

# Eksperimentalno određivanje dinamičke i kinematičke viskoznosti kapljevina

---

**Martinčić, Denis; Žic, Elvis**

*Source / Izvornik:* **Zbornik radova (Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci), 2022, XXV, 75 - 90**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.32762/zr.25.1.5>

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:157:408753>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-05**



image not found or type unknown

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)



image not found or type unknown

# EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE DINAMIČKE I KINEMATIČKE VISKOZNOSTI KAPLJEVINA

## EXPERIMENTAL DETERMINATION OF DYNAMIC AND KINEMATIC VISCOSITY OF LIQUIDS

Denis Martinčić\*, Elvis Žić\*\*

### Sažetak

*U ovom radu opisana su osnovna svojstva i značajke viskoznosti, prikazani su najčešći instrumenti i metode za određivanje koeficijenta dinamičke i kinematičke viskoznosti te je pojam viskoznosti sagledan kroz reološki dijagram. Na temelju viskozimetra s padajućom čeličnom kuglicom različitih promjera i masa, u hidrotehničkom laboratoriju Građevinskog fakulteta u Rijeci provedeno je laboratorijsko određivanje dinamičkog i kinematičkog koeficijenta viskoznosti na fizikalnom modelu na temelju 4 različite vrste kapljevina (voda iz gradskog vodoopskrbnog sustava, morska voda, suncokretovo ulje i mlijeko) u ovisnosti o promjeni temperature.*

**Ključne riječi:** *dinamička i kinematička viskoznost, reološki dijagram, fizikalni model, viskozimetar s padajućom kuglicom*

### Abstract

*This paper describes the basic properties and characteristics of viscosity and presents the most common instruments and methods for determining the dynamic and kinematic viscosity coefficients. Using a viscometer with a falling steel ball of different diameters and masses, in the hydrotechnical laboratory of the Faculty of Civil Engineering in Rijeka a laboratory determination of dynamic and kinematic viscosity coefficient was performed on physical model of 4 different types of liquids (drinking water, seawater, sunflower oil and milk) depending on the change in temperature.*

**Key words:** *dynamic and kinematic viscosity, rheological diagram, physical model, falling ball viscometer*

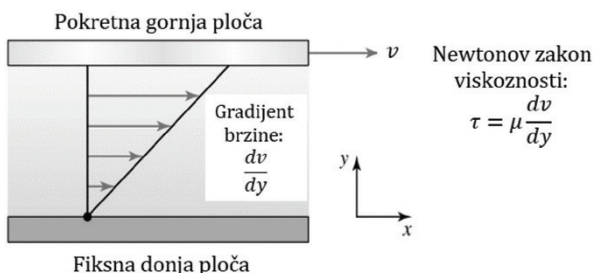
\* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka  
E-mail: [dmartincic@student.uniri.hr](mailto:dmartincic@student.uniri.hr)

\*\* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka  
E-mail: [elvis.zic@uniri.hr](mailto:elvis.zic@uniri.hr)

## 1. Uvodno

Viskoznost tekućine definira se kao konstanta proporcionalnosti između posmičnog naprezanja i gradijenta brzine, okomitog na smjer strujanja. U mehanici fluida viskoznost  $\mu$  [Pas] se naziva apsolutna ili dinamička viskoznost, iako je jasniji naziv posmična viskoznost. Na Slici 1. prikazan je tanak sloj tekućine, koji se smiče između dvije usko razmaknute paralelne ravne ploče. Treba primijetiti linearni profil brzine unutar sloja tekućine te imati na umu da na oba kontakta kapljevina-ploča brzina tekućine odgovara brzini površine krute ploče. Potonji uvjet, koji je gotovo uvijek zadovoljen, poznat je kao uvjet neklizanja [1,2].

Viskoznost tekućine predstavlja otpor na smicanje sukladan Newtonovom zakonu viskoznosti ( $\tau = \mu(dv/dy)$ ). Posmična viskoznost tekućine jaka je funkcija temperature, ali slaba funkcija tlaka [3,4]. Temperaturna ovisnost viskoznosti razlikuje se za kapljevine i plinove. Kod plinova posmična viskoznost raste s temperaturom, dok je kod tekućina suprotan slučaj. Da bi se razumjela temperaturna ovisnost viskoznosti, mora se razmotriti mehanizmi prijenosa količine gibanja u kapljevinama. U kapljevinama, viskoznost ili sposobnost prijenosa količine gibanja, rezultat je međumolekularnih privlačnih sila između susjednih molekula. Kako temperatura raste, veličina te kohezivne sile opada, a prosječna udaljenost između tekućih molekula se povećava [5,6].



*Slika 1. Utjecaj viskoznosti na profil brzina toka, [7]*

Viskoznost u kapljevini opada s povećanjem temperature, pa se minimalna viskoznost za tekuću fazu javlja na temperaturi malo ispod točke vrelišta. Nasuprot tome, viskoznost plina raste s porastom temperature, pa se minimalna viskoznost plinske faze javlja neposredno iznad temperature vrenja [7,8]. Viskoznost pare je uvijek manja od vode, pa se minimalna viskoznost za  $H_2O$  u rasponu od 50-150 °C mora pojaviti u parnoj fazi, neposredno iznad temperature ključanja. Drugi način da se izrazi posmična viskoznost je dijeljenje s gustoćom. Ovaj normalizirani oblik, nazvan kinematička viskoznost,  $\nu$  definiran je kao . Dimenzije kinematičke

viskoznosti su  $\{L^2T^{-1}\}$  i izražavaju se u jedinicama  $m^2/s$  (dodatna jedinica je Stoke (St) definiran kao  $1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2/s$ ), [9,10].

Važna posljedica postojanja posmične viskoznosti je gubitak energije pri smicanju tekućine, koji se naziva viskozna disipacija. Općenito djelovanje viskoznosti u strujanju tekućine je tendencija pretvaranja korisnog energetskog sadržaja tekućine u toplinu. Izgubljena korisna energija pojavljuje se kao povećanje unutarnje energije tekućine, što odgovara porastu temperature. Brzina disipacije energije po jedinici mase tekućine prema posmičnoj viskoznosti dana je viskoznom disipacijom  $\Phi$  [7]:

$$\Phi = 2 \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{dv}{dy} \right)^2 \quad (1)$$

Viskozna disipacija ima dimenziju  $\{L^2T^{-3}\}$  i obično se izražava u jedinicama snage po jedinici mase, tj.  $J/(s \cdot kg)$  ili  $W/kg$  u SI sustavu jedinica.

