

# Eksperimentalna validacija analitičkog izraza za progib grede

---

**Kargačin, Karlo**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:921252>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-28**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)

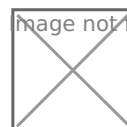


image not found or type unknown

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Karlo Kargačin**

**Eksperimentalna validacija analitičkog izraza za progib grede**

**Završni rad**

**Rijeka, 2023.**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

**Sveučilišni preddiplomski studij  
Mehanika 1**

**Karlo Kargačin  
JMBAG: 0114031097**

**Eksperimentalna validacija analitičkog izraza za progib grede**

**Završni rad**

**Rijeka, rujan 2023.**

## IZJAVA

Završni rad izradio sam samostalno, u suradnji s mentoricom i uz poštivanje pozitivnih građevinskih propisa i znanstvenih dostignuća iz područja građevinarstva. Građevinski fakultet u Rijeci je nositelj prava intelektualnog vlasništva u odnosu na ovaj rad.



Karlo Kargačin

U Rijeci, 6. rujna, 2023.

## **ZAHVALA**

Zahvaljujem se mentorici Editi Papa Dukić na pruženoj pomoći tijekom izrade ovoga rada. Također, zahvaljujem se i obitelji na pruženoj podršci te svim prijateljima.

## SAŽETAK

U ovom radu je prikazana eksperimentalna validacija izraza za progib slobodno oslonjene (proste) te obostrano upete grede opterećenih silom na sredini raspona. Dan je izraz za progib proste i obostrano upete grede u ovisnosti o opterećenju, rasponu te geometrijskim i materijalnim značajkama grede. Također, prikazana je linearna zavisnost opterećenja i progiba te kubna zavisnost progiba i raspona grede. Izrazi za progibe greda određeni su primjenom metode jedinične sile na polovici raspona. Mjerenja su odrađena u laboratorijskom praktikumu, a vrijednosti progiba su mjerene digitalnom uricom. Svi rezultati mjerenja prikazani su tablicama i grafovima.

Ključne riječi: progib, prosta greda, obostrano upeta greda, linearna zavisnost, kubna zavisnost, metoda jedinične sile

## **SUMMARY**

In this paper, the experimental validation of the expression for the deflection of a freely supported (simple) and fixed beam loaded with a force in the middle of the span is presented. An expression is given for the deflection of a simple and fixed beam depending on the load, span, geometric and material characteristics of the beam. Also, linear dependence of load and deflection and cubic dependence of deflection and beam span are shown. Expressions for beam deflections are determined using the unit force method at the half of the span. Measurements were carried out in the laboratory practicum, and deflection values were measured with a digital dial. All measurement results are presented in tables and graphs.

Key words: deflection, simple beam, mutually braced beam, linear dependence, cubic dependence, unit force method

## POPIS SLIKA

Slika 1. Poprečni presjek grede.....	7
Slika 2. Progibna linija nosača.....	8
Slika 3. Sustav proste grede.....	9
Slika 4. Sustav obostrano upete grede.....	9
Slika 5. Statički sustav jedinične sile za prostu gredu.....	9
Slika 6. Statički sustav jedinične sile za obostrano upetu gredu.....	10
Slika 7. Okvir na kojem su provođena ispitivanja.....	11
Slika 8. Klizni oslonac.....	12
Slika 9. Upeti oslonac.....	12
Slika 10. Postupak vješanja utega.....	12



## POPIS TABLICA

Tablica 1. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 700 mm.....	14
Tablica 2. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 500 mm.....	15
Tablica 3. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 1 N.....	17
Tablica 4. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 2 N.....	18
Tablica 5. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 5 N.....	19
Tablica 6. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 21 N.....	20
Tablica 7. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 31 N.....	21
Tablica 8. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 46 N.....	22
Tablica 9. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 500 mm.....	23
Tablica 10. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 700 mm.....	24
Tablica 11. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 1 N.....	25
Tablica 12. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 2 N.....	26
Tablica 13. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 5 N.....	27
Tablica 14. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 21 N.....	28
Tablica 15. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 31 N.....	29
Tablica 16. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 46 N.....	30

## POPIS GRAFOVA

Graf 1. Linearna zavisnost opterećenja i progiba grede na rasponu od 700 mm.....	15
Graf 2. Linearna zavisnost opterećenja i progiba grede na rasponu od 500 mm.....	16
Graf 3. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 1 N.....	17
Graf 4. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 2 N.....	18
Graf 5. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 5 N.....	19
Graf 6. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 21 N.....	20
Graf 7. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 31 N.....	21
Graf 8. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 46 N.....	22
Graf 9. Linearna zavisnost obostrano upete grede na rasponu od 500 mm.....	23
Graf 10. Linearna zavisnost obostrano upete grede na rasponu od 700 mm.....	24
Graf 11. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 1 N.....	25
Graf 12. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 2 N.....	26
Graf 13. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 5 N.....	27
Graf 14. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 21 N.....	28
Graf 15. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 31 N.....	29
Graf 16. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 46 N.....	30

# SADRŽAJ

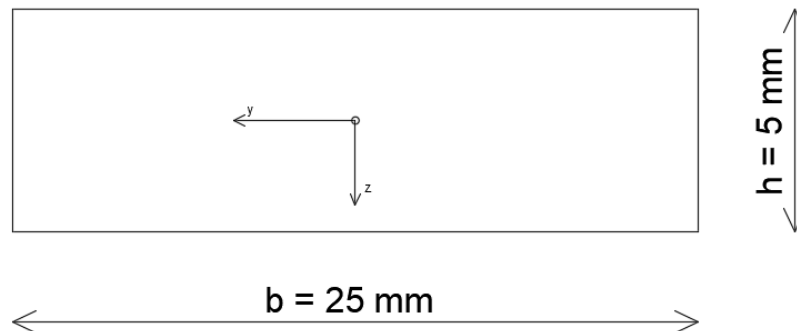
1. UVOD .....	7
2. PROGIBNA LINIJA NOSAČA .....	8
2.1. Izrazi za progib .....	9
3. POSTUPAK ISPITIVANJA .....	11
3.1 Ispitivanje linearne zavisnosti .....	13
3.2 Ispitivanje kubne zavisnosti .....	13
4. REZULTATI ISPITIVANJA .....	14
4.1. Prosta greda .....	14
4.2. Obostrano upeta greda .....	23
5. ZAKLJUČAK .....	31
6. LITERATURA .....	32

# 1. UVOD

Ovim radom, cilj je eksperimentalno dokazati i grafički prikazati linearnu zavisnost opterećenja i progiba te kubnu zavisnost progiba i raspona proste i obostrano upete grede koje su opterećene silom na polovici raspona prema rezultatima dobivenim koristeći izraze za progib, već spomenutih greda, primjenom metode jedinične sile. Pod pojmom prosta greda, podrazumijeva se greda oslonjena na dva oslonca koja ima mogućnost horizontalnog pomaka jednog oslonca i rotacije oba oslonca, dok su kod obostrano upete grede svi pomaci i kutovi zaokreta nad osloncima spriječeni. (Mehanika 1, bilješke s predavanja). Sukladno tome, kod proste grede očekuju se veći progibi na polovici raspona, nego kod obostrano upete grede. Dimenzije poprečnog presjeka grede na kojoj su izvršena mjerenja jesu 25x5 mm (Slika 1.), pa prema tome moment inercije, odnosno tromosti  $I_y$  određen prema formuli:

$$I_y = \frac{h^3 x b}{12} \quad (1)$$

iznosi 260,4167 mm<sup>4</sup>. Greda je čelična, modula elastičnosti  $E = 162128 \text{ N/mm}^2$ , te je njena krutost  $EI_y = 42220833,33 \text{ Nmm}^2$ .

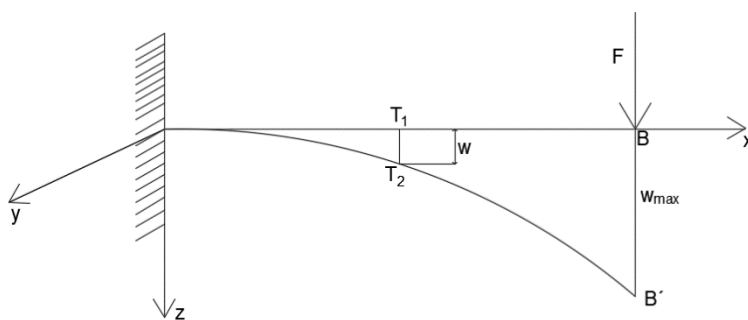


Slika 1. Poprečni presjek grede

## 2. PROGIBNA LINIJA NOSAČA

Pri opterećenju štapa, odnosno grede, vanjskim opterećenjem koje djeluje u smjeru osi „z“ (Slika 1.) dolazi do iskrivljenja uzdužne osi grede u ravnini djelovanja opterećenja te se ravnina savijanja nosača poklapa sa ravninom djelovanja opterećenja. Sukladno tome, poprečni presjeci se pomiču i zakreću oko neutralne osi pri čemu ostaju okomiti na savijenu os grede. Ta savijena, odnosno deformirana os grede naziva se elastična linija ili progibna linija nosača. ( Šimić, V., Otpornost materijala 1, Školska knjiga Zagreb, 2002.)

Elastična linija je ravninska krivulja koja leži u ravnini „x - z“, pri čemu je pomak težišta duž osi „y“ jednak 0. Samim time pomak težišta odvija se u smjeru okomitom na nedeformiranu os grede te je on zapravo ordinata elastične linije koju nazivamo progibom. Najveći progib označen je kao  $w_{max}$ . (Slika 2.). ( Šimić, V., Otpornost materijala 1, Školska knjiga Zagreb, 2002.)



Slika 2. Progibna linija nosača

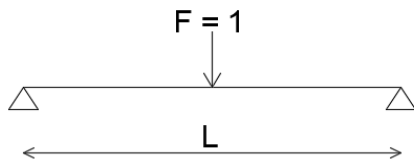
Diferencijalna jednačba elastične linije nosača dana je izrazom :

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M_y}{EI_y} \quad (2)$$

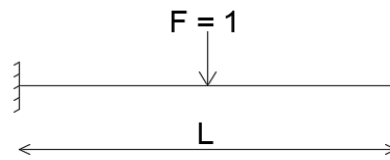
## 2.1. Izrazi za progib

U ovom radu izrazi za progib određeni su korištenjem metode jedinične sile.

Obzirom da je zadatak bio odrediti progibe na polovici raspona, fiktivna odnosno jedinična sila postavljena je na to mjesto. Slika 3. prikazuje statički sustav proste grede dok slika 4. prikazuje statički sustav obostrano upete grede.

