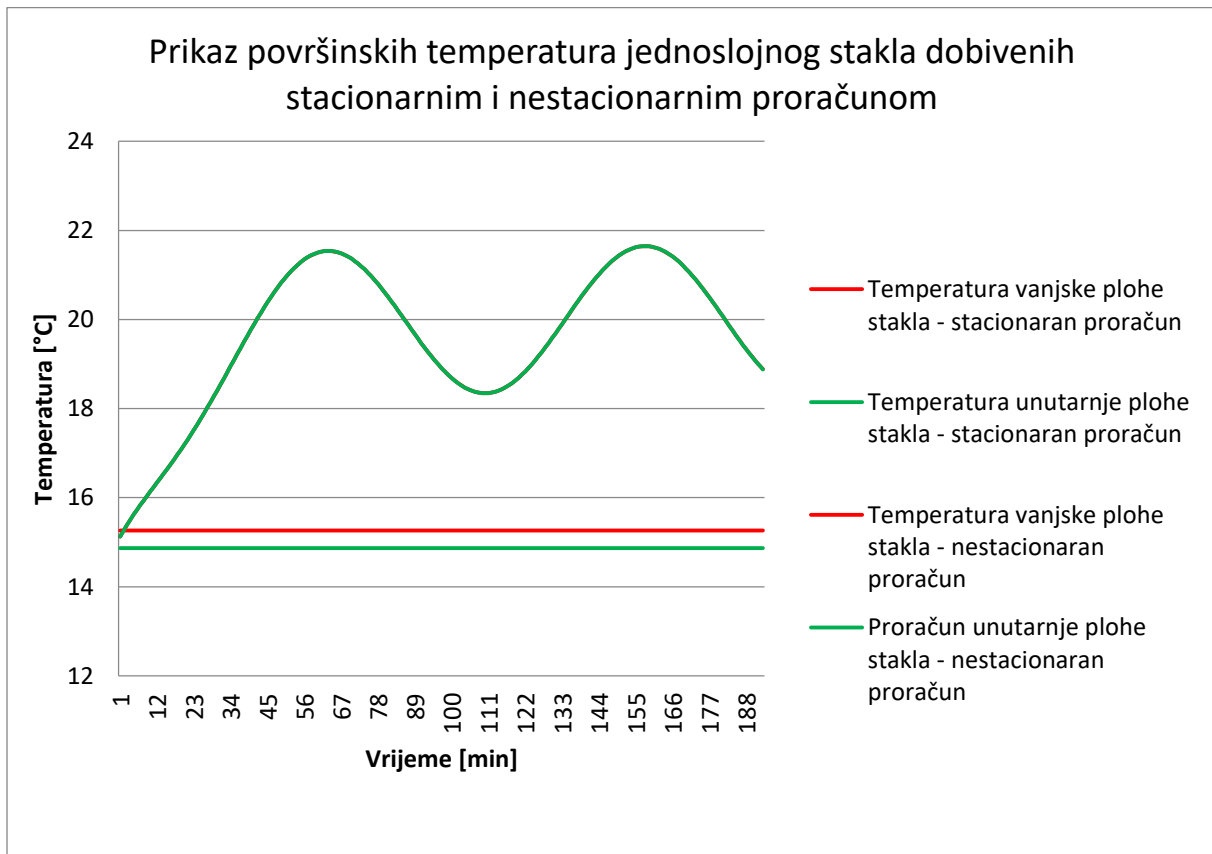
## 8. Usporedba dobivenih rezultata oba proračuna

Prijenos topline konvekcijom i provođenjem dešava se u stacionarnim uvjetima. Toplinu stijenke stakla u takvim okolnostima lako izračunavamo koristeći jednadžbe za gustoću toplinskog toka i koeficijenta prolaza topline. Rezultati su brojčane vrijednosti temperature stijenke izražene u kelvinima. Dobivene vrijednosti pokazuju povećanje toplinskog otpora kod dvoslojnog i troslojnog stakla. Što je veća debljina slojeva stakla to je manji koeficijent propusnosti topline. Povećanje debljine staklene stijenke utječe i na povećanje temperature površine stijenke, a i na smanjenje gustoće toplinskog toka. Manja gustoća toplinskog toka predstavlja manji gubitak energije što u konačnici znači bolja toplinska izolacija. Zrak koji se nalazi između slojeva stakla održava temperaturu konstantnom te poboljšava izolacijski učinak. Kad je riječ o Sunčevoj radijaciji teže je dobiti vrijednosti toplina stijenke jer se radi o nestacionarnim uvjetima. Nestacionarni proračun omogućuje uvid u zagrijavanje, odnosno, količinu vremena da se toplina „probije“ u objekt. Rješenje proračuna dobit ćemo numerički uz pomoć računala i prikazujemo ga pomoću grafikona. Kod radijacije povećanje temperature ovisi o vremenu zračenja na neku plohu.

