

# Modeliranje betona armiranog čeličnim vlaknima

---

**Smolčić, Željko**

**Doctoral thesis / Disertacija**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering in Rijeka / Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:157:214753>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-20**



image not found or type unknown

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering - FCERI Repository](#)

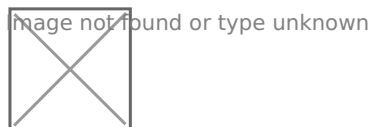


image not found or type unknown

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Željko Smolčić

**MODELIRANJE BETONA ARMIRANOG  
ČELIČNIM VLAKNIMA:  
TRODIMENZIONALNI NUMERIČKI  
MEZO-MODEL**

DOKTORSKI RAD

Rijeka, 2017.



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Željko Smolčić

**MODELIRANJE BETONA ARMIRANOG  
ČELIČNIM VLAKNIMA:  
TRODIMENZIONALNI NUMERIČKI  
MEZO-MODEL**

DOKTORSKI RAD

Mentor: prof.dr.sc. Joško Ožbolt

Rijeka, 2017.

UNIVERSITY OF RIJEKA  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Željko Smolčić

**MODELING STEEL FIBER REINFORCED  
CONCRETE: THREE-DIMENSIONAL  
NUMERICAL MESO SCALE MODEL**

DOCTORAL THESIS

Supervisor: prof.dr.sc. Joško Ožbolt

Rijeka, 2017

Mentor rada: prof.dr.sc. Joško Ožbolt

Doktorski rad obranjen je dana \_\_\_\_\_ u/na \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, pred povjerenstvom u sastavu:

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

4. \_\_\_\_\_

5. \_\_\_\_\_

## **ZAHVALA**

Zahvala mentoru prof.dr.sc. Jošku Ožboltu za pomoć pri izradi ove disertacije.

Zahvala tvrtki Viadukt d.d. zbog pripreme i betoniranja svih potrebnih uzoraka.

Zahvala Zavodu za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta u Zagrebu zbog provedene eksperimentalne analize.

## SAŽETAK

U disertaciji je prikazana eksperimentalna i 3D nelinearna numerička analiza betona armiranog čeličnim vlaknima s kukama. Eksperimentalna analiza provedena je savijanjem u tri točke zarezanih greda s različitim volumnim udjelima vlakana do  $V_f=1.5\%$ . Da bi se dobila efektivna veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna između vlakna i betona provedena je eksperimentalna analiza čupanja pojedinačnog vlakna iz betona. Numerička analiza betona armiranog vlaknima provedena je na mezo nivou. Beton armiran vlaknima modeliran je kao kompozit koji se sastoji od: betona, vlakana i veze između betona i vlakana ("interface"). Beton je diskretiziran s 3D *solid* konačnim elementima a kao konstitutivni zakon korišten je mikroravninski model betona. Vlakna su modelirana sa slučajno generiranim 1D štapnim konačnim elementima a veza između betona i vlakana ("interface") modelirana je diskretnim bond elementima. Cilj provedene studije je dobivanje efektivne veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna koja može realno simulirati ponašanje betonskih greda armiranih različitim volumnim udjelima vlakana. Rezultati studije pokazuju da predloženi model može realno predvidjeti otpornost i duktilnost greda armiranih vlaknima. U svim slučajevima dolazi do otkazivanja zbog čupanja vlakana. Pokazano je da se porastom volumnog udjela vlakana smanjuje efektivna čvrstoća bonda i kapacitet prokliznuća vlakana. Na osnovu eksperimenta čupanja pojedinačnog vlakna, eksperimenta savijanja grede u tri točke i numeričke analize provedene na mezo nivou predložena je efektivna veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna.

Ključne riječi: Beton, čelična vlakna, savijanje grede u tri točke, 3D konačni elementi, mezo nivo, mikroravninski model, posmično naprezanje-prokliznuće.



## ABSTRACT

In the present dissertation experimental and 3D nonlinear numerical analysis of hook-end steel fiber reinforced concrete is carried out. The experimental tests are performed on notched beams loaded in 3-point bending using fiber volume fractions up to 1.5 %. To obtain effective bond-slip relationship between fiber and concrete a single fiber is pulled-out from the concrete. The numerical analysis of fiber reinforced concrete beams is performed at meso scale. Fiber reinforced concrete is modelled as a composite consisting of concrete, fibers and interface between them. The concrete is discretized with 3D solid finite elements and microplane model is used as a constitutive law. The fibers are modeled by randomly generated 1D truss finite elements and the interface between concrete and fibers is simulated by employing discrete bond-slip relationship. The main aim of the study is to formulate an effective bond-slip relationship that can realistically simulate structural response for different volume fractions of fibers in concrete. The results show that the used modelling approach can realistically predict resistance and ductility of fiber reinforced beams. In all investigated cases failure is due to the pull-out of fibers. It is shown that with increase of volume content of fibers the effective bond strength and slip capacity of fibers decreases. Based on the pull-out experiments of single fibers and 3-point bending experiments in combination with numerical meso-scale finite element analysis the effective bond-slip relationship is proposed.

Keywords: Concrete, steel fibers, 3-point bending, 3D finite elements, meso-scale, microplane model, bond-slip.

## SADRŽAJ

<b>ZAHVALA</b> .....	I
<b>SAŽETAK</b> .....	II
<b>ABSTRACT</b> .....	III
<b>SADRŽAJ</b> .....	IV
<b>1 UVOD</b> .....	1
<b>2 STANJE PODRUČJA</b> .....	3
2.1 Beton armiran vlaknima.....	3
2.1.1 Općenito.....	3
2.1.2 Mehaničke osobine.....	5
2.2 Beton armiran vlaknima visokih uporabnih svojstava.....	9
2.2.1 Općenito.....	9
2.2.2 Definiranje betona armiranog vlaknima visokih uporabnih svojstava..	9
2.2.3 Deformacijsko očvršćivanje i progibno očvršćivanje.....	11
2.2.4 Pretpostavke za modeliranje jednostavnog modela.....	12
2.3 Čupanja pojedinačnog vlakna.....	24
2.4 Ponašanje betona armiranog vlaknima pri savijanju.....	26
2.5 Ponašanje betona armiranog vlaknima pri cikličkom djelovanju.....	27
2.6 Numeričko modeliranje betona armiranog vlaknima.....	31
<b>3 EKSPERIMENTALNA ANALIZA</b> .....	36
3.1 Materijali.....	36
3.1.1 Beton.....	36
3.1.2 Vlakna.....	38
3.2 Tlačna i vlačna čvrstoća betona.....	39
3.3 Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna.....	41
3.4 Statičko ispitivanje greda na savijanje pod kontrolom pomaka.....	45
3.4.1 Uvod.....	45
3.4.2 Beton mješavine M1.....	48

3.4.3 Beton mješavine M2.....	49
3.4.4 Beton mješavine M3.....	51
3.5 Cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila.....	52
<b>4 NUMERIČKA ANALIZA.....</b>	<b>56</b>
4.1 Modeliranje betona.....	56
4.1.1 Uvod.....	56
4.1.2 Osnovene pretpostvke veze na makro-mikro nivou.....	57
4.2 Modeliranje vlakana.....	63
4.3 Modeliranje veze beton-vlakna (bond) .....	64
4.3.1 Ponašanje pri monotonom i cikličkom djelovanju.....	64
4.3.2 Implementacija diskretnih bond elemenata.....	68
4.4 Generiranje konačnih elemenata vlakana.....	71
<b>5 REZULTATI NUMERIČKE ANALIZE.....</b>	<b>78</b>
5.1 Uvod.....	78
5.1.1 Broj vlakana.....	78
5.1.2 Deformacija u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine.....	81
5.1.3 Prikazivanje glavnih vlačnih deformacija u betonu i naprezanja u vlaknima.....	85
5.1.4 Eksperimentalno dobivena veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ -s) .....	86
5.2 Beton mješavine M2.....	87
5.2.1 Model s $V_f=0.0$ %.....	87
5.2.1.1 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=0.5$ % (M2_05_BV) .....	87
5.2.1.2 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=1.0$ % (M2_10_BV) .....	89
5.2.2 Model s $V_f=0.5$ % (M2_05_).....	91
5.2.3 Model s $V_f=1.0$ % (M2_10_).....	99

5.2.4 Model s $V_f=1.5$ % (M2_15_)	103
5.2.5 Model bez bonda s $V_f=0.5$ % (M2_05_BB)	107
5.2.6 Pregled svih rezultata	110
5.3. Beton mješavine M1	114
5.3.1 Model s $V_f=0.0$ %	114
5.3.1.1 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=0.5$ % (M1_05_BV)	114
5.3.1.2 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=1.0$ % (M1_10_BV)	116
5.3.2 Model s $V_f=0.5$ % (M1_05_)	118
5.3.3 Model s $V_f=1.0$ % (M1_10_)	120
5.3.4 Model s $V_f=1.5$ % (M1_15_)	122
<b>6 NUMERIČKA ANALIZA UTJECAJA ORIJENTACIJE VLAKANA</b>	124
6.1 Predefinirana orijentacija vlakana	124
6.1.1 Vlakna pod kutem $0^\circ$ prema osi $x$ (M2_05_V-)	124
6.1.2 Vlakna pod kutem $45^\circ$ prema osi $x$ (M2_05_V/)	127
6.1.3 Vlakna pod kutem $90^\circ$ prema osi $x$ (M2_05_VI)	130
6.1.4 Vlakna pod kutem $135^\circ$ prema osi $x$ (M2_05_V\)	133
6.1.5 Pregled svih rezultata	136
6.2 Slučajna orijentacija vlakana	138
6.2.1 Druga slučajna orijentacija vlakana (M2_05_V2)	138
6.2.2 Treća slučajna orijentacija vlakana (M2_05_V3)	141
6.2.3 Pregled svih rezultata	144
<b>7 ZAKLJUČAK</b>	145
<b>8 LITERATURA</b>	147
<b>9 POPIS ILUSTRACIJA</b>	154
9.1 Popis slika	154
9.2 Popis tablica	161

## 1 UVOD

Beton armiran vlaknima kompozitni je materijal koji se sastoji od betona i diskontinuiranih vlakana velike čvrstoće. Sam beton je također kompozit koji se sastoji od cementa, agregata, vode i drugih sastojaka. Vlakna mogu biti: čelična, staklena, polimerna i prirodna. Budući da je beton armiran vlaknima kompozitni materijal, usvojena je hipoteza da modeliranje takvog kompozita na mezo nivou može dati najbolji uvid u stvarno ponašanje kompozita. Beton armiran vlaknima modeliran je kao kompozit koji se sastoji od: betona, vlakana i veze između betona i vlakana ("interface").

Svrha istraživanja je eksperimentalna i numerička analiza betona armiranog čeličnim vlaknima na savijanje pod kontrolom pomaka pri statičkom monotonom opterećenju. Cilj istraživanja je dobivanje efektivne veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna koja može realno simulirati ponašanje betonskih greda armiranih različitim volumnim udjelima vlakana.

Numeričko modeliranje samog betona (bez vlakana) predstavlja problem zbog toga što je beton izrazito heterogen materijal. Dodavanjem vlakana u beton samo se povećava ta heterogenost, i to predstavlja dodatni problem pri modeliranju takvog kompozitnog materijala. Pri modeliranju u inženjerskoj praksi koriste se obično makro modeli, iako bolji uvid u stvarno ponašanje betona daju mezo modeli, koji su numerički znatno zahtjevniji.

U radu će biti primijenjene eksperimentalne metode i numerički modeli koji se temelje na mehanici klasičnog lokalnog kontinuuma i mehanici loma uz primjenu metode konačnih elemenata. Beton je diskretiziran s 3D *solid* konačnim elementima a kao konstitutivni zakon korišten je mikroravninski model betona. Vlakna su modelirana sa slučajno generiranim 1D štapnim konačnim elementima. Veza između betona i vlakana ("interface") modelirana je diskretnim bond elementima.

Poglavlje 1 predstavlja uvod u problematiku disertacije. U poglavlju 2 dan je pregled stanja područja vezanih za temu disertacije. Dan je kratki pregled slijedećih područja: beton armiran vlaknima, beton armiran vlaknima visokih uporabnih svojstava, čupanje pojedinačnog vlakna, ponašanje betona armiranog vlaknima pri savijanju, ponašanje betona armiranog vlaknima pri cikličkom djelovanju i numeričko modeliranje betona armiranog vlaknima. Opis provedene eksperimentalne analize prikazan je u poglavlju 3. U eksperimentalnoj analizi korištene su tri

različite mješavine betona. U betonu korištena su čelična vlakna s kukama s različitim volumnim udjelima vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Eksperimentalna analiza sastojala se je od: određivanja tlačne i vlačne čvrstoće betona, eksperimenta čupanja pojedinačnog vlakna, statičkog ispitivanja greda na savijanje pod kontrolom pomaka i cikličkog ispitivanja greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sile. U poglavlju 4 dan je prikaz modeliranja betona armiranog vlaknima na mezo nivou i način slučajnog generiranja vlakana. Opisan je način modeliranja betona, vlakana i veza između betona i vlakana ("interface"). Usporedba rezultata eksperimentalne i numeričke analize dana je u poglavlju 5. Numerička analiza utjecaja orijentacije vlakana dana je u poglavlju 6. Provedena je numerička analiza za predefinicirano orijentaciju vlakana pod kutom od  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $135^\circ$  prema uzdužnoj osi grede, i druge slučajne generacije orijentacije vlakana. Poglavlje 7 predstavlja zaključak disertacije. Popis literature dan je u poglavlju 8, dok je popis svih ilustracija dan u poglavlju 9.

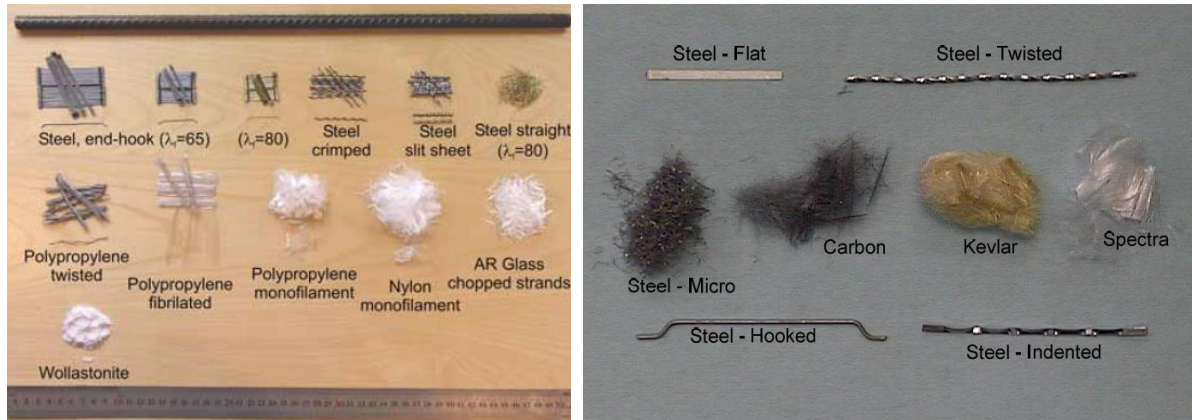
## 2 STANJE PODRUČJA

### 2.1 Beton armiran vlaknima

#### 2.1.1 Općenito

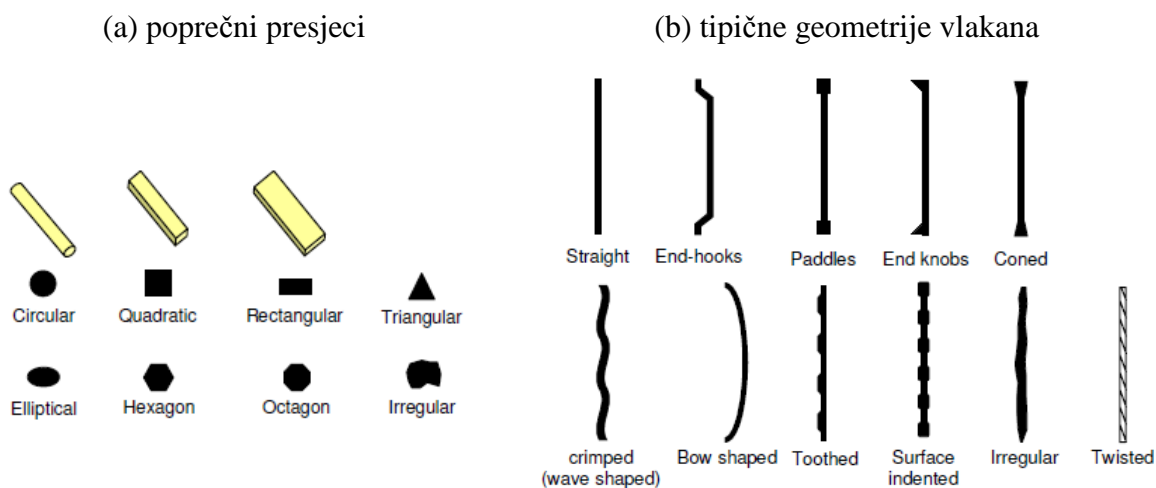
Beton armiran vlaknima kompozitni je materijal kojemu se u procesu miješanja, osim uobičajenih sastojaka betona, dodaju mala diskontinuirana vlakna velike čvrstoće. Vlakna koja se koriste kod betona armiranog vlaknima dijele se prema materijalu od kojega su izrađena na: čelična, staklena, polimerna i prirodna [1]. Prikaz nekih komercijalnih vlakana dan je na slici 2.1.

Za početak suvremenog razvoja betona armiranog vlaknima obično se uzimaju šezdesete godine prošlog stoljeća [1], mada je poznato da su se razni oblici vlakana koristili od davnina. U prošlosti je dodavana slama u smjesu gline za proizvodnju opeke i životinjske dlake u mortove za žbukanje.



Slika 2.1 Primjere nekih komercijalnih vlakana [29] i [54]

Poprečni presjeci vlakana mogu biti kružni, pravokutni, kvadratni, trokutni, poligonalni i raznih drugih oblika (slika 2.2a). Da bi se poboljšala prionjivost vlakana s betonom, vlakna po svojoj duljini često imaju hrapavu površinu ili mehanička sidra. Vlakna mogu biti po svojoj duljini: glatka, deformirana, uvijena, s kukama ili drugim mehaničkim sidrima (slika 2.2b).



Slika 2.2 Izgledi vlakana [29]

Betoni armirani čeličnim vlaknima primjenjuju se u: kolnicima, uzletno-sletnih stazama, primarnim podgradama tunela, stabilizaciji strmih padina, u industrijskim podovima, habajućim slojevima mostova, hidrotehničkim konstrukcijama izloženih abraziji, za zaštitu konstrukcija izloženih vrlo visokim temperaturama, konstrukcijama izloženim udarima, seizmičkim djelovanjima i eksplozijama, tankim ljuskama i kupolama, predgotovljenim elementima [22].

Kod konstrukcija u kojima klasična armatura nije presudna za sigurnost i cjelovitost konstrukcije, kao što su kolničke ploče, estriži, industrijski i drugi podovi, primarne i sekundarne tunelske obloge te konstrukcije za osiguranje strmih padina, može se primjenom betona armiranog vlaknima smanjiti debljina konstrukcije i poboljšati ponašanje same konstrukcije [22].

Kod rasponskih konstrukcijama poput greda, ploča, stupova, vlakna se u beton dodaju samo kao dodatni sastojak, koji treba smanjiti rizik pojave pukotina, zamijeniti djelovanje vilica i konstrukcijske armature, povećati otpornost na dinamičke utjecaje te povećati otpornost na odlamanje [22]. Klasična armatura treba preuzeti primarna vlačna naprezanja, dok vlakna mogu primiti sekundarna vlačna naprezanja.



### 2.1.2 Mehaničke osobine

Beton armiran vlaknima može imati povećanu tlačnu i vlačnu čvrstoću u odnosu na isti sastav betona bez vlakana. Glavne koristi betona armiranog vlaknima vidljive su tek u poslijepukotinskom stanju, kada vlakana premošćuju pukotine i doprinose povećanju čvrstoće, deformacije zakazivanja i žilavosti kompozita [22].

Iako učinci vlakana na mehanička svojstva betona mogu biti kontradiktorni, može se raći da su najvažniji učinci vlakana na mehanička svojstva betona [22]:

- vlakna malo utječu na tlačnu čvrstoću betona
- vlakna mogu poboljšati dinamička svojstva betona (čvrstoća na umor i udarna čvrstoća betona)
- vlakna mogu bitno povećati žilavost i energiju sloma betona
- vlakna mogu bitno poboljšati prionljivost betona i armature
- utjecaj vlakana na puzanje betona je zanemariv
- vlakna mogu bitno smanjiti skupljanje betona
- vlakna mogu potpuno zamijeniti armaturne mreže u betonskim podnim pločama i kolnicima.

Mehaničke osobine nekih materijala baziranih na cementu prikazane su u tablici 2.1 [29]. Prikazane su slijedeće mehaničke osobine: tlačna čvrstoća  $f_c$ , vlačna čvrstoća  $f_t$ , modul elastičnosti  $E$ , energija loma  $G_F$  i karakteristična duljina  $l_{ch}$ . Karakteristična duljina je jedan od indikatora krhkosti materijala, definirana je kao:

$$l_{ch} = \frac{E \cdot G_F}{f_t^2} \quad (2.1)$$

Vidljivo je da beton armiran vlaknima u odnosu na običan beton ima bitno veću energiju loma i karakterističnu duljinu, što je pokazatelj da je beton armiran vlaknima manje krhak materijal u odnosu na obični beton.

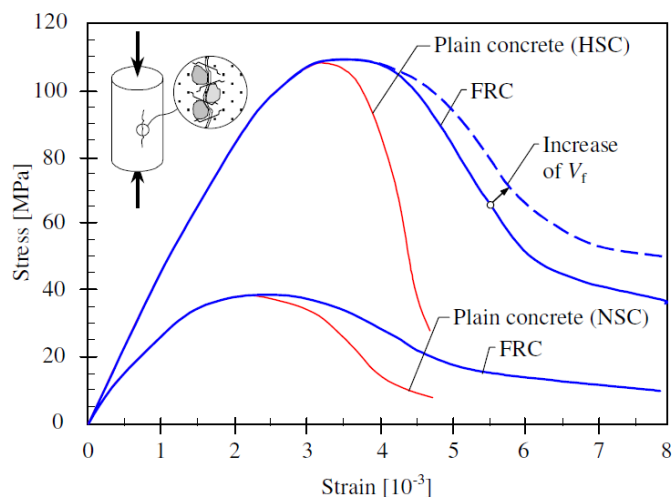
Tablica 2.1 Mehaničke osobine materijala baziranih na cementu [29]

Material	$f_c$ [MPa]	$f_t$ [MPa]	$E$ [GPa]	$G_F$ [Nm/m <sup>2</sup> ]	$l_{ch}$ [mm]
Cement paste	10 – 25	2.0 – 10.0	10 – 30	≈ 10	5 – 15
Mortar		1.0 – 10.0	10 – 30	10 – 50	100 – 200
Normal-strength concrete	20 – 80	1.5 – 5.0	25 – 40	50 – 150	200 – 400
High-strength concrete	> 80	4.0 – 5.5	40 – 50	100 – 150	150 – 250
Fibre-reinforced concrete	20 – 80	1.5 – 5.0	25 – 40	> 500	> 1 000

Dijagram naprezanje-deformacija u tlaku za beton ima gotovo linearno ponašanje do naprezanja od oko 30 % tlačne čvrstoće, nakon toga dolazi do postupnog odstupanja od pravca do trenutka dostizanja tlačne čvrstoće betona, nakon dostizanja tlačne čvrstoće dolazi do deformacijskog omekšanja (slika 2.3) [29]. Eksperimentalne studije pokazuju da do sloma betona u tlaku dolazi zbog širenja defekata u betonu, što rezultira formiranjem vlačne pukotine [29].

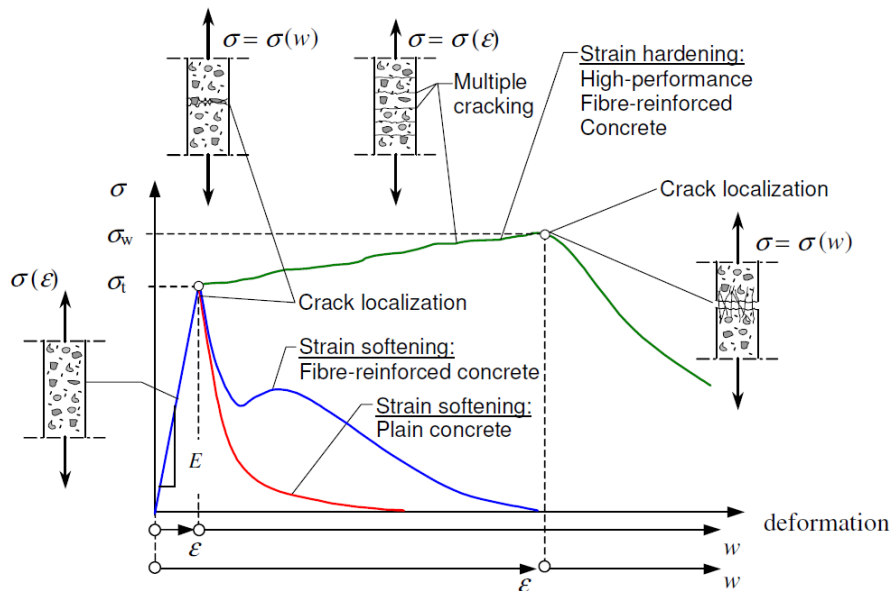
Dodavanjem vlakana u beton postaje puno duktilniji u odnosu na obični beton bez vlakana (slika 2.3), a glavni efekt vlakana je u usporavanju širenja uzdužnih pukotina u betonu. Efekt vlakana pri tlačnom ponašanju betona armiranog vlaknima ovisan je o tipu vlakana, veličini i osobinama vlakana, volumnom udjelu vlakana i osobinama samog betona [29]. Dodavanje vlakana je vrlo djelotvorno kod betona visokih čvrstoća zato jer vlakana bitno smanjuju krhkost elemenata operećenih tlačnim djelovanjem [29]. Općenito se može reći da vlakna kod betona s malim volumnim udjelom vlakana ( $V_f < 1\%$ ) ne mogu bitno povećati tlačnu čvrstoću betona, dok ponašanje postaje duktilnije [29]. Upotrebom mikrovlakana i većim volumnim udjelom vlakana ( $V_f > 1\%$ ) moguće je dobiti i povećane tlačne čvrstoće kompozita [29].

Vlačno ponašanje betona armiranih vlaknima može se klasificirati kao deformacijsko omekšanje i deformacijsko očvršćivanje (slika 2.4) [29]. Kod materijala s deformacijskim omekšanjem jedna pukotina određuje poslijepukotinsko ponašanje nakon pojave pukotine, a naprezanja postepeno padaju (slika 2.4). Materijali s deformacijskim očvršćivanjem nakon pojave prve pukotine imaju i dalje prirast naprezanja, a dolazi i do višestrukog raspucavanja. Nakon dostizanja poslijepukotinske čvrstoće naprezanja počinju padati (slika 2.4). Samo kod većih volumnih udjela vlakana može doći do povećanja vlačne čvrstoće betona armiranog vlaknima u odnosu na beton bez vlakana.



Slika 2.3 Dijagrami naprezanje-deformacija za beton i beton armiran vlaknima [29]

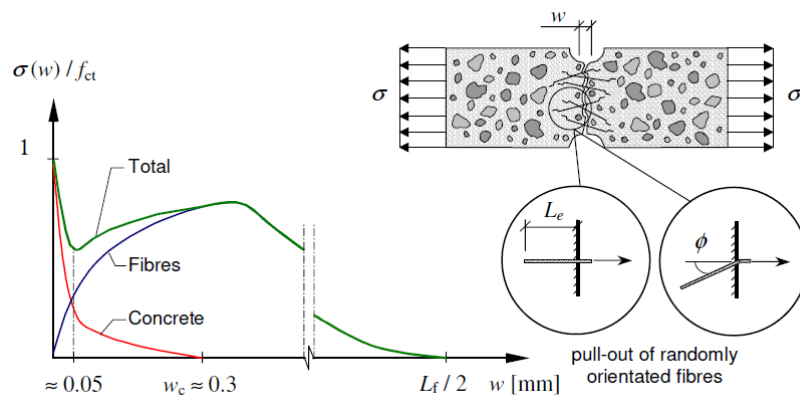
Kod betona armiranih vlaknima s relativno malim volumnim udjelom vlakana ( $V_f < 1\%$ ) utjecaj vlakana na tlačnu i vlačnu čvrstoću kompozita je gotovo zanemariv, a primarni efekt vlakana je u povećanoj duktilnosti kompozita i poboljšanom poslijepukotinskom ponašanju [29].



Slika 2.4 Klasifikacija vlačnog ponašanja materijala baziranih na cementu [29]

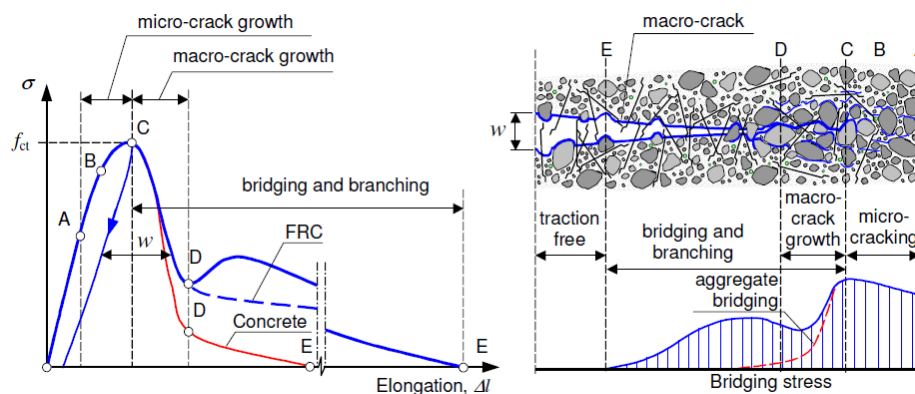
Glavni efekt vlakana kod betona armiranog vlaknima postaje vidljiv nakon pojave pukotine kada vlakna premošćuju pukotinu i omogućuju prijenos naprezanja preko pukotine. Beton pri vlačnom djelovanju ima izrazito krhko ponašanje, dok beton armiran vlaknima pri vlačnom

djelovanju pokazuju veću duktilnost. Ponašanje betona pri vlačnom djelovanju koje je veće od vlačane čvrstoće betona obično se prikazuje dijagramom vlačno naprezanje-širina pukotine ( $\sigma-w$ ) koji je prikazan na slici 2.5. Kritična širina pukotine  $w_c$  je širina pukotine pri kojoj više nema prijenosa naprezanja preko pukotine. Za beton bez vlakana kritična širina pukotine  $w_c$  iznosi oko 0.1 mm, dok za beton armiran vlaknima  $w_c$  ide do pola duljine vlakna (slika 2.5) [29]. Na slici 2.5 prikazan je dijagram vlačno naprezanje-širina pukotine ( $\sigma-w$ ) za beton armiran vlaknima, s time da se vidi doprinos betona i doprinos vlakana.