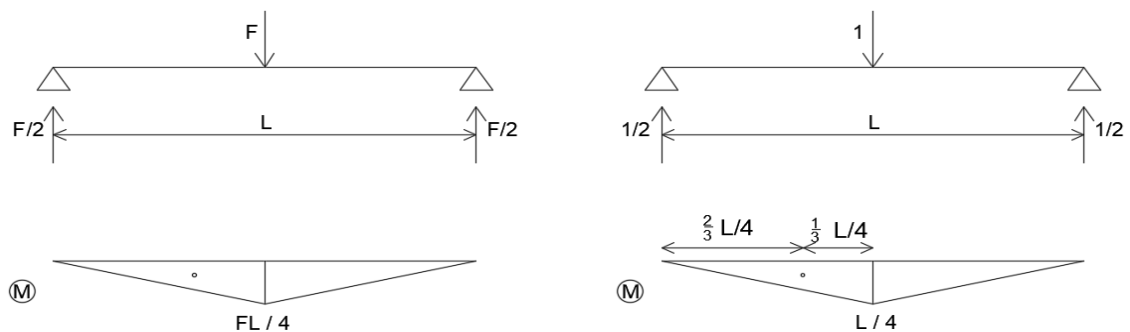


Slika 3. Statički sustav proste grede



Slika 4. Statički sustav obostrano upete grede

Koristeći se jednadžbama ravnoteže ( $\Sigma M, \Sigma F_y$ ) dobiju se reakcije u osloncima, a potom i momentni dijagrami preko čijih površina u konačnici dobijemo izraze za progib za oba gredna sustava. (Slika 5., Slika 6.) Izrazi za progibe nisu određivani klasičnim načinom računajući integrale, nego je korišten Vereščaginov postupak pomoću tablica. Na momentnim dijagramima određen je položaj težišta trokuta, a potom se površina općeg momentnog dijagrama pomnoži sa položajem težišta na jediničnom momentnom dijagramu te se dobiju izrazi za progib. (3) i (4).

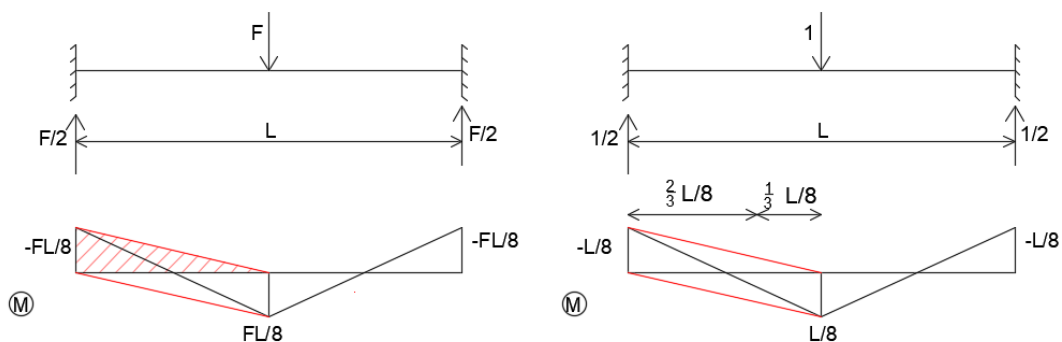


Slika 5. Statički sustav jedinične sile za prostu gredu

Izraz za progib proste grede opterećene silom na polovici raspona:

$$w = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} * \frac{FL}{4} * \frac{L}{2} * \frac{2}{3} * \frac{L}{4} \right] * 2$$

$$w = \frac{FL^3}{48 * EI} \quad (3)$$



Slika 6. Statički sustav jedinične sile za obostrano upetu gredu

Kod složenijih oblika dijagrama, Vereščaginov teorem omogućuje i rastavljanje istog na jednostavnije oblike. (Šimić, V., Otpornost materijala 1, Školska knjiga Zagreb, 2002.) Na slici 6. crvenim linijama izmijenjen je prvotni oblik dijagrama radi lakšeg računanja te je određena površina trokuta ispod crvene linije, a potom je ta površina pomnožena sa položajem težišta crvenog trokuta na jediničnom momentnom dijagramu.

Izraz za progib obostrano upete grede opterećene silom na polovici raspona:

$$w = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} * \frac{FL}{8} * \frac{L}{2} * \left( \frac{2}{3} * \frac{L}{8} - \frac{1}{3} * \frac{L}{8} \right) * 2 * 2 \right]$$

$$w = \frac{FL^3}{192 * EI} \quad (4)$$

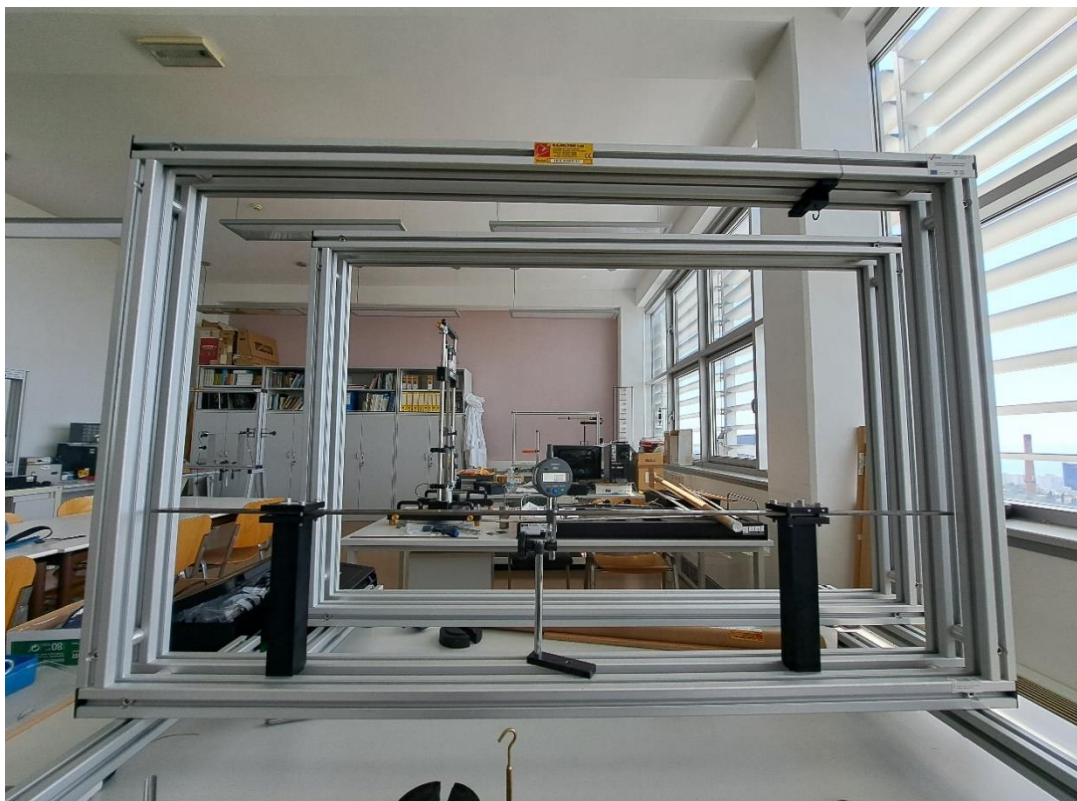
### 3. POSTUPAK ISPITIVANJA

Ispitivanja su se provodila u praktikumu građevinskog fakulteta na specijalnom okviru dizajniranom za tu svrhu. (Slika 7.) Postupak se provodio tako da se najprije na donjem dijelu okvira postavljaju odgovarajući oslonci (Slika 8. i 9.) te se učvrste vijcima. Zatim se na oslonce postavlja greda čije je progibe potrebno odrediti. Na polovici raspona grede postavlja se pločica na koju se objesi vješalo za utege, a s gornje strane pločice postavlja se digitalna urica za očitavanje progiba. Jednom kada je polovica raspona grede određena, pomiču se samo oslonci ovisno o zadanom rasponu. (P.A. Hilton Ltd, Instruction manual HST 26: Deflection of Beams)

Sile koje su bile zadane zadatkom su iznosile 1, 2, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 N, međutim masa vješala za utege iznosila je 100g što se u proračunu uzelo kao sila od 1N, stoga je ona u tablicama pribrojena na zadane sile te su prikazane kao 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51 N.

Sva mjerenja ponavljana su tri puta te se za vrijednost progiba uzimala aritmetička sredina. Svi rezultati prikazani su tablično i grafovima.

Mjerna urica kojom su vršena ispitivanja mjeri do dvije decimale (u mm), no na pojedinim mjestima u tablicama vrijednosti izmjenjenih progiba zaokružene su na tri decimale zbog aritmetičke sredine više mjerenja.



Slika 7. Okvir na kojem su provedena ispitivanja





Slika 8. Klizni oslonac



Slika 9. Upeti oslonac



Slika 10. Postupak vješanja utega

### **3.1 Ispitivanje linearne zavisnosti**

Ispitivanje linearne zavisnosti proste i obostrano upete grede provodilo se za raspone od 500 i 700 mm. Najprije se, na već postavljene oslonce, postavila greda, određena je polovica raspona, a potom su se oslonci fiksirali. Na polovici raspona se postavila pločica za vješanje utega, a iznad pločice postavljena je digitalna urica za očitavanje progiba. Prije samog mjerenja uricu je potrebno „nulirati“, odnosno resetirati kako bi vrijednost prikazanog progiba bila jednaka nuli.

### **3.2 Ispitavanje kubne zavisnosti**

Kubna zavisnost proste grede ispitivala se za raspone od 500, 600, 700, 800, 900 mm. Raspon od 1000 mm je izbačen zbog većih progiba no što ih je mjerni uređaj, odnosno urica mogla očitati. Pri opterećenju silom od 46 N vrijednosti progiba na 900 mm nisu mogle biti očitane iz istog razloga kao i za raspon od 1000 mm.

Pri ispitivanju kubne zavisnosti obostrano upete grede uzele su se vrijednosti progiba i na rasponu od 1000 mm. Razlog tome je što su progibi obostrano upete grede za istu silu  $F$  manji u odnosu na prostu gredu, a što je vidljivo u izrazima (3.) i (4)

Postupak ispitivanja identičan je kao za ispitivanje linearne zavisnosti; greda se postavi na odgovarajuće oslonce, odredi se polovica raspona grede, fiksiraju se oslonci, postavi se pločica za vješanje utega i mjerni uređaj, resetira se mjerni uređaj i kreće se sa nanošenjem sila, odnosno vješanjem utega.