### 8.1 Usporedba rezultata stacionarnog i nestacionarnog proračuna

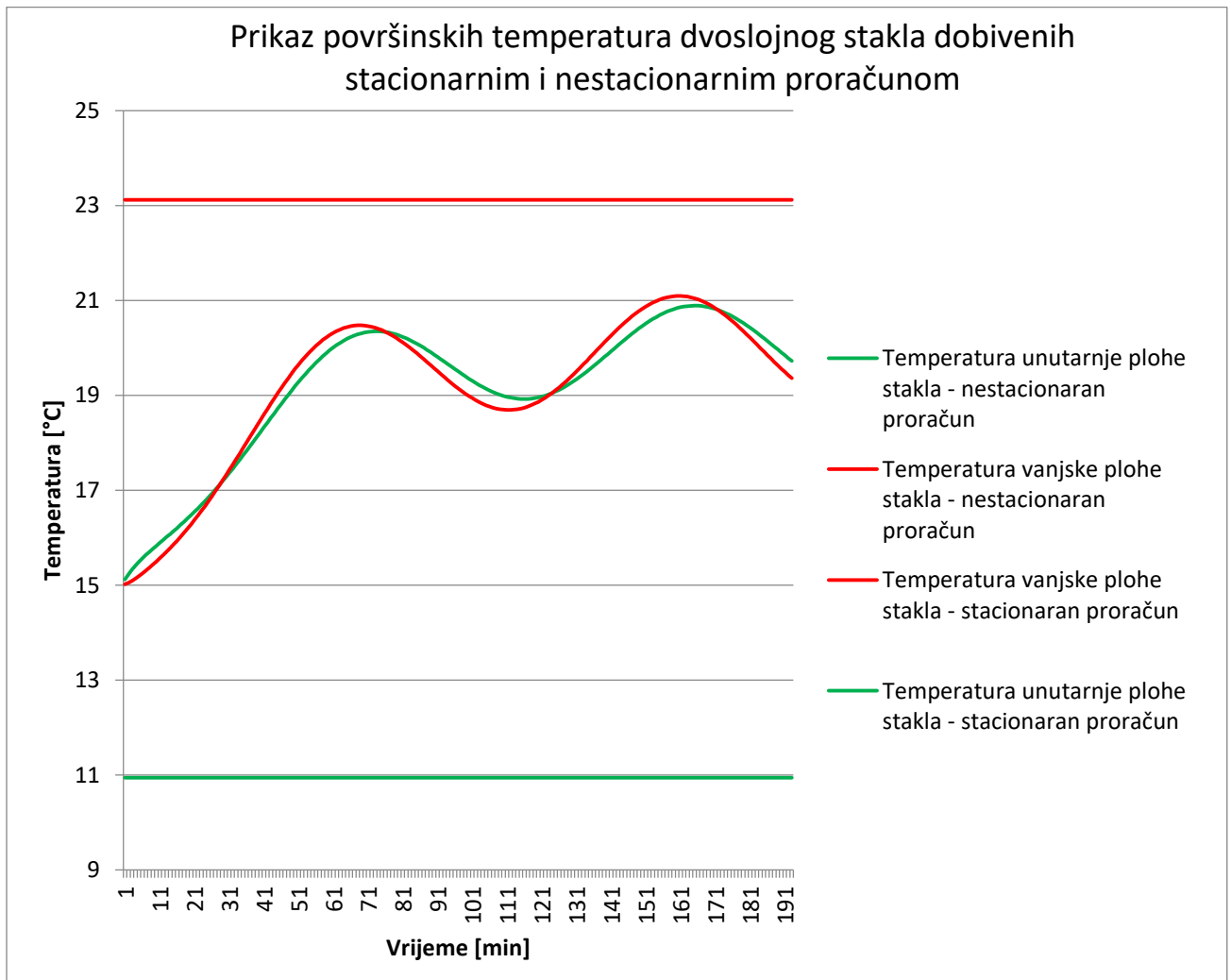
Dobiveni rezultati stacionarnog proračuna su brojčane vrijednosti temperature unutarnje i vanjske površine stakla. Njihova vrijednost je konstantna i ne mijenja se s vremenom. Nestacionarnim proračunom dobivene vrijednosti temperatura se mijenjaju s vremenom. Prikaz rezultata dan je grafički. Dijagram 22 prikazuje površinske temperature jednoslojnog stakla.