Slika 2.5 Dijagram vlačno naprezanje-širina pukotine ( $\sigma-w$ ) za beton armiran vlaknima [29]

Na slici 2.6 prikazan je efekt premošćavanja pukotine za običan beton i beton armiran vlaknima. Kod betona bez vlakana najveći je doprinos agregata pri premošćavanju pukotine, dok kod betona armiranog vlaknima najveći doprinos daju vlakna. Doprinos vlakana u trenutku pojave pukotine je relativno mali ali se pri daljnjem širenju pukotine vlakna sve više aktiviraju i doprinose povećanoj energiji loma kompozita [29].

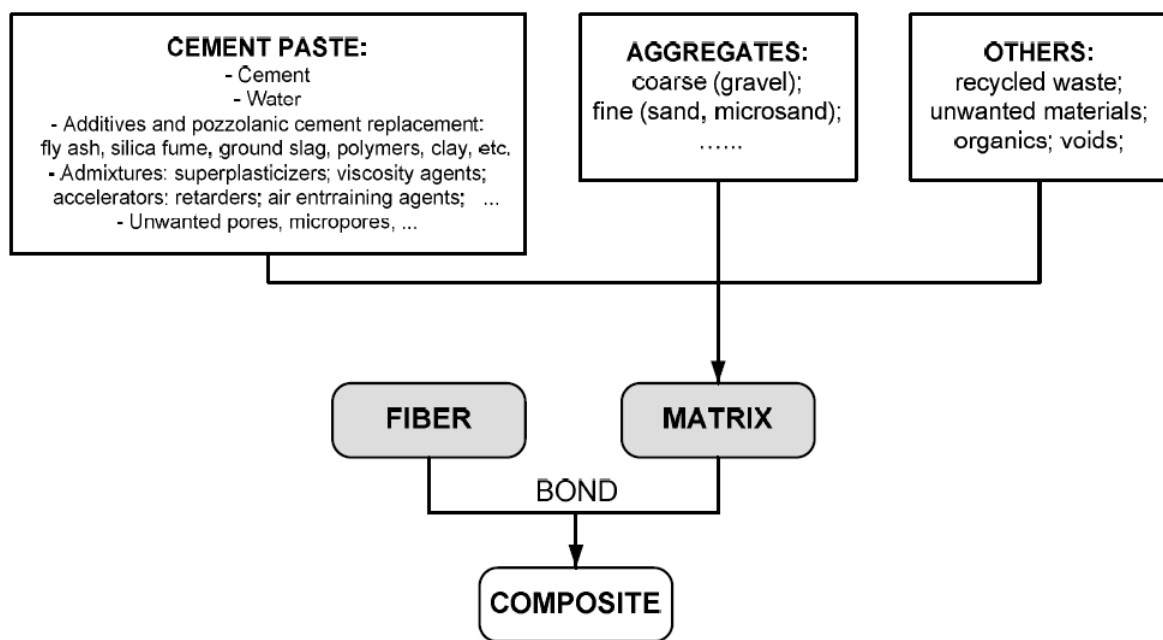


Slika 2.6 Efekt vlakana pri vlačnom djelovanju [29]

## 2.2 Beton armiran vlaknima visokih uporabnih svojstava

### 2.2.1 Općenito

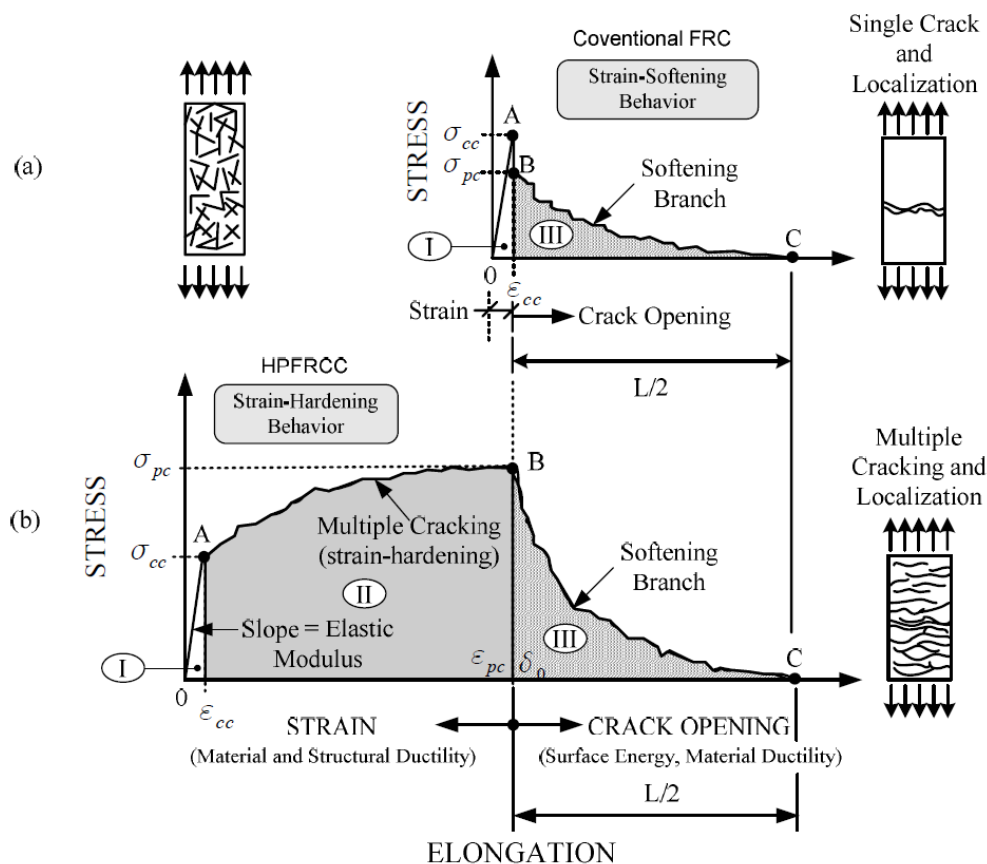
Beton armiran vlaknima je kompozit s dva osnovna sastojka: vlakna i matrica (slika 2.7) [54]. Cementna matrica se također može promatrati kao kompozit sastavljena od nekoliko komponenti. Obje komponente vlakna i matrica mogu djelovati zajednički samo ako postoji veza (bond) između vlakana i matrice.



Slika 2.7 Beton armiran vlaknima prikazan kao kompozit [54]

### 2.2.2 Definiranje betona armiranog vlaknima visokih uporabnih svojstava

Ako dijagram naprezanje-deformacija kompozita pokazuje deformacijsko očvršćivanje nakon raspucavanja tada se kompozit klasificira kao beton armiran vlaknima visokih uporabnih svojstava (HPFRCC) (slika 2.8b), dok za uobičajeni beton armiran vlaknima (FRC) dijagram naprezanje-deformacija kompozita pokazuje deformacijsko omekšanje odmah nakon pojave prve pukotine (slika 2.8a) [54]. Beton armiran vlaknima visokih uporabnih svojstava je kompozit koji pokazuje deformacijsko očvršćivanje u vlaku nakon prvog raspucavanja, praćen višestukim raspucavanjem do relativno velikih deformacija.



Slika 2.8 Tipični dijagrami naprežanje-deformacija ili naprežanje-pomak u vlaknu za betone armirane vlaknima: (a) kompozit koji pokazuje deformacijsko omekšanje (FRC) i (b) kompozit koji pokazuje deformacijsko očvršćivanje (HPFRCC) [54]

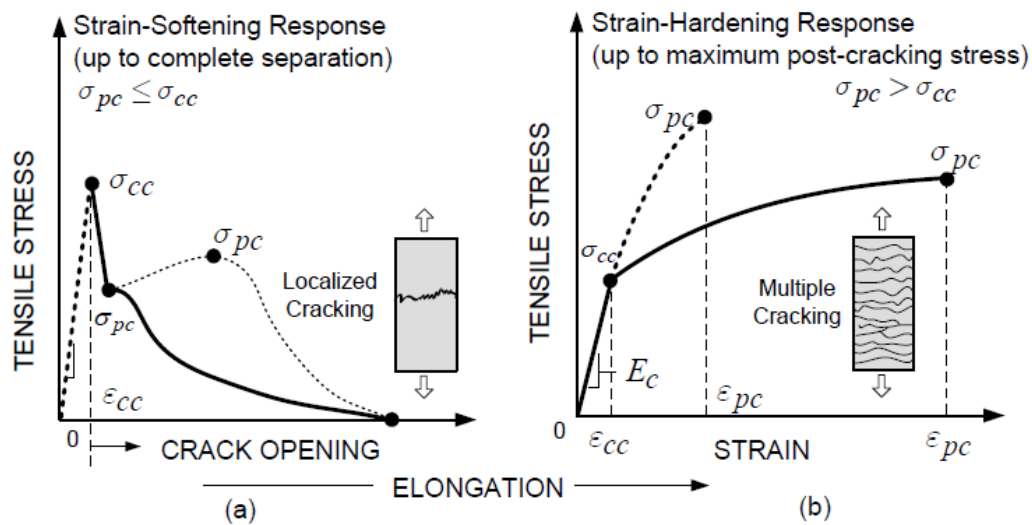
Uvjet za dostizanje deformacijskog očvršćivanje je:

$$\sigma_{pc} \geq \sigma_{cc} \quad (2.2)$$

gdje je  $\sigma_{pc}$  poslijepukotinska čvrstoća i  $\sigma_{cc}$  čvrstoća pri pojave prve pukotine (slika 2.8b) [54].

Tipični dijagrami naprežanje-deformacija za betone armirane vlaknima visokih uporabnih svojstava prikazani su na slici 2.8b i 2.9b, koji imaju strmi početni dio do pojave prve pukotine (dio I), nakon toga slijedi deformacijsko očvršćivanje i višestuko raspucavanje (dio II). Točka u kojoj dolazi do pojave prve pukotine definirana je s naprežanjem  $\sigma_{cc}$  i deformacijom  $\varepsilon_{cc}$  [54]. Točka koja ima najveće naprežanje definirana je kao najveće poslijepukotinsko naprežanje  $\sigma_{pc}$  i odgovarajuća deformacija  $\varepsilon_{pc}$  [54]. U trenutku dostizanja

najvećeg poslijepukotinskog napreznja jedna pukotina postaje kritična i dolazi do lokalizacije pukotine. Pri daljnjem prirastu deformacije ne razvijaju se nove pukotine već dolazi do otvaranja kritične pukotine. Ostale pukotine se postepeno rasterećuju i postaju sve manje. Nakon dostizanja najvećeg poslijepukotinskog napreznja imamo silaznu granu koja odgovara dijagramu napreznje-širina (kritične) pukotine (dio III). Tokom te silazne grane kod vlakana može doći do čupanja vlakana, pucanja vlakana ili do kombinacije ta dva načina otkazivanja vlakana.



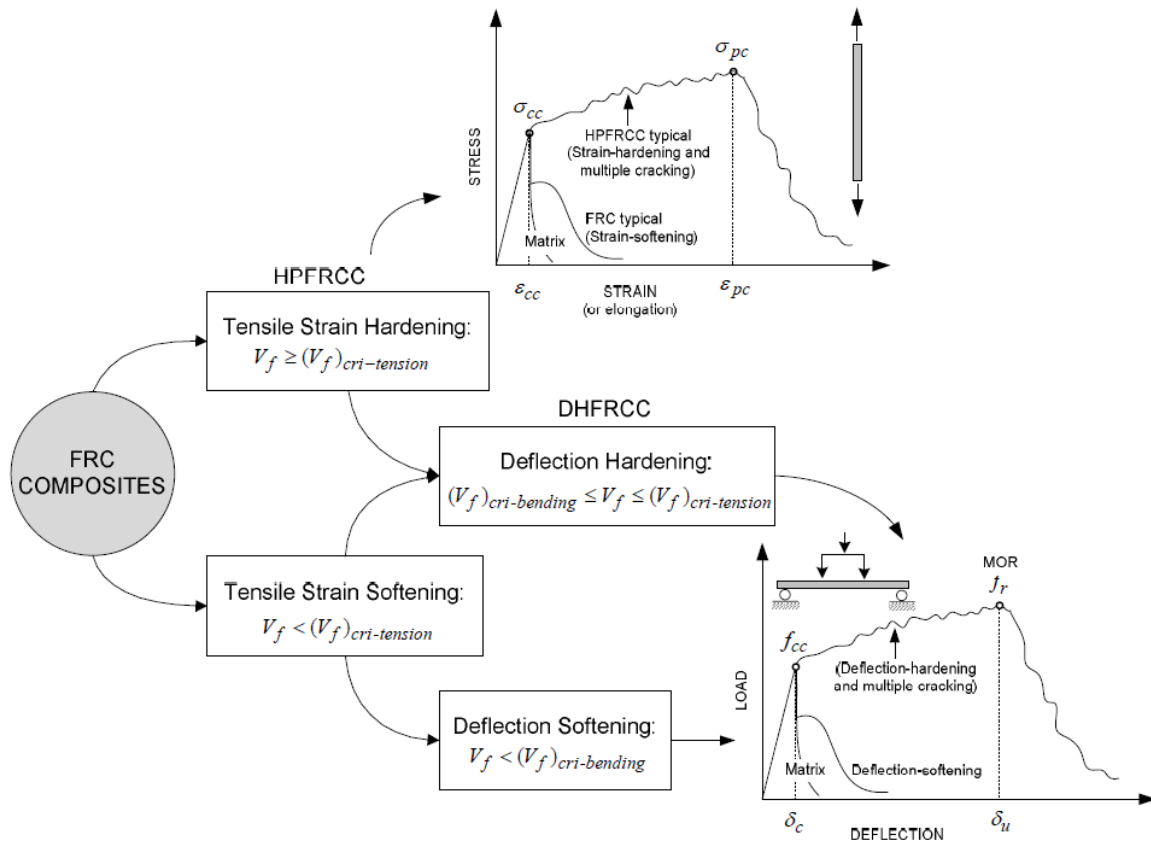
Slika 2.9 Tipični dijagrami napreznje-pomak u vlaku za betone armirane vlaknima: (a) deformacijsko omekšanje i (b) deformacijsko očvršćivanje (HPFRCC) [54]

Dijagram napreznje-deformacija za uobičajeni beton armiran vlaknima (FRC) (slike 2.8a i 2.9a) ima sličan početni dio do pojave prve pukotine (dio I), a nakon toga dolazi odmah do lokalizacije pukotine (dio III) zato jer ova vrsta kompozita nema pojavu deformacijskog očvršćivanja i višestukog raspucavanja (dio II).

### 2.2.3 Deformacijsko očvršćivanje i progibno očvršćivanje

Ponašanje betona armiranog vlaknima u vlaku prikazano je na slikama 2.8 i 2.9, dok je prikaz ponašanja betona armiranog vlaknima pri savijanju prikazan je na slici 2.10. Svi kompoziti koji pokazuju deformacijsko očvršćivanje su i kompoziti s progibnim očvršćivanjem [54]. Kompoziti koji pokazuju deformacijsko omekšanje mogu biti kompoziti s progibnim omekšanjem ili s progibnim očvršćivanjem (slici 2.10), zato jer je potreban manji volumni

udio vlakana za dostizanje progibnog očvršćivanja nego za dostizanje deformacijskog očvršćivanja [54].



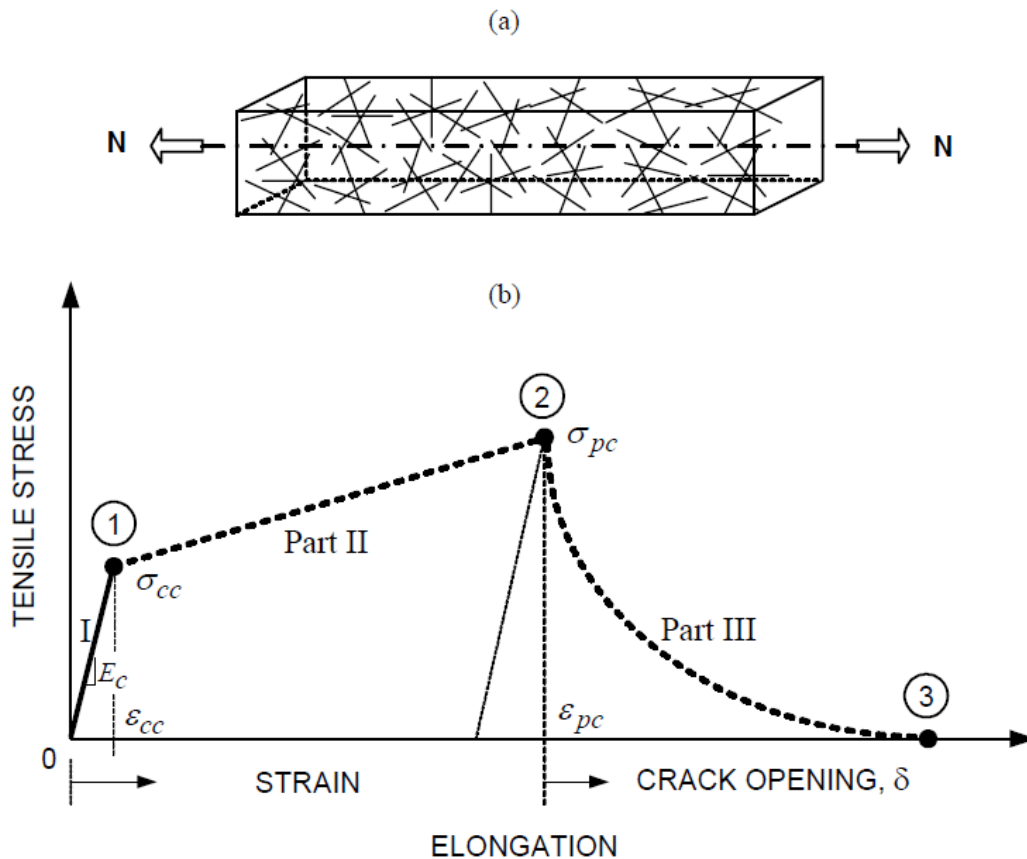
Slika 2.10 Podjela betona armiranih vlaknima na osnovu njihovog ponašanja pri vlaku i savijanju [54]

## 2.2.4 Pretpostavke za modeliranje jednostavnog modela

Prizma izrađena od betona armiranog vlaknima sa slučajno orijentiranim vlaknima i sa slučajnim rasporedon vlakana prikazana je na slici 2.11a. Analitičko modeliranje betona armiranog vlaknima uzima u razmatranje najmanje dva različita stanja, stanje prije pojave pukotine (dio I) na slici 2.8 i poslijepukotinsko stanje [54]. Poslijepukotinsko stanje sastoji se od dvije faze, faza višestukog raspucavanja (dio II na slici 2.8b) i otkazivanja zbog čupanja vlakana (dio III na slici 2.8) [54]. Prikazan je jednostavan model za procjenu bitnih koordinata pri vlačnom ponašanju grede. Bitne veličine su naprezanje i deformacija pri pojavi prve pukotine ( $\sigma_{cc}$  i  $\epsilon_{cc}$ ), modul elastičnosti kompozita  $E_c$ , najveće poslijepukotinsko



naprezanje i defomacija ( $\sigma_{pc}$  i  $\varepsilon_{pc}$ ) i ponašanje pri čupanju vlakana i pojavi lokalizacije pukotine (dio III) [54]. Prikaz bitnih točaka na dijagramu naprezanje-pomak u vlaknu dan je na slici 2.11b.



Slika 2.11 Jednostavni model: (a) vlačni element i (b) idealizirani dijagram naprezanje-pomak u vlaknu [54]

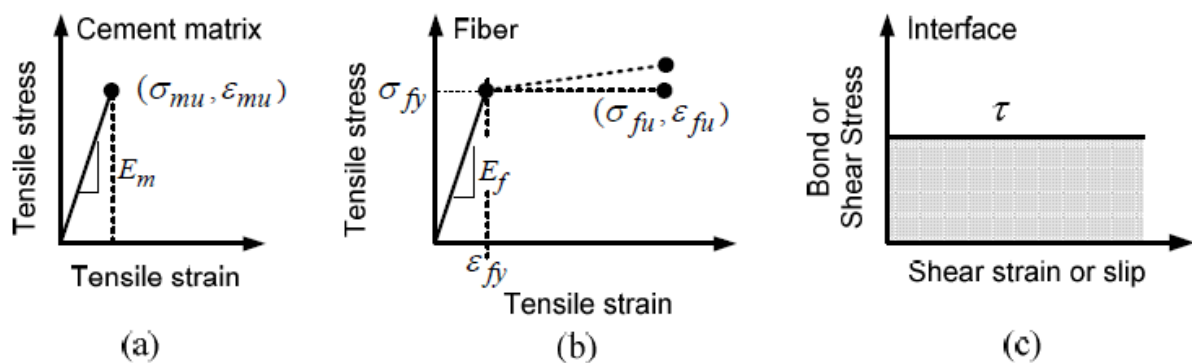
Usvojene su slijedeće pretpostavke pri modeliranju vlačnog ponašanja kompozita [54]:

a) Matrica je krhka i definirana je linearnim odnosom naprezanje-deformacija u vlaknu, ponašanje matrice definirano je modulom elastičnosti matrice  $E_m$ , vlačnom čvrstoćom matrice  $\sigma_{mu}$  i vlačnom deformacijom pri otkazivanju matrice  $\varepsilon_{mu}$  (slika 2.12a).

b) Vlakna su ili krhka (staklo) ili duktilna s početnim linearnim dijelom (čelik). Za krhka vlakna potrebna su tri parametra: modul elastičnosti vlakna  $E_f$ , vlačna čvrstoća vlakna  $\sigma_{fu}$  i vlačna deformacijom pri otkazivanju vlakana  $\varepsilon_{fu}$ . Za duktilna vlakna potrebno je definirati: granicu popuštanja vlakana  $\sigma_{fy}$  i deformaciju u trenutku dostizanja popuštanja vlakana  $\varepsilon_{fy}$  (slika 2.12b).

c) Kod krhkih vlakana vlačna deformacija pri otkazivanju matrice  $\varepsilon_{mu}$  manja je od vlačne deformacije pri otkazivanju vlakana  $\varepsilon_{fu}$ , dok kod duktilnih vlakana vlačna deformacija pri otkazivanju matrice  $\varepsilon_{mu}$  manja je od deformacije u trenutku dostizanja popuštanja vlakana  $\varepsilon_{fy}$ . Posljedica toga je da dolazi do pojave pukotine u matrici prije nego se dogodi otkazivanje vlakana.

d) Pretpostavljeno je ekvivalentno elastično perfektno plastično ponašanje za odnos posmično naprezanje-prokliznuće vlakana (slika 2.12c).



Slika 2.12 Jednostavni model: (a) dijagram naprezanje-deformacija matrice, (b) dijagram naprezanje-deformacija vlakana i (c) dijagram posmično naprezanje-prokliznuće vlakana pri vrlo malim prokliznućima [54]

Ponašanja kompozita bitno ovisi o broju vlakana po jediničnom volumenu kompozita  $N_v$  i o broju vlakana po jediničnoj ploštini kompozita  $N_s$ . Za danu duljinu vlakana  $l_f$ , promjer vlakana  $d_f$  i volumni udio vlakana u kompozitnu  $V_f$  dobiva se [53, 34, 35]:

$$N_s = \frac{4 \cdot V_f}{\pi \cdot d_f^2} \alpha_2 \quad (2.3)$$

gdje je  $\alpha_2$  koeficijent orijentacije [54]:

- $\alpha_2=1$  - za vlakna u jednom smjeru (1D)
- $\alpha_2=2/\pi$  - za vlakna slučajno orijentirana u ravnini (2D)
- $\alpha_2=1/2$  - za vlakna slučajno orijentirana u prostoru (3D)

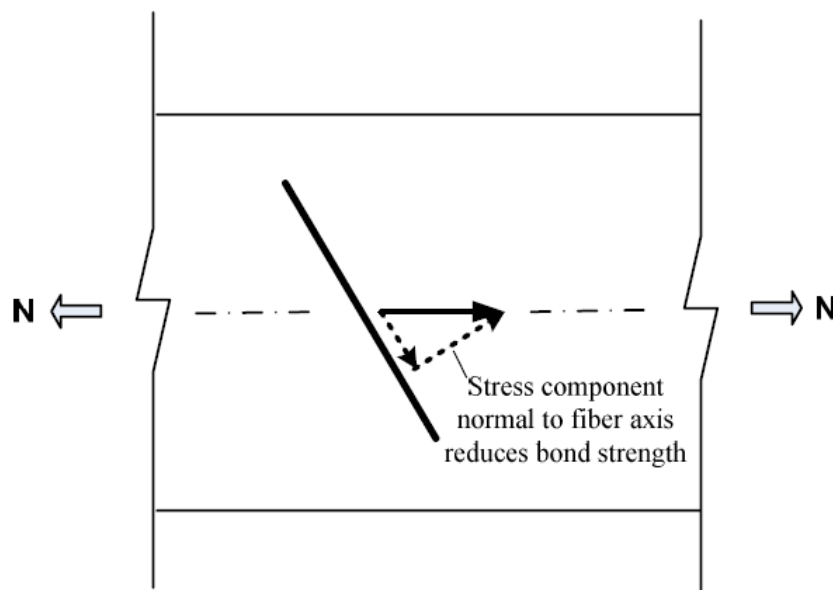
Vlačno naprezanje u kompozitu u trenutku pojave su prve pukotine dobiva se kao [54, 34, 35, 37, 38]:

$$\sigma_{cc} = \sigma_{mu} (1 - V_f) + \alpha \cdot \tau \cdot V_f \frac{l_f}{d_f} \quad (2.4)$$

gdje je  $\alpha$  koeficijent koji je produkt nekoliko koeficijenata:

$$\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \quad (2.5)$$

gdje su:  $\alpha_1$  koeficijent koji opisuje srednji doprinos bonda na početku pojave pukotine [54, 6] i  $\alpha_3$  je koeficijent koji opisuje smanjenje čvrstoće bonda zbog djelovanja vanjskih radijalnih naprezanja na mjestu kontakta matrice i vlakana ("interface") (slika 2.13).



Slika 2.13 Objašnjenje koeficijenta  $\alpha_3$  u nerspucanom stanju kompozita [54]

Izraz (2.4) može se prikazati i kao [54]:

$$\frac{\sigma_{cc}}{\sigma_{mu}} = (1 - V_f) + \alpha \cdot \frac{\tau}{\sigma_{mu}} \cdot V_f \frac{l_f}{d_f} \quad (2.6)$$

Vlačna deformacija pri otkazivanju matrice dobije se kao [54]:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{E_c} \quad (2.7)$$

Modul elastičnosti kompozita dobiva se kao [54, 12]:

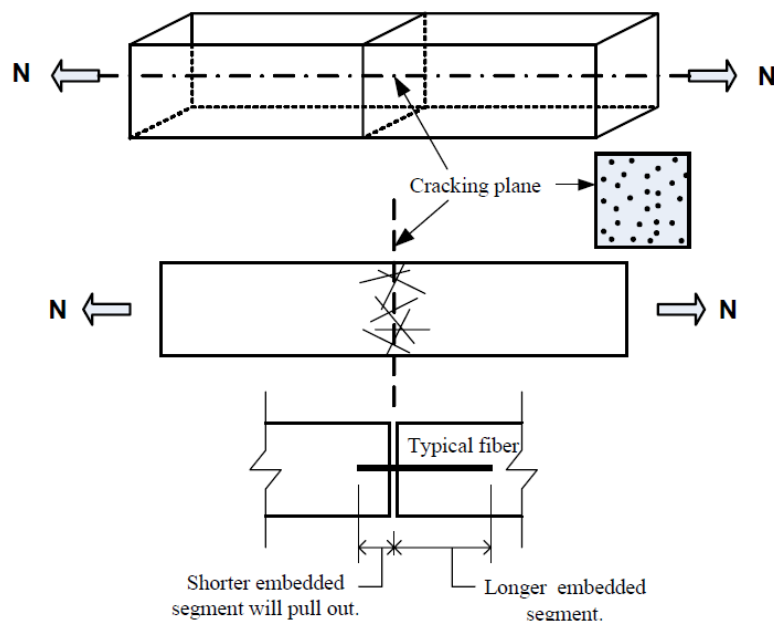
$$E_c = \eta \cdot E_f \cdot V_f + E_m(1 - V_f) \quad (2.8)$$

gdje je  $\eta$  koeficijent koji je produkt dva teorijska koeficijenta, jedan koeficijent povezan je s orijentacijom vlakana a drugi koeficijent povezan je s odnosom duljine vlakna prema kritičnoj duljini vlakana. Koeficijent  $\eta$  može se dobiti i na osnovu eksperimenta [54].

Na čvrstoću kompozita u trenutku pojave prve pukotine  $\sigma_{cc}$  najviše utječe čvrstoća matrice, dok na poslijepukotinsku čvrstoću kompozita  $\sigma_{pc}$  najveći utjecaj imaju parametri povezani s vlaknima i sam bond na spoju matrice i vlakana [54].

Na slici 2.14 prikazan je vlačni element sa slučajno orijentiranim vlaknima. Pretpostavljamo da se raspucavanje matrice događa okomito na os grede. Moguća su tri slučaja [54]:

- a) pri prirastu pomaka sva vlakna pucaju
- b) pri prirastu pomaka sva vlakna se počinju čupati iz matrice, što je i najčešći slučaj kod betona armiranih vlaknima s velikom čvrstoćom vlakana
- c) pri prirastu pomaka neka vlakna pucaju dok se neka vlakna čupaju iz matrice [30].