Rezultati su prikazani tablično i grafički za vrijednosti sila od 1, 2, 5, 21, 31, 46 N.

## 4. REZULTATI ISPITIVANJA

Na sljedećih nekoliko stranica dan je prikaz rezultata ispitivanja prikazan tablicama i grafovima. Najprije će se prikazati rezultati linearne i kubne zavisnosti proste grede, a potom obostrano upete. Stupac „Greška“ u tablici odnosi se na odstupanja izmjerenih vrijednosti od proračunskih te je prikazan kao postotak. Određen je prema formuli:

$$Gr. = \left| \frac{W_{proračunski} - W_{izmjereni}}{W_{proračunski}} \right| * 100\% \quad (5)$$

Oznake korištene u tablicama i grafovima:

F – sila [N]

w – proračunati progib [mm]

w\* - izmjereni progib [mm]

L – raspon grede [mm]

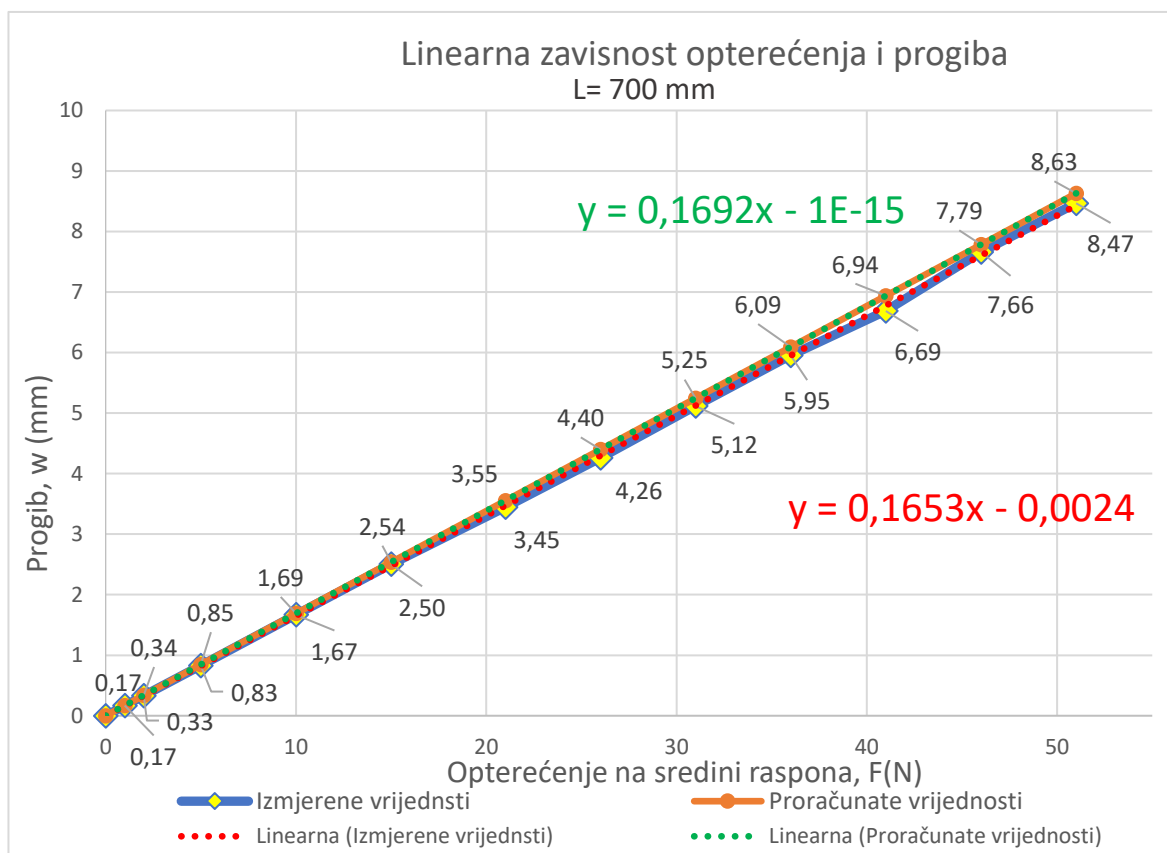
### 4.1. Prosta greda

#### 4.1.1. Linearna zavisnost opterećenja i progiba na rasponu L = 700 mm

Tablica 1. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 700 mm

L = 700 mm				
IZMJERENE VRIJEDNOSTI		PRORAČUNATE VRIJEDNOSTI		
F (N)	w* (mm)	F (N)	w (mm)	Greška (%)
0	0	0	0	0
1	0,167	1	0,169	1,3
2	0,333	2	0,338	1,6
5	0,827	5	0,846	2,3
10	1,667	10	1,692	1,5
15	2,503	15	2,539	1,4
21	3,447	21	3,554	3,0
26	4,263	26	4,400	3,1
31	5,117	31	5,247	2,5
36	5,953	36	6,093	2,3
41	6,687	41	6,939	3,6
46	7,663	46	7,785	1,6
51	8,467	51	8,632	1,9

Graf 1. Linearna zavisnost opterećenja i progiba proste grede na rasponu od 700 mm

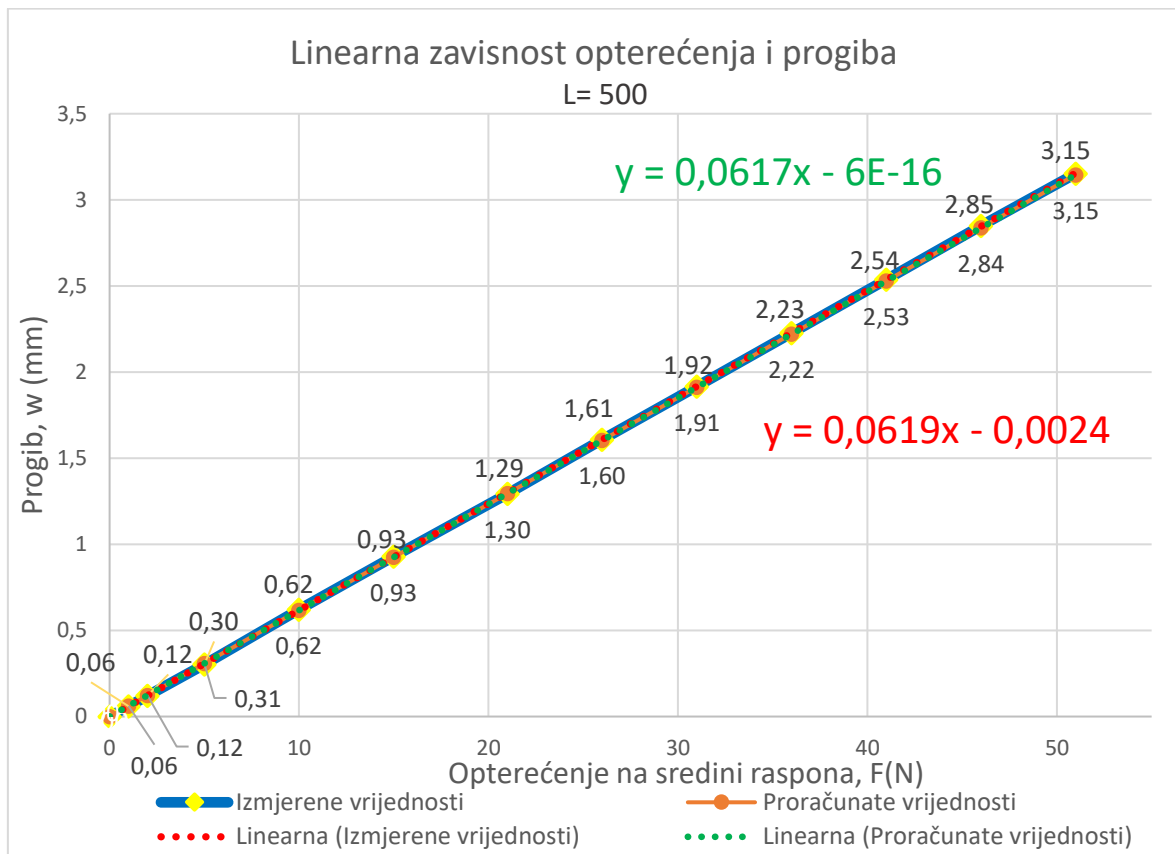


#### 4.1.2. Linearna zavisnost opterećenja i progiba na rasponu L = 500 mm

Tablica 2. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 500 mm

L = 500 mm				
IZMJERENE VRIJEDNOSTI		PRORAČUNATE VRIJEDNOSTI		Greška
F (N)	w* (mm)	F (N)	w (mm)	
0	0	0	0	0
1	0,06	1	0,062	2,7
2	0,12	2	0,123	2,7
5	0,303	5	0,308	1,8
10	0,62	10	0,617	0,5
15	0,93	15	0,925	0,5
21	1,293	21	1,295	0,2
26	1,607	26	1,604	0,2
31	1,917	31	1,912	0,3
36	2,227	36	2,220	0,3
41	2,537	41	2,529	0,3
46	2,85	46	2,837	0,4
51	3,153	51	3,146	0,2

Graf 2. Linearna zavisnost opterećenja i progiba proste grede na rasponu od 500 mm