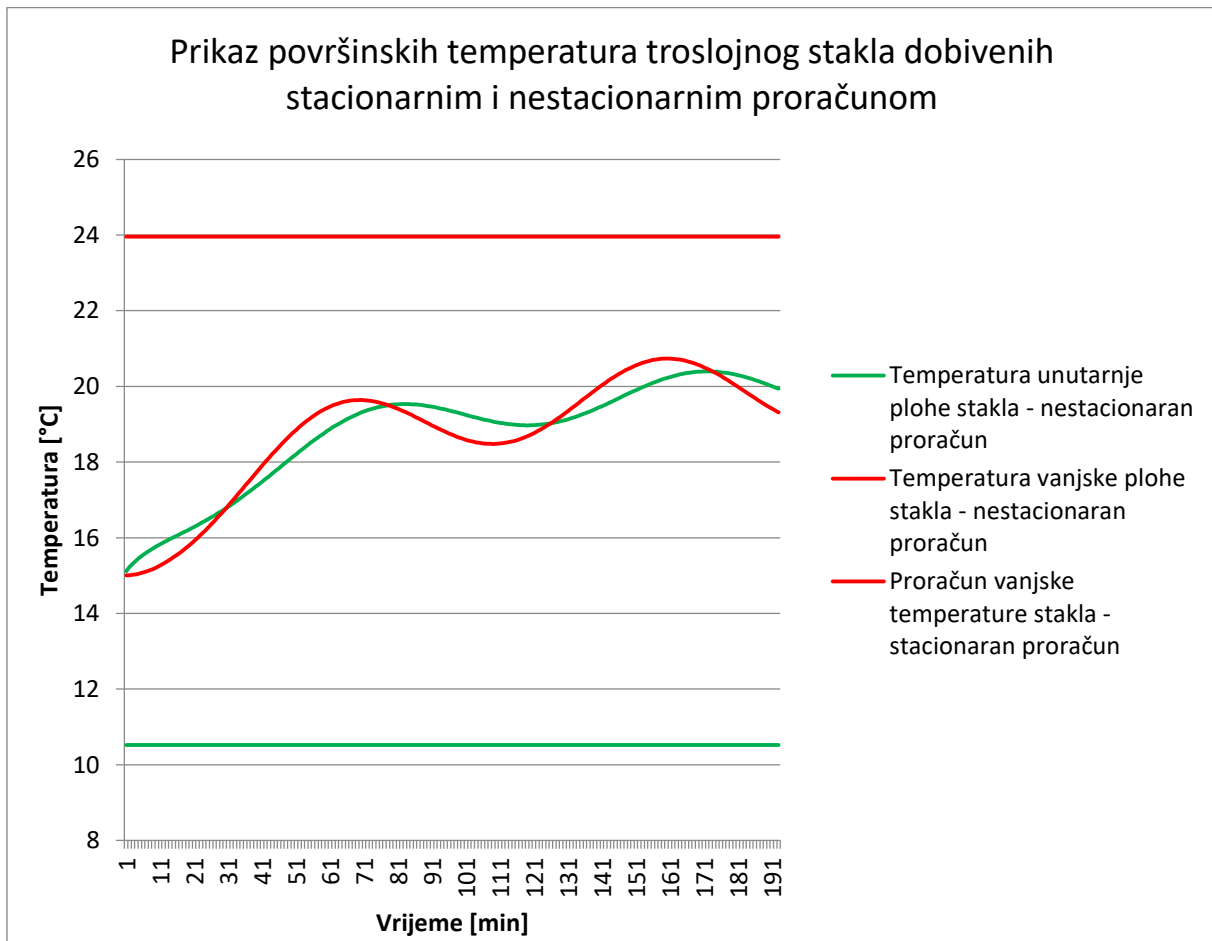
*Dijagram 22: Prikaz površinskih temperatura jednoslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom*

Temperature vanjske plohe stakla označene su crvenim linijama, a unutarnje zelenim. Rezultati dobiveni stacionarnim proračunom prikazani su ravnim linijama. Njihove vrijednosti su konstantne tijekom cijelog proračuna. Rezultati nestacionarnog proračuna prikazani su krivuljama. Krivulje unutarnje i vanjske temperature plohe se zbog male debljine stakla poklapaju. Njihova vrijednost se mijenja u vremenu. Osim brojčane vrijednosti temperature površine stakla ovaj proračun daje uvid u zagrijavanje tj. vrijeme potrebno da promatrana ploha dostigne željenu temperaturu. Dijagram 23 prikazuje površinske temperature dvoslojnog stakla.