Kada se tekućine sa složenom molekularnom strukturom podvrgnu kompresiji ili ekspanziji, mogu pokazati drugu, sasvim drugačiju vrstu viskoznosti. Ovo drugo viskozno svojstvo tekućine, nazvano viskoznost mase ili ekspanzijska viskoznost (*eng. bulk viscosity*), predstavljeno je s  $\kappa$  [11]. Poput posmične viskoznosti, ekspanzijska viskoznost ima dimenzije  $\{FTL^{-2}\}$  i jedinice  $(N \cdot s)/m^2$  [=  $kg/(m \cdot s)$ ]. Baš kao što posmična viskoznost tekućine uzrokuje nepovratnu pretvorbu mehaničke energije u toplinu kada se kapljevina giba, viskoznost tekućine je odgovorna za viskozni gubitak energije kada se određene tekućine vrlo brzo komprimiraju ili šire. Brzina disipacije energije po jedinici mase zbog viskoznosti mase dana je s  $\Phi_\kappa$ :

$$\Phi_\kappa = \frac{\kappa}{\rho^3} \left( \frac{d\rho}{dt} \right)^2 \quad (2)$$

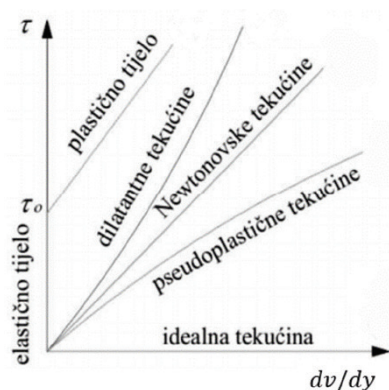
gdje je  $d\rho/dt$  promjena gustoće  $\rho$  u vremenu koja se događa u tekućini. Velike vrijednosti  $d\rho/dt$  potrebne su da bi disipacija viskoznosti bila značajna.

## 2. Newtonove i ne-Newtonove tekućine

Tangencijalno naprezanje unutar fluida ovisno je o sili pritiska  $F$  na površinu  $A$ , iz čega se zaključuje da je brzina deformacije  $\frac{dv}{dy}$  fluida proporcionalna tangencijalnom naprežanju. Iz te činjenice slijedi zaključak da porastom potisne sile  $F$  raste posmično naprezanje  $\tau$ , a proporcionalno s njima i brzina smicanja. Na temelju izraza (3) može se iskazati proporcionalna konstanta  $\mu$  [Pas], koja predstavlja koeficijent dinamičke viskoznosti [10]:

$$\tau = f\left(\frac{dv}{dy}\right) \quad \tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy} \quad \mu = \frac{\tau}{dv/dy} \quad (3)$$

gdje su  $\tau$  tangencijalno naprezanje [Pa], dok  $\frac{dv}{dy}$  definira promjenu brzine po vertikali (brzina smicanja ili brzina deformacije) [ $s^{-1}$ ]. U mehanici fluida se veze između posmičnih naprezanja i deformacija pojedinih kapljevine (ne-Newtonovih i Newtonovih) prikazuju reološkim dijagramom (Slika 2.).



**Slika 2.** Reološki dijagram [10]

Newtonove tekućine imaju promjenjivu viskoznost proporcionalnu tangencijalnim naprezanjima (npr. voda i većina plinova sa stalnom viskoznošću). Ne-Newtonove tekućine dijelimo na pseudoplastične (smanjenje viskoznosti s porastom brzine) i dilatantne fluide kod kojih porastom brzine viskoznost raste. Fluide poput smola, emulzija, uljnih boja i sličnih fluida klasificiramo kao ne-Newtonove tekućine, dok se plinovi i rijetke tekućine u praksi smatraju Newtonovim fluidima.

Linearan odnos naprezanja i deformacija karakterističan je kod Newtonskih fluida. Kod njih je karakteristično da se uz promjenu tangencijalnih naprezanja pojavljuje i promjena posmičnih brzina, pa je kod određenih fluida potrebno određeno vrijeme da se viskoznost promjeni. Fluidi se mogu dodatno podijeliti na tiksotropne (viskoznost se snižava kroz određeni period) i reopeksne fluide (viskoznost raste s vremenom) [2,6]. Pri konstantnoj posmičnoj brzini viskoznost reopeksnih fluida raste. Newtonove fluide zovemo viskoelastičnim materijalima, jer u isto vrijeme posjeduju elastična i viskozna svojstva.

Ne-Newtonove tekućine daju niz različitih korelacija uslijed posmičnog naprezanja i brzine smicanja, a dijele se na dilatantne i pseudoplastične fluide, ovisno o broju  $n$  u reološkoj jednadžbi. Za vrijednosti  $n < 1$  govorimo

o pseudoplastičnim fluidima, a za vrijednost  $n > 1$  o dilatantnim fluidima [10]:

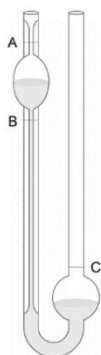
$$\tau = k \left( \frac{dv}{dy} \right)^n \quad (4)$$

### 3. Instrumenti i mjerne tehnike za određivanje viskoznosti

Mjerenje viskoznosti ima značajnu ulogu pri upravljanju hidromehaničkim sustavima. Instrumenti koji se koriste pri mjerenju viskoznosti dizajnirani su za određivanje otpora fluida pri strujanju.