Slika 2.14 Model za čupanje vlakana nakon pojave pukotine u matrici [54]

Slučaj b) je najpoželjniji zato jer prilikom čupanja vlakana dolazi do povećanja kapaciteta absorpcije energije. Promatrati će se samo slučaj b) uz slijedeće pretpostavke [54]:

a) kritična ravnina pukotine javlja se preko cijele visine presjeka (slika 2.14)

b) pukotina je okomita smjer vlačnih naprezanja

c) doprinos matrice uzduž pukotine je zanemariv

d) vlakna koja premošćuju pukotine su u stanju čupanja vlakana

Poslijepukotinska čvrstoća kompozita dobije se kao [54, 34, 38]:

$$\sigma_{pc} = \lambda \cdot \tau \frac{l_f}{l_f} V_f \quad (2.9)$$

gdje je  $\lambda$  koeficijent koji je produkt nekoliko koeficijenata [54]:

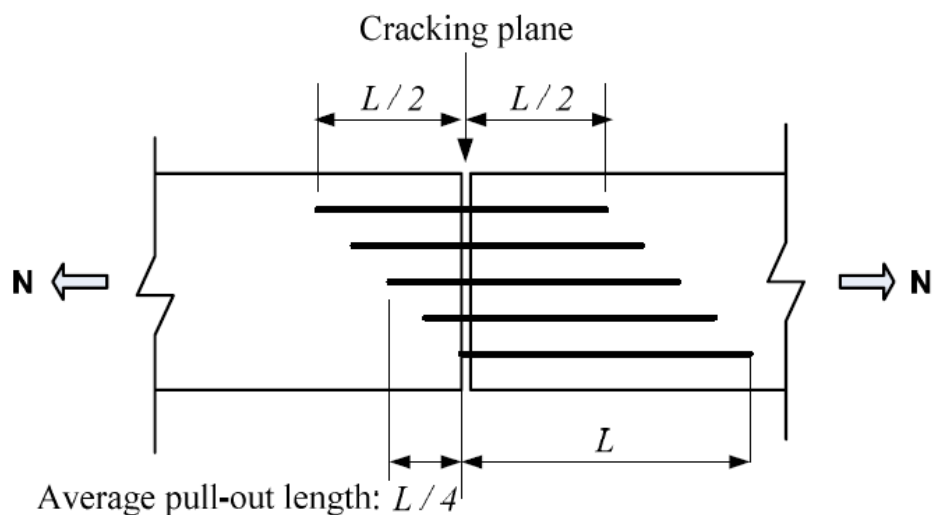
$$\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 \quad (2.10)$$

gdje je:

-  $\lambda_1$  - srednja vrijednost odnosa kraće duljine sidrenja vlakna preko pukotine i duljine vlakna, obično su uzima vrijednost 1/4 (slika 2.15)

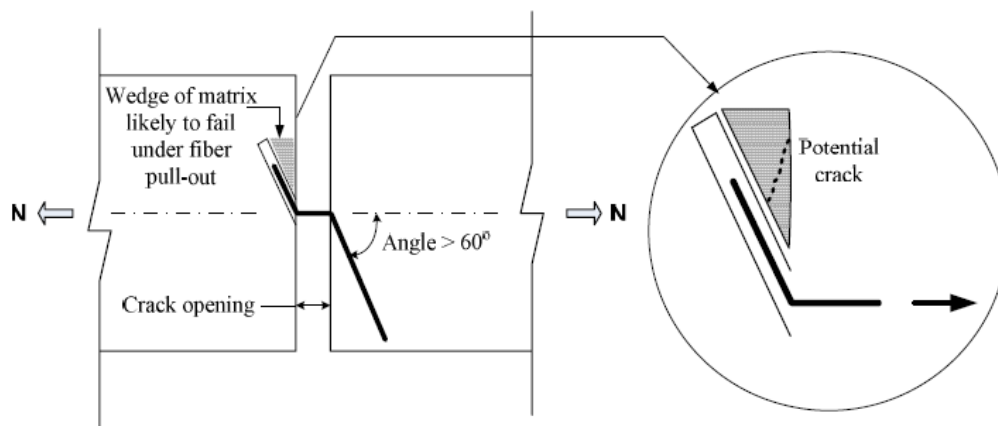
- $\lambda_2=4 \cdot \lambda_4 \cdot \alpha_2$  - koeficijent koji uzima u obzir efekt orijentacije vlakna na otpornost pri čupanju vlakna
- $\lambda_3$  - koeficijent redukcije bonda koji simulira činjenicu da se čvrstoća bonda smanjuje kada broj vlakana koji se čupaju raste [54, 36, 32]
- $\lambda_4$  - odnos maksimalne sile čupanja vlakna koja je pod kutem  $\theta$  i maksimalne sile čupanja vlakna koja je u smjeru sile čupanja, kut  $\theta$  je kut između uzdužne osi vlakna i smjera čupanja [59]
- $\lambda_5$  - koeficijent redukcije koji uzima u obzir činjenicu da vlakna nagnuta pod kutem većim od  $60^\circ$  s obzirom na smjer sile čupanja vrlo malo doprinose otpornosti na čupanje zbog odlamanja matrice oko vlakana (slika 2.16).

Koeficijent  $\lambda$  može se dobiti i na osnovu eksperimenta [54, 43].



Slika 2.15 Definiranje srednje vrijednosti odnosa kraće duljine sidrenja vlakna preko pukotine i duljine vlakna [54]

Deformacija u trenutku dostizanja poslijepukotinske čvrstoće kompozita  $\varepsilon_{pc}$  ovisi o brojnim parametrima i obično se dobiva eksperimentalnim putem [54, 57, 44, 43, 30, 32]. Eksperimentalnim putem dobivene vrijednosti za  $\varepsilon_{pc}$  kreću se od 0.1% do 5% [54].

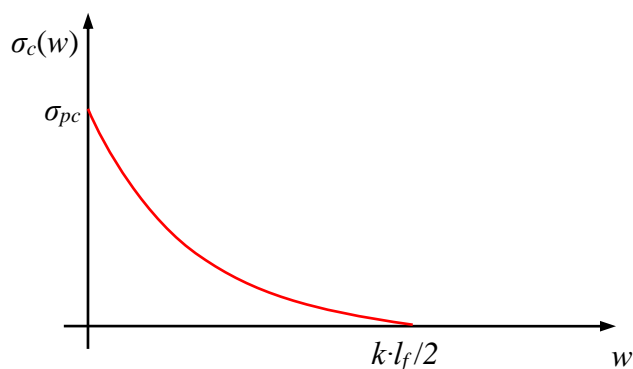


Slika 2.16 Doprinos vlakana nagnutih pod kutem većim od  $60^\circ$  na otpornost čupanja vlakna zbog odlamanja matrice oko vlakana [54]

Ponašanje betona pri čupanju vlakana iz matrice definira se vezom vlačno naprezanje kompozita-širina pukotine ( $\sigma_c-w$ ) prikazano na slici 2.17. Veza vlačno naprezanje kompozita-širina pukotine može se dobiti kao [54, 25]:

$$\sigma_c(w) = \sigma_{pc} \left[ 1 - \frac{w}{k \frac{l_f}{2}} \right]^2 \quad \text{za } w \leq \frac{l_f}{2} \text{ i } k \leq 1 \quad (2.11)$$

gdje je  $k$  koeficijent oštećenja, obično se uzima  $k=1$ .



Slika 2.17 Veza vlačno naprezanje kompozita-širina pukotine ( $\sigma_c-w$ )

Uvjet za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita može se dobiti na osnovu izraza (2.2). Uvrštavanjem izraza (2.4) i (2.9) u izraz (2.2) dobiva se uvjet za deformacijsko očvršćivanje i višestruko raspucavanje kompozita [54]:

$$\lambda \cdot \tau \frac{l_f}{l_f} V_f \geq \sigma_{mu} (1 - V_f) + \alpha \cdot \tau \cdot V_f \frac{l_f}{d_f} \quad (2.12)$$

Rješavanjem izraza (2.12) po  $V_f$  dobiva se kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita [54]:

$$V_f \geq (V_f)_{cri-tension} = \frac{1}{1 + \frac{\tau}{\sigma_{mu}} \frac{l_f}{d_f} (\lambda - \alpha)} \quad (2.13)$$

Za relativno male volumne udjele vlakana izraz (2.13) može se prikazati kao [54]:

$$V_f \frac{\tau}{\sigma_{mu}} \frac{l_f}{d_f} \geq \frac{1 - V_f}{(\lambda - \alpha)} \approx \frac{1}{(\lambda - \alpha)} \quad (2.14)$$

Izraz (2.14) može se prikazati kao [54]:

$$V_f \frac{\tau}{\sigma_{mu}} \frac{l_f}{d_f} \geq \frac{1}{\Omega} \quad (2.15)$$

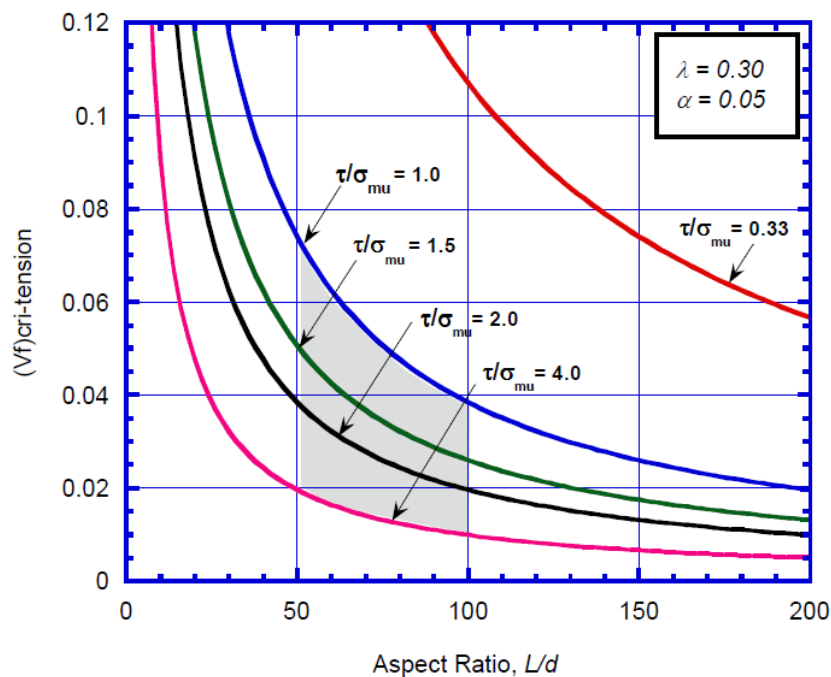
gdje je:

$$\Omega = \lambda - \alpha = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_5 - \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \quad (2.16)$$

Izraz (2.15) je najjednostavniji oblik koji ilustrira direktni utjecaj varijabli koje utječu na deformacijsko očvršćivanje i višestruko raspucavanje kompozita. Vidljivo je da je deformacijsko očvršćivanje i višestruko raspucavanje kompozita ovisno o volumnom udjelu vlakana  $V_f$ , odnosu čvrstoće bonda i vlačne čvrstoće matrice  $\tau/\sigma_{mu}$  i odnosu duljine vlakana i promjera vlakana  $l_f/d_f$  [54].



Prikaz izraza (2.13) dan je na slici 2.18 koja prikazuje promjenu kritičnog volumnog udjela vlakana potrebnog za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita  $(V_f)_{\text{cri-tension}}$  u ovisnosti o odnosu duljine vlakana i promjera vlakana  $l_f/d_f$  i odnosu čvrstoće bonda i vlačne čvrstoće matrice  $\tau/\sigma_{mu}$  [54, 37, 38]. Procijenjene su veličine  $\lambda=0.30$  i  $\alpha=0.05$  za čelična vlakna. Ako pretpostavimo za čelična vlakna vrijednost  $\tau/\sigma_{mu}=2$ , iz slike 2.18 vidljivo je da za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita potreban volumni udio vlakana od oko 2% za odnos  $l_f/d_f=100$ , dok je da za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita potreban volumni udio vlakana od oko 4% za odnos  $l_f/d_f=50$ . Budući da je vrlo je teško dobivati betone armirane vlaknima s volumnim udjelom vlakana od preko 2%, a odnosi  $l_f/d_f$  od 50 do 100 su uobičajeni za čelična vlakna, jedini način na koji se može dobivati deformacijsko očvršćivanje i višestruko raspucavanje kompozita je povećavanje odnosa  $\tau/\sigma_{mu}$  [54]. To se većinom dobiva pomoću čeličnih vlakna koje imaju poboljšane mogućnosti sidrenja u odnosu na glatka okrugla vlakana, a to su u principu vlakna s kukama.



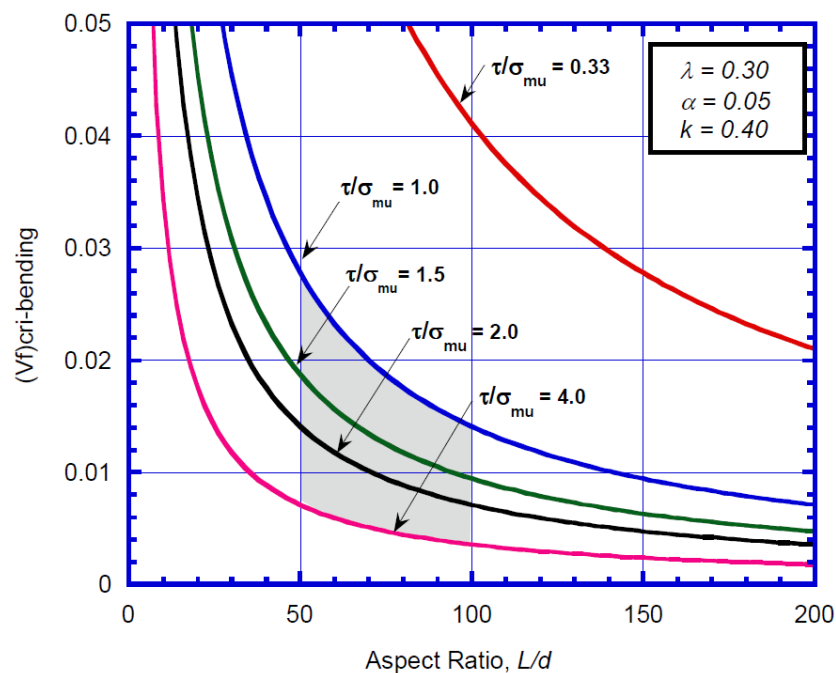
Slika 2.18 Kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita [54]

Na sličan način dobiva se kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita. Progibno očvršćivanje kompozita znači da je maksimalno

ekvivalentno elastično naprezanje pri savijanju (*module of rupture* - MOR) veće od naprezanja pri pojavi prve pukotine pri savijanju (slika 2.10) [54]. Slično kao i izraz (2.13) dobiva se kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita [54, 41, 42]:

$$V_f \geq (V_f)_{cri-bending} = \frac{k}{k + \frac{\tau}{\sigma_{mu}} \frac{l_f}{d_f} (\lambda - k \cdot \alpha)} \quad (2.17)$$

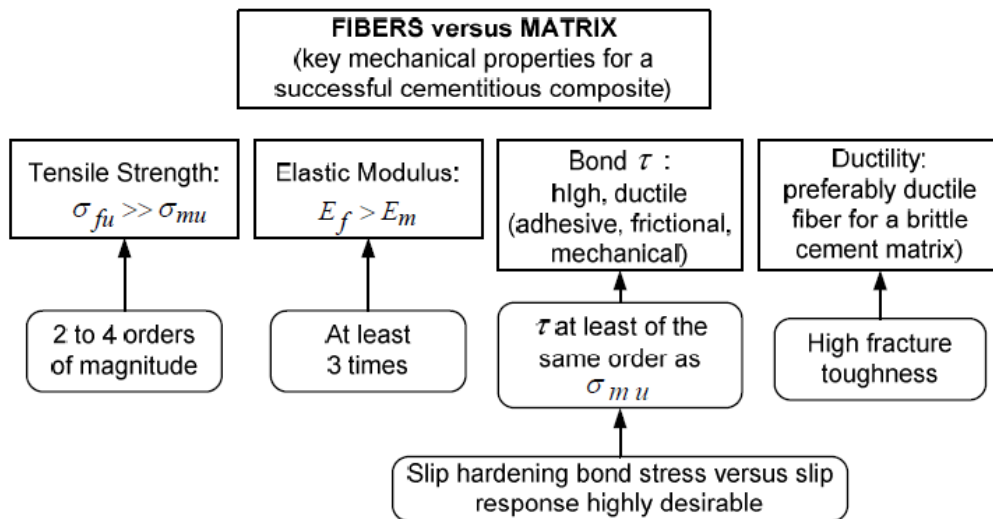
Prikaz izraza (2.17) dan je na slici 2.19 koja prikazuje promjenu kritičnog volumnog udjela vlakana potrebnog za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita  $(V_f)_{cri-bending}$  u ovisnosti o odnosu duljine vlakana i promjera vlakana  $l_f/d_f$  i odnosu čvrstoće bonda i vlačne čvrstoće matrice  $\tau/\sigma_{mu}$  [54]. Iz slika slici 2.18 i slici 2.19 vidljivo je da je potreban manji volumni udio vlakana za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita  $(V_f)_{cri-bending}$  nego za dobivanje deformacijskog očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita  $(V_f)_{cri-tension}$  [54].



Slika 2.19 Kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita [54]

Numeričke i eksperimentalne analize pokazuju da vlakna i matrice moraju imati osobine definirane na slici 2.20 [54, 40, 43]:

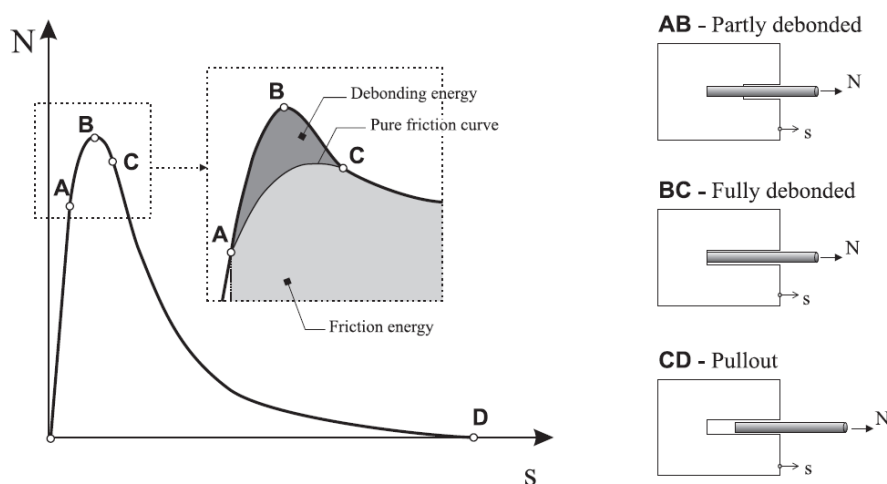
- a) vlačna čvrstoća vlakna znatno veća od vlačne čvrstoće matrice
- b) čvrstoća bonda barem jednaka ili veća od vlačne čvrstoće matrice
- c) modul elastičnosti vlakna znatno veći od modula elastičnosti matrice



Slika 2.20 Poželjne osobine vlakana i matrice za dobivanje kvalitetnih kompozita [54, 21]

## 2.3 Čupanja pojedinačnog vlakna

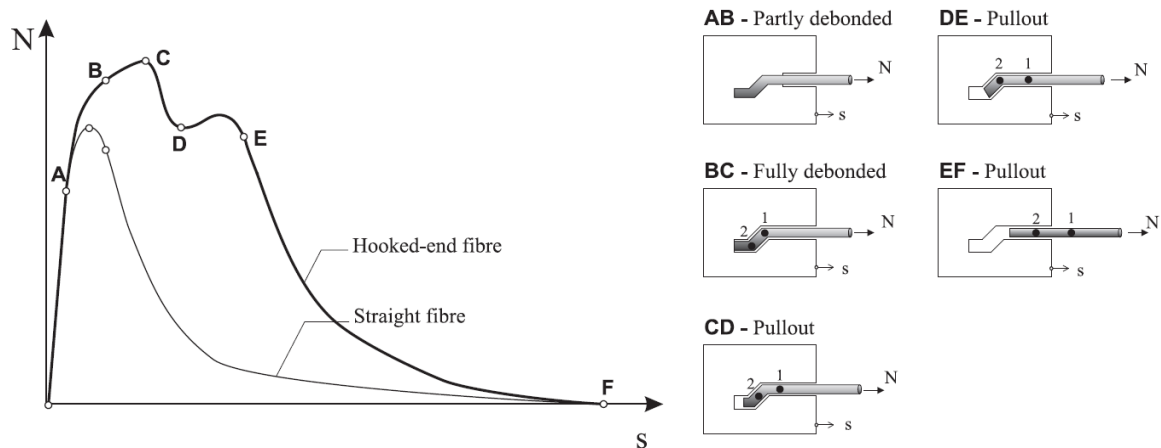
Mehanizam čupanja ravnog čeličnog vlakna iz betonske prizme može se opisati kao kombinacija dva mehanizma: gubitkom adhezijskog bonda i trenjem vlakana [13]. Nakon što je vlakno na duljini sidrenja potpuno izgubilo adhezijski bond dolazi do čupanja vlakna uz postojanje trenja. Tipična krivulja čupanja ravnog vlakna iz betonske prizme prikazana je na slici 2.21 [13]. U prvoj fazi imamo gotovo linearni odnos sile čupanja i pomaka. Prije dostizanja maksimalne sile (B) dolazi do nelinearne faze u odnosu sile čupanja i pomaka. Linearni dio odnosa sile čupanja i pomaka (OA) povezan je s postojanjem elastičnog ili adhezijskog bonda. Nelinearni dio odnosa sile čupanja i pomaka (AB) počinje s postupnim gubitkom adhezijskog bonda u točki (A). Nakon dostizanja maksimalne sile (B) dolazi do smanjenja sile uz prirast pomaka. Do potpunog gubitka adhezijskog bonda dolazi u točki (C). Nakon toga trenje između vlakna i betona je jedini otpor čupanju vlakna (CD).



Slika 2.21 Dijagram sila čupanja-pomak pri čupanju ravnog vlakna iz betonske prizme [13]

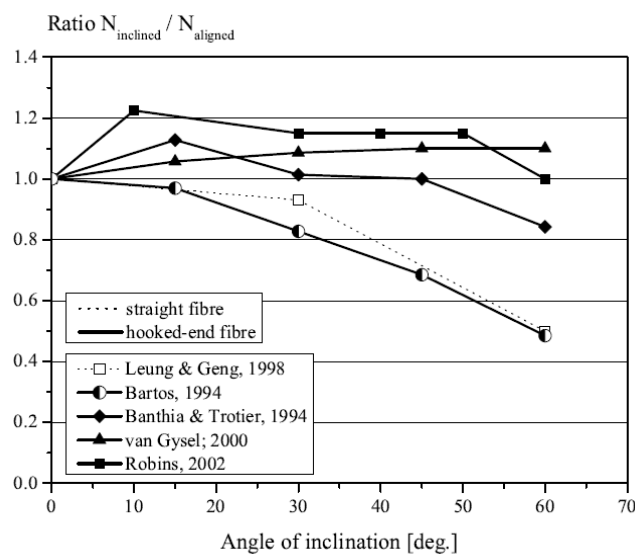
Slika 2.22 prikazuje usporedbu ponašanja pri čupanju vlakna iz betonske prizme za ravna vlakna i vlakna s kukama [13]. Početni dio krivulje sila čupanja-pomak (OA) povezan je s postojanjem adhezijskog bonda, dok na dijelu (AB) dolazi do postupnog gubitka adhezijskog bonda. Potpuni gubitak adhezijskog bonda javlja se u točki (B). Nakon potpunog gubitka adhezijskog bonda, kod vlakana s kukama, javlja se daljnji prirast sile čupanja (BC) koji je posljedica postojanja kuke na vlaknu (mehanički bond). U trenutku dostizanja maksimalne sile čupanja (C) obje zakviljenosti na kukama (1 i 2) su deformirane (slika 2.22), s daljnjim prirastom pomaka kuke se sve više deformiraju i dolazi do smanjenja sile čupnja (CD). Dok

vlakno još uvijek nije potpuno izravnavano (DE) javlja se još jedan lokalni maksimum u dijagramu sila čupanja-pomak. Nakon što je vlakno potpuno izravnavano (EF) dolazi do čupanja vlakna uz smanjenje sile čupanja, kod ovog dijela trenje između vlakna i betona je jedini otpor čupanju vlakna.



Slika 2.22 Tipični dijagrami sila čupanja-pomak za ravna vlakna i vlakna s kukama [13]

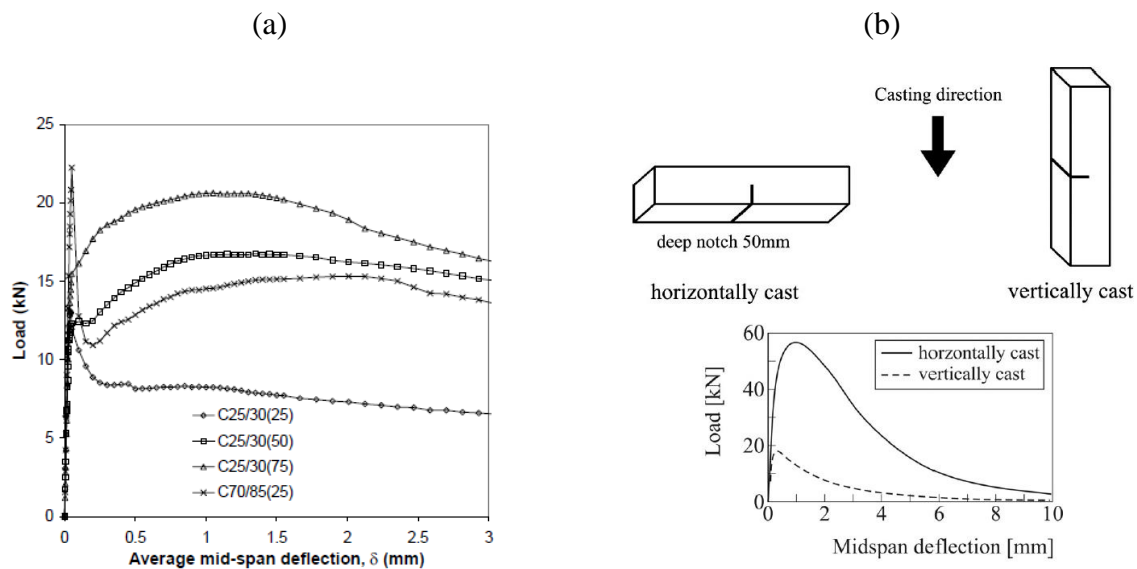
Vlakna su rijetko orijentirana u istom smjeru s silom čupanja. Slika 2.23 prikazuje ponašanje vlakana pri čupanju ovisno o kutu nagiba [13].  $N_{inclined}$  je sila čupanja za različite kuteve nagiba od  $0^\circ$  do  $60^\circ$ , a  $N_{aligned}$  sila čupanja za slučaj kada je vlakano paralelno sili čupanja. Na slici 2.23 vidljivo je da kod vlakana s kukama i pri relativno velikim kutevima ne dolazi do bitnog smanjanja sile čupanja.



Slika 2.23 Veza između normalizirane sile čupanja i kuta nagiba [13]

## 2.4 Ponašanje betona armiranog vlaknima pri savijanju

Betonska greda bez vlakana opterećena na savijanje pri kontroli pomaka pokazuje izrazito kvazi-krhko ponašanje, nakon dostizanja nosivosti dolazi do smanjenja sile uz daljni prirast pomaka (progibno omekšanje). Dodavanjem vlakana u beton može se bitno poboljšati duktilnost grede, a raste i nosivost grede na savijanje. Pri većim volumnim udjelima vlakana ponašanje grede armirane vlaknima pri kontroli pomaka prelazi iz progibnog omekšanja u progibno očvršćivanje. Na slici 2.24a prikazan je tipični dijagram sila-pomak pri savijanju grede armirane vlaknima s različitim volumnim udjelima vlakana, vidljivo je da porastom volumnog udjela vlakana raste i nosivost i duktilnost grede [2].



Slika 2.24 Tipični dijagram sila-pomak pri savijanju grede armirane vlaknima: (a) utjecaj volumnog udjela vlakana [2] i (b) utjecaj smjera ugradnje betona [53]

Vlakna se obično orijentiraju okomito na smjer ugradnje betona kod vibriranih betona, zbog toga je ponašanje betona armiranog pri savijanju ovisno o smjeru ugradnje betona [53]. Na slici 2.24b vidljivo je da greda koja je bila horizontalna pri ugradnji betona ima veću nosivost od grede koja je bila vertikalna pri ugradnji betona [53].

## 2.5 Ponašanje betona armiranog vlaknima pri cikličkom djelovanju

Beton armiran vlaknima često se upotrebljava kod konstrukcija koje su u svome životnome vijeku izložene cikličkom djelovanju. Primjeri su aerodromske piste, ploče mostova, i industrijski podovi koji u svome životnome vijeku moraju podnijeti veliki broj ciklusa ponavljanja različitih djelovanja [27]. Zbog toga su karakteristike betona armiranog vlaknima pri cikličkom djelovanju vrlo bitne za projektiranje takvih konstrukcija.

Općenito se može reći da dodavanje čeličnih vlakana u beton bitno poboljšava ponašanje betonskih konstrukcija kod cikličkog djelovanja pri savijanju [27, 23, 60]. Veličina poboljšanja ponašanje konstrukcija od betona armiranog vlaknima pri savijanju ovisi o volumnom udjelu vlakana, tipu vlakana i geometriji vlakana [27]. Rezne kombinacije tih parametara poboljšavaju različita svojstva pri cikličkom djelovanju.

Dodavanje vlakana u beton može imati dvostruki efekt pri cikličkom djelovanju [27]. Vlakna premošćuju mikropukotine i usporavaju njihove širenje i na taj način poboljšavaju ponašanje kompozita pri cikličkom djelovanju. S druge strane, prisutnost vlakana povećava pore i početne mikropukotine, što rezultira smanjenju čvrstoće kompozita. Ukupni rezultat ova dva efekta bitno ovisi o volumnom udjelu vlakana [19].

Većina istraživača se slaže s činjenicom da beton armiran vlaknima ima bolje ponašanje od običnog betona pri cikličkom djelovanju [27]. Ipak, ima i dokaza da to ne mora uvijek biti tako [19].

Glavna korist dodavanja vlakana u beton je poboljšana sposobnost absorpcije energije [27]. Glavni parametar za poboljšavanje ponašanje betona armiranog vlaknima pri cikličkom djelovanju je volumni udio vlakana  $V_f$ , dok tip vlakana i odnos duljine vlakna i promjera vlakna  $l_f/d_f$  imaju manji efekt [27, 60, 39].

Različiti istraživači provodili su eksperimente cikličkog tlačnog djelovanja na običnom betonu i betonu armiranom vlaknima [19, 10, 14]. Postoji nekoliko eksperimentalnih ispitivanja cikličkog djelovanja pri savijanju provedenom na običnom betonu i betonu armiranom vlaknima [23, 10, 11]. Dati će se pregled tih rezultata samo za čelična vlakna.

S-N krivulja (Wöhlerov dijagram) prikazuje ovisnost između broja ciklusa opterećenja i veličine naprezanja pri kojem nastaje lom.