*Dijagram 23: Prikaz površinskih temperatura dvoslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom*

Kod dvoslojnog stakla je slična situacija kao i kod jednoslojnog. Krivulja površinske temperature stakla u ovom slučaju odstupa od krivulje unutarnje temperature stakla zbog veće debljine stakla. Dok su rezultati prvog proračuna konstantni tijekom vremena, kod rezultata dobivenih nestacionarnim proračunom primjećuje se sporije zagrijavanje u odnosu na jednoslojno staklo (veći razmak među linijama površinske temperature). Zbog veće debljine stakla potrebno je duže vrijeme da se zagrije do željene temperature. Dijagram 24 prikazuje površinske temperature troslojnog stakla.



*Dijagram 24: Prikaz površinskih temperatura troslojnog stakla dobivenih stacionarnim i nestacionarnim proračunom*

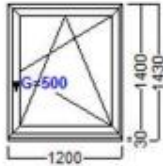
Krivulje promjene temperatura površine stakla prikazuju još veće odstupanje u odnosu na dvoslojno staklo. U ovom slučaju je potrebno najduže vremena da bi se ostvarila željena temperatura stakla.

Razlika između vanjske i unutarnje temperature stijenke veća je kod troslojnog stakla u odnosu na dvoslojno i jednoslojno. Troslojno staklo manje propušta toplinu, što garantira bolju toplinsku izolaciju. Postizanje bolje toplinske izolacije i uštede energije građevina glavna je zadaća discipline fizike zgrade. U ovom slučaju to se ostvaruje povećanjem slojeva stakla. Treba uzeti u obzir da s povećanjem toplinske izolacije raste i cijena stakla. S obzirom da je staklo samo dio građevine prilikom odabira ostakljenja potrebno je uzeti u obzir karakteristike cijelog objekta i ukupnu cijenu izvedbe.

## 8.2 Usporedba troškova izvedbe stakla i postignute izolacije

S obzirom na rezultate stacionarnog proračuna izvršena je analiza troškova izvedbe jednoslojnog, dvoslojnog i troslojnog stakla. Proračunom su dobivene temperature površine stijenke stakla i temperature na granici slojeva kod dvoslojnog i troslojnog stakla. Na temelju poznatih podataka izračunat je koeficijent prolaska topline koji kod jednoslojnog stakla iznosi  $6.493 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Zahvaljujući niskim vrijednostima izolacijskih svojstava, temperatura s vanjske strane prenosi se putem stakla u unutrašnjost grijane prostorije. Ugradnjom dvoslojnog stakla, izolacijske vrijednosti se povećavaju za gotovo pet puta. Koeficijent prolaska topline iznosi  $1.25 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Kod dvoslojnog stakla vidljiva je značajna razlika u temperaturi od  $12.18^\circ\text{C}$  između unutarnje i vanjske temperature stijenke stakla. Troslojno staklo čini najveći iskorak pri toplinskoj izolaciji u odnosu na jednoslojno i dvoslojno staklo s koeficijentom prolaska topline  $0.639 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Temperaturna razlika unutarnje i vanjske stijenke stakla je  $13.44^\circ\text{C}$ . Iz navedenih podataka vidljiva je najveća razlika između vanjske i unutarnje temperature kod troslojnog stakla što znači da troslojno staklo ima najmanju toplinsku propusnost. No treba naglasiti kako se radi o svega  $1.26^\circ\text{C}$  u odnosu na dvoslojno, a cijena izvedbe je itekako veća.

U nastavku su prikazane preuzete ponude proizvođača (Marlex d.o.o, 2019. godina) za jednostruko, dvostruko i trostruko staklo (Slika 15, 16 i 17).