#### 3.1. Kapilarni viskozimetar

Svrha kapilarnog viskozimetra se temelji na mjerenju pada tlaka u kapilarnim cijevima, primjenjujući načelo zakona idealnih plinova. Duljina kapilarne cijevi značajno je veća od njenog promjera te se na taj način ulazni protok zanemaruje, odnosno uzima u obzir kod preciznijih mjerenja ili kraćih cijevi. Instrument se sastoji od staklene cijevi oblika slova U koja s obje strane ima zadebljanja (Slika 3.a).



a)



b)

**Slika 3.** a) kapilarni viskozimetar [7], b) viskozimetar s padajućom kuglicom [11]

Viskoznost fluida se izračunava mjerenjem vremena potrebnog da određena količina tekućine prođe kroz cijev određenog promjera. U praksi se koristi za ispitivanje Newtonovih kapljevinu zbog konstantnog odnosa tangencijalnih napreznja i brzine deformacije [4,8]. Mjerenje se provodi na način da se kapljevina određenog volumena ulije u spremnik te se bilježi vrijeme za koje kapljevina prođe uzduž cijevi. Mjeri se vrijeme kada volumen tekućine dostigne visine A, B i C (Slika 3.a). Brzina toka tekućine unutar cijevi nije konstantna na svim dijelovima kapilare zbog utjecaja trenja na rubovima cijevi (najveća brzina je u sredini cijevi zbog najmanje sile trenja). Izračun sile trenja iskazan je izrazom (5):

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x} \quad (5)$$

gdje  $A$  predstavlja površinu presjeka kapilare, [ $\text{cm}^2$ ], promjenu brzine smicanja između pojedinih slojeva fluida, [ $\text{s}^{-1}$ ], međusobnu udaljenost slojeva, [ $\text{cm}$ ], dok je koeficijent dinamičke viskoznosti, [ $\text{Pas}$ ].

### 3.2. Viskozimetar s padajućom kuglicom

Viskozimetar s padajućom kuglicom se primjenjuje za precizno mjerenje viskoznosti Newtonovih kapljevina (Slika 3.b), gdje se određivanje viskoznosti određuje na temelju mjerenja vremena potrebnog da kuglica uslijed gravitacije padne kroz cijev ispunjenu tekućinom za koju mjerimo viskoznost [12,13]. Pritom je cijev za ispitivanje viskoznosti nagnuta pod određenim kutom i pričvršćena na ležaj kako bi se omogućilo brzo zakretanje i ponavljanje postupka. Cijev koja se nalazi u posudi ispunjena je tekućinom koja se može zagrijavati te se mjerenje može izvoditi pri različitim temperaturama. Uslijed toga, dolazi se do zaključka da se promjenom temperature mijenja viskoznost promatranog fluida. Provode se uobičajeno 3 pokusa pri određenoj temperaturi te se kao mjerodavna vrijednost koeficijenta viskoznosti uzima srednja vrijednost. Otpor koji kapljevina pruža padajućoj kuglici rezultat je nastajanja sile  $F$  koja se opisuje Stokesovim zakonom:

$$F = 6\pi\eta rU \quad (6)$$

gdje  $r$  predstavlja radijus kuglice, [ $\text{mm}$ ],  $U$  brzinu padanja kuglice, [ $\text{cm/s}$ ], dok je  $\eta$  koeficijent dinamičke viskoznosti, [ $\text{Pas}$ ]. Kroz fluid gustoće  $\rho_1$  pada kuglica gustoće  $\rho_2$ .

### 3.3. Rotacijski viskozimetar

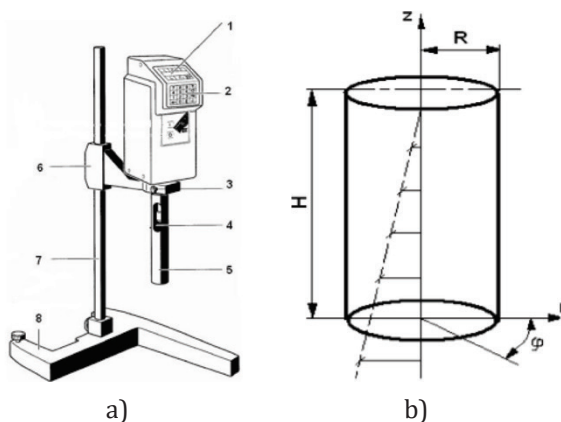
Rotacijski viskozimetar, prikazan na Slici 4, jedan je od najpopularnijih instrumenata za mjerenje dinamičke viskoznosti. Mjerenje se izvodi na način da se rotirajuća sonda uroni u tekućinu, pri čemu se viskoznost određuje mjerenjem sile (ili momenta) potrebne za okretanje sonde [6,14].

Rotacijski viskozimetri su posebno korisni pri mjerenju ne-Newtonovih kapljevina koje mijenjaju viskoznost pri izlaganju različitim uvjetima. Značajno je da kod pojedinih kapljevina porastom primijenjene sile dolazi do porasta viskoznosti, dok je kod drugih ne-Newtonovih tekućina slučaj obrnut [3]. Glavna i mjerna cijev kod rotacijskog viskozimetra su međusobno povezane, a sam rad je koncipiran na način da se u mjernu cijev ulije određena količina fluida potrebna za obavljanje pokusa. Pritom se za mjerenje viskoznosti koristi pločasti visak, pri čemu različita brzina vrtnje viska stvara različiti moment koji se očitava i prikazuje vrijednost

dinamičkog koeficijenta viskoznosti na digitalnom ekranu (Slika 4.a). Viskoznost ispitivanog uzorka (Slika 4.b) određena je izrazom:

$$\tau = \frac{T}{2\pi R_B^2 L} \rightarrow \dot{\gamma} = \left( \frac{2R_C^2}{R_C^2 - R_B^2} \right) \omega \rightarrow \eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (7)$$

gdje  $L$  definira efektivnu dužinu viska, [m],  $T$  moment izmjeren viskozimetrom, [Nm],  $\omega$  izmjerenu kutnu brzinu viska, [ $\text{min}^{-1}$ , rad/s],  $R_B$  polumjer viska, [m],  $R_C$  polumjer spremnika, [m] i  $\dot{\gamma}$  smičnu brzinu [ $\text{s}^{-1}$ ].



**Slika 4.** a) rotacijski viskozimetar, b) princip rada [14]

1 - digitalni ekran s prikazom: a) temperature, b) momenta, c) viskoznosti, d) posmičnog naprezanja, e) mjernog sustava, 2 - tipkovnica, 3 - pričvrсни vijak, 4 - kontrolni otvor za razinu uzorka, 5 - cilindar sa mjernim viskom, 6 - nosač mjernog instrumenta, 7 - stalak, 8 - masivno postolje.