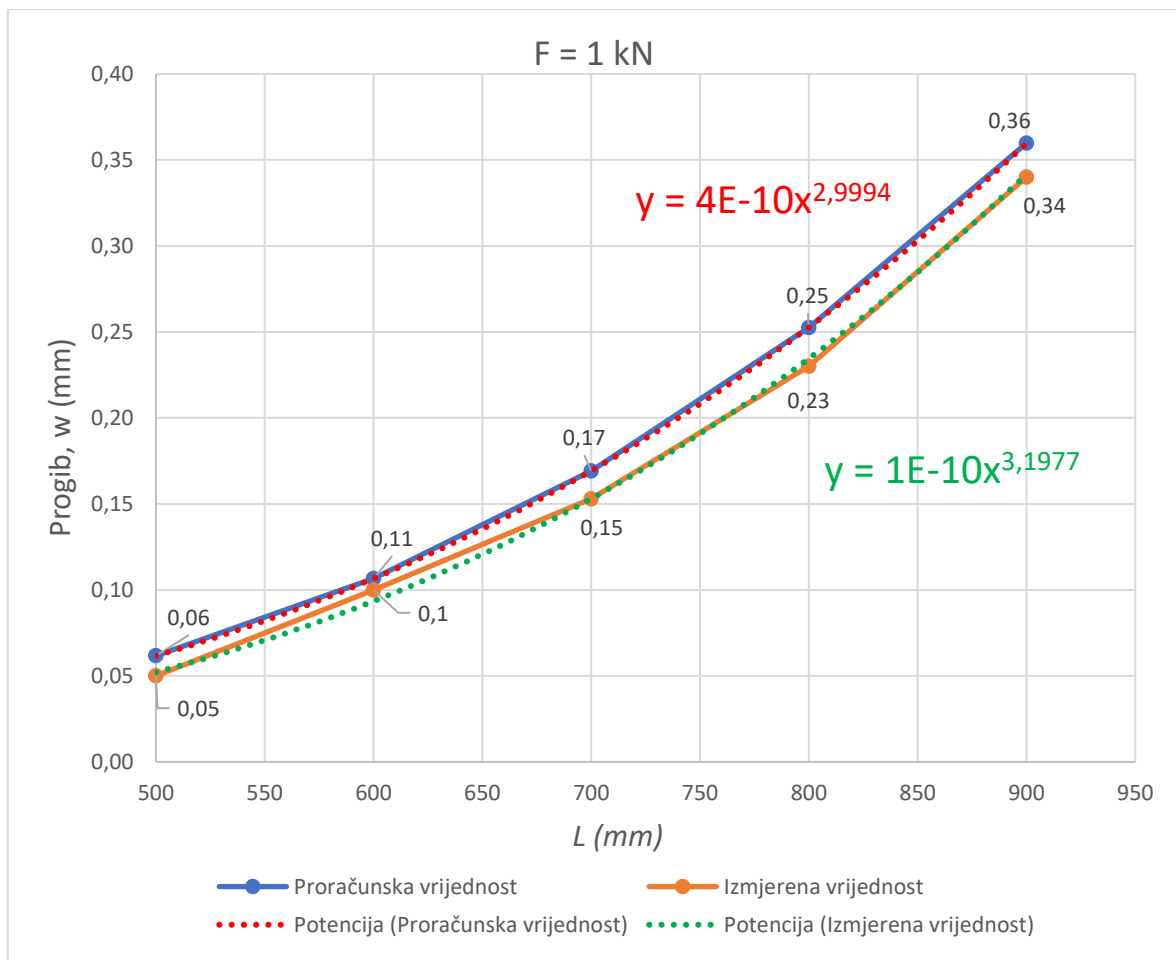


### 4.1.3. Kubna zavisnost progiba i raspona proste grede

Tablica 3. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 1 N

F[N]	1				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	0,062	0,107	0,169	0,253	0,360
w*[mm]	0,05	0,1	0,153	0,23	0,34
greška (%)	18,9	6,2	9,6	9,0	5,5

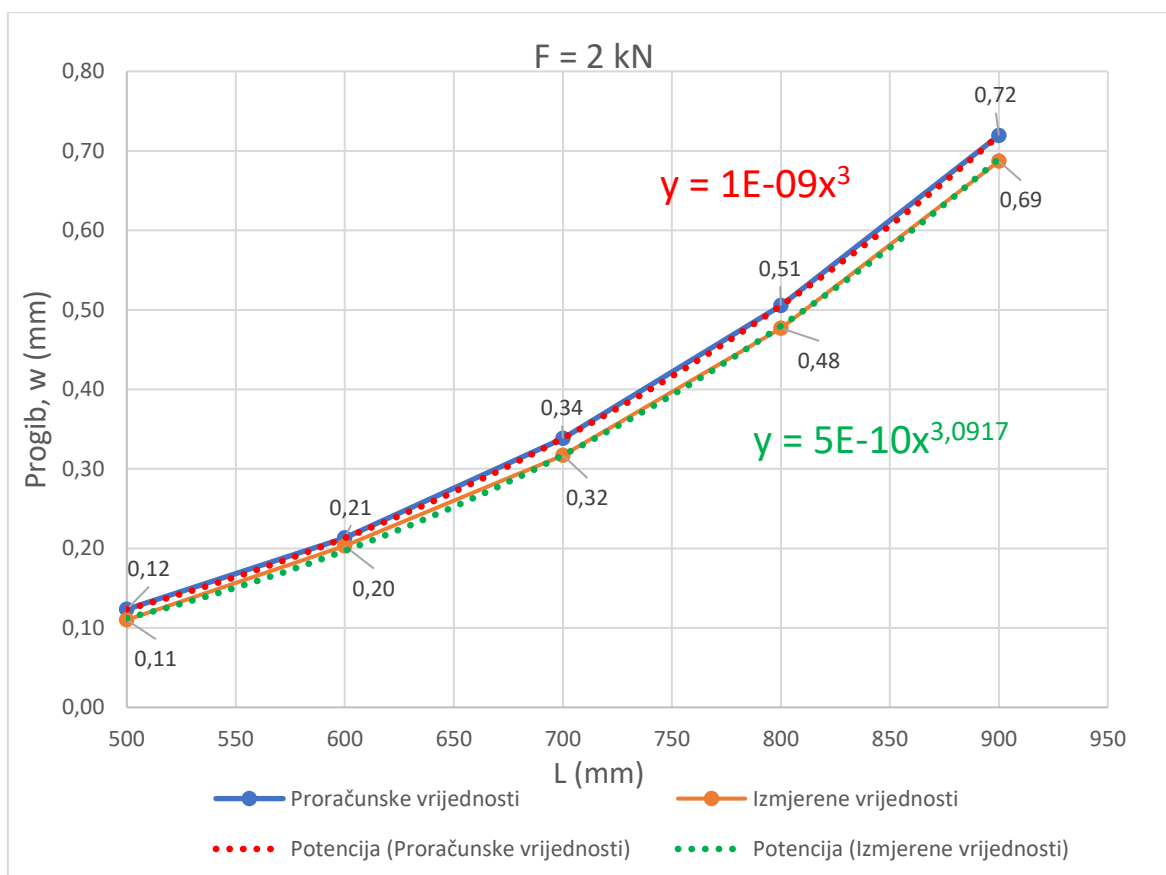
Graf 3. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 1 N



Tablica 4. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 2 N

F[N]	2				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	0,123	0,213	0,338	0,505	0,719
w*[mm]	0,11	0,203	0,317	0,477	0,687
greška (%)	10,8	4,8	6,4	5,6	4,5

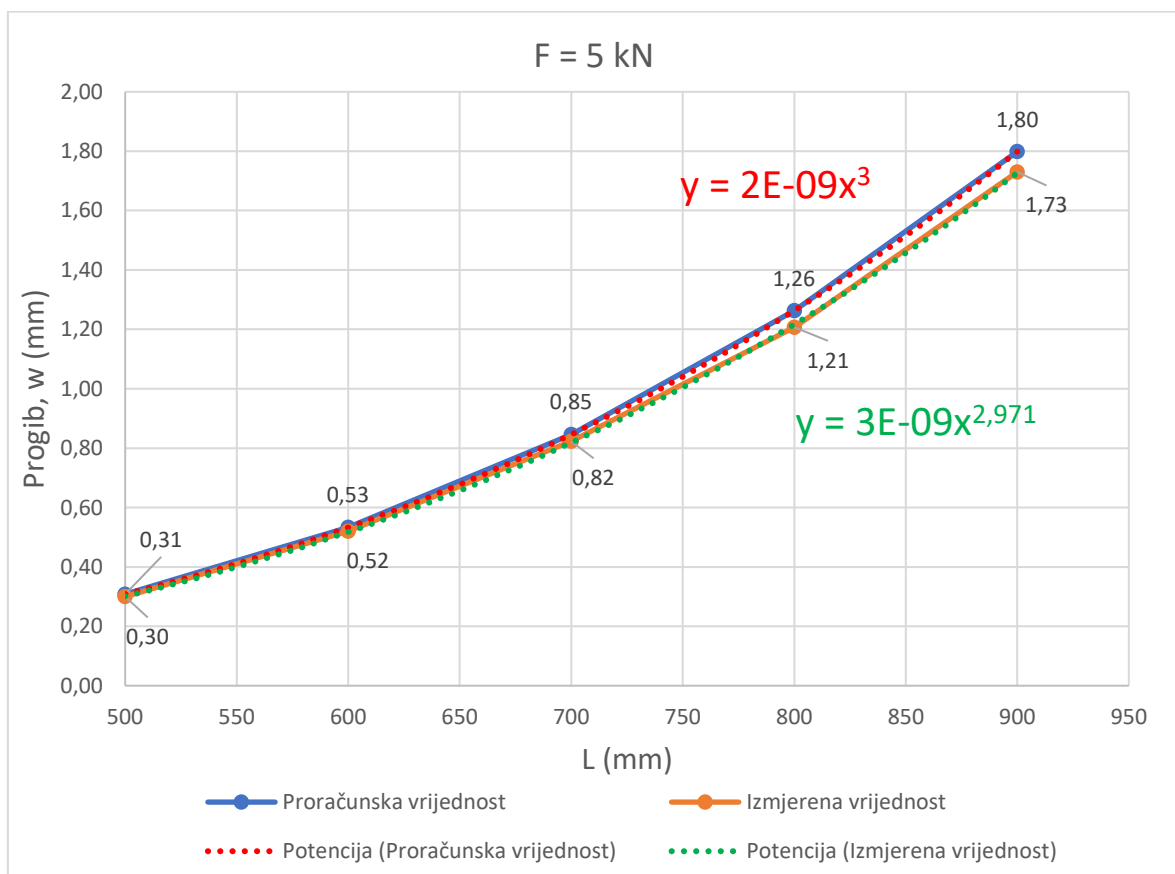
Graf 4. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 2 N



Tablica 5. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 5 N

F[N]	5				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	0,308	0,533	0,846	1,263	1,799
w*[mm]	0,3	0,52	0,823	1,207	1,73
greška (%)	2,7	2,4	2,7	4,4	3,8