Rb	Naziv	Količ.	Jm	Cijena	Iznos	Val
1	<b>PVC Prozor 1K 1200x1430 ID5 BIJEL: 1200x1430 mm</b>					
						
	<b>PROFILI:</b> Aluplast ENERGETO Powerdur 5000 <b>OKVIR:</b> Okvir 80 mm Energeto powerdur 050003 <b>KRILLO:</b> Krilo 77mm CL 150420 <b>LAJSNA:</b> Profil 140_871 <b>PODŠTOK:</b> Podštok standard 30mm 124213 <b>BOJA:</b> Bijelo <b>ISPUNA:</b> Float 6mm - jednostruko staklo Ug=5,7 W/m <sup>2</sup> K Rw=31dB <b>OKOV:</b> Maco MM DK Getriebe Fix [Maco/Bijela RAL 9016] Sigurnost A (Standard) Poluoliva bijela - Marlex					
	<b>POGLED IZNUTRA</b>					
	U <sub>w</sub> = 18,53 W/m <sup>2</sup> K					
		<b>1,00</b>	<b>Kom</b>	<b>1.717,55</b>	<b>1.717,55</b>	<b>KN</b>

Slika 15: Ponuda proizvođača za jednostruko staklo [11]

Rb	Naziv	Količ.	Jm	Cijena	Iznos	Val
2	<b>PVC Prozor 1K 1200x1430 ID5 BIJEL: 1200x1430 mm</b>					
	<b>PROFILI:</b> Aluplast ENERGETO Powerdur 5000 <b>OKVIR:</b> Okvir 80 mm Energeto powerdur 050003 <b>KRILO:</b> Krilo 77mm CL 150420 <b>LAJSNA:</b> Letvica za staklo 24/34mm CL 120866 <b>PODŠTOK:</b> Podštok standard 30mm 124213 <b>BOJA:</b> Bijelo <b>ISPUNA:</b> Float 4-16-4 Low-E+argon Ug=1,1 W/m2k <b>OKOV:</b> Maco MM DK Getriebe Fix [Maco/Bijela RAL 9016] Sigurnost A (Standard) Poluoliva bijela - Marlex <b>POGLED IZNUTRA</b>  Uw = 1,27 W/m2K					
		<b>1,00 Kom</b>		<b>2.180,07</b>	<b>2.180,07</b>	<b>KN</b>

Slika 16: Ponuda proizvođača za dvoslojno staklo [11]

3	<b>PVC Prozor 1K 1200x1430 ID5 BIJEL: 1200x1430 mm</b>					
	<b>PROFILI:</b> Aluplast ENERGETO Powerdur 5000 <b>OKVIR:</b> Okvir 80 mm Energeto powerdur 050003 <b>KRILO:</b> Krilo 77mm CL 150420 <b>LAJSNA:</b> Letvica za staklo 40/50 mm 140661 <b>PODŠTOK:</b> Podštok standard 30mm 124213 <b>BOJA:</b> Bijelo <b>ISPUNA:</b> Low-E 4-14-4F-14-4 Low-E+argon, Ug=0,6 W/m2K Rw=32dB g=53% <b>OKOV:</b> Maco MM DK Getriebe Fix [Maco/Bijela RAL 9016] Sigurnost A (Standard) Poluoliva bijela - Marlex <b>POGLED IZNUTRA</b>  Uw = 0,94 W/m2K					
		<b>1,00 Kom</b>		<b>2.628,25</b>	<b>2.628,25</b>	<b>KN</b>

Slika 17: Ponuda proizvođača za troslojno staklo [11]

Cijene koje su navedene na slikama su bile aktualne 2019. godine, one su danas nešto veće zbog poskupljenja materijala. Cijena jednostrukog stakla iznosila je 1717,55 kn, a dvostrukog i trostrukog 2180,07 i 2628,25 kn.

Najmanji omjer uloženog i dobivenog odražava se na primjeru jednoslojnog stakla. Povećanje uloženih sredstava za 21 % rezultira smanjenjem toplinskog koeficijenta za 81 %, odnosno s 6,493 W/m<sup>2</sup>K na 1,25 W/m<sup>2</sup>K. Ukoliko unutarjni prostor nije potrebno klimatizirati, preporuča se ugraditi jednoslojno staklo.

Troslojno staklo iziskuje najveće financijsko ulaganje, samim time povratno rezultira i najmanjim koeficijentom prolaska topline. Međutim, usporedno s dvoslojnim staklom,

potrebno je izdvojiti više od 17% uloženi sredstava kako bi se postiglo smanjenje toplinskog koeficijenta za 81%.