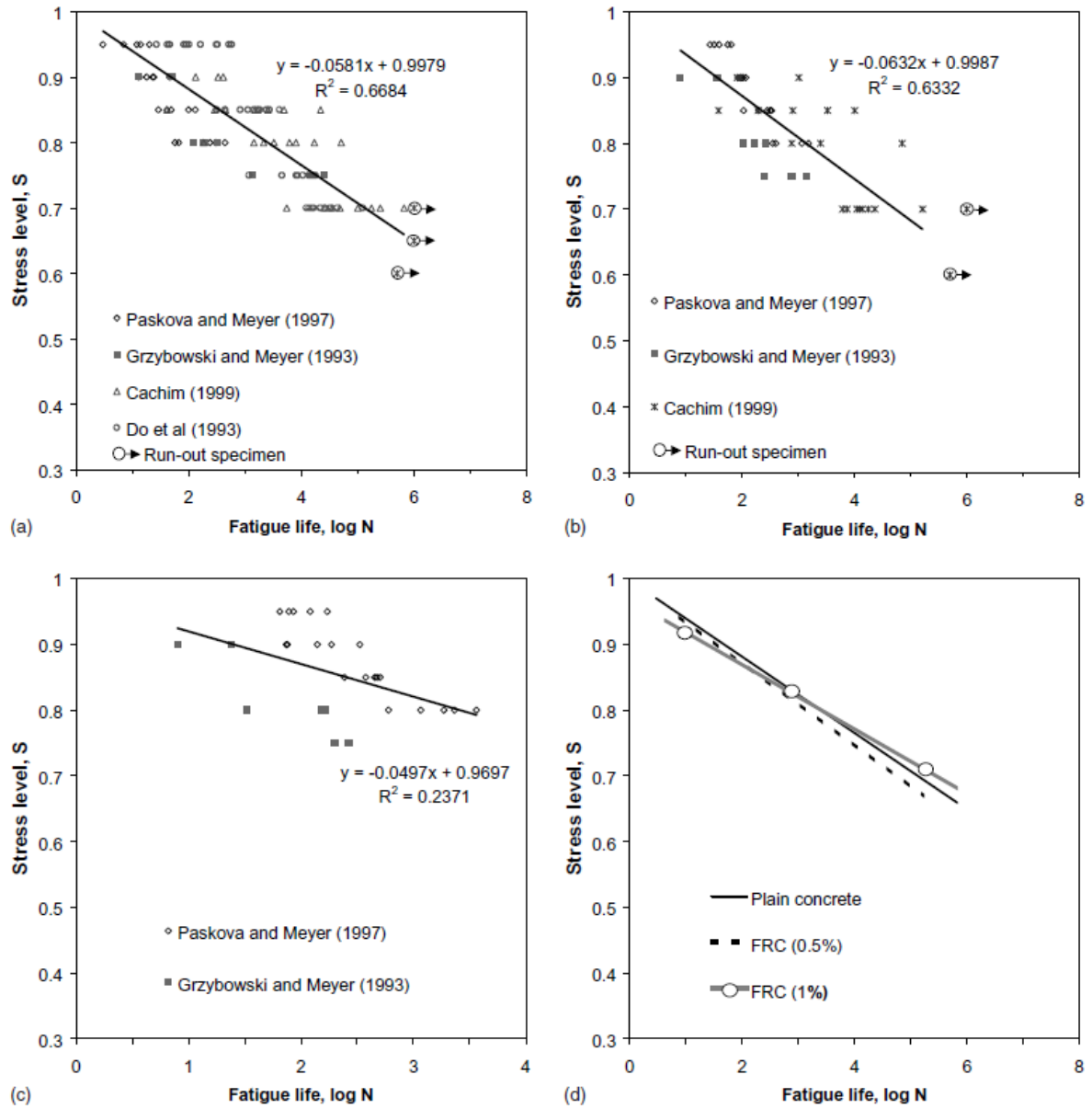
Slika 2.25 prikazuje *S-N* krivulje u tlaku za betone s različitim volumnim udjelom vlakana ( $V_f=0.0\%$ ,  $V_f=0.5\%$  i  $V_f=1.0\%$ ) [27]. Dijagrami na slici 2.25 pokazuju veliko rasipanje rezultata što je karakteristično za eksperimente betona pri cikličkom djelovanju. Na slici 2.25d vidljivo je da beton armiran s  $V_f=0.5\%$  pokazuje lošije ponašanje pri cikličkom tlačnom djelovanju od betona bez vlakna ( $V_f=0.0\%$ ), što je posljedice činjenice da vlakna predstavljaju dodatne defekte u betonu.

Na slici 2.26 prikazane su *S-N* krivulje pri savijanju za betone s različitim volumnim udjelom vlakana ( $V_f=0.0\%$ ,  $V_f=0.5\%$  i  $V_f=1.0\%$ ) [27].

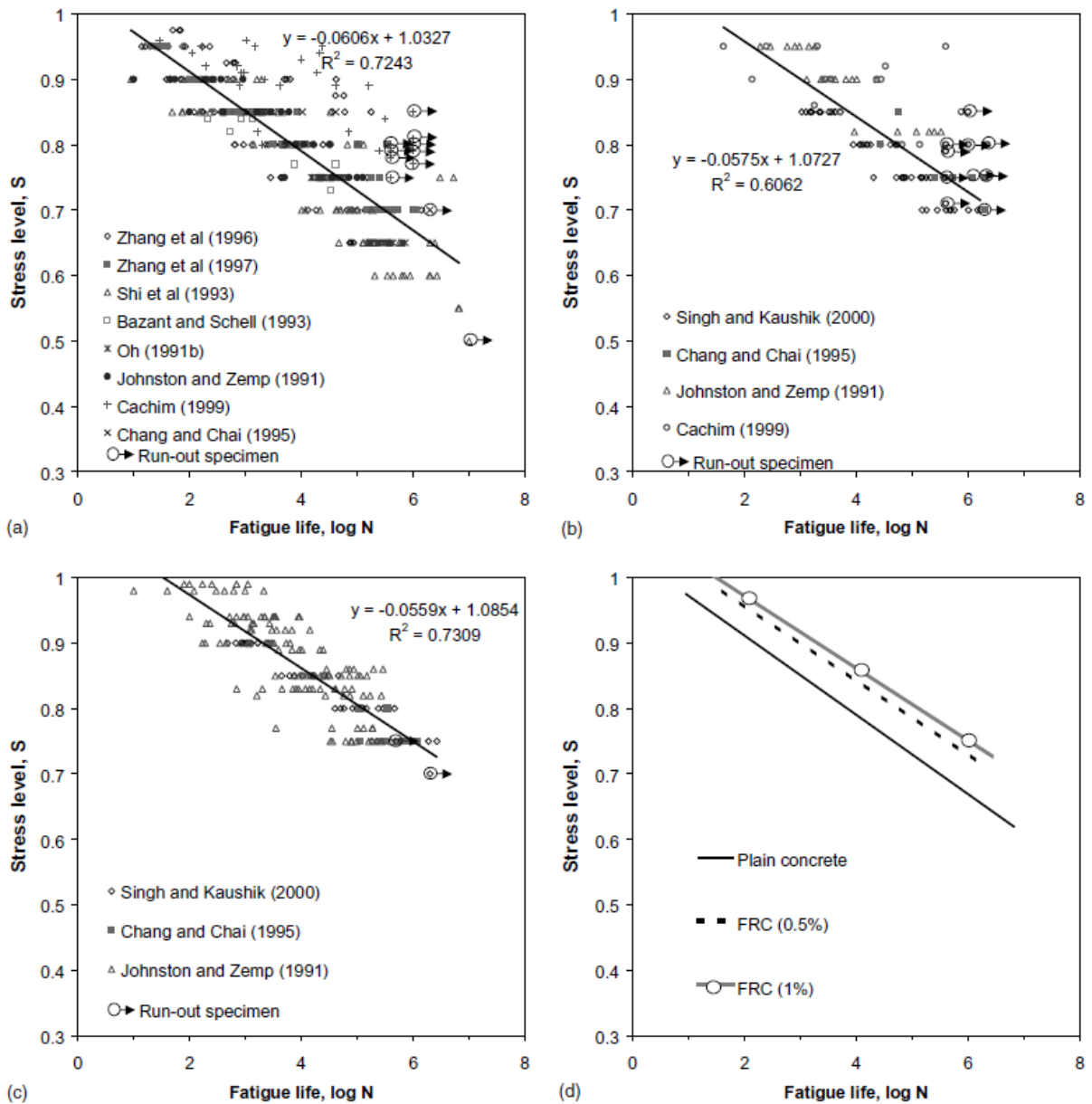
Ponašanja betona armiranog vlaknima pri cikličkom tlačnom djelovanju (slika 2.25) pokazuje da je doprinos vlakana relativno mali na ponašanje kompozita pri cikličkom djelovanju. Kod betona armiranog vlaknima opterećenog cikličkom djelovanjem pri savijanju vidljiv je veći doprinos dodavanja vlakana u beton (slika 2.26) na ponašanje pri cikličkom djelovanju.

Može se zaključiti da su vlakana puno efikasnija pri cikličkom djelovanju pri savijanju nego kod cikličkog tlačnog djelovanja [27]. Ovakvo ponašanje je i očekivano, budući da vlakna premošćuju pukotinu kod cikličkog djelovanja pri savijanju i mogu imati povećani broj ciklusa do sloma. Prisutnost vlakana ne može pokazati pravu efektivnost pri cikličkom tlačnom djelovanju.





Slika 2.25 S-N krivulje za beton armiran vlaknima u tlaku: (a)  $V_f=0.0$  %, (b)  $V_f=0.5$  %, (c)  $V_f=1.0$  % i (d)  $V_f=0.0$  %,  $V_f=0.5$  i  $V_f=1.0$  % [27]



Slika 2.26 S-N krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju: (a)  $V_f=0.0\%$ , (b)  $V_f=0.5\%$ , (c)  $V_f=1.0\%$  i (d)  $V_f=0.0\%$ ,  $V_f=0.5\%$  i  $V_f=1.0\%$  [27]

## 2.6 Numeričko modeliranje betona armiranog vlaknima

Beton je zbog svog sastava izrazito heterogen materijal, što predstavlja problem prilikom numeričkog modeliranja. Dodavanjem vlakana u beton samo se povećava ta heterogenost, što predstavlja dodatni problem prilikom modeliranja takvog kompozitnog materijala. Za modeliranje u inženjerskoj praksi koriste se uglavnom makro modeli, ali bolji uvid u stvarno ponašanje betona daju mezo modeli, koji su numerički znatno zahtjevniji.

Numerički proračuni bitni su zbog poboljšanja osobina betona armiranog vlaknima, a u slučaju realnog numeričkog modela mogu zamijeniti skupa eksperimentalna ispitivanja. Pregled modela za betone armirane vlaknima dan je u radu [26], prema kojem se većina modela za beton armiran vlaknima bazira na:

- (1) ponašanju naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) homogenog kontinuuma (razmazane pukotine)
- (2) naprezanju premošćavanja vlakana (i betona)-širina pukotina ( $\sigma$ - $w$ ) (diskretne pukotine)
- (3) mezo nivou

Za modeliranje bazirano na ponašanju naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) homogenog kontinuuma, potrebno je dobiti krivulje naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) na osnovu eksperimentalnog ispitivanja. Eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) za beton armiran vlaknima imaju povećanu vlačnu čvrstoću i deformaciju zakazivanja u odnosu na beton bez vlakana, što predstavlja doprinos vlakana. Ovakav način modeliranja je najjednostavniji, bazira se na mehanici kontinuuma uz korištenje metode konačnih elemenata [20, 55].

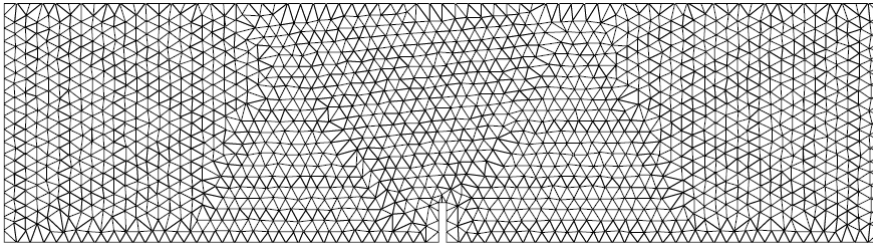
Kod modeliranja baziranog na naprezanju premošćavanja vlakana (i betona)-širina pukotina ( $\sigma$ - $w$ ), kompozit se obično modelira kao homogeni materijal prije pojave prve pukotine. Nakon pojave prve pukotine neraspucani i raspucani dio betona se modeliraju odvojeno. Neraspucani dio betona promatra se kao kontinuum pomoću zavisnosti naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), dok se raspucani dio betona promatra kao diskontinuum pomoću zavisnosti naprezanje premošćavanja vlakana (i betona)-širina pukotina ( $\sigma$ - $w$ ). Zavisnost naprezanje premošćavanja vlakana (i betona)-širina pukotina ( $\sigma$ - $w$ ) može se dobiti eksperimentalnim putem [18, 31].

Pri modeliranju na mezo nivou, kompozit se obično promatra kao materijal koje se sastoji od tri faze: cementne matrice (beton), vlakana i veze između cementne matrice i vlakana ("interface"). Svako vlakno mora se odvojeno modelirati, pri čemu je potrebno odrediti položaj vlakana i orijentaciju vlakana kao slučajnu varijablu. U literaturi se mogu pronaći modeli bazirani na *lattice* modelima (LM) i *Rigid-Body-Spring* modelima (RBSM) [26, 7, 24, 8, 51, 52].

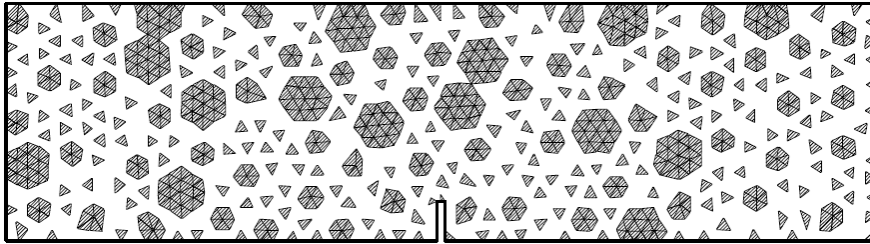
Jedan od načina modeliranja betona armiranog vlaknima je pomoću *discrete/particle* modela (DPM) [9]. Beton armiran vlaknima promatra se kao kompozit koji se sastoji od agregata, cementne matrice, veze agregat-matrica ("interface") i vlakana. Agregat i cementna matrica modeliraju se pomoću trokutnih elementa s po dva čvora na svakoj stranici trokutnog elementa, prema tome jedan trokutni element ima ukupno šest čvorova na stranicama jednog trokutnog elementa. Pukotine se modeliraju pomoću konstitutivnog zakona omekšanja u "interface" čvorovima koji povezuju elastična područja unutar svakog elementa (agregat ili cementna matrica). Neelastičan pomak u "interface" čvorovima predstavlja otvaranje pukotina. Vlakna su modelirana štapnim konačnim elementima koji spajaju postojeću mrežu čvorova. Za vlakna se koristi konstitutivni zakona koji je perfektno-plastičan s linearnim omekšanjem.

Na slici 2.27 prikazan je model kod kojeg se beton armiran vlaknima promatra na mezo nivou [9]. Beton armiran vlaknima promatra se kao kompozit koji se sastoji od agregata, cementne matrice i vlakana. Korišten je beton razreda C25/30 s različitim volumnim udjelom vlakana. Količina vlakana je iznosila 25 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.325$  %), 50 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.650$  %) i 75 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.975$  %). Korištena su vlakana Dramix RC 65/60 BN, duljina vlakna je  $l_f=60$  mm, promjer vlakna  $d_f=0.90$  mm, omjer duljine i promjera vlakna je  $(l_f/d_f)=65$ . Eksperiment na savijanje u tri točke pod kontrolom pomaka proveden je prema preporukama RILEM-a za konstrukcije od betona armiranog vlaknima TC 162-TDF. Eksperimentalni rezultati savijanja pod kontrolom pomaka prikazan su na slici 2.28. Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom na mezo nivou za različite volumne udjele vlakana prikazan je na slici 2.28. Vidljivo je da postoji dosta dobro slaganje rezultata eksperimenta i numeričkog proračuna na mezo nivou. Prikaz pomaka grede kod širine pukotine 3 mm za uzorak s udjelom vlakna od 25 kg/m<sup>3</sup> betona dan je na slici 2.29, vlakna nisu prikazana zbog jasnijeg prikaza [9].

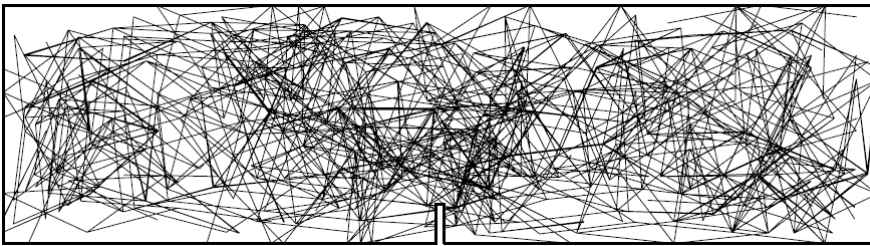
(a) mreža konačnih elemenata



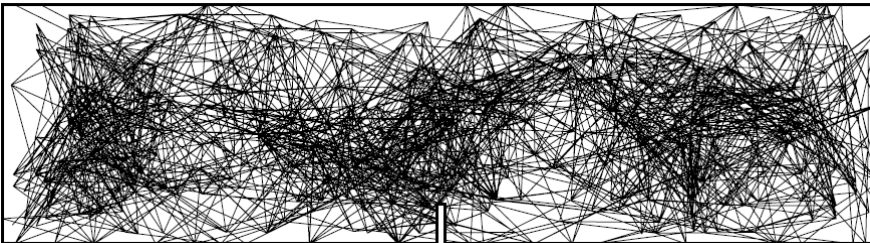
(b) raspodjela konačnih elemenata agregata



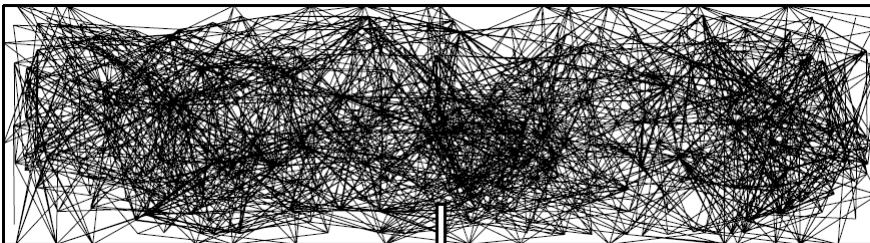
(c) konačni elementi vlakana za model s udjelom vlakana od  $25 \text{ kg/m}^3$  betona ( $V_f=0.325 \%$ )



(d) konačni elementi vlakana za model s udjelom vlakana od  $50 \text{ kg/m}^3$  betona ( $V_f=0.650 \%$ )

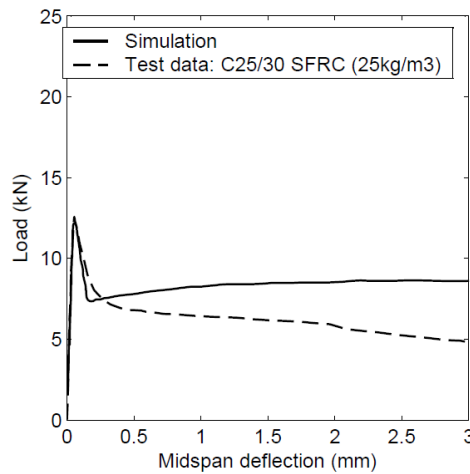


(e) konačni elementi vlakana za model s udjelom vlakana od  $75 \text{ kg/m}^3$  betona ( $V_f=0.975 \%$ )

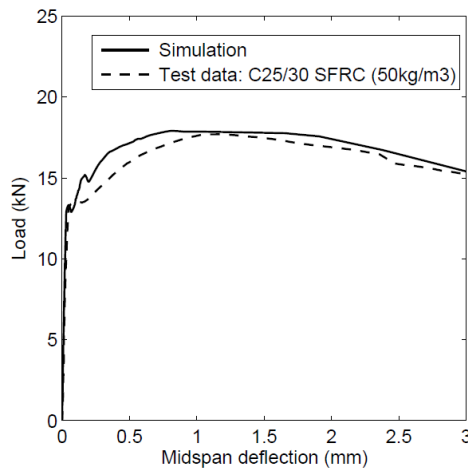


Slika 2.27 Prikaz modela [9]

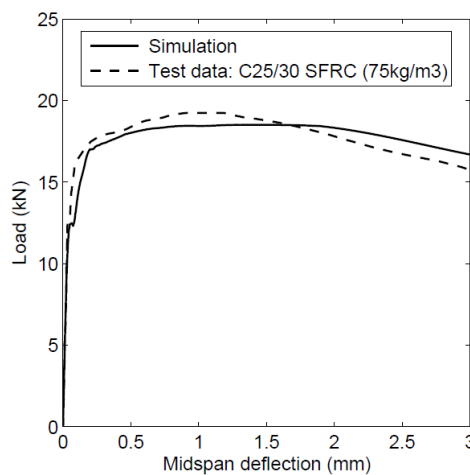
(a) model s udjelom vlakana od 25 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.325\%$ )



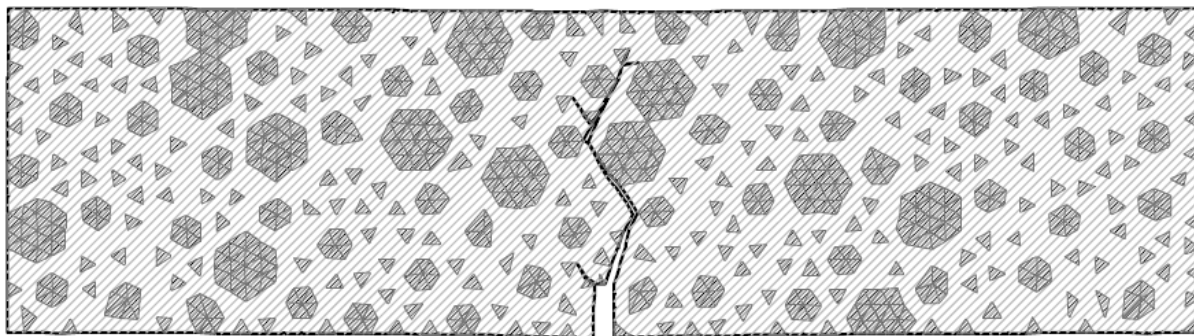
(b) model s udjelom vlakana od 50 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.650\%$ )



(c) model s udjelom vlakana od 75 kg/m<sup>3</sup> betona ( $V_f=0.975\%$ )



Slika 2.28 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom na mezo nivou za različite volumne udjele vlakana [9]



Slika 2.29 Pomak grede kod širine pukotine 3 mm za uzorak s udjelom vlakana od  $25 \text{ kg/m}^3$  betona (vlakna nisu prikazana) [9]

### 3 EKSPERIMENTALNA ANALIZA

#### 3.1 Materijali

##### 3.1.1 Beton

U eksperimentalnoj analizi korištene su tri različite mješavine betona. Mješavine betona se označavaju s M1, M2 i M3. Kod svih mješavina betona veličina maksimalnog zrna agregata je 16 mm, mada prema preporukama RILEM TC 162-TDF [58] veličina maksimalnog zrna agregata može biti 32 mm.

Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M1 prikazan je u tablici 3.1. Za beton mješavine M1 korišten je cement oznake CEM II/A-M(S-V)42.5N.

Tablica 3.1 Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M1

		jedinica mjere	količina	
količina cementa		kg	360	
vodocementni faktor (v/c)			0.61	
količina vode		lit.	220	
količina agregata		%	kg	1822
	F0 0/4 mm	20	kg	350
	F1 0/4 mm	25	kg	460
	F2 4/8 mm	20	kg	368
	F3 8/16 mm	35	kg	644
količina dodataka betonu				
ACE 30	0	kg - lit.	0	0.00
MATA AIR	0	kg - lit.	0	0.00

Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M2 prikazan je u tablici 3.2. Za beton mješavine M2 korišten je cement oznake CEM I 52.5N.



Tablica 3.2 Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M2

		jedinica mjere	količina		
količina cementa		kg	400		
vodocementni faktor (v/c)			0.45		
količina vode		lit.	177		
količina agregata		%	1766		
	F1 0/4 mm	40	kg	685	
	F2 4/8 mm	20	kg	360	
	F3 8/16 mm	40	kg	721	
količina dodataka betonu					
	ACE 30	0.6	kg - lit.	2.4	2.29
	MATA AIR	0.07	kg - lit.	0.28	0.25

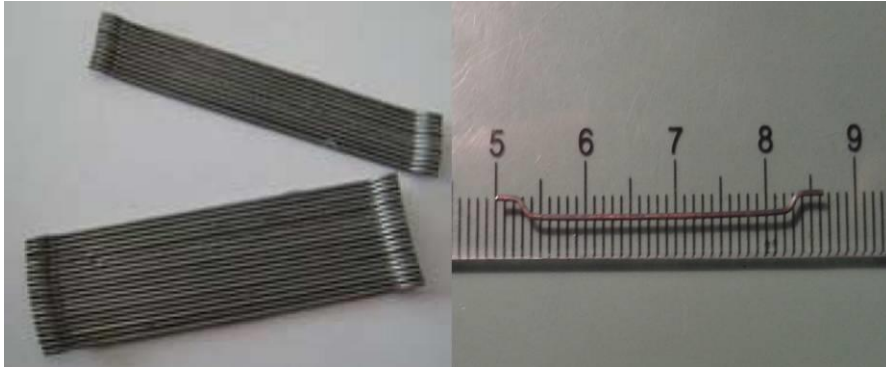
Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M3 prikazan je u tablici 3.3. Za beton mješavine M3 korišten je cement oznake CEM I 52.5N.

Tablica 3.3 Sastav za 1 m<sup>3</sup> betona mješavine M3

		jedinica mjere	količina		
količina cementa		kg	450		
vodocementni faktor (v/c)			0.39		
količina vode		lit.	173		
količina agregata		%	1727		
	F1 0/4 mm	40	kg	667	
	F2 4/8 mm	20	kg	442	
	F3 8/16 mm	40	kg	619	
količina dodataka betonu					
	ACE 30	0.6	kg - lit.	2.7	2.57
	MATA AIR	0.07	kg - lit.	0.315	0.32

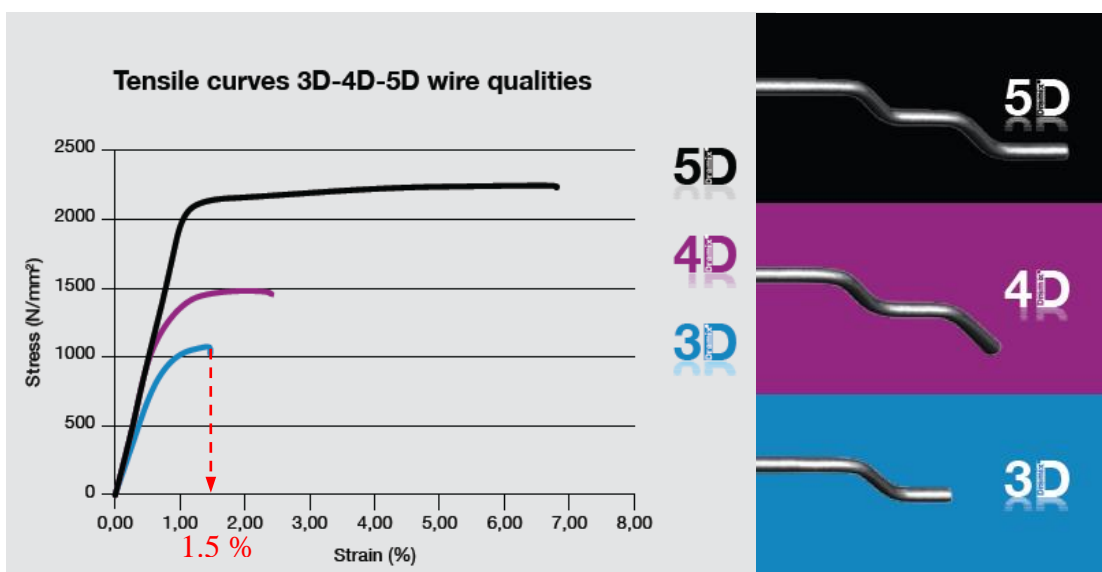
### 3.1.2 Vlakna

Korištena su čelična vlakna s kukama Dramix RC 65/35 BN, duljina vlakna je  $l_f=35$  mm, promjer vlakna  $d_f=0.55$  mm (slika 3.1), omjer duljine i promjera vlakna je  $(l_f/d_f)=65$ . Vlačna čvrstoća vlakna je  $f_s=1345$  MPa, a modul elastičnosti vlakna je  $E_s=210$  GPa. Količina vlakana koja stane u 1 kg vlakana je 14500 vlakana/kg.



Slika 3.1 Čelična vlakna s kukama Dramix RC 65/35 BN

Početni modul elastičnosti vlakna i vlačna (tlačna) čvrstoća vlakna dobivene su od strane proizvođača vlakana, granica popuštanja vlakna izračunata je kao 90 % vlačne (tlačne) čvrstoće vlakna, dok je Poissonov omjer vlakna usvojen 0.33. Deformacija vlakna pri dostizanju vlačne (tlačne) čvrstoće vlakna dobivena je sa slike 3.2 i iznosi 1.5 %.



Slika 3.2 Dijagram naprezanje-deformacija za Dramix vlakna s različitim oblikom kuka

### 3.2 Tlačna i vlačna čvrstoća betona

Eksperimenti ispitivanja tlačne i vlačne čvrstoće betona provedeni su s tri različite mješavine betona M1, M2 i M3. Cilj ispitivanja je bio dobivanje tlačne i vlačne čvrstoće betona bez vlakana.

Za očvršli beton (nakon 28 dana) ispituju se sljedeća svojstva:

- tlačna čvrstoća betona (HRN EN 12390-3) [16]
- vlačna čvrstoća betona cijepanjem (HRN EN 12390-6) [17]

Tlačna čvrstoća betona ispitana je na kockama 150x150x150 mm. Za određivanje tlačne čvrstoće betona izrađena su tri uzorka za beton mješavine M1 bez vlakana, tri uzorka za beton mješavine M2 bez vlakana i tri uzorka za beton mješavine M3 bez vlakana. Za određivanje tlačne čvrstoća betona izrađeno je ukupno 9 uzorka (tablica 3.4).

Ispitivanje vlačne čvrstoće betona cijepanjem provedeno je na kockama 150x150x150 mm. Pri određivanju vlačne čvrstoće betona cijepanjem izrađena su po tri uzorka za beton mješavine M1 bez vlakana, tri uzorka za beton mješavine M2 bez vlakana i tri uzorka za beton mješavine M3 bez vlakana. Pri određivanju vlačne čvrstoća betona cijepanjem izrađeno je ukupno 9 uzorka (tablica 3.4).

Tablica 3.4 Broj uzoraka za određivanje tlačne čvrstoće betona i vlačna čvrstoća betona cijepanjem

mješavina betona	broj uzoraka (kocka 150x150x150 mm)	
	tlačna čvrstoća	vlačna čvrstoća cijepanjem
M1	3	3
M2	3	3
M3	3	3

Srednje vrijednosti ispitivanja tlačne čvrstoće betona za različite mješavine betona M1, M2 i M3 prikazan su u tablici 3.5, dok su srednje vrijednosti ispitivanja vlačne čvrstoće betona cijepanjem za različite mješavine betona M1, M2 i M3 prikazane također u tablici 3.5.

Tablica 3.5 Tlačne i vlačne čvrstoće cijepanjem betona mješavina M1, M2 i M3

mješavina betona	tlačna čvrstoća $f_c$ [MPa]	vlačna čvrstoća cijepanjem $f_t$ [MPa]
M1	60.94	3.96
M2	74.47	4.38
M3	71.88	4.20

Na slici 3.3 prikazano je betoniranje kalupa za ispitivanje tlačne čvrstoće betona i vlačne čvrstoće betona cijepanjem. Betoniranje je provedeno u tvornici za industrijsku proizvodnju prednapregnutih, armiranobetonskih i betonskih proizvoda u mjestu Pojatno nedaleko od Zagreba, koje je vlasništvo tvrtke Viadukt d.d.