$H$  - visina rotacijskog viska,  $R$  - kružni radijus mjernog viska rotacijskog viskozimetra,  $\varphi$  - kut zaokreta rotacijskog viska

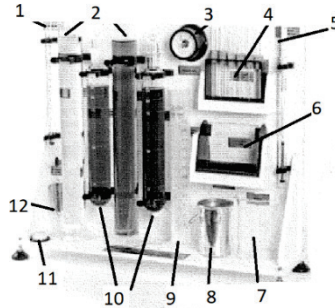
#### 4. Eksperimentalno određivanje koeficijenta dinamičke i kinematičke viskoznosti

U svrhu određivanja dinamičke i kinematičke viskoznosti u nastavku je opisan eksperimentalni pokus te oprema korištena tijekom izvedbe pokusa provedenog na fizikalnom modelu u hidrotehničkom laboratoriju Građevinskog fakulteta u Rijeci (Slika 5.).

Mjerni uređaj (fizikalni model) je sastavljen od više komponenti korištenih za eksperimentalno istraživanje svojstva kapljevina [14,15] koje se nalaze unutar postolja izrađenog od PVC materijala s kružnom libelom i podesivim nogarima za izravnjanje. Jednu od komponenti predstavlja univerzalni hidrometar koji se koristi za određivanje gustoće tekućine, dok se ispitivanje viskoznosti kapljevina provodi pomoću viskozimetra s



padajućom čeličnom kuglicom. Na uređaju se može provoditi primjena sile uzgona (Arhimedov zakon) pomoću mjedene kante (spremnika), dok za mjerenje atmosferskog tlaka služi barometar [14].



**Slika 5.** Eksperimentalni fizikalni model za ispitivanje viskoznosti [14]  
 1 - termometar, 2 - hidrometar, 3 - barometar, 4 - cjevčice za određivanje kapilarnosti, 5 - univerzalni hidrometar, 6 - pločica za određivanje kapilarnosti, 7 - mjerna menzura, 8 - posuda za izvođenje Arhimedovog pokusa, 9 - mjerni cilindar, 10 - viskozimetri sa padajućim kuglicama, 11 - kružna libela, 12 - Arhimedov spremnik i cilindar

Cilj provedbe eksperimentalnog pokusa bio je dokazati promjenu kinematičkog i dinamičkog koeficijenta viskoznosti pojedinih kapljevina u odnosu na promjenu temperatura istih kapljevina. Ispitivanja su provedena za četiri kapljevine: vodu iz gradskog vodoopskrbnog sustava, morsku vodu, suncokretovo ulje i mlijeko. Za izvođenje eksperimenta koristila se sljedeća dodatna oprema: digitalna kuhinjska vaga kojom se mjerila masa čeličnih kuglica, štednjak i hladnjak za zagrijavanje i hlađenje kapljevina, mobitel za vizualizaciju i fotografiranje te štoperica za mjerenje vremena opadanja (tonjenja) čeličnih kuglica. Svake navedene kapljevine su ispitivane na 3 različite vrijednosti temperatura kapljevina. Kapljevina se prvobitno ohladila do određene temperature ( $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), te se potom ulila u menzuru do približno visine stupca od  $h=40\text{ cm}$ . Važno je prije mjerenja izmjeriti gustoću kapljevine uz pomoć univerzalnog hidrometra i njenu temperaturu živinim termometrom. Nakon toga slijedi mjerenje vremena opadanja (tonjenja) čelične kuglice ( $\rho_{\text{čelika}}=7850\text{ kg/m}^3$ ,  $\gamma_{\text{čelika}}=78\text{ kN/m}^3$ ) od visine stupca  $h$  do dna menzure. Mjerenja su provedena s tri različita promjera, odnosno mase čelične kuglice, te se za svaki promjer kuglice pet puta vršilo opetovano mjerenje (uzeta srednja vrijednost svih pet mjerenja). Fluid je zatim zagrijan do određene temperature te se mjerenje provelo na isti način kao kod rashlađenog fluida. Mjerodavna temperatura kapljevine je postignuta zagrijavanjem na štednjaku, dok se gustoća i vrijeme tonjenja čeličnih kuglica mjerila na već gore opisani način. Pomoću

digitalne kuhinjske vage mjerila se masa kuglica, tako da se izvagalo 100 čeličnih kuglica određenog promjera te je masa pojedine čelične kuglice dobivena dijeljenjem sa 100. Iz omjera mase i volumena određena je gustoća čeličnih kuglica, koja iznosi približno  $7850 \text{ kg/m}^3$  (Tablica 1).

**Tablica 1.** Izračunate vrijednosti masa čeličnih kuglica korištenih u eksperimentalnom pokusu

Čelična kuglica promjera $d=3,175 \text{ mm}$ (1/8 inča)	0,131 g
Čelična kuglica promjera $d=2,381 \text{ mm}$ (3/32 inča)	0,055 g
Čelična kuglica promjera $d=1,588 \text{ mm}$ (1/16 inča)	0,016 g

Pri konstantnoj brzini tonjenja čelične kuglice vrijedi da je zbroj sila koje djeluju na kuglicu jednak nuli, te vrijedi ravnoteža svih sila:

$$G - F_B - F_V = 0 \quad (8)$$

pri čemu je  $G = mg$  gravitacijska sila (težina) koja djeluje na čeličnu kuglicu [ $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ],  $F_B$  sila uzgona [ $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ], dok je  $F_V$  sila viskoznosti (trenja) koja se opire gibanju čelične kuglice [ $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ]. Gravitacijska sila na čeličnu kuglicu može se odrediti preko izraza:

$$G = mg = \rho_s g \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (9)$$

kod kojeg  $\rho_s$  predstavlja gustoću čelične kuglice [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ], a  $r$  radijus čelične kuglice [m]. Sila uzgona na čeličnu kuglicu dana je izrazom (10):

$$F_B = \rho_l g \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (10)$$

pri čemu je  $\rho_l$  gustoća kapljevine [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]. Za izračun opiranja gibanja čelične kuglice potrebno je definirati izraz za silu viskoznosti (trenja):

$$F_V = 6\pi\mu ru \quad (11)$$

gdje je srednja brzina tonjenja čelične kuglice predstavljena simbolom  $u$  [m/s]. Iz izraza (8) može se dobiti ravnoteža svih sila po vertikali:

$$\rho_s g \frac{4}{3} \pi r^3 - \rho_l g \frac{4}{3} \pi r^3 - 6\pi\mu ru = 0 \quad (12)$$

te se u konačnici dobiva formula za izračun koeficijenta dinamičke viskoznosti kako slijedi:

$$\mu = \frac{4\pi r^3 g}{3 \cdot 6\pi ru} (\rho_s - \rho_l) = \frac{2}{9} r^2 g \frac{(\rho_s - \rho_l)}{u} \quad (13)$$