Graf 5. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 5 N

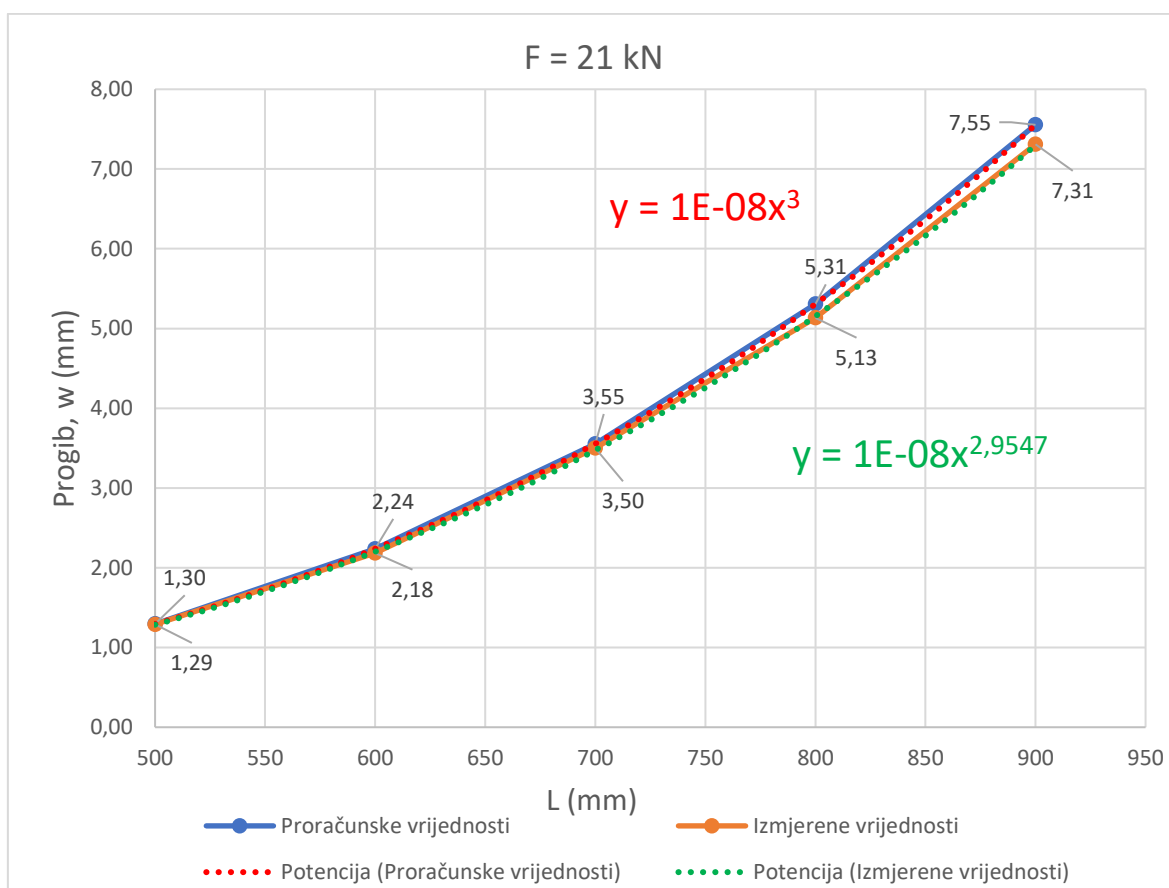




Tablica 6. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 21 N

F[N]	21				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	1,295	2,238	3,554	5,305	7,554
w*[mm]	1,29	2,183	3,5	5,133	7,31
greška (%)	0,4	2,5	1,5	3,3	3,2

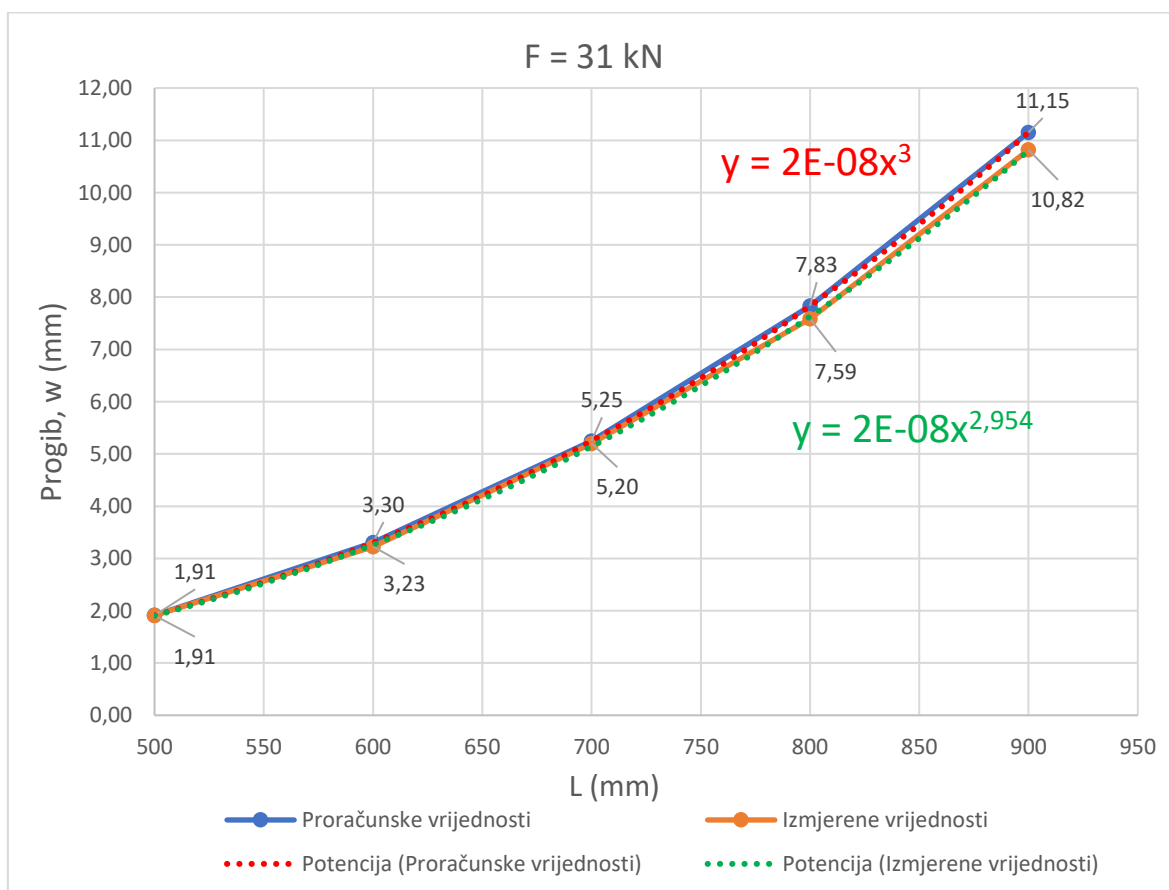
Graf 6. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 21 N



Tablica 7. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 31 N

F[N]	31				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	1,912	3,304	5,247	7,832	11,151
w*[mm]	1,91	3,227	5,2	7,587	10,817
greška (%)	0,1	2,3	0,9	3,1	3,0

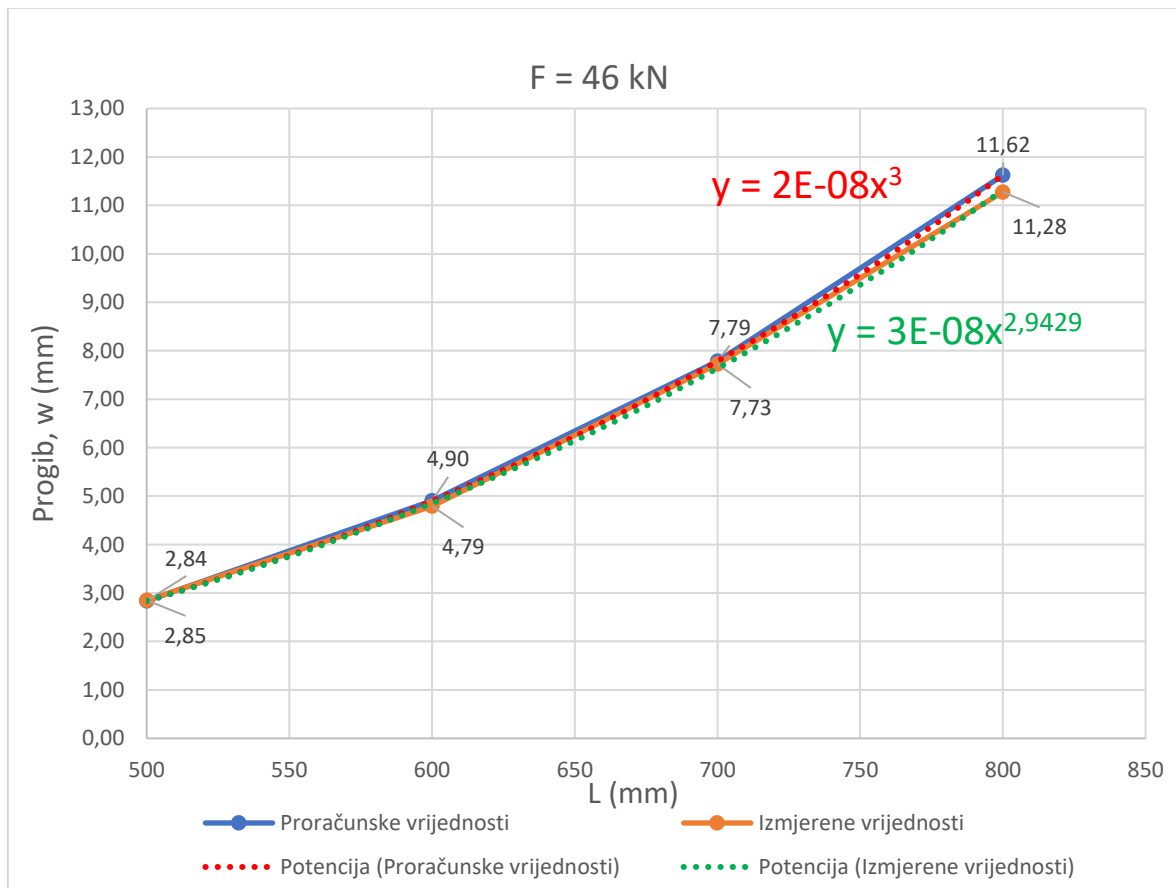
Graf 7. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 31 N



Tablica 8. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 46 N

F[N]	46				
L[mm]	500	600	700	800	900
w[mm]	2,837	4,903	7,785	11,621	16,547
w*[mm]	2,85	4,793	7,727	11,277	//
greška (%)	0,4	2,2	0,8	3,0	//