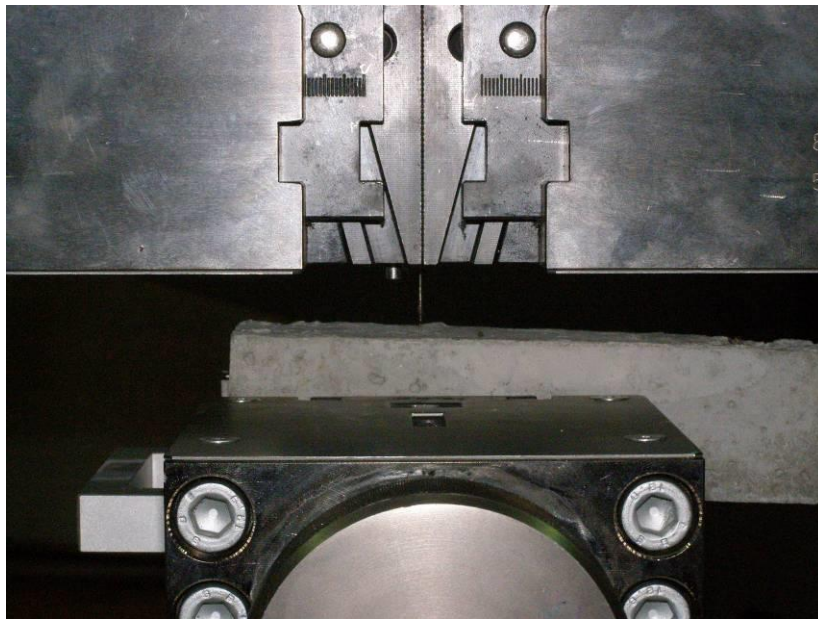


Slika 3.3 Betoniranje kalupa za ispitivanje tlačne čvrstoće betona i vlačne čvrstoće betona cijepanjem

Eksperiment ispitivanja tlačne i vlačne čvrstoće betona proveden je u laboratoriju Zavoda za materijale Građevinskog fakulteta u Zagrebu.

### 3.3 Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna

Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna proveden je na betonskim prizmama 40x40x160 mm (slika 3.4), i to s tri različite mješavine betona M1, M2 i M3. Čelična vlakna usidrena su u sredinu betonske prizme s duljinom sidrenja koja iznosi četvrtinu duljine vlakana ( $l_e=l_f/4=35/4=9$  mm), čelično vlakno je pod kutem od  $90^\circ$  s obzirom na površinu betonske prizme. Cilj ispitivanja je dobivanje parametara potrebnih za diskretno modeliranje veze između betona i vlakana (bond).



Slika 3.4 Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna

Za beton mješavine M1 bez vlakana izrađena su tri uzorka s čeličnim vlaknom usidrenim u sredinu betona s duljinom sidrenja (četvrtina duljine vlakana)  $l_e=l_f/4=35/4=9$  mm, za beton mješavine M2 bez vlakana izrađena su tri uzorka s čeličnim vlaknom usidrenim u sredinu betona s duljinom sidrenja (četvrtina duljine vlakana)  $l_e=l_f/4=35/4=9$  mm i za beton mješavine M3 bez vlakana izrađena su tri uzorka s čeličnim vlaknom usidrenim u sredinu betona s duljinom sidrenja (četvrtina duljine vlakana)  $l_e=l_f/4=35/4=9$  mm (slika 3.4). Za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna potrebno je napraviti ukupno 9 uzorka (tablica 3.6).

Tablica 3.6 Broj uzoraka za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna

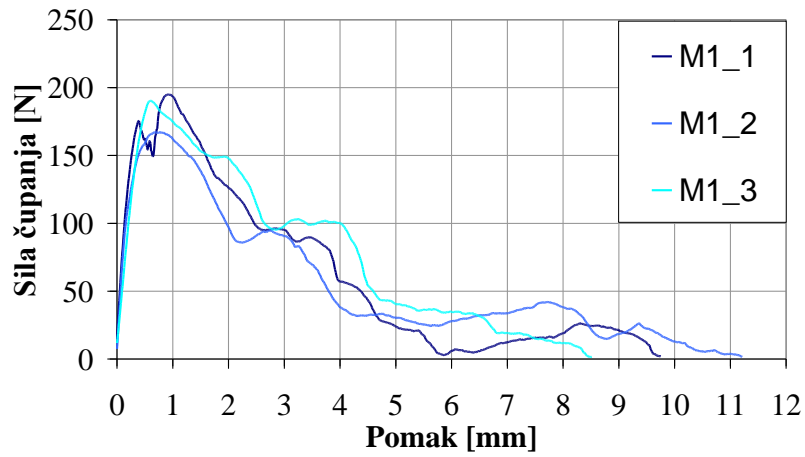
mješavina betona	broj uzoraka (prizma 40x40x160 mm) za čupanje vlakna
M1	3
M2	3
M3	3

Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna provodio se je pod kontrolom pomaka s konstantnim prirastom pomaka od 0.005 mm/s, eksperiment se je provodio sve dok vlakno ne izađe iz uzorka (pomak 9 mm).

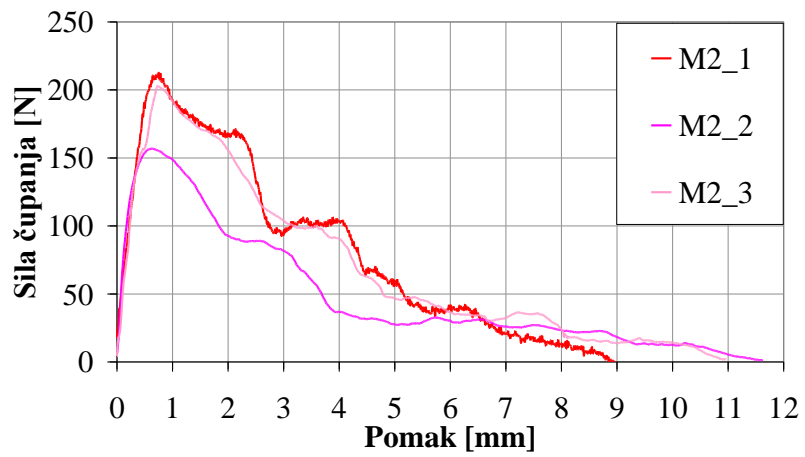
Prikaz eksperimentalnih rezultata čupanja pojedinačnog vlakna za pojedine mješavine betona dat je na slici 3.5. Slika 3.5 prikazuje zavisnost sile čupanja o pomaku vlakna, na njoj nema rezultata za mješavinu betona M3 i to za 3. uzorak jer je pri transportu betonskih prizmi došlo do pucanja vlakna.

Prikaz svih eksperimentalnih rezultata čupanja pojedinačnog vlakna dat je na slici 3.6, kao i srednja vrijednost svih uzoraka za sve mješavine betona (crna boja). Na slici 3.6 vidljivo je da je maksimalna sila čupanja vlakna gotovo neovisna o mješavini betona, zbog toga je u prikazu dana srednja vrijednost svih uzoraka za sve mješavine betona.

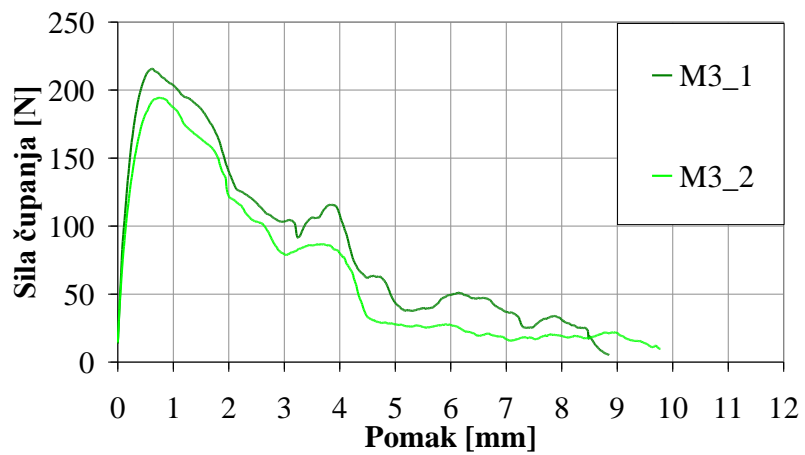
(a) M1



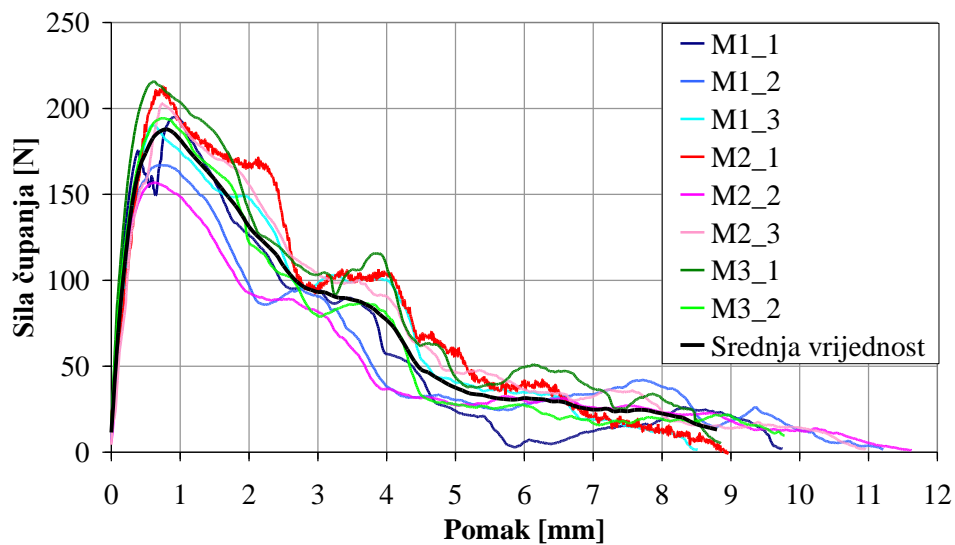
(b) M2



(c) M3



Slika 3.5 Eksperimentalni rezultati čupanja pojedinačnog vlakna za betone mješavina M1, M2 i M3



Slika 3.6 Prikaz svih eksperimentalnih rezultata čupanja pojedinačnog vlakna

Na slici 3.7 prikazano je betoniranje kalupa za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna iz betonske prizme. Betoniranje je provedeno u tvornici za industrijsku proizvodnju prednapregnutih, armiranobetonskih i betonskih proizvoda u mjestu Pojatno nedaleko od Zagreba, koje je vlasništvo tvrtke Viadukt d.d.



Slika 3.7 Betoniranje kalupa za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna iz betonske prizme

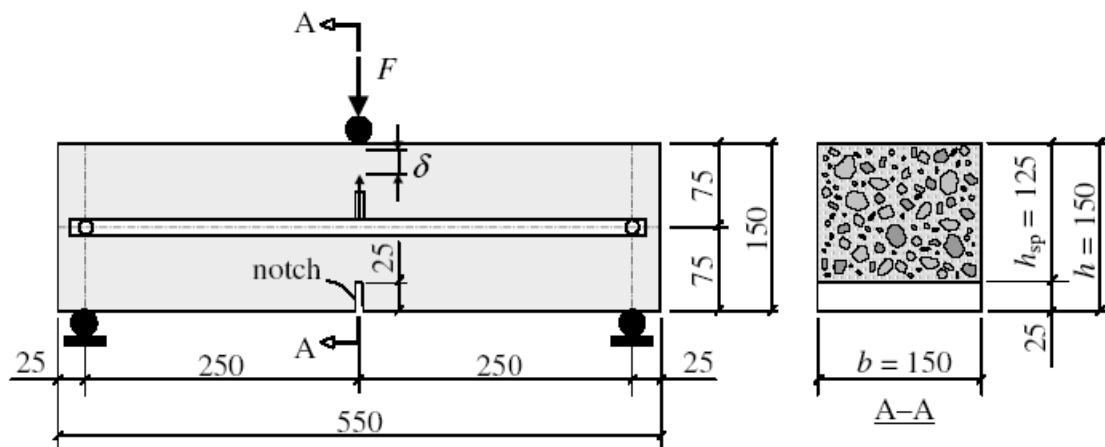
Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna proveden je u laboratoriju Zavoda za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta u Zagrebu.



### 3.4 Statičko ispitivanje greda na savijanje pod kontrolom pomaka

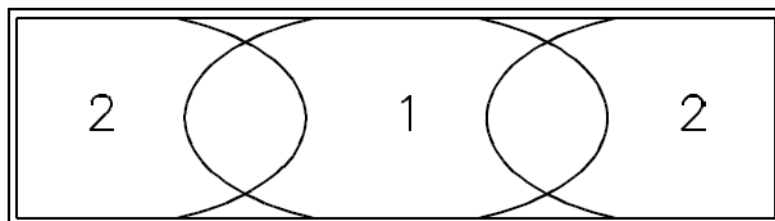
#### 3.4.1 Uvod

Ispitivanja su provedena na gredama kvadratnog poprečnog presjeka dimenzija  $b \times h = 150 \times 150$  mm i duljine  $L = 550$  mm, statičkog sustava prosta greda raspona  $l = 500$  mm (slika 3.8), a prema preporukama RILEM-a za konstrukcije od betona armiranog vlaknima TC 162-TDF [58].



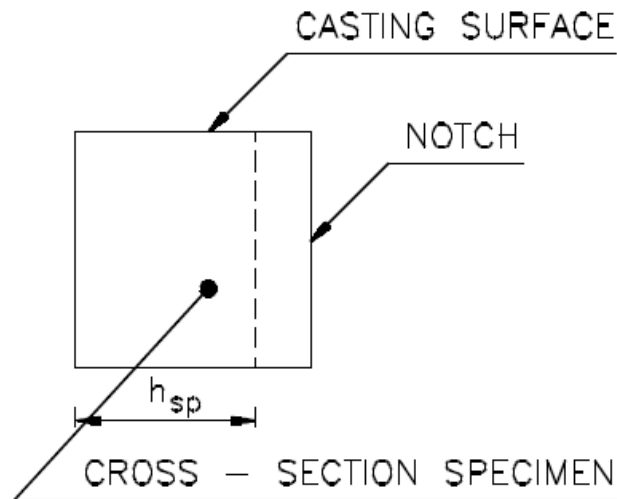
Slika 3.8 Uzorak za eksperiment statičkog ispitivanja greda na savijanje pod kontrolom pomaka [58]

Pri lijevanju uzoraka greda, beton se mora lijevati (sukladno preporukama RILEM-a TC162-TDF) tako da se u sredinu kalupa lijeva dvostruka količina betona od one koja se lijeva na krajevima kalupa. Na dva ugrađivanja betona zidarskom žlicom, u bočne dijelove čeličnog kalupa dodaje se i po jedno ugrađivanje u sredinu kalupa (slika 3.9). Nakon ugradnje uzorci su prekriveni najlonom i čuvaju se 24 sata na temperaturi od  $+20^\circ\text{C}$ . Nakon toga uzorci su raskalupljeni i potopljeni u vodu do starosti od 28 dana, kada su provode ispitivanja.



Slika 3.9 Procedura lijevanja betona [58]

Rez na sredini grede izvodi se nakon 28 dana pomoću mokrog rezanja. Greda se okrene za 90° od površine lijevanja uzorka i reže se kroz cijelu širinu grede (slika 3.10). Širina reza u sredini raspona je 5 mm, dok je duljina reza 25 mm. Dakle, visina grede na mjestu reza  $h_{sp}=150-25=125$  mm.



Slika 3.10 Procedura rezanja grede [58]

Izrađeno je po tri uzorka grede za svaku mješavine betona M1, M2 i M3 s različitim volumnim udjelima vlakana ( $V_f=0$  %,  $V_f=0.5$  %,  $V_f=1.0$  % i  $V_f=1.5$  %). Za statičko monotono opterećenje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom pomaka bilo je potrebno napraviti ukupno 36 uzorka (tablica 3.7).

Tablica 3.7 Broj uzoraka za eksperiment statičkog monotonog opterećenja grede na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom pomaka

mješavina betona	broj uzoraka (zarezana greda $b/h/L=150/150/550$ mm)			
	$V_f=0$ %	$V_f=0.5$ %	$V_f=1.0$ %	$V_f=1.5$ %
M1	3	3	3	3
M2	3	3	3	3
M3	3	3	3	3

Brzina prirasta pomaka sredine raspona bila je 0.01 mm/min za betone bez vlakana, dok je brzina prirasta pomaka sredine raspona bila 0.2 mm/min za betone s vlaknima. Eksperiment se izvodio pod kontrolom pomaka do pomaka od oko 30 mm za betonske grede s vlaknima.

Pri eksperimentu se kontinuirano mjeri sila i pomak neposredno ispod reza na gredi (slika 3.11).



Slika 3.11 Eksperiment statičkog ispitivanja grede na savijanje pod kontrolom pomaka na gredi s  $V_f=1.5 \%$

Na slici 3.12 prikazano je betoniranje kalupa za statičko ispitivanje greda na savijanje pod kontrolom pomaka. Betoniranje je provedeno u tvornici za industrijsku proizvodnju prednapregnutih, armiranobetonskih i betonskih proizvoda u mjestu Pojatno nedaleko od Zagreba, koje je vlasništvo tvrtke Viadukt d.d.

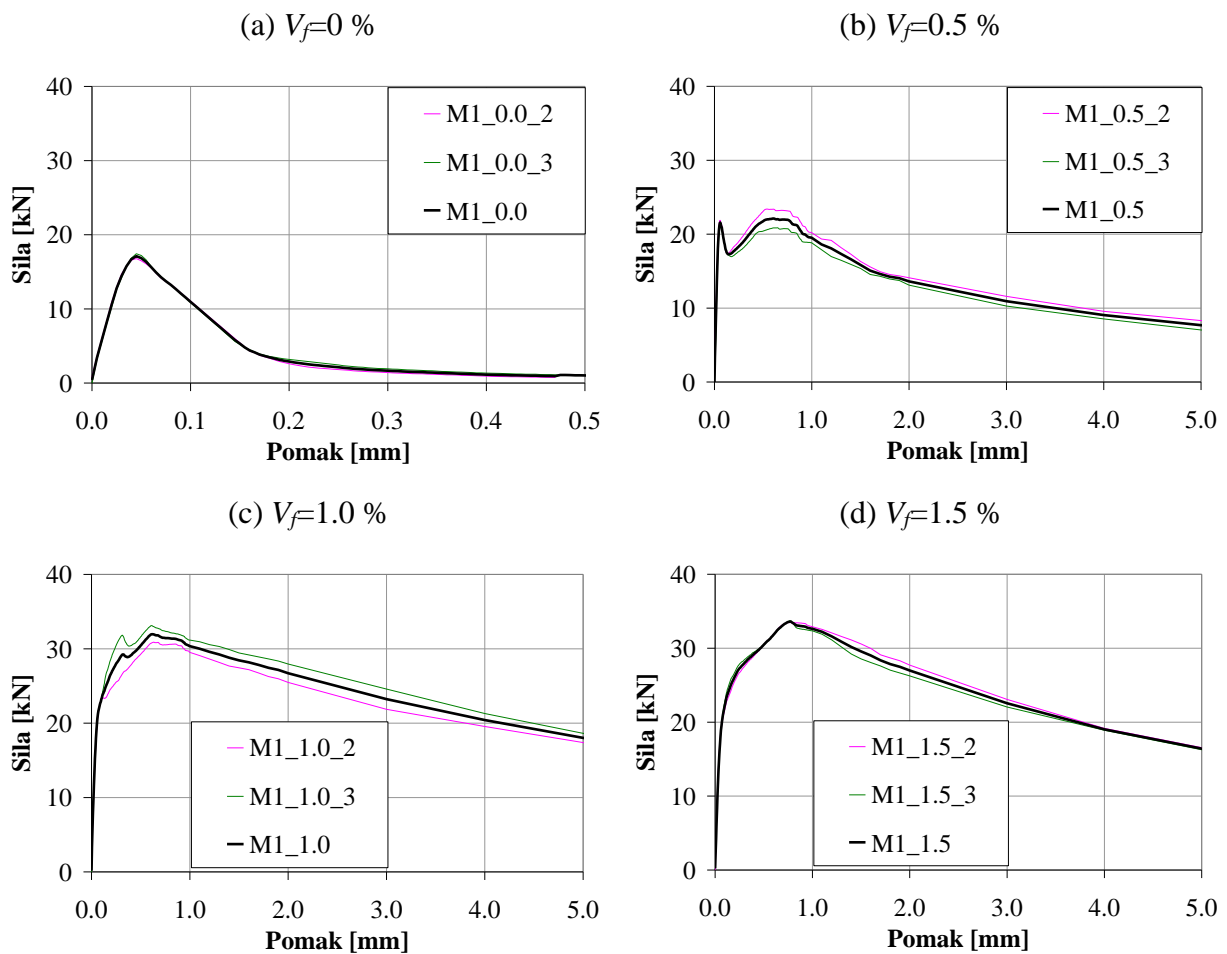


Slika 3.12 Betoniranje kalupa za statičko ispitivanje greda na savijanje pod kontrolom pomaka

### 3.4.2 Beton mješavine M1

Na slici 3.13 prikazani su eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda izrađenih od betona mješavine M1 za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Na svakoj slici prikazani su dijagrami sila-pomak za svaki uzorak, kao i srednja vrijednost dijagrama sila-pomak (crna boja). Za beton bez vlakana ( $V_f=0\%$ ) prikazan je pomak do 0.5 mm, dok je za betone s vlaknima ( $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) prikazan pomak do 5.0 mm. Vidljivo je da postoje samo dva uzorka za svaki volumni udio vlakana zato jer je eksperiment na prvim uzorcima proveden bez okvira za eliminaciju utiskavanja na ležajevima i mjestu nanošenja sile (pomaka).

Do trenutka pojave prve pukotine u gredama dijagrami sila-pomak za dva uzorka su gotovi isti, tek nakon pojave pukotina u gredama dolazi do velikog rasipanja u rezultatima. Vidljivo je da s porastom volumnog udjela vlakana raste slomna sila i duktilnost grede.

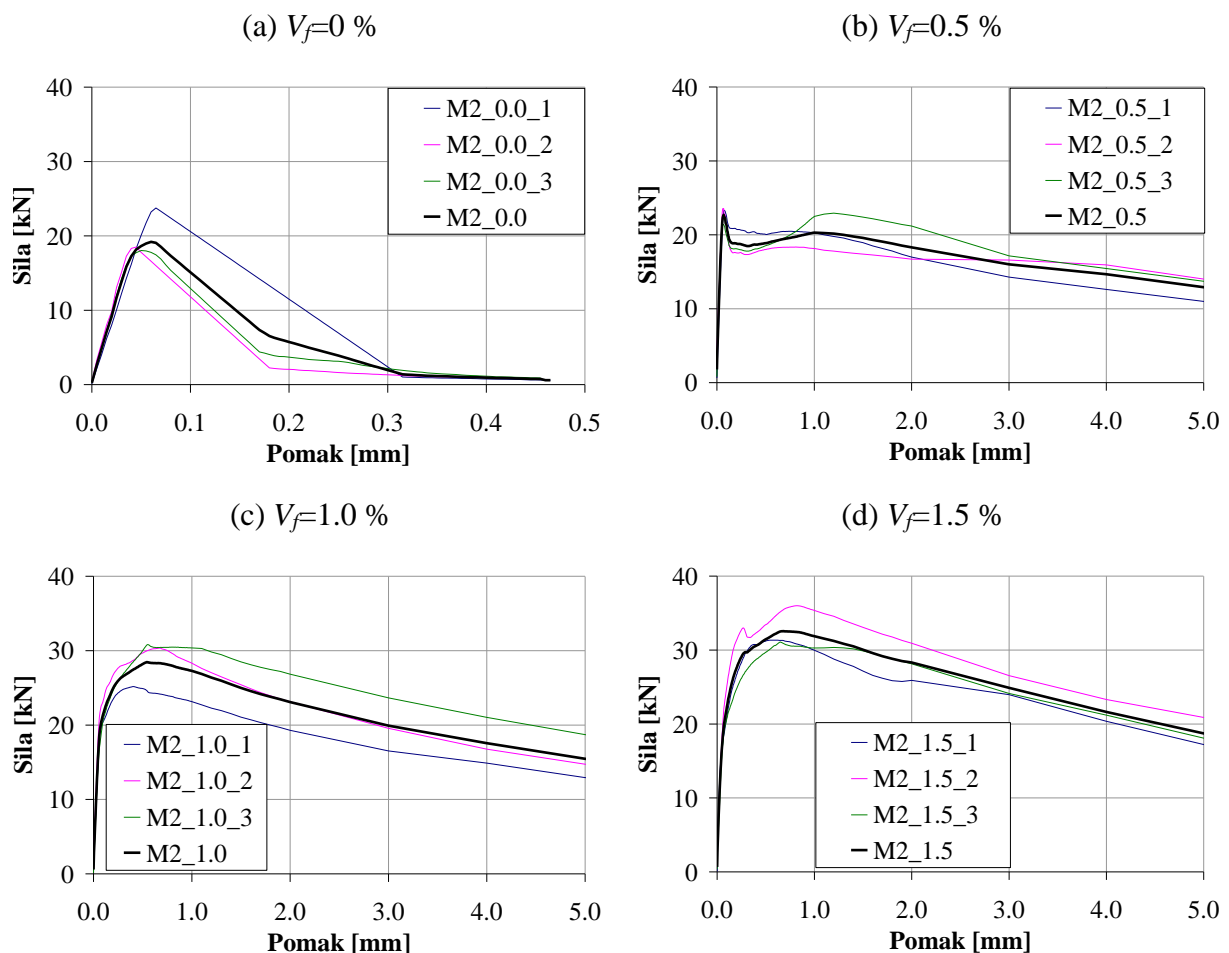


Slika 3.13 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M1

### 3.4.3 Beton mješavine M2

Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda izrađenih od betona mješavine M2 za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) prikazani su na slici 3.14. Prikazani su dijagrami sila-pomak za svaki uzorak, kao i srednja vrijednost dijagrama sila-pomak (crna boja). Za beton bez vlakana ( $V_f=0\%$ ) prikazan je pomak do 0.5 mm, dok je za betone s vlaknima ( $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) prikazan pomak do 5.0 mm.

Dijagrami sila-pomak za tri uzorka su gotovi isti do trenutka pojave prve pukotine u gredama. Nakon pojave pukotina u gredama dolazi do velikog rasipanja u rezultatima. Porastom volumnog udjela vlakana raste slomna sila i duktilnost grede.



Slika 3.14 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M2

U tablici 3.8 prikazan su slomne sile za pojedine uzorke i različite volumne udjele vlakana, kao i srednja vrijednost slomne sile  $F_u$  za različite volumne udjele vlakana, betona mješavine M2. Vidljivo je da kod betona mješavine M2 i volumne udjele vlakana  $V_f=0.5$  % postoji i uzorak 4, taj uzorak nije prikazan na slici 3.14b zato jer ima dosta veću slomnu silu od ostalih uzoraka, ali je ostavljen u tablici 3.8 koja će biti osnova za određivanje sila pri cikličkom opterećenju.

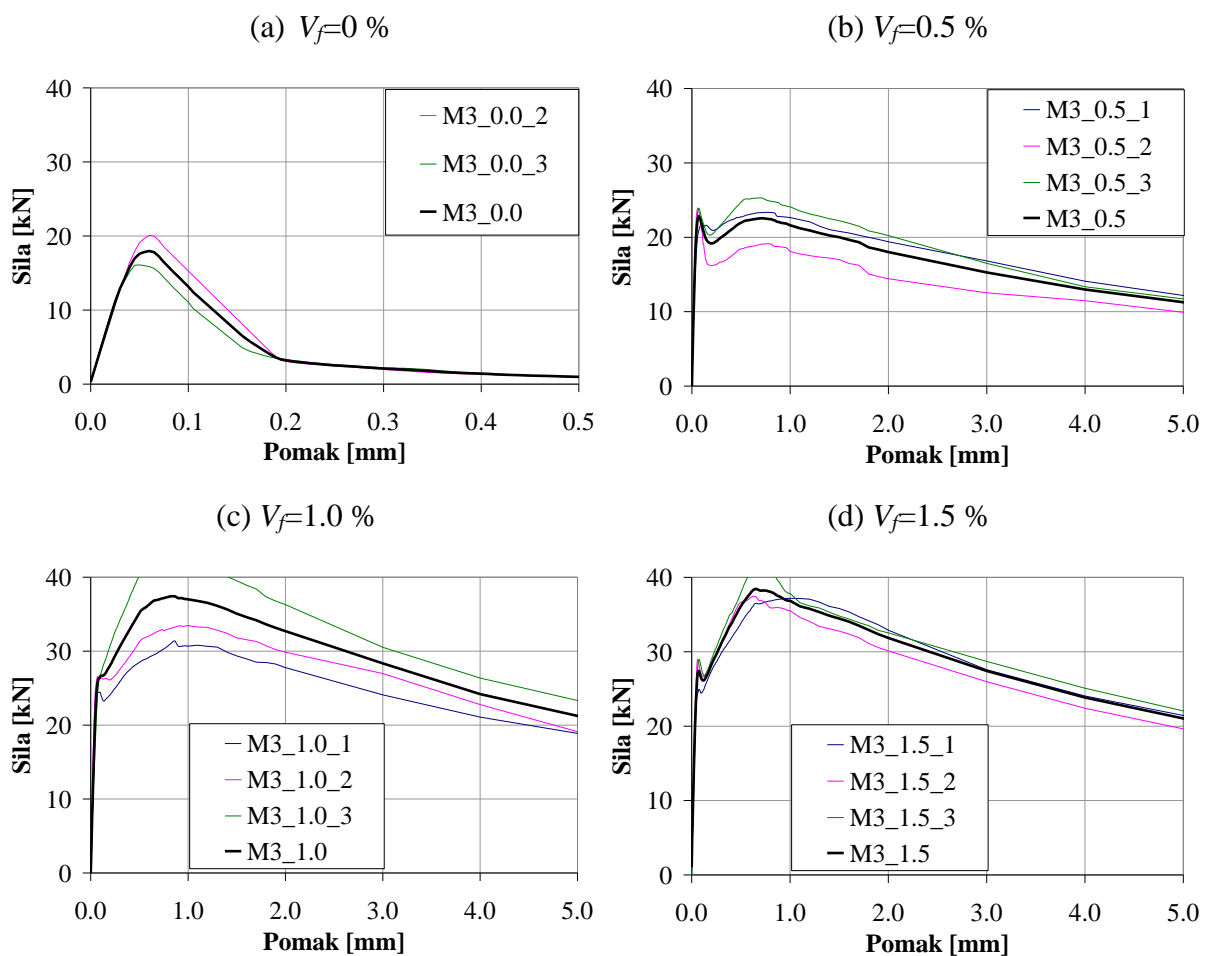
Tablica 3.8 Slomne sile za pojedine uzorke i različite volumne udjele vlakana i srednja vrijednost slomne sile  $F_u$  za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2 [kN]

betona mješavine M2	$V_f=0$ %	$V_f=0.5$ %	$V_f=1.0$ %	$V_f=1.5$ %
uzorak 1	23.78	23.33	25.18	31.34
uzorak 2	18.57	23.54	30.36	36.00
uzorak 3	18.04	23.01	30.82	31.08
uzorak 4		31.46		
srednja vrijednost $F_u$	20.13	25.34	28.79	32.81

### 3.4.4 Beton mješavine M3

Prikaz eksperimentalno dobivenih dijagrama sila-pomak gređa izrađenih od betona mješavine M3 za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) dan je na slici 3.15. Prikazani su dijagrami sila-pomak za svaki uzorak, kao i srednja vrijednost dijagrama sila-pomak (crna boja). Za beton bez vlakana ( $V_f=0\%$ ) prikazan je pomak do 0.5 mm, dok je za betone s vlaknima ( $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) prikazan pomak do 5.0 mm.