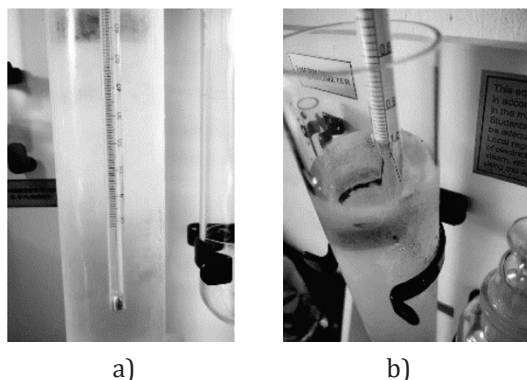
Dijeljenjem dinamičkog koeficijenta viskoznosti i gustoće kapljevine slijedi formula za izračun koeficijenta kinematičke viskoznosti:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (14)$$

#### **4.1. Rezultati ispitivanja viskoznosti pojedine kapljevine**

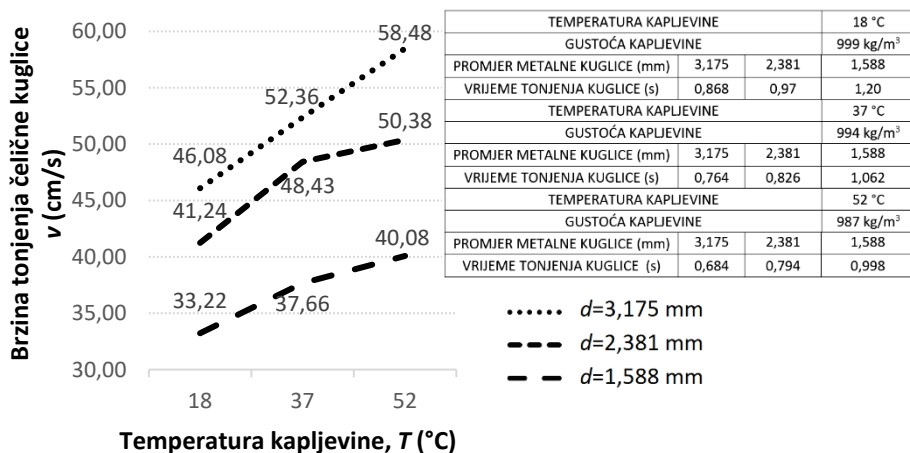
##### **4.1.1. Voda iz gradskog vodoopskrbnog sustava (pitka voda)**

U prvom eksperimentalnom pokusu korišteno je 0,8 litara pitke vode koja se prethodno rashladila na temperaturu od 18 °C (mjerenje temperature je izvršeno živinim termometrom, Slika 6.a). Gustoća vode određena je hidrometrom s vrijednosti od 999 kg/m<sup>3</sup> (Slika 6.b).

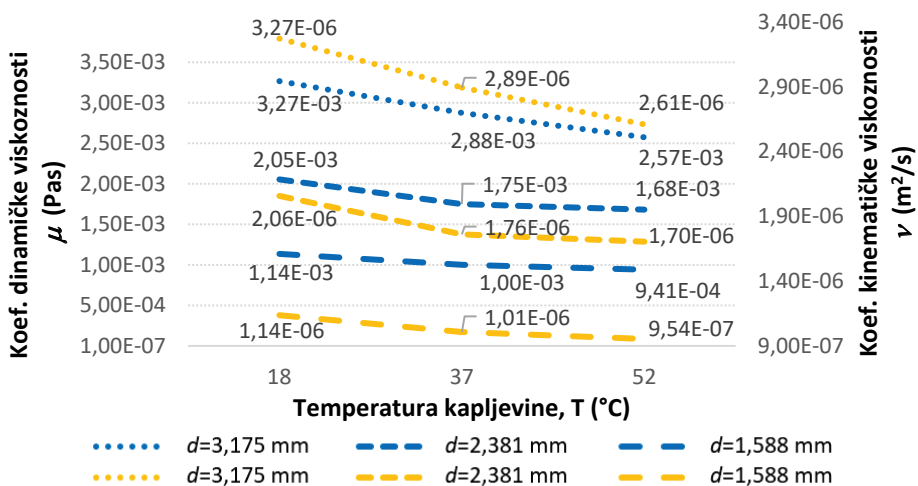


**Slika 6.** Mjerenje a) temperature živinim termometrom i b) gustoće hidrometrom rashlađene pitke vode

Naredni korak je mjerenje vremena opadanja čeličnih kuglica različitih promjera i masa s visine stupca kapljevine od  $h=40$  cm na samo dno menzure koja je ispunjena vodom. Vrijeme tonjenja svake kuglice mjeri se uzastopno pet puta uz pomoć precizne štoperice sa očitanjem stotinke sekunde (radi što točnijeg određivanja koeficijenata viskoznosti u konačnici) te se za mjerodavnu brzinu tonjenja uzima njihova srednja vrijednost. Isti postupak ponavlja se za vodu zagrijanu na 37 °C i 52 °C. Na Slici 7. su dani grafički rezultati ispitivanja iz kojih se može jasno vidjeti povećanje brzine tonjenja čelične kuglice porastom temperature, tj. povećanjem temperature kapljevine dolazi do smanjenja vremena opadanja čelične kuglice. Može se zaključiti da uslijed zagrijavanja vodovodne vode nastupa smanjenje njezine gustoće, te ujedno dolazi do smanjenja njezine dinamičke i kinematičke viskoznosti (Slika 8.).