Graf 8. Kubna zavisnost proste grede opterećene silom od 46 N



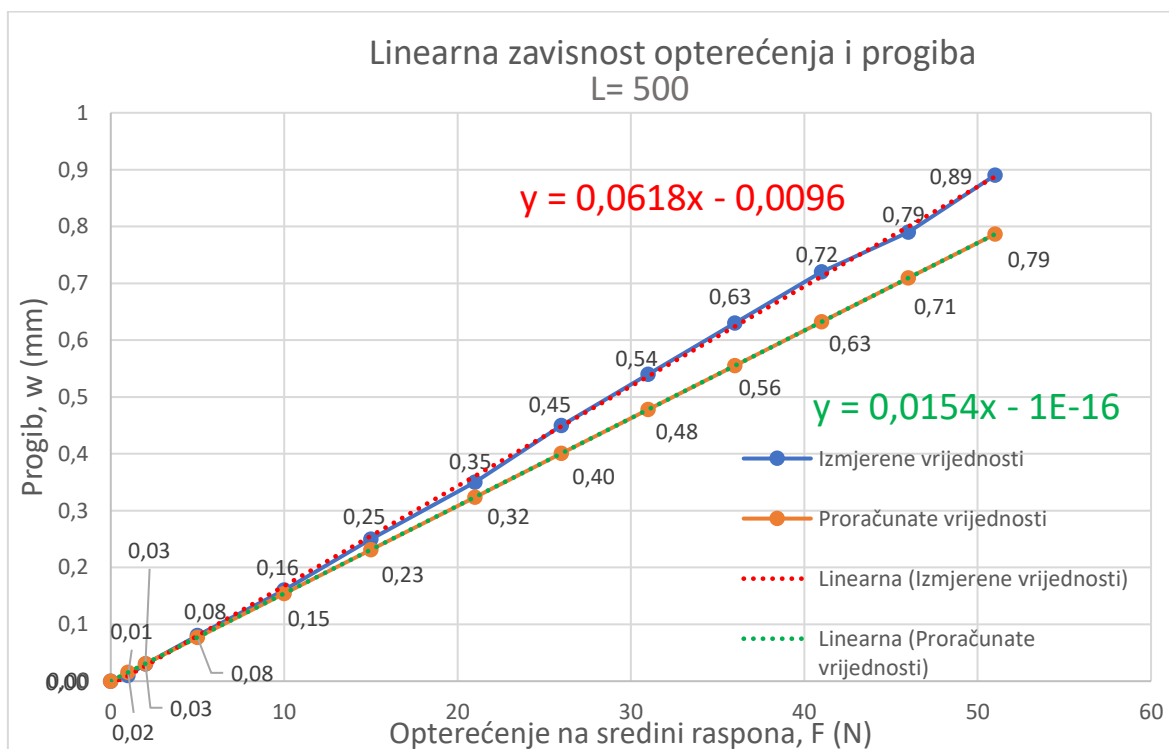
## 4.2. Obostrano upeta greda

### 4.2.1. Linearna zavisnost opterećenja i progiba na rasponu $L = 500$ mm

Tablica 9. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 500 mm

L = 500 mm				
IZMJERENE VRIJEDNOSTI		PRORAČUNATE VRIJEDNOSTI		greška (%)
F (N)	w* (mm)	F (N)	w (mm)	
0	0	0	0	0
1	0,01	1	0,015	35,1
2	0,03	2	0,031	2,7
5	0,08	5	0,077	3,8
10	0,16	10	0,154	3,8
15	0,25	15	0,231	8,1
21	0,35	21	0,324	8,1
26	0,45	26	0,401	12,2
31	0,54	31	0,478	13,0
36	0,63	36	0,555	13,5
41	0,72	41	0,632	13,9
46	0,79	46	0,709	11,4
51	0,89	51	0,786	13,2

Graf 9. Linearna zavisnost obostrano upete grede na rasponu od 500 mm

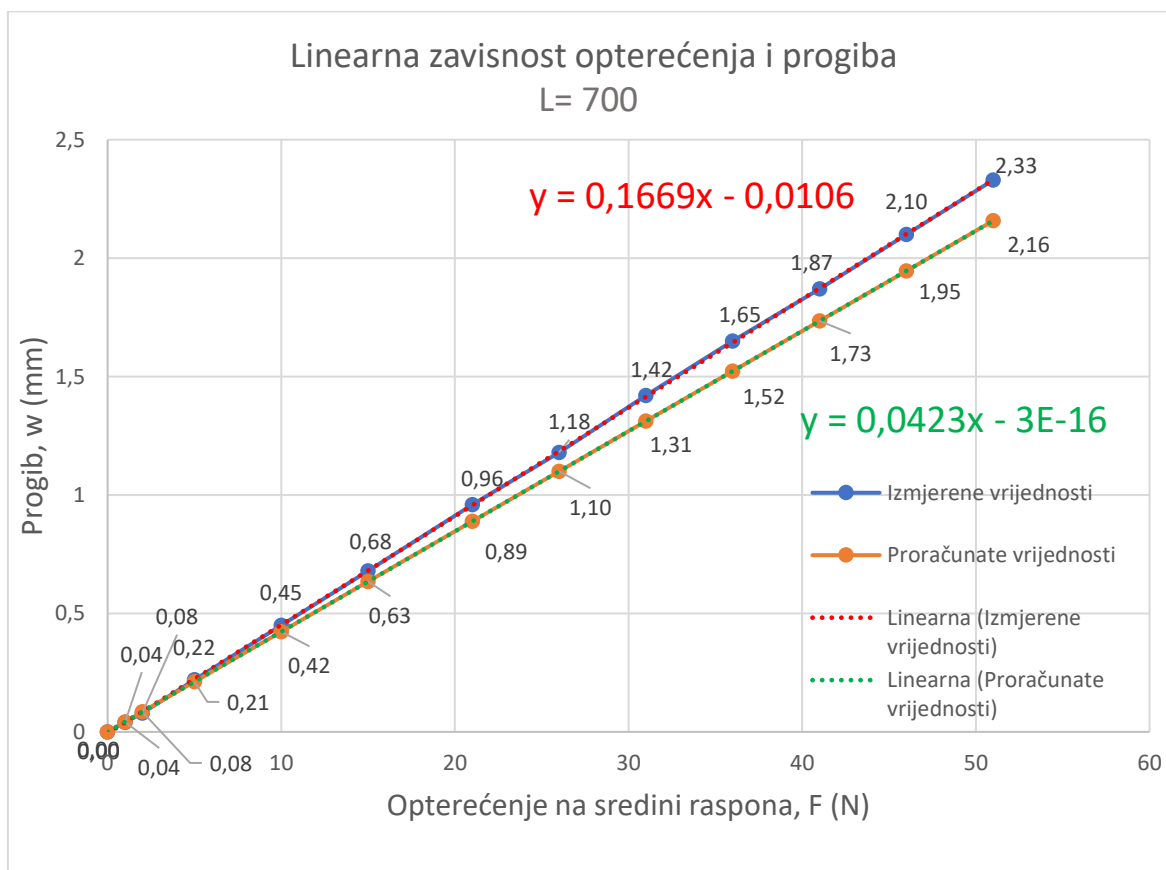


#### 4.2.2. Linearna zavisnost opterećenja i progiba na rasponu $L = 700$ mm

Tablica 10. Rezultati izmjerenih i proračunskih vrijednosti na rasponu od 700 mm

L = 700 mm				
IZMJERENE VRIJEDNOSTI		PRORAČUNATE VRIJEDNOSTI		greška (%)
F (N)	w* (mm)	F (N)	w (mm)	
0	0	0	0	0
1	0,04	1	0,042	5,5
2	0,08	2	0,085	5,5
5	0,22	5	0,212	4,0
10	0,45	10	0,423	6,4
15	0,68	15	0,635	7,1
21	0,96	21	0,889	8,0
26	1,18	26	1,100	7,3
31	1,42	31	1,312	8,3
36	1,65	36	1,523	8,3
41	1,87	41	1,735	7,8
46	2,1	46	1,946	7,9
51	2,33	51	2,158	8,0

Graf 10. Linearna zavisnost obostrano upete grede na rasponu od 700 mm

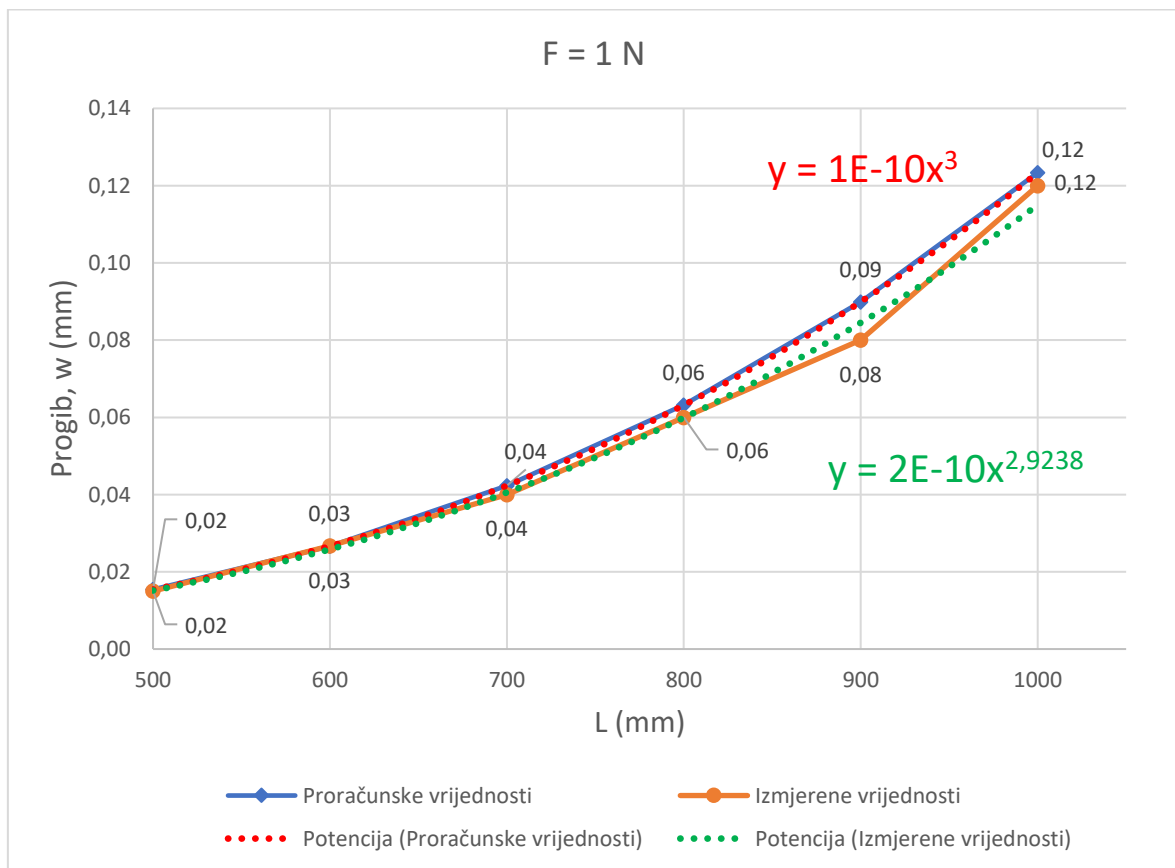


### 4.2.3. Kubna zavisnost progiba i raspona obostrano upete grede

Tablica 11. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 1 N

F[N]	1					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,015	0,027	0,042	0,063	0,090	0,123
w*[mm]	0,015	0,0267	0,04	0,06	0,08	0,12
greška (%)	2,7	0,2	5,5	5,0	11,0	2,7