Kao i u prethodnim slučajevima do trenutka pojave prve pukotine u gređama dijagrami sila-pomak za tri uzorka su gotovi isti. Nakon pojave pukotina u gređama dolazi do velikog rasipanja u rezultatima, a vidljivo je da s porastom volumnog udjela vlakana raste slomna sila i duktilnost gređe.



Slika 3.15 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak gređa za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M3

### 3.5 Cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila

Procedura izrade uzoraka za cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila ista je kao u poglavlju 3.4.1. Ispitivanja se je provelo nakon 28 dana na gredama kvadratnog poprečnog presjeka dimenzija 150x150 mm i duljine 550 mm, statičkog sustava prosta greda raspona 500 mm. Širina reza u sredini raspona je 5 mm, dok je duljina reza 25 mm. Dakle, visina grede na mjestu reza  $h_{sp}=150-25=125$  mm.

Prije cikličkog nanošenja sile definirane su maksimalne sile u ciklusu i minimalne sile u ciklusu. Eksperiment cikličkog ispitivanja greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila proveden je samo za betone mješavine M2. Maksimalne sile u ciklusu  $F_{max}$  bila je 80 % srednje vrijednosti slomne sile  $F_u$  iz tablice 3.8:

$$F_{max} = 0.80 \cdot F_u \quad (3.1)$$

Minimalne sile u ciklusu  $F_{min}$  iznosile su 20% maksimalne sile u ciklusu  $F_{max}$ :

$$F_{min} = 0.2 \cdot F_{max} = 0.2 \cdot (0.8 \cdot F_u) = 0.16 \cdot F_u \quad (3.2)$$

Srednja vrijednost sile u ciklusu  $F_m$  iznosi:

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} = \frac{0.8 \cdot F_u + 0.16 \cdot F_u}{2} = 0.48 \cdot F_u \quad (3.3)$$

Omjer minimalne sile u ciklusu  $F_{min}$  i maksimalne sile u ciklusu  $F_{max}$ :

$$R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{0.16 \cdot F_u}{0.8 \cdot F_u} = 0.2 \quad (3.4)$$

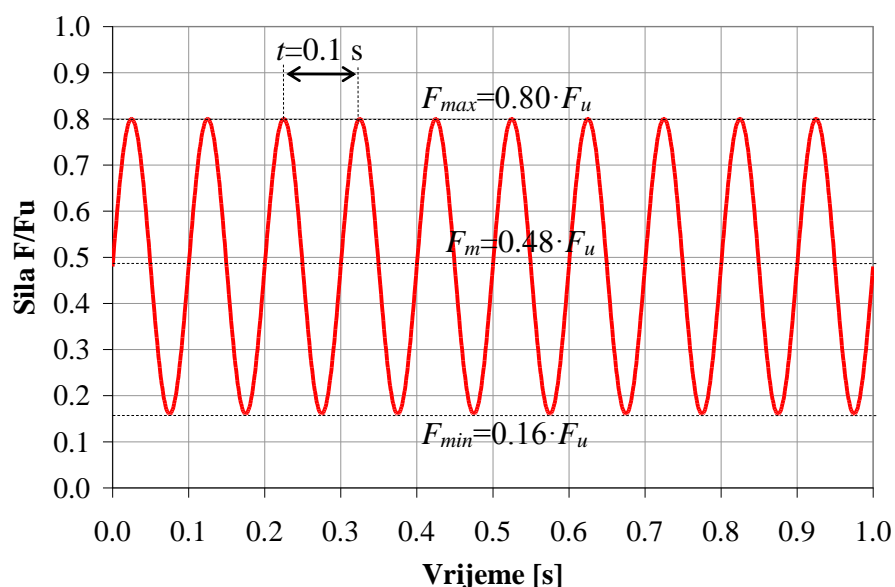
Prikaz srednjih vrijednosti slomne sile  $F_u$ , maksimalnih sila u ciklusu  $F_{max}$  i minimalnih sila u ciklusu  $F_{min}$  za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0$  %,  $V_f=0.5$  %,  $V_f=1.0$  % i  $V_f=1.5$  %) betona mješavine M2 prikazan je u tablici 3.9.



Tablica 3.9 Prikaz maksimalnih sila u ciklusu  $F_{max}$  i minimalnih sila u ciklusu  $F_{min}$  za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2

	$V_f=0\%$	$V_f=0.5\%$	$V_f=1.0\%$	$V_f=1.5\%$
$F_u$	20.13	25.34	28.79	32.81
$F_{max}$	16.1	20.3	23.0	26.2
$F_{min}$	3.2	4.1	4.6	5.2

Eksperiment se provodi pod kontrolom sile s maksimalnim brojem ciklusa od  $10^7$  ili do sloma (slika 3.16). Sila se je nanosila postepeno dok se ne dostigne srednja vrijednost sile u ciklusu  $F_m$ , a zatim se je nanosila sinusoidalno frekvencijom  $f=10$  Hz (10 ciklusa u sekundi) ili periodom  $t=1/f=0.1$  s.



Slika 3.16 Cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila

Izrađena su po tri uzorka grede za svaki različiti volumni udio vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Za cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila bilo je potrebno napraviti ukupno 12 uzorka (tablica 3.10).

Tablica 3.10 Broj uzoraka za cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila betona mješavine M2

broj uzoraka (zarezana greda $b/h/L=150/150/550$ mm)			
$V_f=0$ %	$V_f=0.5$ %	$V_f=1.0$ %	$V_f=1.5$ %
3	3	3	3

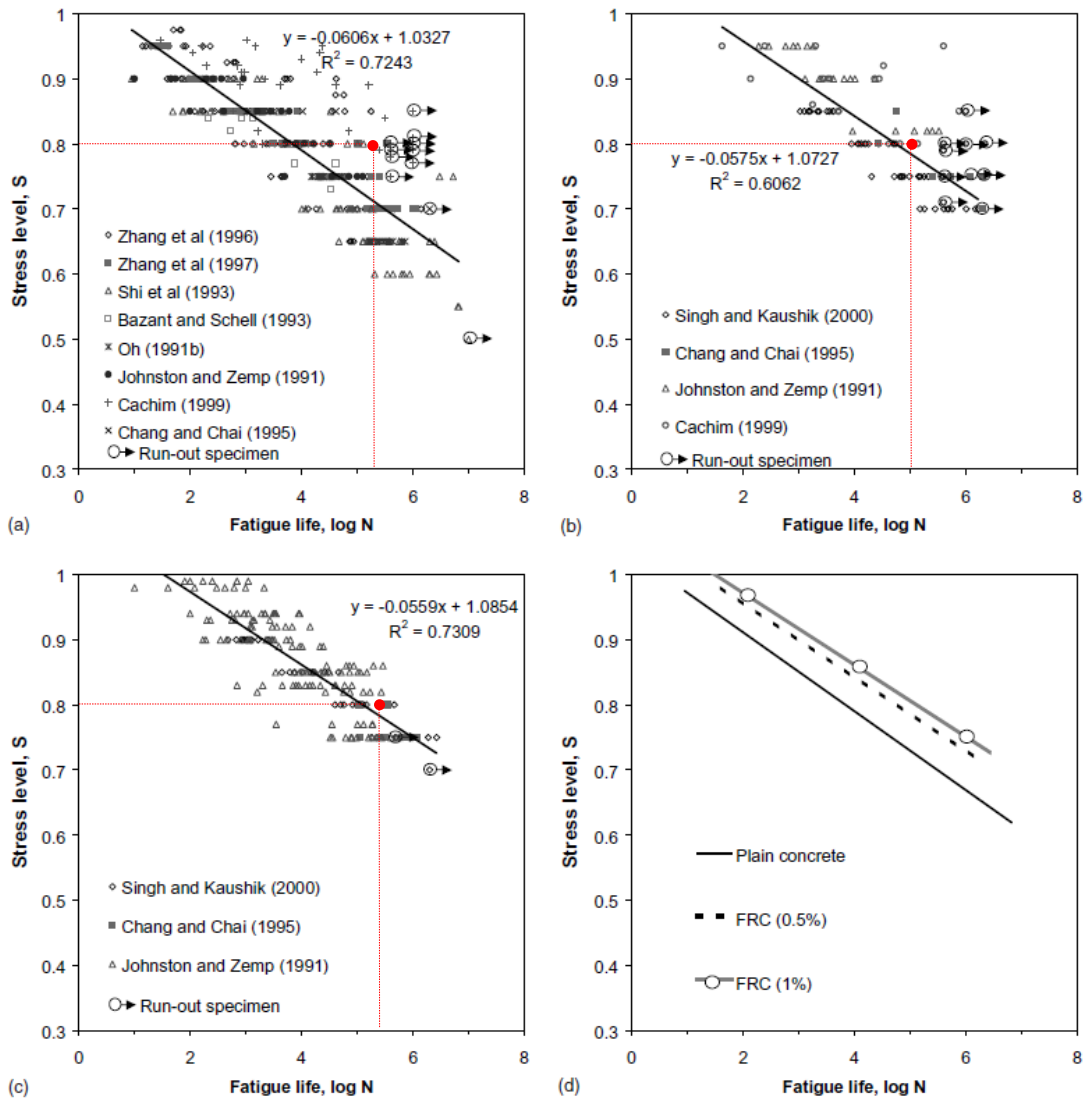
U tablici 3.11 prikazan je broj ciklusa u trenutku sloma  $N$  dobiven za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0$  %,  $V_f=0.5$  %,  $V_f=1.0$  % i  $V_f=1.5$  %) betona mješavine M2. Vidljivo je da s porastom volumnog udijela vlakana raste i broj ciklusa u trenutku sloma  $N$ , izuzetak je beton s volumnim udjelom vlakana od  $V_f=0.5$  %. Razlog zašto betona s volumnim udjelom vlakana od  $V_f=0.5$  % ima manji broj ciklusa u trenutku sloma od betona s volumnim udjelom vlakana od  $V_f=0.0$  % leži u činjenici da je kod betona s volumnim udjelom vlakana od  $V_f=0.5$  % uzet i četvrti uzorak koji ima dosta veću slomnu silu od ostala tri uzorka. Veća slomna sila značila je i veću maksimalnih sila u ciklusu, a kao posljedica toga je manji broj ciklusa u trenutku sloma.

Tablica 3.11 Broj ciklusa u trenutku sloma  $N$  dobiven za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2

betona mješavine M2	$V_f=0$ %	$V_f=0.5$ %	$V_f=1.0$ %	$V_f=1.5$ %
uzorak 1	72299	124636	239595	166777
uzorak 2	152904	22874	170824	227362
uzorak 3	365180	144851	318501	358840
srednja vrijednost $N$	196794	97454	242973	250993

Eksperiment cikličkog ispitivanja greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila proveden je u laboratoriju Zavoda za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta u Zagrebu.

Na slici 3.17 prikazana je usporedba  $S-N$  krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju [27] s provedenim eksperimentima. Vidljivo je da se rezultati provedenih eksperimenata dobro uklapaju u  $S-N$  krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju [27].



Slika 3.17 Usporedba  $S-N$  krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju [27] s provedenim eksperimentima: (a)  $V_f=0.0\%$ , (b)  $V_f=0.5\%$ , (c)  $V_f=1.0\%$  i (d)  $V_f=0.0\%$ ,  $V_f=0.5\%$  i  $V_f=1.0\%$

## 4 NUMERIČKA ANALIZA

### 4.1 Modeliranje betona

#### 4.1.1 Uvod

Numerička analiza provedena je korištenjem programa MASA [46]. Brojni numerički proračuni pokazuju da je program u stanju realno opisati ponašanje betonskih i armiranobetonskih konstrukcija [48, 49, 50, 47]. To je program za trodimenzijsku (3D) nelinearnu analizu betonskih i armiranobetonskih konstrukcija koji se bazira na metodi konačnih elemenata.

Korišteni su klasični konačni elementi formulirani u okviru mehanike lokalnog kontinuuma a oštećenja (pukotine) su tretirane u okviru koncepta tzv. "razmazanih" pukotina. Kako bi se osigurala objektivnost rezultata obzirom na izbor veličine konačnih elemenata korištena je tzv. "crack band" metoda [3] gdje se pretpostavlja da se oštećenje betona lokalizira u jednom nizu (traci) konačnih elemenata. U skladu s tim pretpostavka je da se deformacijska energija konstrukcije oslobađa u tom nizu (trak) konačnih elemenata čija širina približno odgovara širini jednoga konačnog elementa. Zbog oštećenja betona (pukotina) potrebno je osigurati konstantnu disipaciju energije koja mora biti neovisna o veličini konačnih elemenata.

U mikroravninskom modelu materijal je definiran vezom između komponenata naprezanja i deformacije na ravninama s različitim orijentacijama. Te ravnine se mogu zamisliti da predstavljaju ravnine oštećenja u mikrostrukтури, kao što je kontaktni sloj između agregata i cementne matrice (slika 4.1). Osnovni koncept mikroravninskog modela razvili su još na početku prošlog stoljeća Mohr [33] i Taylor [56].

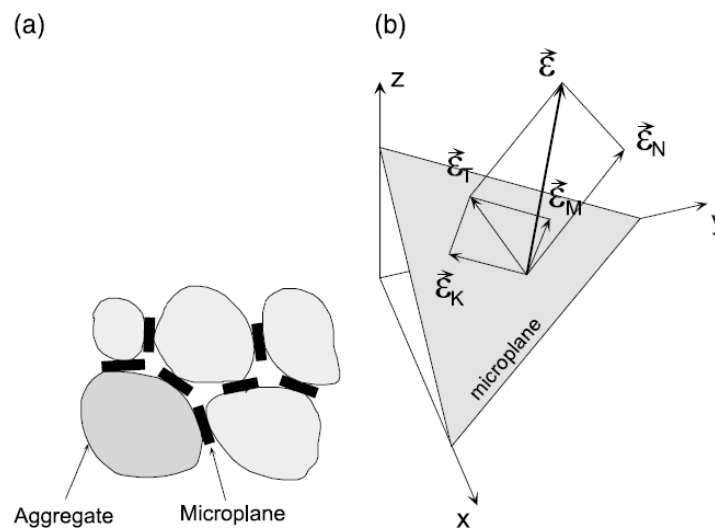
U ovome radu se koristi mikroravninski model [48] koji je baziran na tzv. konceptu relaksiranog kinematičkog pristupa. Taj koncept je modifikacija modela mikroravninskog modela M2 koji su predložili Bažant i Prat [5].

Glavne karakteristike mikroravninskog modela su:

- glavna prednost mikroravninskog modela je konceptualna jednostavnost, tj. potrebno je definirati samo set jednoosnih krivulja naprezanje-deformacija na mikroravninama da bi se

dobio makroskopski odgovor modela kao rezultat numeričke integracije preko svih mikroravnina.

- mikroravninski model primjenjiv je za potpuno trodimenzionalno modeliranje
- relativno jednostavno se uzima u obzir početna anizotropija
- usporedba između eksperimentalnih i numeričkih rezultata pokazuje dobro slaganje
- brojne numeričke studije pokazuju da mikroravninski model može realno prikazati ponašanje betonskih konstrukcija za kompleksne slučajeve opterećenja



Slika 4.1 Mikroravninski model betona: (a) kontaktne slojeve između zrna agregata i (b) dekompozicija ukupnog makroskopskog tenzora deformacije na mikroravnini [48]

#### 4.1.2 Osnovne pretpostvke veze na makro-mikro nivou

Umjesto proračuna s mikroravninskom deformacijom proračunatom iz ukupnog tenzora deformacija (kontinuirano polje deformacije), za dominantno vlačno opterećenje mikroravninsko naprezanje se proračunava iz efektivne mikroravninske deformacije [48].

Glavne pretpostavke su:

(I) Svaka mikroravnina ima normalnu i posmičnu komponentu ( $\epsilon_N$  i  $\epsilon_T$ ). Normalna komponenta je rastavljena na volumensku  $\epsilon_V$  i devijatorsku  $\epsilon_D$  komponentu. Rezultantna posmična komponenta sastoji se iz dvije međusobno okomite komponente ( $\epsilon_M$  i  $\epsilon_K$ ), slika 4.1b.

(II) Osim za volumensku deformaciju, efektivna mikroravninska deformacija dobivena je iz makroroskopskog tenzora deformacije  $\varepsilon_{ij}$  množenjem funkcijom  $\psi$  [48]:

$$\begin{aligned}\vec{\varepsilon}_N &= (\varepsilon_D + \varepsilon_V) \vec{n} \\ \varepsilon_V &= \varepsilon_{kk} / 3, \\ \varepsilon_D &= (n_i n_j \varepsilon_{ij} - \varepsilon_V) \psi, \end{aligned} \quad (4.1a)$$

$$\begin{aligned}\vec{\varepsilon}_T &= \varepsilon_M \vec{m} + \varepsilon_K \vec{k}, \\ \varepsilon_M &= m_i n_j \varepsilon_{ij} \psi, \\ \varepsilon_K &= k_i n_j \varepsilon_{ij} \psi. \end{aligned} \quad (4.1b)$$

Orijentacija svake mikroravnine u izrazima (4.1) definirana je jediničnim vektorom  $\mathbf{n}$  s komponentama  $n_i$  gdje  $i$  predstavlja komponente Kartezijevih koordinata  $x_i$  ( $i=1,2,3$ ).

(III) Za dominantno vlačno opterećenje, funkcija  $\psi$  uvedena u izrazima (4.1) relaksira kinematička ograničenja. Funkcija  $\psi$  naziva se funkcija diskontinuiteta i predstavlja diskontinuitet kao posljedicu diskretnih vlačnih pukotina. Funkcija diskontinuiteta  $\psi$  se ne odabire proizvoljno. Za svaku mikroravninu, funkcija diskontinuiteta  $\psi$  povezana je s volumenskom vezom naprezanje-deformacija. Da bi se uzeo u obzir gladak prijelaz iz dominantnog vlačnog u dominantno tlačno opterećenje, za funkciju diskontinuiteta  $\psi$  se pretpostavlja da je ovisna o maksimalnom glavnom vlačnom naprezanju  $\sigma_I$ .

(IV) Za korektno modeliranje betona pri troosnom tlaku, pretpostavlja se da je posmično ponašanje na svakoj mikroravnini ovisno o volumenskoj deformaciji. Posmične mikroravninske komponente su međusobno neovisne.

Iz poznatih inkremenata mikroravninskih deformacija, odgovarajuća mikroravninska naprezanja dobiju se kao [48]:

$$\begin{aligned}d\sigma_V &= E_V d\varepsilon_V, \\ d\sigma_D &= E_D d\varepsilon_D, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\sigma_M &= E_M d\varepsilon_M, \\
d\sigma_K &= E_K d\varepsilon_K,
\end{aligned}
\tag{4.2a}$$

gdje  $E_V$ ,  $E_D$ ,  $E_M$  i  $E_K$  predstavljaju tangentne module dobivene iz poznatih jednoosnih mikroravninskih veza naprezanje-deformacija. U korištenom mikroravninskom modelu betona jednoosne mikroravninske veze naprezanje-deformacija za čisto monotono opterećenje usvojene su iste kao i u radu [45]. One su bazirane na skalarnoj teoriji oštećenja i definirane su kako slijedi [48]:

$$\begin{aligned}
\sigma_V &= C_V \varepsilon_V, \\
\sigma_D &= C_D \varepsilon_D, \\
\sigma_T &= C_T \varepsilon_T,
\end{aligned}
\tag{4.2b}$$

s (osim za volumenski tlak) [48]:

$$\begin{aligned}
C_V &= E_{V,0}(1-\omega_V), \\
C_D &= E_{D,0}(1-\omega_D), \\
C_T &= E_{T,0}(1-\omega_T),
\end{aligned}
\tag{4.2c}$$

gdje su  $C_V$ ,  $C_D$  i  $C_T$  sekantni moduli s njihovim početnim vrijednostima  $C_{V,0}=E_{V,0}$ ,  $C_{D,0}=E_{D,0}$  i  $C_{T,0}=E_{T,0}$ . Posmični mikroravninski moduli  $C_T$  označavaju obje komponente  $M$  i  $K$ . One su pretpostavljene da imaju iste funkcije. Skalarni parametar oštećenja  $\omega$  usvoje je kao [48]:

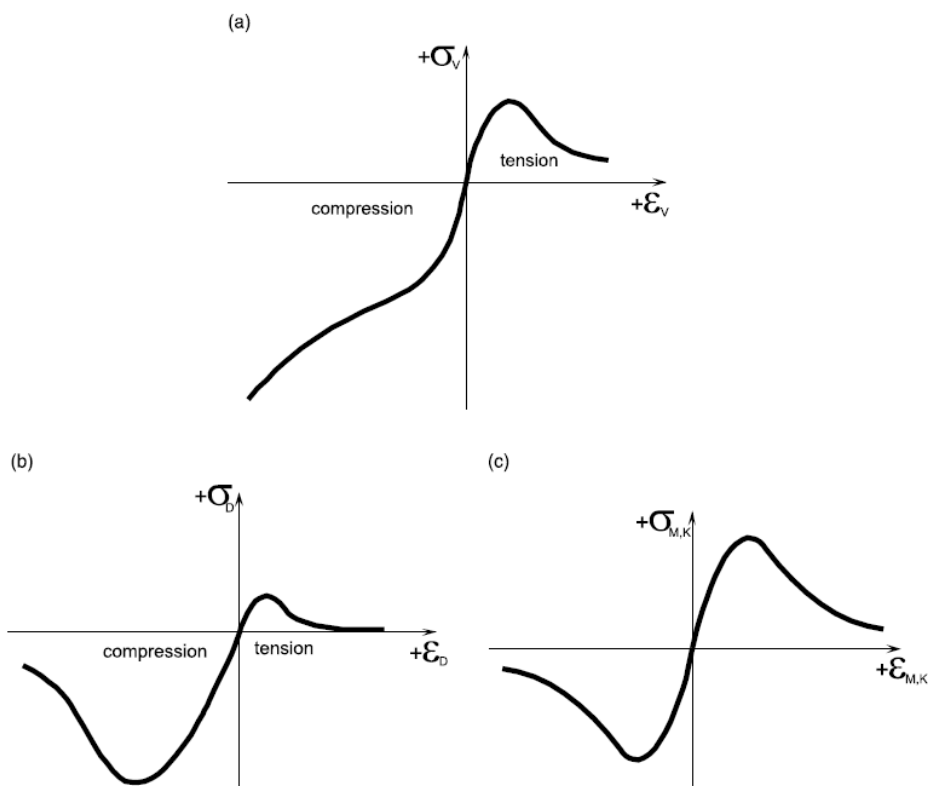
$$\begin{aligned}
\varepsilon_V \geq 0: \quad \omega_V &= 1 - e^{-|\varepsilon_V/e_1|^m}, \\
\varepsilon_D \geq 0: \quad \omega_D &= 1 - e^{-|\varepsilon_D/e_1|^m}, \\
\varepsilon_D < 0: \quad \omega_D &= 1 - e^{-|\varepsilon_D/e_2|^n}, \\
\omega_T &= 1 - e^{-|\varepsilon_T/e_5|^k},
\end{aligned}
\tag{4.2d}$$

u kojima je  $e_5=e_3$  kada je  $\varepsilon_V \geq 0$  i  $e_5=e_3-e_4\varepsilon_V$  ako je  $\varepsilon_V < 0$ . Parametri  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ ,  $m$ ,  $n$  i  $k$  su empirijske konstante materijala. Ovisnost  $e_5$  o volumenskoj deformaciji  $\varepsilon_V$  predstavlja

unutarnje trenje koje je dodatno kinematičko ograničenje skalarnog tipa. Za volumenski tlak, nema oštećenja ( $\varepsilon_V=0$ ), a veza naprezanje-deformacija usvojena je kao [48]:

$$C_V = E_{V,0} \left[ \left( 1 + \left| \frac{\varepsilon_V}{a} \right| \right)^{-p} + \left| \frac{\varepsilon_V}{b} \right|^q \right], \quad (4.2e)$$

gdje su  $a$ ,  $b$ ,  $p$  i  $q$  empirijske konstante materijala. Krivulje iz izraza (4.2) za sve mikroravninske komponente naprezanje-deformacija su prikazane na slici 4.2.



Slika 4.2 Veza između naprezanja i deformacije (prikazana kvalitativno): (a) volumenska komponenta, (b) devijatorska komponenta i (c) posmične komponente  $M$  i  $K$  [48]

Za proračun makroskopske krutosti i tenzora naprezanja iz poznatih komponenti mikroravninskih naprezanja i deformacija, potrebno je integrirati jednoosne veze naprezanje-deformacija preko svih mikroravnina tako da je zadovoljena ravnoteža naprezanja između svih mikroravninskih naprezanja i makroskopskog tenzora naprezanja. Zbog materijalne nelinearnosti proračun se radi inkrementalno. Mikroravninski inkrementi naprezanja su proračunati iz veze naprezanje-deformacija (4.2.). Iz tih inkremenata, odgovarajuća



makroskopska naprezanja dobivena su iz ravnoteže između makro i mikro nivoa. Koristeći se principom virtualnog rada [5] dobivamo:

$$\frac{2\pi}{3} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = \int_S (\sigma_N \delta \varepsilon_N + \sigma_M \delta \varepsilon_M + \sigma_K \delta \varepsilon_K) \Omega(n) ds, \quad (4.3)$$

gdje  $\mathbf{n}$  predstavlja jedinični vektor normale na mikroravnini.  $\delta \varepsilon_{ij}$ ,  $\delta \varepsilon_N$ ,  $\delta \varepsilon_M$ ,  $\delta \varepsilon_K$  su male varijacije deformacije na makro nivou i mikro nivou. Lijeva strana izraza (4.3) makroskopski rad preko jedinične kugle materijala, dok desna strana izraza (4.3) predstavlja makroskopski rad preko površine jedinične kugle.  $\Omega(\mathbf{n})$  je težinska funkcija smjera normale  $\mathbf{n}$  koja uključuje anizotropiju materijala u početnom stanju.

Uvrštavanjem izraza (4.2) u izraz (4.3) dobiva se makroskopski tenzor naprezanja kao [48]:

$$\sigma_{ij} = \frac{3}{2\pi} \int_S \left[ n_i n_j \sigma_V + \left( n_i n_j - \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \sigma_D + \frac{1}{2} (m_i n_j + m_j n_i) \sigma_M + \frac{1}{2} (k_i n_j + k_j n_i) \sigma_K \right] \Omega(n) dS. \quad (4.4)$$

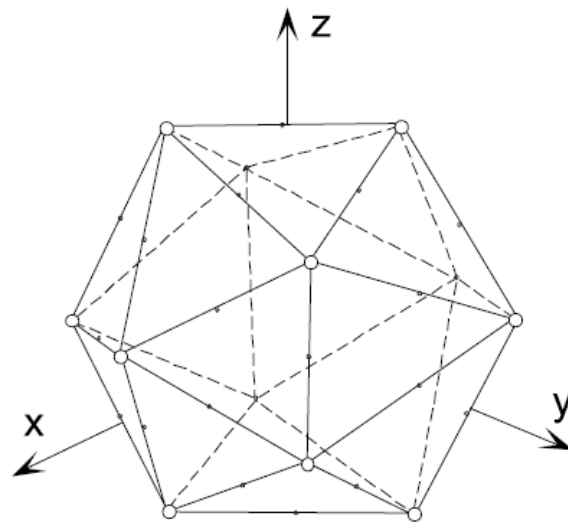
Integral u izrazu (4.4) linearan je za naprezanja i zbog toga se također može koristiti na inkrementima naprezanja.

Makroskopski tangentni tenzor krutosti  $E_{ijrs}$  dobiva se uvrštavanjem izraza (4.1) i inkrementalnog oblika izraza (4.2b)-(4.2e) u inkrementalni oblik izraza (4.4) [48].

Integral iz izraza (4.4) dobivaju se numerički koristeći slijedeći aproksimativni izraz [48]:

$$\frac{4\pi}{3} \int_S \cong 6 \sum_{k=1}^n X_k \quad (4.5)$$

u kojima se indeks  $k$  odnosi na određeni diskretni set mikroravnina određen prostornim položajem normale povezan s točkama na jediničnoj polu kugli, a  $X_k$  su težinski koeficijenti za numeričku integraciju. Značenje izraza (4.5) je da je jedinična kugla iz izraza (4.3) aproksimirana s nizom diskretnih ravnina (slika 4.3). Zadovoljavajuća točnost se dobije s 21 integracijskom točkom (simetrični dio kugle) [4].



Slika 4.3 Prostorna diskretizacija (aproksimacija) kugle pomoću 21 integracijske točke (simetrični dio) [48]

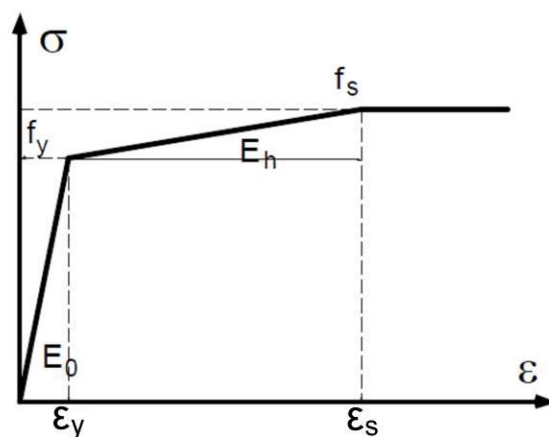
## 4.2 Modeliranje vlakana

Vlakna su diskretizirana s 1D štapnim konačnim elementima, koji mogu primiti samo tlačnu ili vlačnu silu. Jedan elemenat vlakna sastoji se od dva čvora, a svaki čvor ima tri translatorsna stupnja slobode.

Modeliranje vlakana rađeno je u programu MASA i korištene su zakonitosti koje vrijede za modeliranje uobičajene armature. Programom MASA može se modelirati armatura (savršeni bond) tada se koriste *bar* elementi za armaturu. Kada se modelira armatura s bondom tada za armaturu koristimo *rod* elemente.

Pri modeliranju armature u programu MASA trebamo imati zajedničke čvorove između betonskih elemenata (*heksa* ili *tetra* elementi) i elemenata armature (*bar* ili *rod* elementi). Problem modeliranja slučajnog položaja vlakana i slučajne orijentacije vlakana diskutiran je u poglavlju 4.4.