Slika 7. Promjene brzine tonjenja čelične kuglice u ovisnosti o promjeni temperature pitke vode

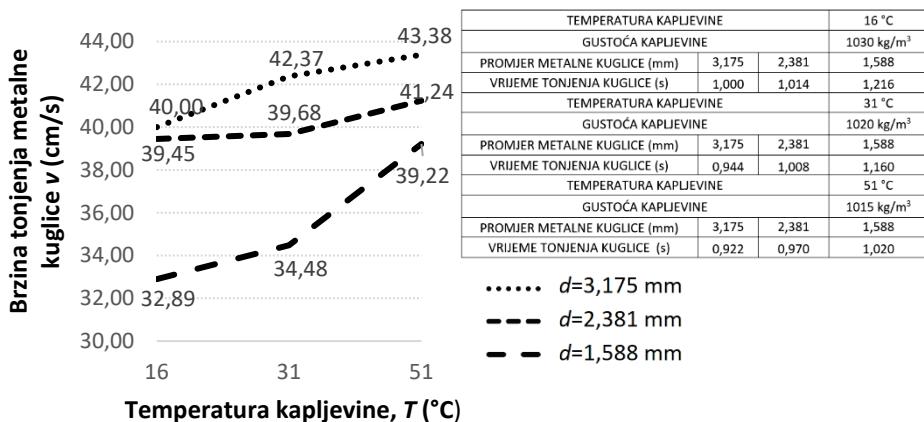


Slika 8. Promjene koeficijenta dinamičke (tamna boja) i kinematičke viskoznosti (svjetla boja) u ovisnosti o promjeni temperature pitke vode

#### 4.1.2. Morska voda

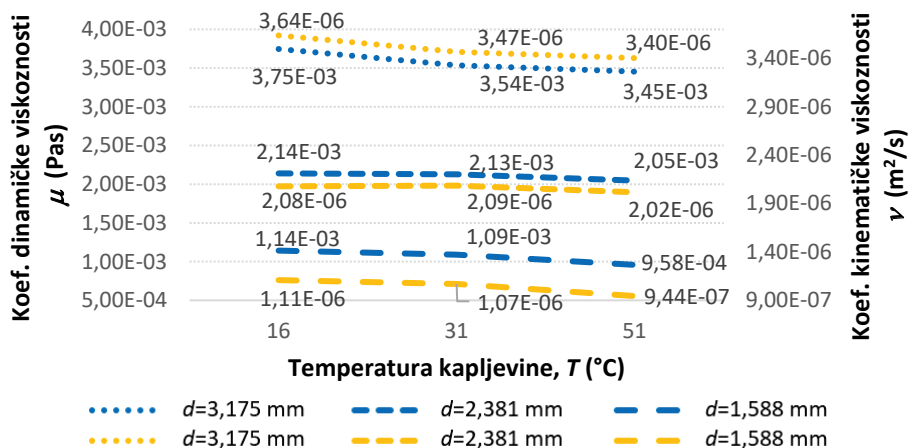
Ispitivanje morske vode provodi se na identičan način kao i ono pitke vode s uzorkom od 0,8 litara pri temperaturi pri prvom mjerenju od 16 °C i gustoćom od 1030 kg/m<sup>3</sup>. Čelične kuglice promjera 3,175 mm, 2,381 mm i 1,588 mm puštaju se s visine stupca kapljevine od 40 cm (pet puta uzastopno) te se, kao mjerodavna, za brzinu tonjenja uzima srednja vrijednost. Iz dobivenih mjernih vrijednosti (Slika 9.) može se uočiti da

zagrijavanjem morske vode na 31 °C i 51 °C dolazi do smanjenja njezine gustoće (za 5 kg/m<sup>3</sup>) te se pritom smanjuje vrijeme tonjenja čeličnih kuglica različitih promjera (za 0,022 do 0,14 s). Može se zaključiti da zagrijavanjem morske vode dolazi do povećanja brzine tonjenja kuglica, odnosno do smanjenja koeficijenta kinematičke i dinamičke viskoznosti.



**Slika 9.** Promjene brzine tonjenja metalne čelične kuglice u ovisnosti o promjeni temperature morske vode

Na Slici 10. prikazani su rezultati izračuna koeficijenta kinematičke i dinamičke viskoznosti za morsku vodu iz kojih se može uočiti da se povećanjem temperature vrijednost dinamičkog i kinematičkog koeficijenta viskoznosti smanjuje.



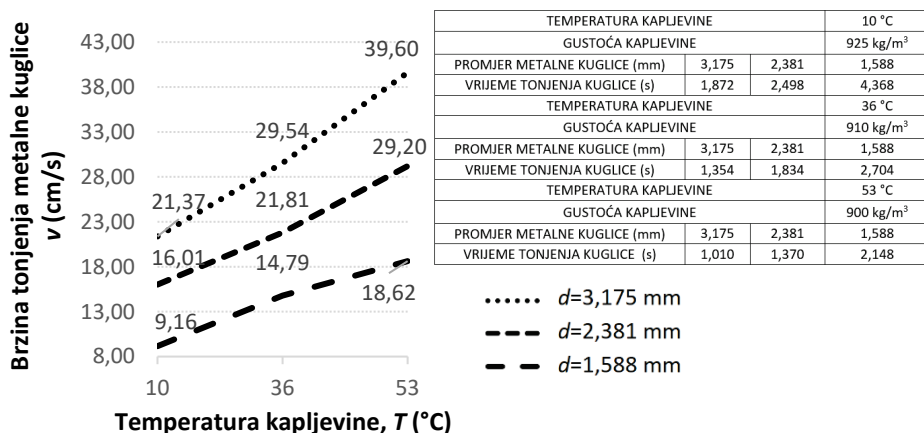
**Slika 10.** Promjene koeficijenta dinamičke (tamna boja) i kinematičke viskoznosti (svjetla boja) u ovisnosti o promjeni temperature morske vode

Pri povećanju temperature od 16 °C na 51 °C koeficijent kinematičke viskoznosti se smanjio za 6,5 % kod promjera čelične kuglice od  $d=3,175$  mm, dok za čeličnu kuglicu promjera  $d=1,588$  mm ta promjena iznosi 15 %. Koeficijent dinamičke viskoznosti se pri istom povećanju temperature za promjer čelične kuglice od  $d=3,175$  mm smanjio za 8 %, odnosno kod promjera čelične kuglice promjera  $d=1,588$  mm za 16 %.