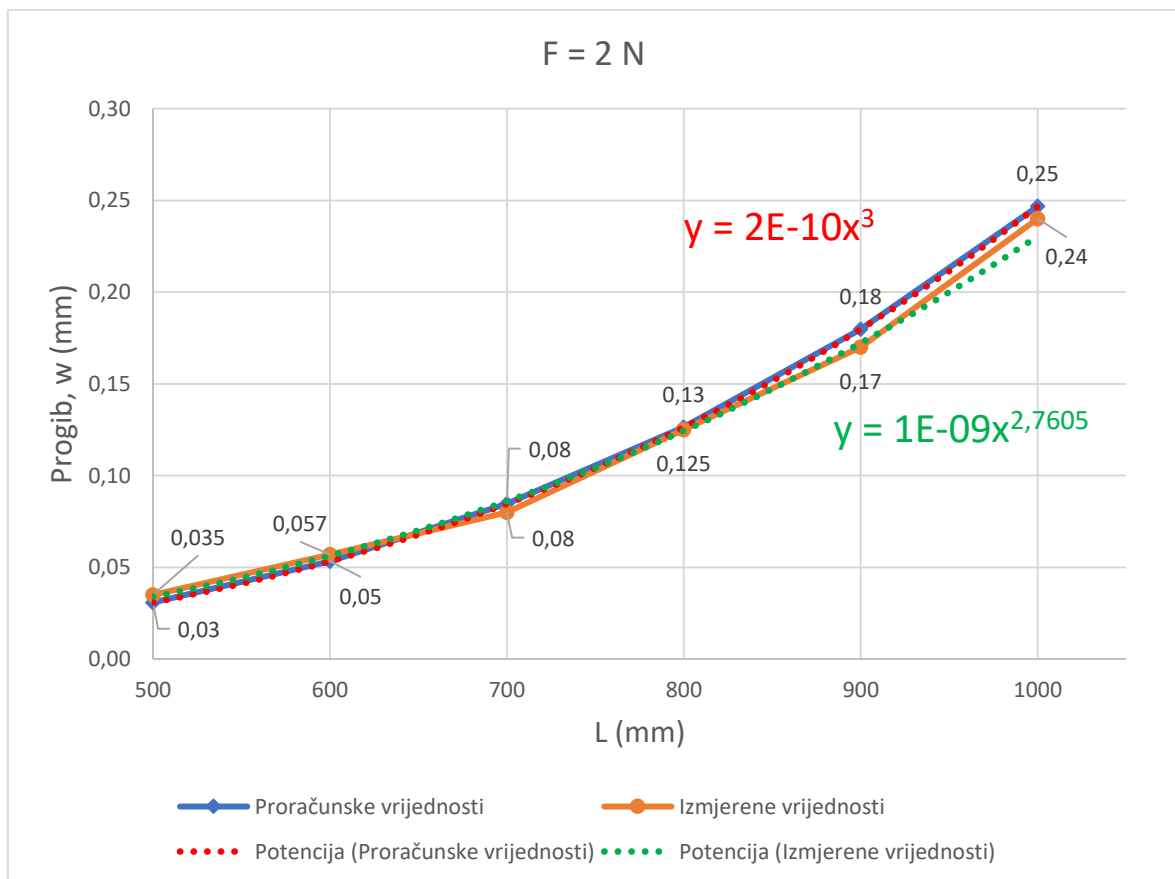
Graf 11. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 1 N



Tablica 12. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 2 N

F[N]	2					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,031	0,053	0,085	0,126	0,180	0,247
w*[mm]	0,035	0,057	0,08	0,125	0,17	0,24
greška (%)	13,5	7,0	5,5	1,0	5,5	2,7

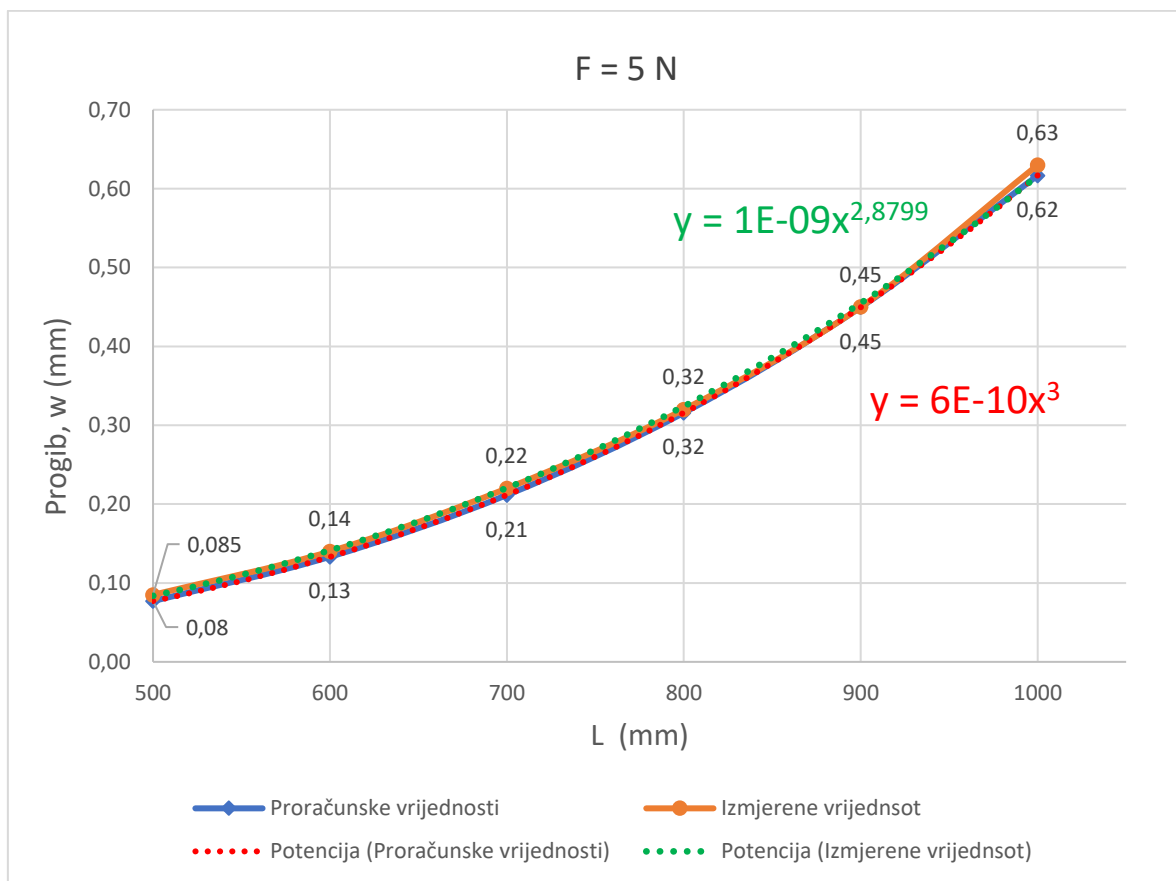
Graf 12. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 2 N



Tablica 13. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 5 N

F[N]	5					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,077	0,133	0,212	0,316	0,450	0,617
w*[mm]	0,085	0,14	0,22	0,32	0,45	0,63
greška (%)	10,2	5,1	4,0	1,3	0,1	2,1

Graf 13. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 5 N

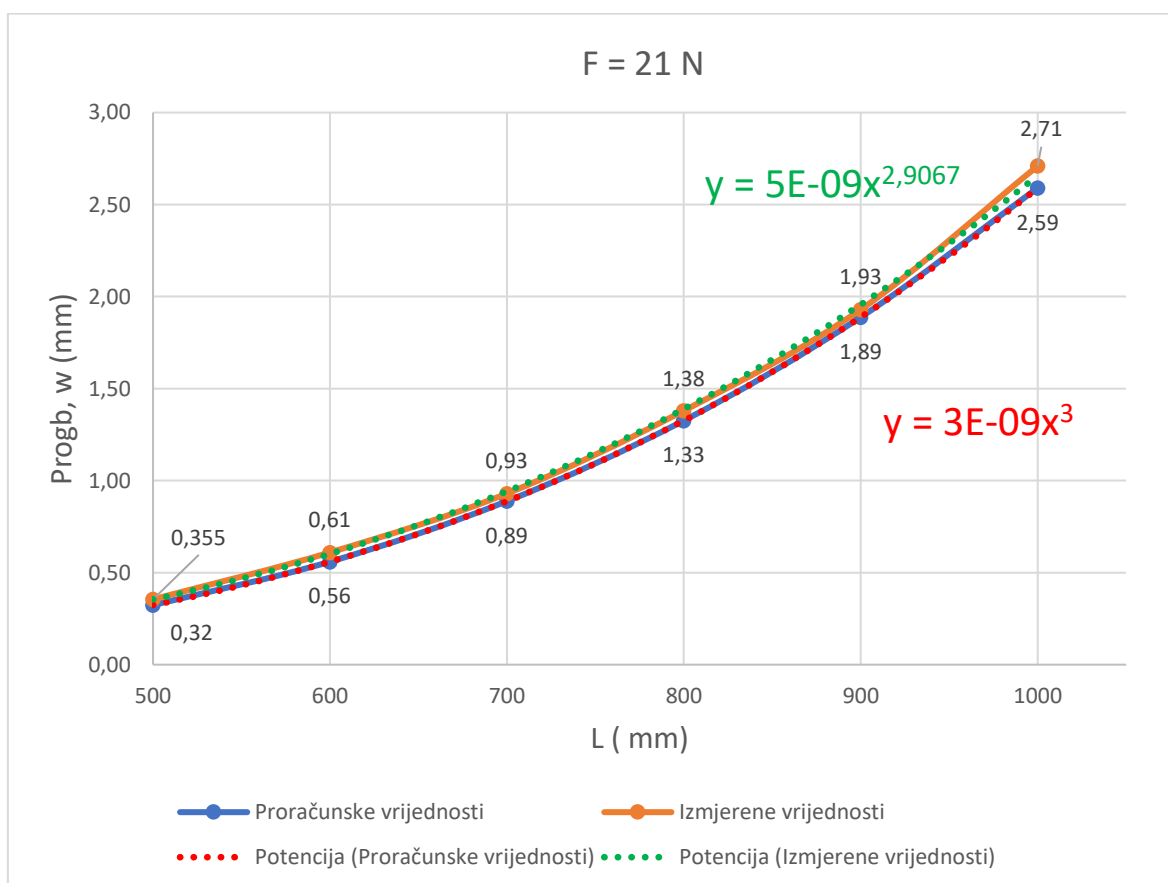




Tablica 14. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 21 N

F[N]	21					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,324	0,560	0,889	1,326	1,889	2,591
w*[mm]	0,355	0,61	0,93	1,38	1,93	2,71
greška (%)	9,6	9,0	4,7	4,0	2,2	4,6