Konstitutivni zakon za vlakna definiran je jednoosnim odnosom naprezanje-deformacija, pri čemu je korištena tri-linearna krivulja naprezanje-deformacija prikazana na slici 4.4. Krivulja je definirana s četiri parametra: početni modul elastičnosti  $E_0$ , modul ojačanja  $E_h$ , granica popuštanja  $f_y$  i vlačna (tlačna) čvrstoća  $f_s$ .



Slika 4.4 Ulazni parametri za modeliranje vlakna

### 4.3 Modeliranje veze beton-vlakna (bond)

#### 4.3.1 Ponašanje pri monotonom i cikličkom djelovanju

Korišten je diskretni bond model za posmičnu vezu između betona i vlakna, koji je implementiran u programu MASA [49]. Bond model ima zadatak simulirati vezu između betona (3D konačni element) i vlakna (1D štapni konačni element). Kod diskretnog bond modela pretpostavlja se da je veza okomito na smjer vlakna kruta te se razmatra samo veza (prokliznuće) u smjeru osi vlakna. Prokliznuće vlakna  $s$  predstavlja relativni pomak između "istog" čvora betona i čvora vlakna, u smjeru osi vlakna.

Jednačba koja se koristi za diskretni bond model podijeljena je u četiri područja [28], slika 4.5:

$$\tau(s) = \tau_0 \cdot \left( \frac{s}{s_0} \right) \cdot \left[ \left( \frac{k_2}{k_1} \right) + \left( 1 - \left( \frac{k_2}{k_1} \right) \right) \cdot \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{s}{s_0} \right)^R} \right)^{\frac{1}{R}} \right] \quad \text{za } s \leq s_1$$

$$\tau(s) = \tau_m + \tau_f \quad \text{za } s_1 < s \leq s_2$$

$$\tau(s) = \tau_m \cdot \left( \frac{s_3 - s}{s_3 - s_2} \right) + \tau_f \quad \text{za } s_2 < s \leq s_3$$

$$\tau(s) = \tau_f \quad \text{za } s_3 < s \quad (4.6)$$

gdje je:

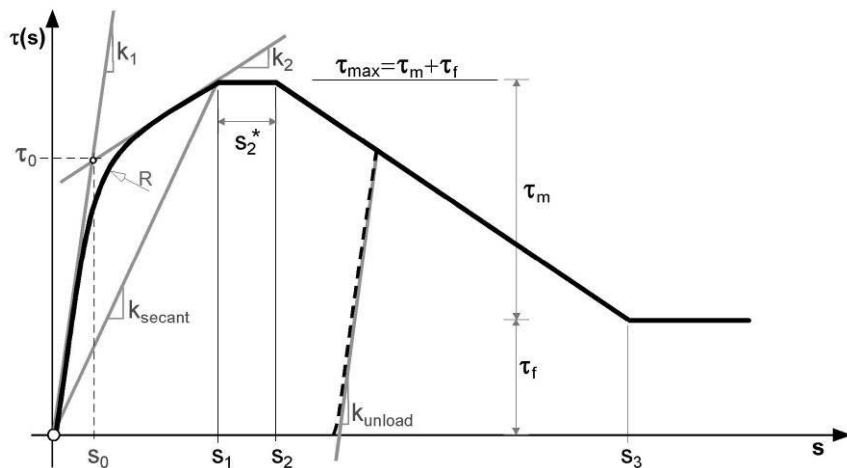
-  $s$  - prokliznuće

$$- s_0 = s_1 \cdot \left( \frac{k_{secant} - k_2}{k_1 - k_2} \right)$$

-  $s_1$  - prokliznuće pri kojem je dosegnuta posmična čvrstoća

-  $s_2 = s_1 + s_2^*$  - prokliznuće nakon kojeg posmična čvrstoća počinje padati

- $s_2^*$  - prokliznuće pri dosegnutoj posmičnoj čvrstoći
- $s_3$  - prokliznuće pri kojem više nema mehaničke komponente posmične čvrstoće
- $\tau(s)$  - posmično naprezanje
- $\tau_0 = s_0 \cdot k_1$
- $\tau_m$  - mehanička komponenta posmične čvrstoće
- $\tau_f$  - komponenta trenja posmične čvrstoće
- $k_1$  - početna tangentna krutost
- $k_2$  - tangentna krutost pri pomaku  $s_1$
- $k_{secant}$  - sekantna krutost pri pomaku  $s_1$
- $k_{unload}$  - krutost rasterećenja
- $R$  - radijus zakrivljenosti uzlazne krivulje



Slika 4.5 Ulazni parametri za modeliranje veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ )

Gore definirani parametri diskretnog bond modela vrijede za slučaj kada u armaturi nema bočnog pritiska, kada nema oštećenja u betonu, i kada se armatura nalazi u elastičnome području. Utjecaj tih faktora uzima se preko izraza [28]:

$$\tau = \tau(s) \cdot \Omega = \tau(s) \cdot \Omega_s \cdot \Omega_c \cdot \Omega_{cyc} \quad (4.7)$$

Osnovni parametri diskretnog bond modela ( $\tau_m$  i  $\tau_f$ ) ovise o kvaliteti betona (tlačna čvrstoća betona), promjeru šipke i obliku rebara na šipki. Parametar  $\Omega$  se dobije iz [28]:

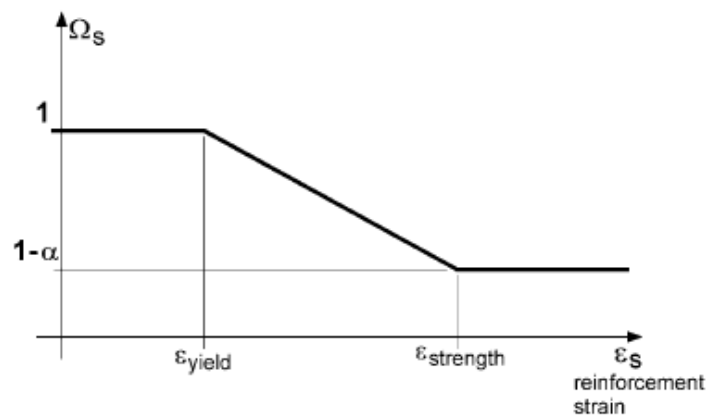
$$\Omega = \Omega_s \cdot \Omega_c \cdot \Omega_{cyc} \quad (4.8)$$

gdje  $\Omega_s$  kontrolira utjecaj deformacije na ponašanje bonda,  $\Omega_c$  uzima u obzir utjecaj naprezanja u betonu i  $\Omega_{cyc}$  kontrolira utjecaj opterećenja, rasterećenje i ponovnog opterećenja na bond.

Popuštanje armature na vlak izaziva bočno skrećenje armature (kontrakcija) i kao posljedica toga dolazi do slabljenja bonda. Ovaj utjecaj uzima se u obzir pomoću izraza [49]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yield} & \quad \Omega_s = 1.0 \\ \varepsilon_{yield} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{strength} & \quad \Omega_s = 1.0 - \alpha(\varepsilon_s - \varepsilon_{yield}) / (\varepsilon_{strength} - \varepsilon_{yield}) \\ \varepsilon_s > \varepsilon_{strength} & \quad \Omega_s = 1.0 - \alpha \end{aligned} \quad (4.9)$$

gdje je  $\varepsilon_s$  deformacija armature,  $\varepsilon_{yield}$  deformacija armature u trenutku popuštanja armature,  $\varepsilon_{strength}$  deformacija armature u trenutku dostizanje vlačne čvrstoće armature i  $\alpha$  je paramter koji kontrolira rezidualna naprezanja prikaza na slici 4.6.



Slika 4.6 Definicija paramara  $\Omega_s$  [49]

Utjecaj radijalnih napezanja u betonu u blizini armature uzima se uobzir pomoću srednjeg naprezanja u betonu okomito na smjer šipke  $\bar{\sigma}_r$ , [49]:

$$\bar{\sigma}_r \leq 0 \quad \Omega_c = 2.0 - \exp\left(-\left|\frac{\bar{\sigma}_r}{0.1 \cdot f_c}\right|\right) \quad (4.10)$$

$$\bar{\sigma}_r > 0 \quad \Omega_c = 1.0$$

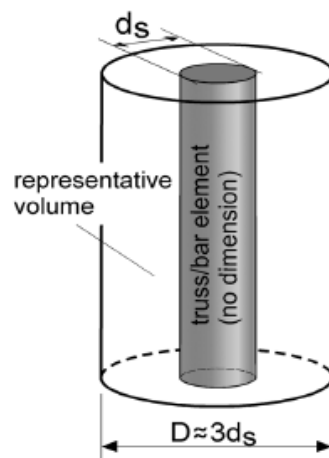
gdje je  $f_c$  jednoosna tlačna čvrstoća betona. Kod metode konačnih elemenata srednje radijalno napezanje u betonu dobiva se kao [49]:

$$\bar{\sigma}_r = \frac{1}{V_R} \sum_{i=1}^N \sigma_r^i \Delta V_i \quad (4.11)$$

i

$$V_R = \sum_{i=1}^N \Delta V_i \quad (4.12)$$

gdje  $\Delta V_i$  označava volumen koji odgovara i-toj integracijskoj točki konačnog elementa,  $\sigma_r^i$  naprezanje u betonu okomito na armaturu,  $N$  je ukupni broj integracijskih točaka koji pada unutar cilindra promjera  $D$  (slika 4.7). U predloženom modelu promjer cilindra  $D$  uzima se kao  $D=3 \cdot d_s$ , gdje je  $d_s$  promjer šipke. U izrazu (4.12)  $V_R$  je reprezentativni volumen, odnosno volumen betonskog cilindra promjera  $D$  koji je povezan s štapnim konačnim elementom armature.

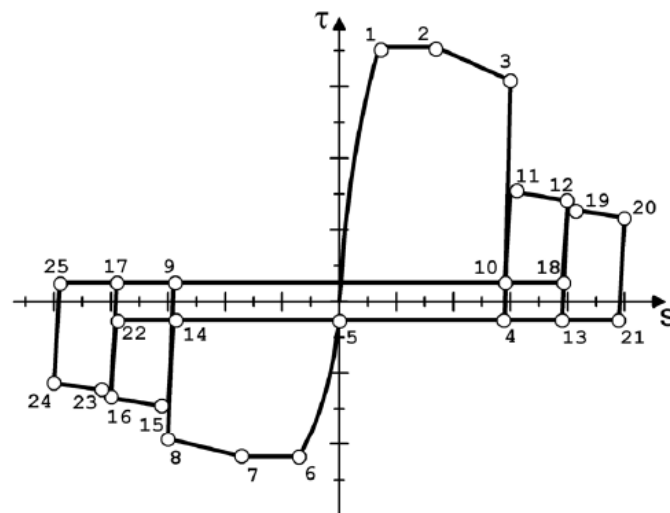


Slika 4.7 Reprezentativni volumen [49]

Ekperimenti pokazuju da cikličko djelovanje (opterećenje-rasterećenje-ponovno opterećenje), s prirastom broja cilusa ponavljanja znatno umanjuje čvrstoću bonda [15]. Utjecaj cikličkog opterećenja na smanjenje čvrstoće bonda uzima se preko faktora  $\Omega_{cyc}$  [49]:

$$\Omega_{cyc} = \exp\left(-1.2\left[\Lambda/\Lambda_0\right]^{1.1}\right) \quad (4.13)$$

gdje je  $\Lambda$  akumulirana posmična energija disipacije i  $\Lambda_0$  je konstanta koja predstavlja površinu ispod monotone krivulje bond-prokliznuće reprezentativne posmične komponente. Izraz (4.13) predložio je Eligehausen [15] i dobiven je na osnovu velikog broja rezultata eksperimentalnih cikličkih ispitivanja. Na slici 4.8 prikazano je cikličko ponašanje veze bond-proklinuće.



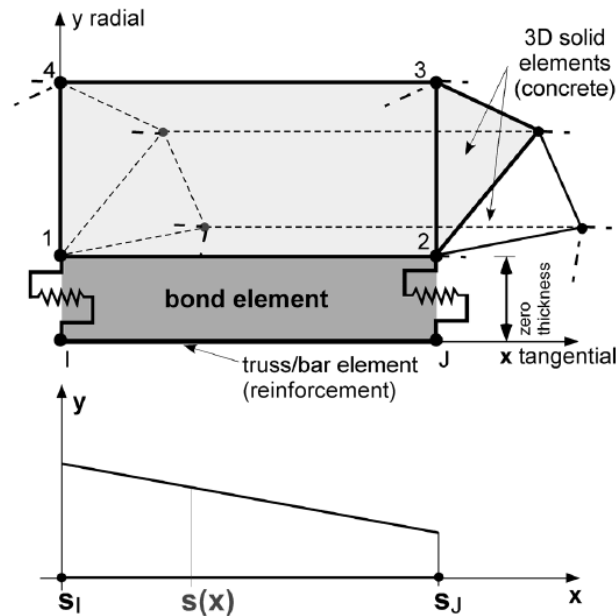
Slika 4.8 Cikličko ponašanje bond elementa [49]

### 4.3.2 Implementacija diskretnih bond elemenata

Diskretni bond model definira čvrstoću bonda i krutost bonda kao funkciju relativnog prokliznuća između betona i armature. Model koristi bond elemente koji su konačne duljine a širina im je nula. Tako definirani diskretni bond elementi implementirani su u program MASA za trodimenzijsku (3D) nelinearnu analizu betonskih i armiranobetonskih konstrukcija koji se bazira na metodi konačnih elemenata (slika 4.9). Bond element povezuje štapni 1D konačni element armature s 3D solid konačnim elementom (*tetra* ili *heksa*) betona. Promatra



se samo veza bond-prokliznuće u smjeru armature. Veza bond-prokliznuće ovisi o srednjem (nelokalnom) naprezanju betona u blizini armature. Budući da je radijalno naprezanje generirano u betonskom elementu, otpornost veze bond-prokliznuće povezana je s betonskim 3D konačnim elementom preko parametra  $\Omega_c$  u izrazu (4.8). Ako se radijalna otpornost betonskog elementa smanjuje (npr. pucanje betona) mora se smanjivati i otpornost veze bond-prokliznuće, u protivnome ravnoteža naprezanja nije moguća.



Slika 4.9 Bond element i polje pomak bond elementa [49]

Diskretni bond element je konačni element koji se sastoji od dva čvora. Polje pomak bond elementa je prokliznuće koje je definirano kao relativni pomak između armature i betona u smjeru paralelnom s osi armature ( $x$  smjer na slici 4.9). Nepoznanice su prokliznuća  $s_I$  i  $s_J$  na početku i kraju konačnog elementa. Polje pomaka  $s(x)$  u lokalnom koordinatnom sistemu  $(x, y)$  je linearno uzduž osi elementa [49]:

$$s(x) = B(x)s$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} & \frac{x}{l} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$s = \begin{Bmatrix} s_I \\ s_J \end{Bmatrix}$$

gdje matrica  $B$  povezuje vektor čvornih pomak  $s$  s poljem pomaka  $s(x)$ .

Matrica krutosti diskretnog bond elementa formulirana je na osnovi principa virtualnog rada [49]:

$$\delta(S^T s) = \delta \left( \int_l s(x) \tau(x) dx \right) \quad (4.15)$$

gdje je  $S$  vektor čvornih sila elementa,  $l$  je duljina elementa a  $\tau(x)$  povezuje posmično (bond) naprezanje s prokliznućem.

Inkrementalna (tangencijalna) veza posmično (bond) naprezanje-prokliznuće dobije se kao [49]:

$$d(\tau(x)) = E d(s(x)) \quad (4.16)$$

gdje je  $E$  tangenti modul krutosti dobiven iz izraza (4.6).

Uvrštavanjem izraza (4.14) i (4.16) u izraz (4.15) dobiva se veza čvornih sila i čvornih pomaka (prokliznuće) [49]:

$$d(S) = k d(s) \quad (4.17)$$

s

$$k = \int_l B(x)^T E B(x) dx \quad (4.18)$$

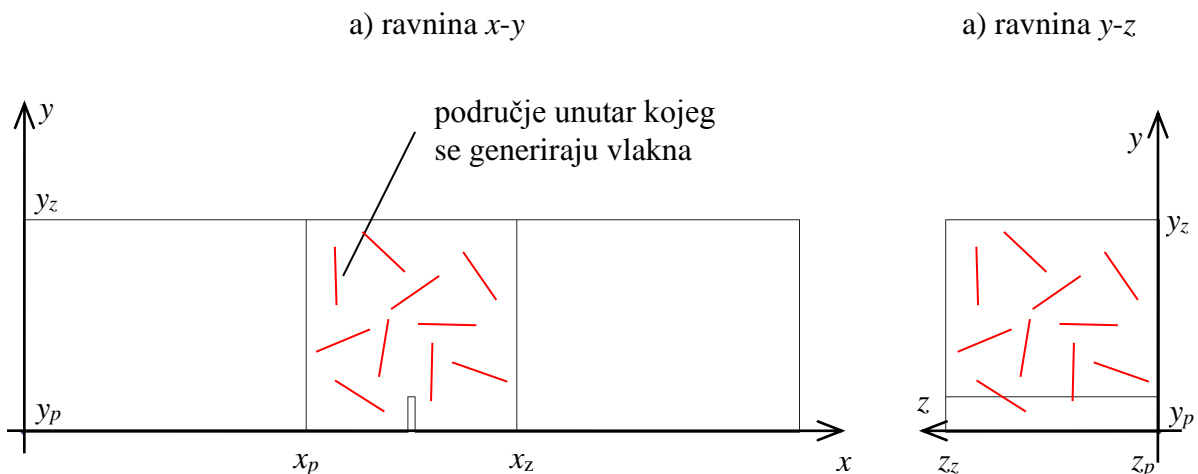
gdje je  $k$  lokalna tangenta matrica krutosti diskretnog bond elementa. Transformacija lokalne tangentne matrice krutosti diskretnog bond elementa u globalni koordinatni sistem radi se standardnim procedurama transformacije. Tako dobivena matrica krutosti dodaje se matrici krutosti cijelog sistema.

#### 4.4 Generiranje konačnih elemenata vlakana

Program MASA koristi program FEMAP za preprocesing i postprocesing. Kod preprocesinga u FEMAP-u se zadaju konačni elementi, čvorovi, materijali, rubni uvjeti i opterećenja, dok se kod postprocesinga u FEMAP-u prikazuju rezultati proračuna iz programa MASA, kao što su pomaci, deformacije i naprezanja.

Programom FEMAP ne mogu se izgenerirati štapni elementi vlakana koji moraju biti slučajno orijentirani u prostoru. Problem je riješen pomoću programa Mathcad 2001i, na način da se za svako vlakno generira: jedinični vektor smjera vlakna kao slučajnu varijablu i težište vlakna kao slučajnu varijablu.

Ulazni podaci u programu Mathcad su: dimenzije područja u kojemu će se generirati vlakna slučajno raspoređena u prostoru, ukupni broj vlakana, duljina vlakana i broj konačnih elemenata s kojima će se diskretizirati jedno vlakno. Prikaz zarezane grede s područjem unutar kojega se generiraju vlakna prikazan je na slici 4.10.



Slika 4.10 Zarezane grede s područjem unutar kojega se generiraju vlakna

Program Mathcad za svako vlakno generira: jedinični vektor smjera vlakna kao slučajnu varijablu i težište vlakna kao slučajnu varijablu. Jedinični vektor smjera vlakna  $n$  definiran je pomoću kosinusa kutova koje jedinični vektor smjera vlakna zatvara s osima  $x, y$  i  $z$ :

$$n = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

gdje je:  $\alpha$  kut između jediničnog vektora smjera vlakna i osi  $x$ ,  $\beta$  kut između jediničnog vektora smjera vlakna i osi  $y$  i  $\gamma$  kut između jediničnog vektora smjera vlakna i osi  $z$ . Kutevi  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  su slučajne varijable, s time da vrijedi:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (4.20)$$

Najprije se generira kut  $\alpha$  kao slučajna varijabla i to u području od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Nakon toga se generira kut  $\beta$  kao slučajna varijabla i to u području od:

$$a \cos(\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}) \quad (4.21)$$

do

$$a \cos(-\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}) \quad (4.22)$$

Kut  $\gamma$  dobiva se na osnovu izraza (4.20), tako da je duljina jediničnog vektora smjera vlakna  $n$  jednaka jedinici:

$$\gamma = a \cos(\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}) \quad (4.23)$$

Postupak generiranja jediničnog vektora smjera vlakna kao slučajne varijable ponavlja se za svako vlakno koje treba generirati.

Nakon što su poznati jedinični vektori smjera vlakana, mogu se izgenerirati težišta vlakana kao slučajne varijable. Za svako vlakno izgeneriraju se koordinate vlakna kao slučajne varijable. Težište vlakna definirano je kao točka s koordinatama  $(x_g, y_g, z_g)$ , kod koje je:  $x_g$  koordinata težišta vlakana u  $x$  smjeru kao slučajna varijabla,  $y_g$  koordinata težišta vlakana u  $y$  smjeru kao slučajna varijabla i  $z_g$  koordinata težišta vlakana u  $z$  smjeru kao slučajna varijabla.

Najprije se generira koordinata težišta vlakana u  $x$  smjeru kao slučajna varijabla  $x_g$  i to u području od:

$$x_p + \frac{l_f}{2} |\cos \alpha| \quad (4.24)$$

do

$$x_z - \frac{l_f}{2} |\cos \alpha| \quad (4.25)$$

Nakon toga se generira koordinata težišta vlakana u  $y$  smjeru kao slučajna varijabla  $y_g$  i to u području od:

$$y_p + \frac{l_f}{2} |\cos \beta| \quad (4.26)$$

do

$$y_z - \frac{l_f}{2} |\cos \beta| \quad (4.27)$$

Posljednja se generira koordinata težišta vlakana u  $z$  smjeru kao slučajna varijabla  $z_g$  i to u području od:

$$z_p + \frac{l_f}{2} |\cos \gamma| \quad (4.28)$$

do

$$z_z - \frac{l_f}{2} |\cos \gamma| \quad (4.29)$$

U gornjim izrazima  $x_p$  je početna koordinata za područje generacije vlakana u  $x$  smjeru,  $x_z$  je završna koordinata za područje generacije vlakana u  $x$  smjeru,  $y_p$  je početna koordinata za područje generacije vlakana u  $y$  smjeru,  $y_z$  je završna koordinata za područje generacije vlakana u  $y$  smjeru,  $z_p$  je početna koordinata za područje generacije vlakana u  $z$  smjeru,  $z_z$  je završna koordinata za područje generacije vlakana u  $z$  smjeru i  $l_f$  je ukupna duljina jednog vlakna.

Budući da je područje generacije vlakana greda s zarezom treba paziti na to da niti jedan čvor budućeg elementa vlakna ne padne u prostor reza na sredini grede. Ako su zadovoljeni uvjeti:

$$\left( x_{z1} - \frac{l_f}{2} |\cos \alpha| \right) \leq x_g \leq \left( x_{z2} + \frac{l_f}{2} |\cos \alpha| \right) \quad (4.30)$$

i

$$y_g \leq \left( zarez_y + \frac{l_f}{2} |\cos \beta| \right) \quad (4.31)$$

tada barem jedan čvor budućeg elementa vlakna pada u prostor zaraza na sredini grede, i zbog toga treba ponoviti generiranje težišta vlakana toga vlakna kao slučajne varijable izrazi (4.24) do (4.29), uz uvjet da nisu zadovoljeni uvjeti dani izrazom (4.30) i (4.31).

Veličina  $x_{z1}$  je početna koordinata na mjestu reza u gredi u  $x$  smjeru:

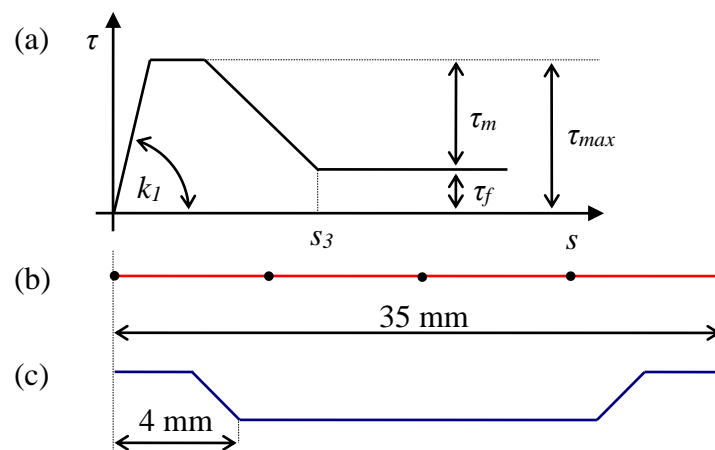
$$x_{z1} = \left( \frac{x_p + x_p}{2} \right) - \frac{zarez_x}{2} \quad (4.32)$$

dok je veličina  $x_{z2}$  je završna koordinata na mjestu reza u gredi u  $x$  smjeru:

$$x_{z2} = \left( \frac{x_p + x_p}{2} \right) + \frac{zarezx}{2} \quad (4.33)$$

gdje je  $zarezx$  duljina reza na gredi u  $x$  smjeru a  $zarezy$  je duljina (visina) reza na gredi u  $y$  smjeru.

Kada su poznati jedinični vektori smjera vlakana i težišta vlakana, mogu se generirati čvorovi i štapni konačni elementi za sva vlakna. Svako vlakno je modelirano s četiri štapna konačna elementa i pet čvorova (slika 4.11b).



Slika 4.11 Način modeliranja vlakna: (a) veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ), (b) štapni konačni elementi i čvorovi vlakna i (c) stvarni oblik vlakna

Da bi se smanjila veličina modela i vrijeme proračuna, vlakna su generirana samo u središnjih 150 mm grede (slike 4.10 i 4.12). Dakle, područje u kojemu su se generirala vlakna bila je zarezana kocka veličine stranice 150 mm. Generacija vlakana provedena je s gore definiranim veličinama koje su prikazane u tablici 4.1.

Tablica 4.1 Usvojene veličine potrebne za generiranje vlakana

veličine [mm]										
$x_p$	$x_z$	$y_p$	$y_z$	$z_p$	$z_z$	$zarezx$	$zarez y$	$x_{z1}$	$x_{z2}$	$l_f$
200	350	0	150	0	150	5	25	272.5	277.5	35

Čvorovi i štapni konačni elementi za svako vlakno generirano u programu Mathcad moraju se eksportirati u program FEMAP. Kada imamo čvorove i štapne konačne elemente za svako vlakno u programu FEMAP mogu se izgenerirati betonski tetraedralni konačni elementi, tako da imamo zajedničke čvorove za štapne elemente vlakana i betonske tetraedralne konačne elemente.

Ovako dobiveni model sastoji se iz štapnih konačnih elemenata vlakana i betonskih tetraedralnih konačnih elemenata koji imaju "savršeni" bond. Da bi se izgenerirali diskretni bond elementi trebamo zajedničke čvorove za vlakna i beton najprije razdvojiti, odnosno napraviti „duple” čvorove. Nakon toga se u programu FEMAP generiraju diskretni bond elementi (*spring*) koji spajaju „duple” čvorove, jedan kraj diskretnog bond elmenta povezan je s čvorom štapnog konačnog elemenata vlakana, a drugi s čvorom betonskog tetraedralnog konačnog elementa.

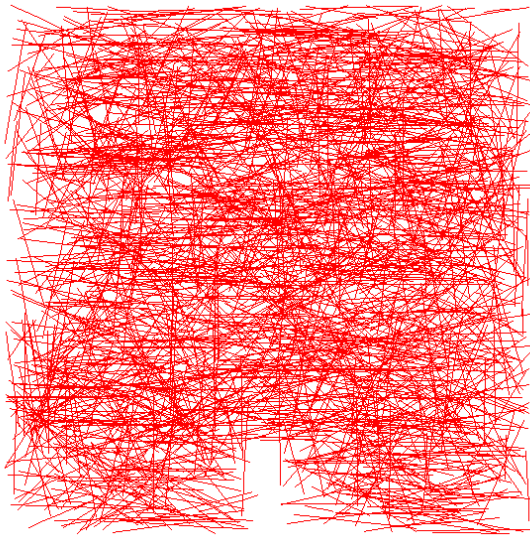
Da bi se smanjilo vrijeme proračuna potrebno je koristiti specijalni program „Frontwidth Optimizer” koji optimizira numeraciju mreže konačnih elemenata.

Vlakna s kukama modelirana su ravnim štapnim konačnim elementima, a utjecaj kuke uzet je pomoću diskretnog bond modela preko veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ). Način modeliranja vlakna prikazan je na slici 4.11. Na slici 4.11a prikazani su samo pametri veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) koji su važni za kalibraciju modela. Bitni parametri pri kalibraciji veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) su:  $k_1 = k_2 = k_{secant}$ ,  $\tau_{max} = \tau_m + \tau_f$  i  $s_3$ . Zbog pojednostavljenja procesa kalibracije pretpostavljeno je da je veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) do pomaka  $s_1$  pravac (slika 4.11a).

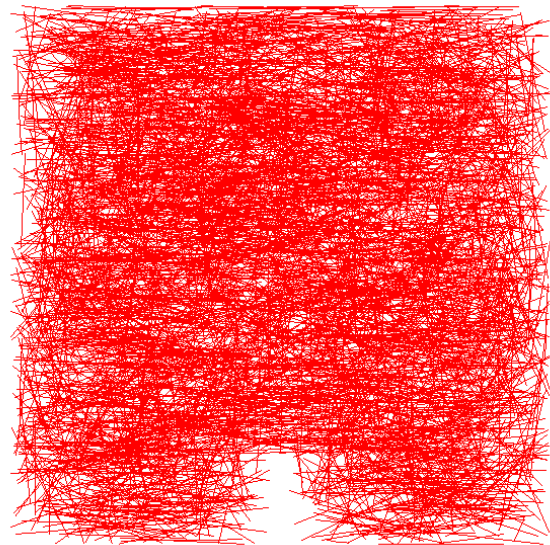
Prikaz modela s  $V_f=0.5\%$  i  $V_f=1.0\%$  volumnog udjela vlakana dan je na slici 4.12, na slici su prikazana samo konačni elemenati vlakana koju su generirani samo u središnjih 150 mm grede.



(a)  $V_f=0.5\%$



(b)  $V_f=1.0\%$



Slika 4.12 Prikaz konačnih elemenata vlakana generiranih u središnjih 150 mm grede

## 5 REZULTATI NUMERIČKE ANALIZE

### 5.1 Uvod

#### 5.1.1 Broj vlakana

Numerička analiza provedena je samo za grede izrađene od betona mješavine M1 i M2 za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Model s  $0.5\%$  volumnog udjela vlakana ima 1874 vlakana u središnjih 150 mm grede, dok model s  $1.0\%$  volumnog udjela vlakana ima 3748 vlakana u središnjih 150 mm grede. Model s  $1.5\%$  volumnog udjela vlakana trebao bi imati 5622 vlakana u središnjih 150 mm grede, ali se taj model nije mogao izgenerirati u programu FEMAP zbog prevelikog broja potrebnih konačnih elemenata, tako da će se koristiti modificirani model s  $1.0\%$  volumnog udjela vlakana, na način da se ploština i opseg vlakna povećaju za 1.5 puta.