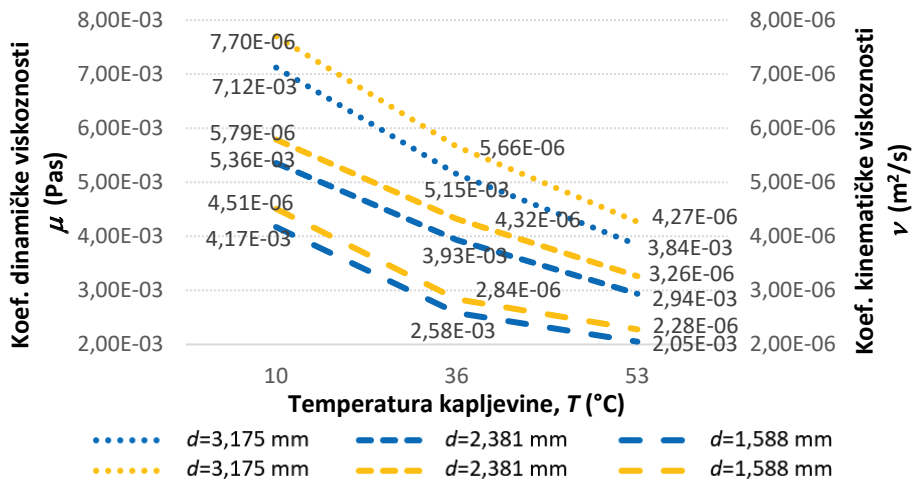
#### 4.1.3. Suncokretovo ulje

Suncokretovo ulje prvobitno je ohlađeno na temperaturu od 10 °C, pri čemu je izmjerena gustoća kapljevine od  $925 \text{ kg/m}^3$ . Brzina tonjenja čelične kuglice za danu temperaturu ulja iznosila je 9,16 cm/s, što je ujedno najmanja od preostalih brzina zabilježenih tijekom svih pet eksperimentalnih pokusa različitih kapljevine. Potrebno vrijeme čelične kuglice promjera 1,588 mm koje prolazi kroz suncokretovo ulje visine stupca kapljevine od 40 cm iznosilo je 4,37 s, što je značajno više od svih provedenih mjerenja. Dokaz je to velike viskoznosti ulja kao kapljevine. U sljedećem koraku ulje je zagrijano na 36 °C, pri čemu je gustoća ulja iznosila  $910 \text{ kg/m}^3$ . Na temelju provedenih mjerenja zaključeno je da se brzina tonjenja čelične kuglice povećava s porastom temperature jer posljedično dolazi do smanjenja gustoće ulja, što pospješuje brže tonjenje kuglice kroz samo ulje.

Prema Slici 11, uslijed zagrijavanja ulja sa 10 °C na 53 °C gustoća ulja se smanjila za  $25 \text{ kg/m}^3$ , dok se vrijeme prolaska čelične kuglice promjera 1,588 mm smanjilo dvostruko. Brzina tonjenja kuglice je 2 puta veća u odnosu na slučaj pri temperaturi ulja od 10 °C. Time se može uočava da porast temperature suncokretovog ulja rezultira značajnim padom koeficijenta kinematičke i dinamičke viskoznosti (Slika 12.).



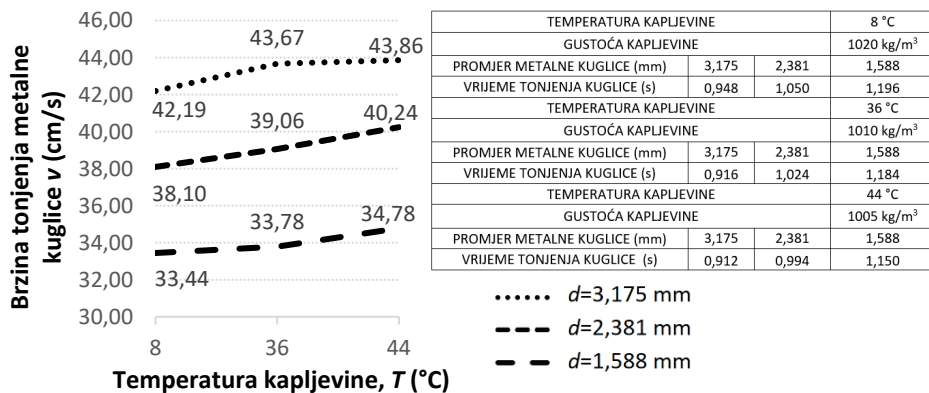
Slika 11. Promjene brzine tonjenja čelične kuglice ovisno o promjeni temperature za suncokretovo ulje



**Slika 12.** Promjene koeficijenta dinamičke (tamna boja) i kinematičke viskoznosti (svjetla boja) u ovisnosti o temperaturi suncokretovog ulja

#### 4.1.4. Mlijeko

U zadnjem eksperimentu promatrano je mlijeko, koje je prvobitno rashlađeno na 8 °C te je hidrometrom izmjerena gustoća od 1020 kg/m<sup>3</sup>. U pokusu su korištene čelične kuglice istih promjera kao i u prethodnim pokusima, kao i sam postupak mjerenja.

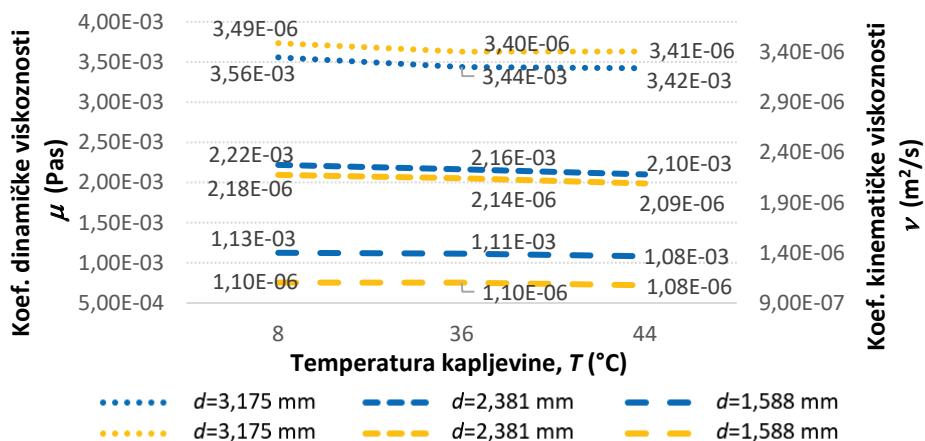


TEMPERATURA KAPLJEVINE			8 °C		
GUSTOĆA KAPLJEVINE			1020 kg/m <sup>3</sup>		
PROMJER METALNE KUGLICE (mm)	3,175	2,381	1,588		
VRIJEME TONJENJA KUGLICE (s)	0,948	1,050	1,196		
TEMPERATURA KAPLJEVINE			36 °C		
GUSTOĆA KAPLJEVINE			1010 kg/m <sup>3</sup>		
PROMJER METALNE KUGLICE (mm)	3,175	2,381	1,588		
VRIJEME TONJENJA KUGLICE (s)	0,916	1,024	1,184		
TEMPERATURA KAPLJEVINE			44 °C		
GUSTOĆA KAPLJEVINE			1005 kg/m <sup>3</sup>		
PROMJER METALNE KUGLICE (mm)	3,175	2,381	1,588		
VRIJEME TONJENJA KUGLICE (s)	0,912	0,994	1,150		