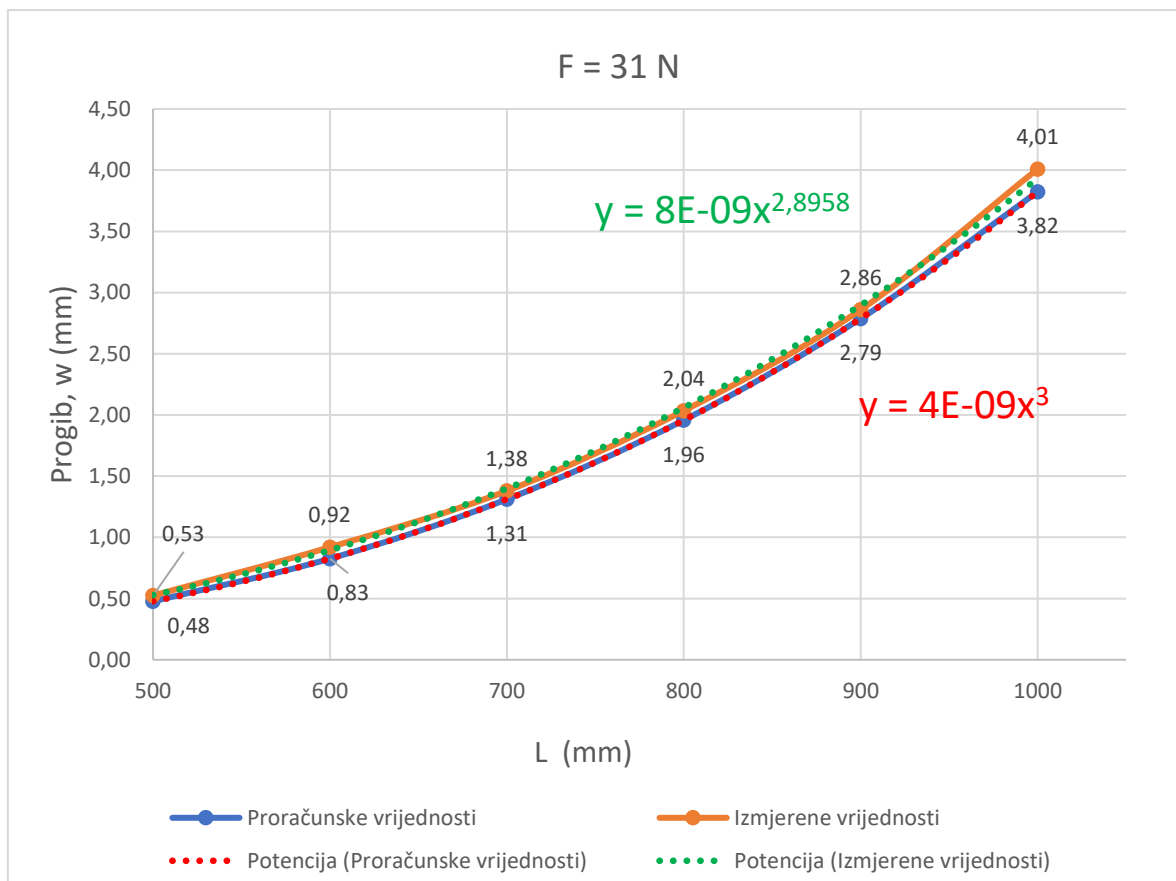
Graf 14. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 21 N



Tablica 15. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 31 N

F[N]	31					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,478	0,826	1,312	1,958	2,788	3,824
w*[mm]	0,525	0,92	1,38	2,035	2,86	4,01
greška (%)	9,8	11,4	5,2	3,9	2,6	4,9

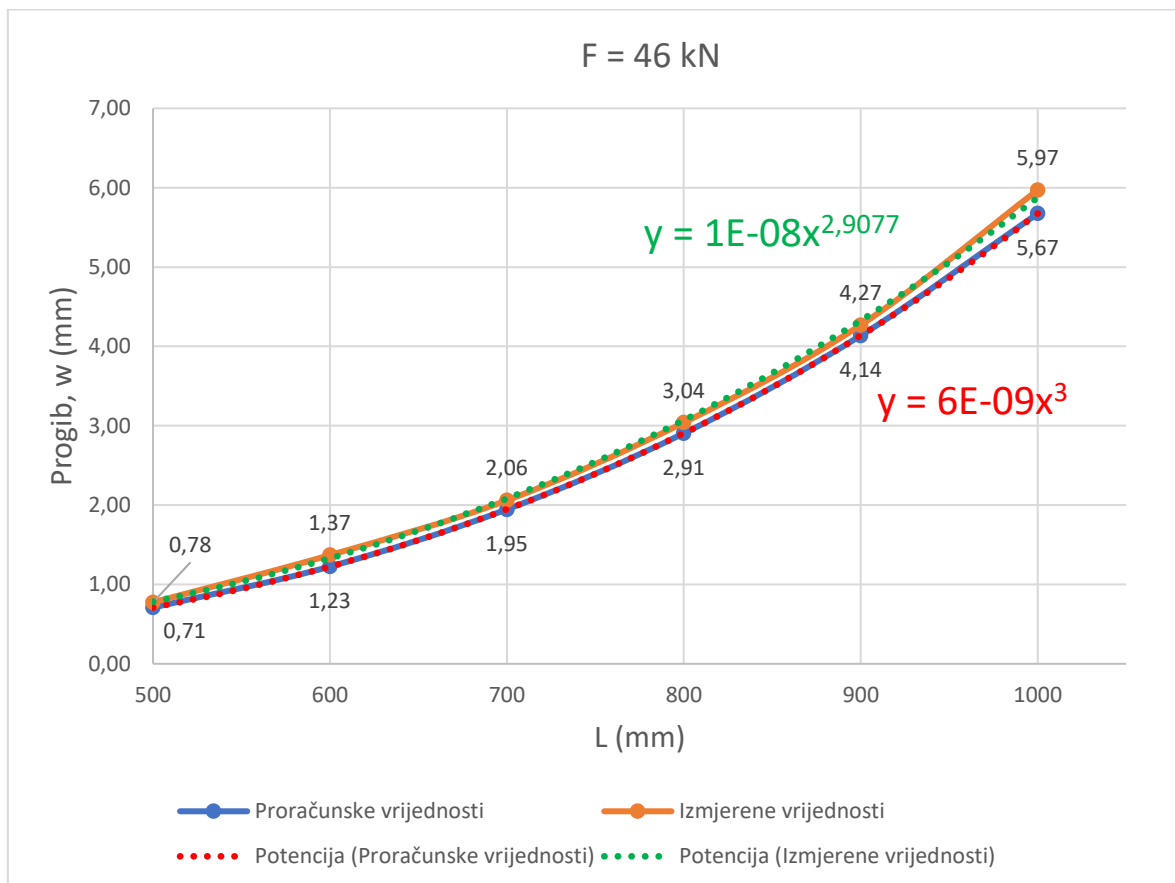
Graf 15. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 31 N



Tablica 16. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 46 N

F[N]	46					
L[mm]	500	600	700	800	900	1000
w[mm]	0,709	1,226	1,946	2,905	4,137	5,675
w*[mm]	0,775	1,37	2,06	3,04	4,27	5,97
greška (%)	9,3	11,8	5,8	4,6	3,2	5,2

Graf 16. Kubna zavisnost obostrano upete grede opterećene silom od 46 N



## 5. ZAKLJUČAK

Ovim radom ostvaren je cilj predstavljen u uvodu istoga, odnosno dokazana je linearna zavisnost progiba i opterećenja te kubna zavisnost progiba i raspona proste i obostrano upete grede. Dokazi su vidljivi u rezultatima prikazanim grafovima gdje se linije proračunskih i izmjerenih vrijednosti gotovo podudaraju. Ipak, podudaranje nije 100%-tno, a razlog tome je što u proračunskim vrijednostima nisu u obzir uzete vlastita težina grede koja doprinosi nešto većim progibima te moguće greške u samoj proizvodnji grede. Također, razlozi za manja odstupanja između proračunskih i izmjerenih vrijednosti mogu biti i nedostaci u utezima kojima se nanosilo opterećenje na gredu, odnosno moguće je da su postojala minimalna, ali opet dovoljna odstupanja u težini istih koja su rezultirala time da proračunske i izmjerene vrijednosti progiba nisu jednake. Npr. za uteg mase 100 g uzeta je težina od 1 N, ali to je ustvari  $0,100 \cdot 9,81 = 0,981$  N. Nadalje, utjecaj može imati i temperatura tako što se greda pri većoj temperaturi širi te postaje „mekša“ pa su samim time dopuštene veće deformacije u gredi što, u konačnici, rezultira i nešto većim progibima. No, u ovom slučaju, to je zanemariv utjecaj obzirom na približno jednake temperature u prostoriji u kojoj su vršena mjerenja.

Također, eksperimentalno je dokazano da prosta greda dopušta znatno veće progibe u odnosu na obostrano upetu gredu što je potkrijepljeno i samim proračunima. U konačnici, odstupanja izmjerenih i proračunskih vrijednosti su minimalna.

## 6. LITERATURA

1. Šimić, V., Otpornost materijala 1, Školska knjiga Zagreb, 2002.
2. P.A. Hilton Ltd, Instruction manual HST 26: Deflection of Beams
3. Mehanika 1, bilješke s predavanja