S obzirom na izdvajanje financijskih sredstava, najveći odmak predstavlja ugradnja dvoslojnog stakla umjesto jednoslojnog stakla. Zbog velike razlike u koeficijentu toplinske izolacije između dvoslojnog i jednoslojnog stakla, preporuča se odabir dvoslojnog. Troslojno staklo unatoč najboljoj toplinskog izolaciji ima i najvišu cijenu, u tom slučaju je potrebno uzeti u obzir omjer površine stakla i okolnog zida, klimatske uvjete, područja planirane gradnje...

## 9. Zaključak

U ovom diplomskom radu izvršen je proračun prijenosa topline kroz višeslojno staklo. Proračun je izveden u dva dijela, prvi dio je prijenos topline provođenjem i konvekcijom, a drugi prijenos topline zračenjem.

Na početku rada dan je teorijski dio o oblicima prijenosa topline i navedene su glavne formule za svaki od spomenutih oblika. Zatim je opisan prijenos topline kroz jednoslojno, dvoslojno i troslojno staklo uz pripadajuće formule.

Riješen je primjer prolaska topline kroz staklo uz poznate vrijednosti vanjske i unutarnje temperature zraka i koeficijenta prijelaza topline. Dobiveni rezultati prikazani su dijagramima i međusobno uspoređeni. Povećanje toplinskog otpora proporcionalno je povećanju slojeva stakla. Zato troslojno staklo ima najmanji koeficijent propusnosti topline što garantira bolju toplinsku izolaciju.

U drugom dijelu dan je teorijski opis prijenosa topline kroz višeslojno staklo uz utjecaj Sunčeve radijacije. Opisan je i obrazložen proračun prethodno izveden u programu Wolfram Mathematica koristeći se dijagramima dobivenim proračunom. Rezultati topline stijenke pokazuju veću razliku između unutarnje i vanjske temperature stijenke kod troslojnog stakla u odnosu na temperature stijenke dvoslojnog i jednoslojnog stakla. Veća razlika između vanjske i unutarnje temperature stijenke označava manju propusnost topline tj. bolju toplinsku izolaciju.

Troslojna stakla su najbolja što se tiče toplinske izolacije, međutim, ujedno su i najskuplja. Pri odabiru tipa ostakljenja treba uzeti u obzir utjecaj zida na toplinsku ravnotežu objekta, odnosno, omjer površine zidova i površine ostakljenja. Dakle, optimalni odabir ostakljenja ovisi o omjeru površina zida i stakla, o cijeni izvedbe, o cijeni energije za grijanje / hlađenje i razini usluge koja se želi ostvariti unutar objekta.

## 10. Literatura

[1] Capar, Marriane. "PROLAZ TOPLINE KROZ VIŠESLOJNU STIJENKU. " Završni rad, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, 2021.

<https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:190:311166>

[2] Kožar, I. Toplina 2, interna skripta, Rijeka 2016

[3] Toplinska provodnost. Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021. Pristupljeno 18.07.2022.

<https://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=61788>

[4] Clayton tim.,Objašnjenje jednostrukih, dvostrukih i trostrukih stakala, Clayton Glass, Durham, 2019

[5] Records, N.,10 savjeta za odabir najboljeg stakla za moderne prozore, Repair.Expertepro.com, Zagreb, 2017.

[6] Kvaternik, Sandra. *Termodinamička analiza kompaktnog izmjenjivača topline*. Diss. University of Rijeka. Faculty of Engineering. Department of Thermodynamics and Energy Engineering, 2015.

[7] Boko, Ivica, Neno Torić, and Bernardin Peroš. "Analiza proračunskih modela provođenja topline iz EN1993-1-2." *Građevinar* 64.4 (2012): 285-292.

[8] Howell, John R., et al. *Thermal radiation heat transfer*. CRC press, 2020.

<https://doi.org/10.1201/9780429327308>

[9] Kožar, Ivica. Uvod u rad i programiranje na HP Prime kalkulatoru. Sveučilište u Rijeci Građevinski fakultet 2021.

[10] Kožar, I. Računalni program za Wolfram Mathematica "STAKLO", Rijeka 2022

[11] Marđetko, Dino. Prilike i prepreke u sustavnoj izgradnji niskoenergetskih objekata u Republici Hrvatskoj. Diss. University North. University centre Varaždin. Department of Civil Engineering, 2019.