**Slika 13.** Promjene brzine tonjenja čelične kuglice u ovisnosti o promjeni temperature mlijeka

Prema Slici 13., uočava se neznatna promjena gustoće mlijeka uslijed zagrijavanja, a samim time i manje promjene u vremenu potrebnom da čelična kuglica prođe kroz mlijeko. Pri promjeni temperature mlijeka od 8 na 44 °C i promjeru kuglice od  $d=3,175$  mm brzina tonjenja kuglice se

povećala za 1,67 cm/s ili 4 %. Čelična kuglica je pri povećanju temperature mlijeka na 44 °C povećala brzinu tonjenja zbog smanjenja gustoće i dinamičke viskoznosti. Slika 14. prikazuje rezultate izračuna koeficijenata dinamičke i kinematičke viskoznosti mlijeka iz kojih se može uočiti njihovo neznatno smanjenje uslijed povećanja temperature.



**Slika 14.** Promjene koeficijenta dinamičke (tamna boja) i kinematičke viskoznosti (svjetla boja) u ovisnosti o promjeni temperature mlijeka

## 5. Zaključak

Cilj ovoga rada bio je pokazati način određivanja koeficijenata kinematičke i dinamičke viskoznosti uslijed promjena temperature pojedine kapljevine promatrane kroz laboratorijske pokuse u kojima su se pomoću menzure i čeličnih kuglica različitih promjera (i mase) određivali gore navedeni koeficijenti. U pokusima se razmatrala voda iz gradskog vodoopskrbnog sustava, morska voda, suncokretovo ulje i mlijeko. Kroz laboratorijske pokuse je dokazana ovisnost koeficijenata kinematičke i dinamičke viskoznosti o promjeni temperature kapljevine. Na temelju danih grafičkih i tabličnih prikaza može se zaključiti da zagrijavanjem kapljevine dolazi do promjene njezine gustoće, odnosno mijenja se otpor koji kapljevinu pruža uslijed tonjenja čeličnih kuglica. Analizom rezultata eksperimentalnih mjerenja uočena je najveća promjena gustoće suncokretovog ulja uslijed njegova zagrijavanja. Razlog tomu je njegova najmanja gustoća u odnosu na ostale ispitivane kapljevine, te da je kao vrsta kapljevine poprilično viskozna. Pri porastu temperature ulja dolazi do pojave disolucije (razdvajanja) njegovih molekula te ono postaje lakše gibljivo (pokretno, fluidno, tekuće). Uslijed porasta temperature ulja na 43 °C gustoća se smanjila za 25 kg/m<sup>3</sup> dok se vrijeme tonjenja čelične



kuglice s najmanjim promjerom  $d=1,588$  mm na stupcu kapljevine od 40 cm dvostruko smanjilo. Ovakvim jednostavnim pokusima dokazana je varijabilnost koeficijenta dinamičke i kinematičke viskoznosti u odnosu na promjene temperature promatrane kapljevine. Na taj se način vrlo lako mogu provesti dodatna ispitivanja koeficijenta viskoznosti i za ostale kapljevine u svakodnevnoj praksi pri njihovim različitim vrijednostima temperatura. Rad ujedno omogućuje studentsko laboratorijsko istraživanje, čime se osnažuje njegov praktični i istraživački rad.

**Zahvala.** Ovaj članak je proizašao iz rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001) koji je financiran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.

## Literatura

- [1] Bottinga, Y., Richet, P. Silicate melts: The "Anomalous" Pressure Dependence of the Viscosity, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 59, pp. 2725-2731, 1995.
- [2] Ferguson, J., Kembrowski, Z. *Applied Fluid Rheology*, New York: Elsevier, 1991.
- [3] Bukurov, M., Žic, E. *Mehanika fluida - teorijske osnove (interna skripta, radni priručnik)*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2017.
- [4] Walters, K. *Rheometry*, London, Chapman and Hall, 1975.
- [5] Kingery, W.D. *Viscosity in Property Measurements at High Temperatures*, New York, John Wiley & Sons, 1959.
- [6] Macosko, C.W. *Rheology: Principles, Measurements, and Applications*, New York, VCH, 1994.
- [7] Shaughnessy, E.J., Katz, I.M., Schaffer, J.P. *Introduction to Fluid Mechanics*, Oxford University, Oxford, 2005.
- [8] Wakeham, W.A., Nagashima, A., Sengers, J.V. *Measurement of the Transport Properties of Fluids*, Oxford, UK, Blackwell Scientific, 1991.
- [9] Himenez, J.A., Kostic, M. A Novel Computerized Viscometer/Rheometer, *Rev. Sci. Instrum.*, 65(1), pp. 229-241, 1994.
- [10] Žic, E., Ožanić, N., Karleuša, B. *Skripta zadataka iz kolegija Hidromehanike*, Građevinski fakultet Rijeka, Rijeka, 2010.
- [11] Whorlow, R.W. *Rheological Techniques*, 2nd ed., NY, Ellis Horwood, 1992.
- [12] Park, N.A., Irvine Jr, T.F. Falling Cylinder Viscometer End Correction Ractor, *Rev. Sci. Instrum.*, 66(7), pp. 3982-3984, 1995.
- [13] Gui, F., Irvine Jr, T.F. Theoretical and Experimental Study of the Falling Cylinder Viscometer, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 37(1), pp. 41-50, 1994.
- [14] Experiment Instruction – Model 008.HM2Cro, *Fluid Properties*, Priručnik za fizikalni model 008.HM2Cro, Gunt Hamburg, Hamburg, 2012.
- [15] Martinčić, D. *Metode i mjerni instrumenti za određivanje viskoznosti kapljevine*, Završni rad, kolegij Hidromehanika, Građevinski fakultet Rijeka, Rijeka, 2022.