Iz prospekta proizvođača vlakana dobiven je podatak o količini vlakana u kilogramu vlakana ( $14500$  vlakana/kg) i gustoći vlakna  $\rho_f=7700$  kg/m<sup>3</sup>.

Vlakna se generiraju samo u središnjih 150 mm zarezane grede, prema tome volumen betona (zarezana kocka) u središnjih 150 mm zarezane grede je:

$$V_{zg} = (x_z - x_p)(y_z - y_p)(z_z - z_p) - zarezx \cdot zarez y \cdot b \quad (5.1)$$

sve veličine definirane su u poglavlju 4.

Volumen vlakana u betonu (zarezana kocka) u središnjih 150 mm zarezane grede je:

$$v_f = \frac{V_f}{100} V_{zg} \quad (5.2)$$

Masa vlakana u betonu (zarezana kocka) u središnjih 150 mm zarezane grede je:

$$m_f = \rho_f \cdot v_f \quad (5.3)$$

Broj vlakana u betonu (zarezana kocka) u središnjih 150 mm zarezane grede je:

$$N_f = m_f \cdot 14500 \frac{\text{vlakana}}{\text{kg}} \quad (5.4)$$

Prikaz gore definiranih veličina iz izraza (5.1) do (5.4) za različite volumne udjele vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ) dan je u tablici 5.1.

Tablica 5.1 Prikaz broja vlakana u betonu u središnjih 150 mm zarezane grede ovisno o volumnom udjelu vlakana

$V_f$ [%]	$V_{zg}$ [mm <sup>3</sup> ]	$v_f$ [mm <sup>3</sup> ]	$m_f$ [kg]	$N_f$ [vlakana]
0.5	3356250	16781.25	0.12922	1874
1.0	3356250	33562.50	0.25843	3748
1.5	3356250	50343.75	0.38765	5622

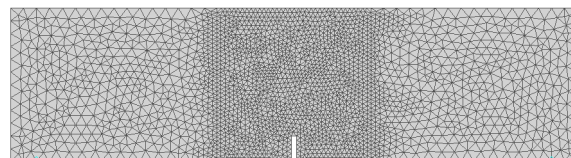
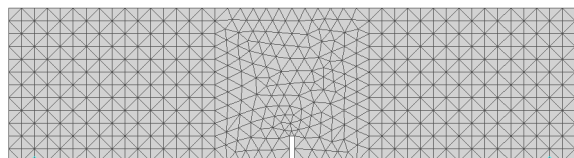
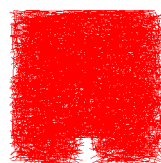
Model bez vlakana izračunat je za dva modela. Prvi model dobiven je iz modela s 0.5 % volumnog udjela vlakana, tako da su pobrisani svi štapni elementi i čvorovi vlakana i diskretni bond elementi. Drugi model dobiven je iz modela s 1.0 % volumnog udjela vlakana, tako da su pobrisani svi štapni elementi i čvorovi vlakana i diskretni bond elementi.

Prikaz modela s 0.5 % i 1.0 % volumnog udjela vlakana dan je na slici 5.1a i 5.1b, vlakna se nalaze u gredi ali su zbog prikaza pomaknuta prema gore. Na slici 5.1c prikazan je pogled na prerezanu gredu s 0.5 % vlakana, dok je na slici 5.1d prikazana prerezana greda s 0.5 % vlakana u izometriji, vlakna su prikazana crvenom bojom.

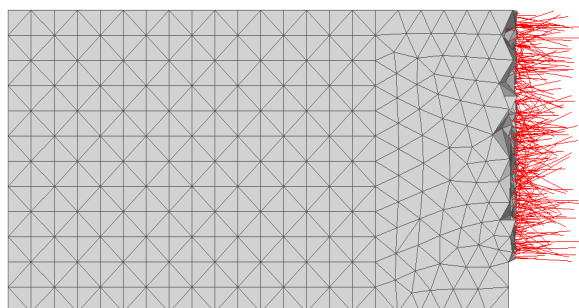
(a)  $V_f=0.5\%$ , pogled cijele grede



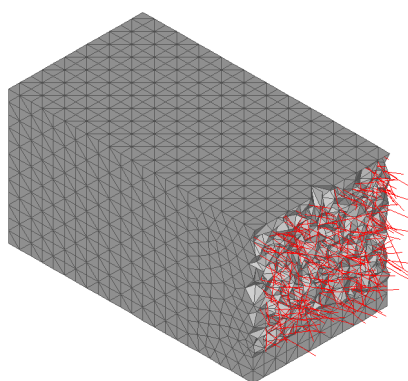
(b)  $V_f=1.0\%$ , pogled cijele grede



(c)  $V_f=0.5\%$ , pogled prerezane grede



(d)  $V_f=0.5\%$ , izometrija prerezane grede



Slika 5.1 Prikaz modela s 0.5 % i 1.0 % volumnog udjela vlakana

Numerički proračun programom MASA proveden je inkrementalno pod kontrolom pomaka, za modele bez vlakana ukupno je korišteno 50 inkremenata pomaka po 0.01 mm ( $50 \cdot 0.01 = 0.5$  mm), dok je za modele s vlakanima korišteno 500 inkremenata pomaka po 0.01 mm ( $500 \cdot 0.01 = 5.0$  mm).

### 5.1.2 Deformacija u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine

Volumen betona (zarezana kocka) u središnjih 150 mm zarezane grede je (zanemaren volumen zarez):

$$V_{zg} \approx (x_z - x_p)(y_z - y_p)(z_z - z_p) \quad (5.5)$$

Prosječni volumen tetraedralnih konačnih elementa betona u središnjih 150 mm zarezane grede:

$$\bar{v}_{e.tetra} = \frac{V_{zg}}{n_{e.tetra}} \quad (5.6)$$

gdje je  $n_{e.tetra}$  broj tetraedralnih konačnih elementa betona u središnjih 150 mm zarezane grede.

Ako pretpostavimo da su tetraedralnih konačnih elementa betona pravilni i jednakih stranica  $a$ , tada je volumen jednog tetraedralnih konačnih elementa:

$$\bar{v}_{e.tetra} = \frac{a^3}{6} \quad (5.7)$$

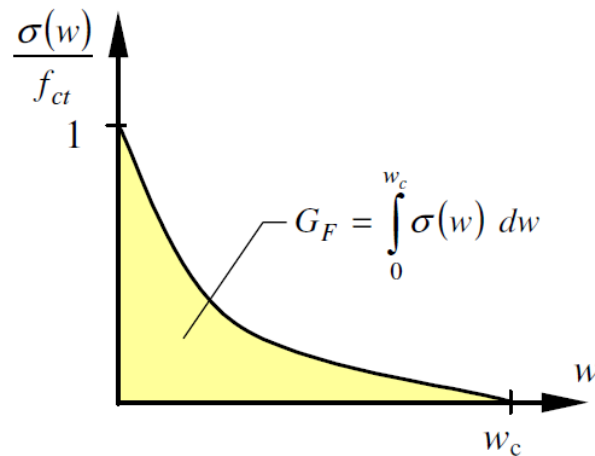
Iz izraza (5.7) dobije se prosječna stranica tetraedralnog konačnog elementa betona  $a$  (prosječna veličina elementa) u središnjih 150 mm zarezane grede:

$$a = \sqrt[3]{6 \cdot \bar{v}_{e.tetra}} \quad (5.8)$$

Prosječna deformacija u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine  $w_c=0.1$  mm (slika 5.2) je:

$$\varepsilon = \frac{w_c}{a} = \frac{0.1mm}{a} \quad (5.9)$$

Prikaz gore definiranih veličina od izraza (5.5) do (5.9) za sve modele dan je u tablici 5.2. Oznake modela biti će definirane u poglavljima 5 i 6. Prosječna deformacija u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine  $w_c=0.1$  mm potrebna je da bi se za svaki model moglo prikazati područje oštećenja (maksimalne glavne vlačne deformacije) za betonske elemente grede. Kritična širina pukotine  $w_c$  je širina pukotine pri kojoj više nema prijenosa opterećenje (naprezanja) preko pukotine. Obično se uzima da je kritična širina pukotine  $w_c$  za beton približno 0.1 mm [29].



Slika 5.2 Dijagram naprezanje u betonu - širina pukotine ( $\sigma-w$ ) [29]

Pri označavanju modela prva oznaka označava mješavinu betona M1 i M2. Drugi broj označava volumni udio vlakana 05 za  $V_f=0.5$  %, 10 za  $V_f=1.0$  % i 15 za  $V_f=1.5$  %. Treća i četvrta oznaka označavaju: BV (model bez vlakana i bonda - samo beton), BB (model bez bonda - samo beton i vlakna), V- (sva su vlakna generirana horizontalno u  $x$  smjeru), V/ (sva su vlakna generirana pod kutem  $45^\circ$  s obzirom na os  $x$ ), VI (sva su vlakna generirana vertikalno u  $y$  smjeru), V\ (sa su vlakna generirana pod kutem  $135^\circ$  s obzirom na os  $x$ ), V2 (druga slučajna generacija vlakana) i V3 (treća slučajna generacija vlakana).

Tablica 5.2 Prikaz prosječne deformacije u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine ovisno o modelu

model	$V_{zg}$ [mm <sup>3</sup> ]	$n_{e.tetra}$	$\bar{v}_{e.tetra}$ [mm <sup>3</sup> ]	$a$ [mm]	$\varepsilon$
M2_05_	3375000	64750	52.124	6.788	0.01473
M2_05_BV	3375000	64750	52.124	6.788	0.01473
M2_05_BB	3375000	64750	52.124	6.788	0.01473
M2_10_	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M2_10_BV	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M2_15_	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M1_05_	3375000	64750	52.124	6.788	0.01473
M1_05_BV	3375000	64750	52.124	6.788	0.01473
M1_10_	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M1_10_BV	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M1_15_	3375000	166751	20.24	4.952	0.02019
M2_05_V-	3375000	62803	53.739	6.857	0.01458
M2_05_V-_BV	3375000	62803	53.739	6.857	0.01458
M2_05_VI	3375000	61997	54.438	6.887	0.01452
M2_05_VI_BV	3375000	61997	54.438	6.887	0.01452
M2_05_V/	3375000	63329	53.293	6.838	0.01462
M2_05_V/_BV	3375000	63329	53.293	6.838	0.01462
M2_05_V\	3375000	61949	54.48	6.889	0.01452
M2_05_V\_BV	3375000	61949	54.48	6.889	0.01452
M2_05_V2	3375000	67086	50.309	6.708	0.01491
M2_05_V2_BV	3375000	67086	50.309	6.708	0.01491
M2_05_V3	3375000	65447	51.568	6.764	0.01479
M2_05_V3_BV	3375000	65447	51.568	6.764	0.01479

U tablici 5.3 dan je prikaz broja čvorova i elementa za betonske elemente, vlakna i bond i to za sve modele.

Tablica 5.3 Broj čvorova i konačnih elemenata za svaki model

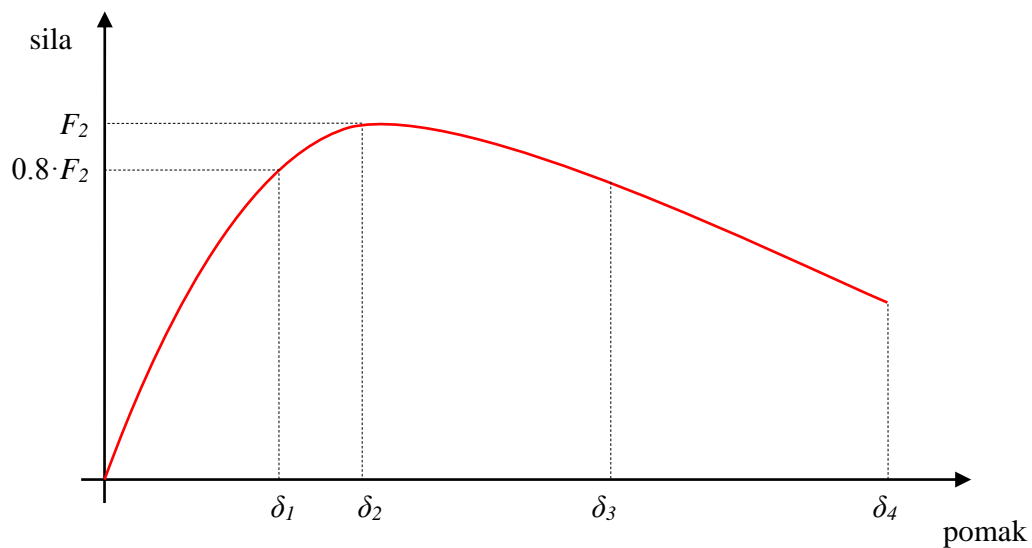
model	broj čvorova				broj konačnih elemenata			
	beton	vlakna	bond	ukupno	beton	vlakna	bond	ukupno
M2_05_	17443	9370	0	<b>26813</b>	99360	7496	9370	<b>116226</b>
M2_05_BV	17443	0	0	<b>17443</b>	99360	0	0	<b>99360</b>
M2_05_BB	17443	0	0	<b>17443</b>	99360	7496	0	<b>106856</b>
M2_10_	59890	18740	0	<b>78630</b>	338451	14992	18740	<b>372183</b>
M2_10_BV	59890	0	0	<b>59890</b>	338451	0	0	<b>338451</b>
M2_15_	59890	18740	0	<b>78630</b>	338451	14992	18740	<b>372183</b>
M1_05_	17443	9370	0	<b>26813</b>	99360	7496	9370	<b>116226</b>
M1_05_BV	17443	0	0	<b>17443</b>	99360	0	0	<b>99360</b>
M1_10_	59890	18740	0	<b>78630</b>	338451	14992	18740	<b>372183</b>
M1_10_BV	59890	0	0	<b>59890</b>	338451	0	0	<b>338451</b>
M1_15_	59890	18740	0	<b>78630</b>	338451	14992	18740	<b>372183</b>
M2_05_V-	17475	9370	0	<b>26845</b>	97413	7496	9370	<b>114279</b>
M2_05_V-_BV	17475	0	0	<b>17475</b>	97413	0	0	<b>97413</b>
M2_05_VI	17347	9370	0	<b>26617</b>	96607	7496	9370	<b>113473</b>
M2_05_VI_BV	17347	0	0	<b>17347</b>	96607	0	0	<b>96607</b>
M2_05_V/	17520	9370	0	<b>26890</b>	97939	7496	9370	<b>114805</b>
M2_05_V/_BV	17520	0	0	<b>17520</b>	97939	0	0	<b>97939</b>
M2_05_V\	17312	9370	0	<b>26682</b>	96559	7496	9370	<b>113425</b>
M2_05_V\_BV	17312	0	0	<b>17312</b>	96559	0	0	<b>96559</b>
M2_05_V2	17817	9370	0	<b>21187</b>	101696	7496	9370	<b>118562</b>
M2_05_V2_BV	17817	0	0	<b>17817</b>	101696	0	0	<b>101696</b>
M2_05_V3	17536	9370	0	<b>26906</b>	100057	7496	9370	<b>116923</b>
M2_05_V3_BV	17536	0	0	<b>17536</b>	100057	0	0	<b>100057</b>



### 5.1.3 Prikazivanje glavnih vlačnih deformacija u betonu i naprezanja u vlaknima

Prikaz glavnih vlačnih deformacija u betonu (pukotine) i naprezanja u vlaknima, kod svakog modela, dati će se za četiri inkrementa pomaka. Svaki od četiri inkrementa pomaka odgovara određenom pomaku u dijagramu sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom u programu MASA:

- $\delta_1$  - pomak pri sili  $0.8 \cdot F_2$
- $\delta_2$  - pomak pri maksimalnoj sili ( $F_2$ )
- $\delta_3 = (\delta_2 + \delta_4) / 2$
- $\delta_4$  - pomak u posljednjem inkreментu pomaka



Slika 5.3 Definiranje veličina  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  i  $\delta_4$

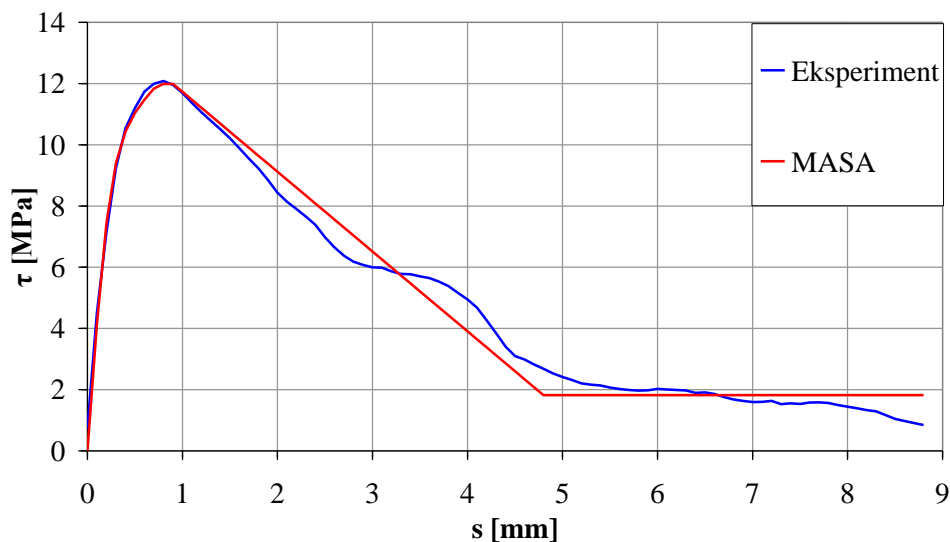
### 5.1.4 Eksperimentalno dobivena veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ )

Veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) dobivena je iz eksperimenta čupanja pojedinačnog vlakna, tako da je sila čupanja podijeljena s oplošjem vlakna:

$$\tau = \frac{P}{(d_f \cdot \pi) \cdot l_e} \quad (5.10)$$

gdje je: sila čupanja  $P$ , promjer vlakna  $d_f$  i duljina sidrenja  $l_e$ .

Na osnovu eksperimentalno dobivene veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) dobiveni su paramteri veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ), na način da su parametri diskretnog bond model dobiveni minimizacijom greške iz eksperimentalno dobivene veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ), slika 5.4. Minimizacijom greške dobiveni su parametri diskretnog bond model:  $\tau_m=10.17$  N/mm<sup>2</sup>,  $\tau_f=1.82$  N/mm<sup>2</sup>,  $k_{secant}=17.129$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_1=41.808$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_2=2.707$  N/mm<sup>3</sup>,  $s_2^*=0.2$  mm,  $s_3=4.8$  mm i  $R=3.039$ .



Slika 5.4 Prikaz veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) dobiven iz eksperimenta

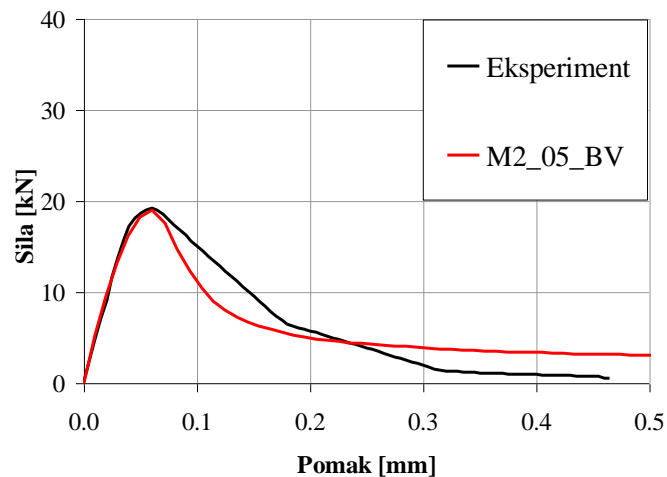
## 5.2 Beton mješavine M2

### 5.2.1 Model s $V_f=0.0$ %

#### 5.2.1.1 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=0.5$ % (M2\_05\_BV)

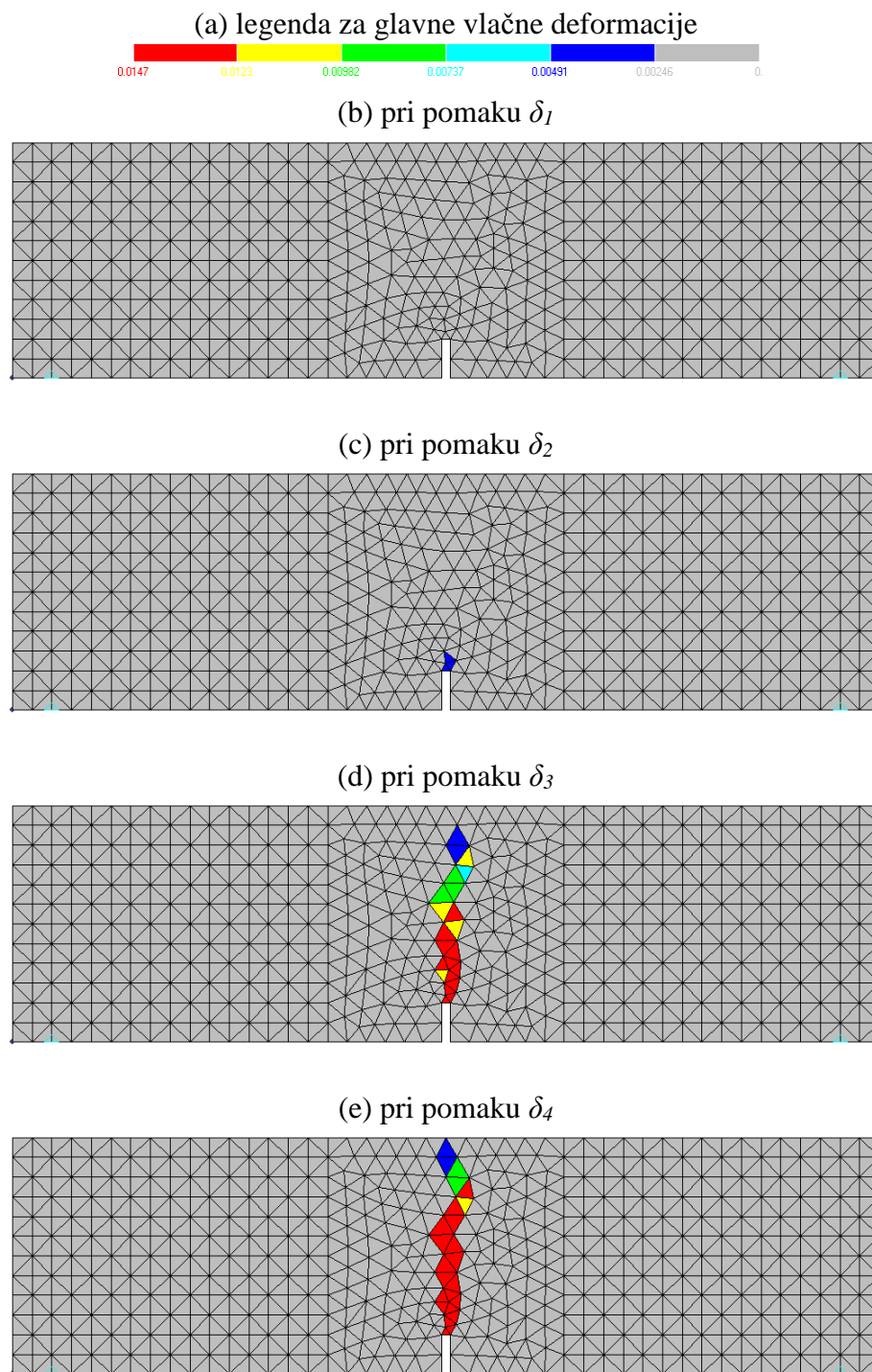
Parametri mikroravninskog modela dobiveni su kalibracijom betonske grede bez vlakana opterećene pri kontroli pomaka, na način da se je uspoređivao eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom. Kalibracijom mikroravninskog modela dobiveni su potrebni parametri mikroravninskog modela betona:  $E=66000$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu=0.18$ ,  $a=0.003$ ,  $b=0.0500$ ,  $p=0.75$ ,  $q=2.00$ ,  $\eta=0.57$ ,  $e_1=0.000050$ ,  $e_2=0.00290$ ,  $e_3=0.00065$ ,  $e_4=5.00$ ,  $n=0.550$ ,  $m=0.880$  i  $k=0.430$ . Detaljno objašnjenje parametara mikroravninskog modela prikazano je u radu [48]. Na osnovu mikroravninskih parametara betona dobiveni su makroskopski parametri betona: modul elastičnosti  $E_c = 38652$  MPa, Poissonov omjer  $\nu_c = 0.18$ , jednoosna tlačna čvrstoća  $f_c = 75.52$  MPa, jednoosna vlačna čvrstoća  $f_t = 5.24$  MPa i energija loma  $G_F = 0.092$  J/m<sup>2</sup>.

Na slici 5.5 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.0$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_BV.



Slika 5.5 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_BV

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2\_05\_BV dan je na slici 5.6.

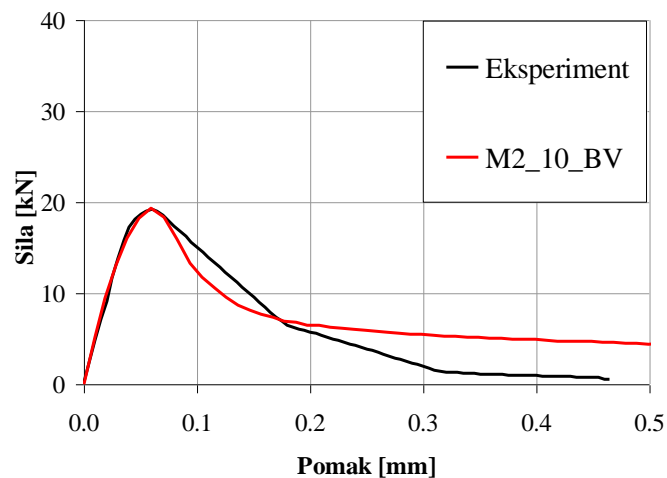


Slika 5.6 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2\_05\_BV

### 5.2.1.2 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=1.0$ % (M2\_10\_BV)

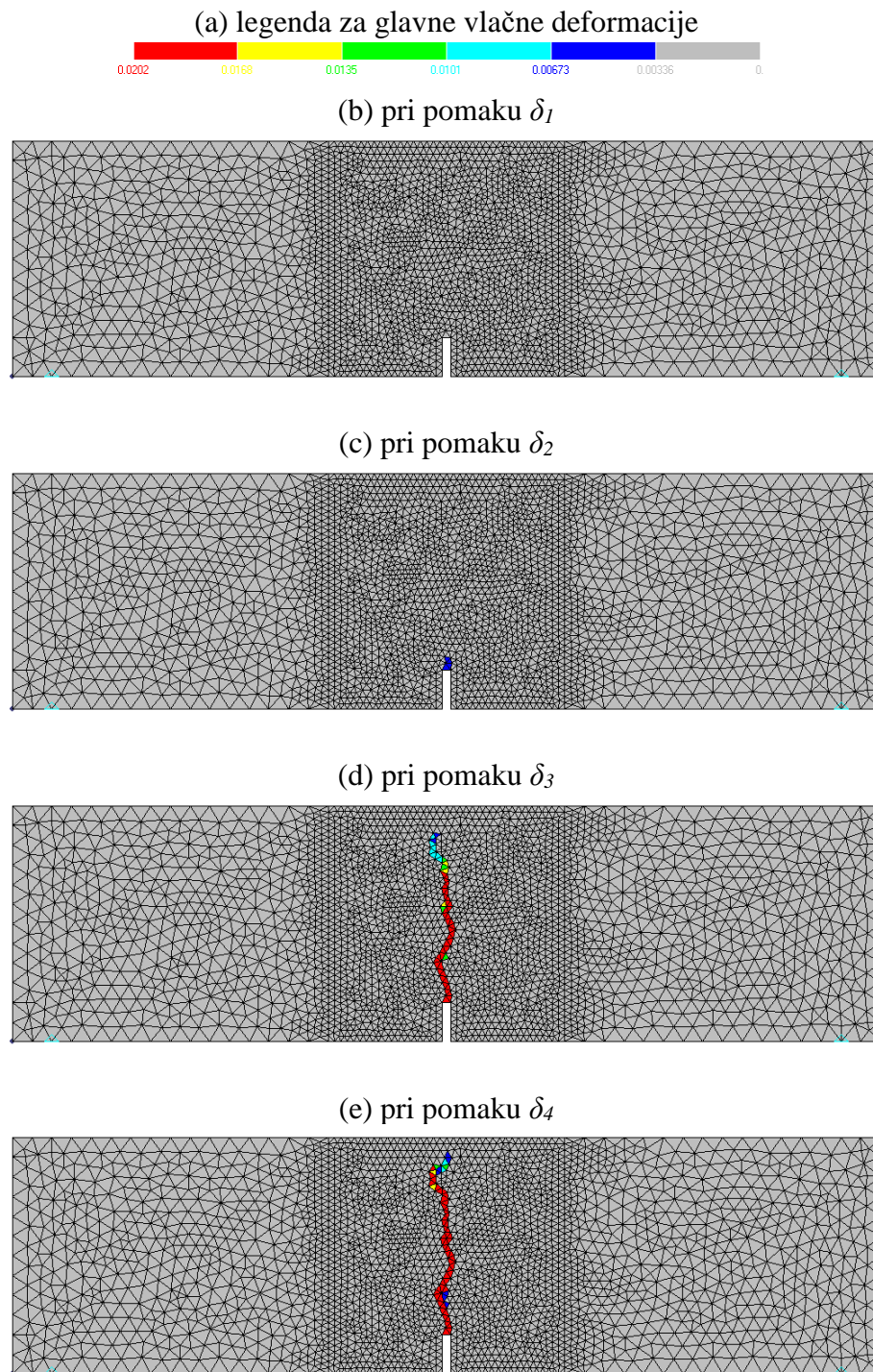
Potrebni parametri mikroravninskog modela dobiveni su kalibracijom betonske grede bez vlakana opterećene pri kontroli pomaka. Uspoređivao se je eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom. Kalibracijom mikroravninskog modela dobiveni su potrebni parametri mikroravninskog modela betona:  $E=66000$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu=0.18$ ,  $a=0.003$ ,  $b=0.0500$ ,  $p=0.75$ ,  $q=2.00$ ,  $\eta=0.57$ ,  $e_1=0.000050$ ,  $e_2=0.00290$ ,  $e_3=0.00065$ ,  $e_4=5.00$ ,  $n=0.550$ ,  $m=0.880$  i  $k=0.430$ . Na osnovu mikroravninskih parametara betona dobiveni su makroskopski parametri betona: modul elastičnosti  $E_c = 38652$  MPa, Poissonov omjer  $\nu_c = 0.18$ , jednoosna tlačna čvrstoća  $f_c = 75.52$  MPa, jednoosna vlačna čvrstoća  $f_t = 5.24$  MPa i energija loma  $G_F = 0.092$  J/m<sup>2</sup>.

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.0$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_10\_BV prikazana je na slici 5.7.



Slika 5.7 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_10\_BV

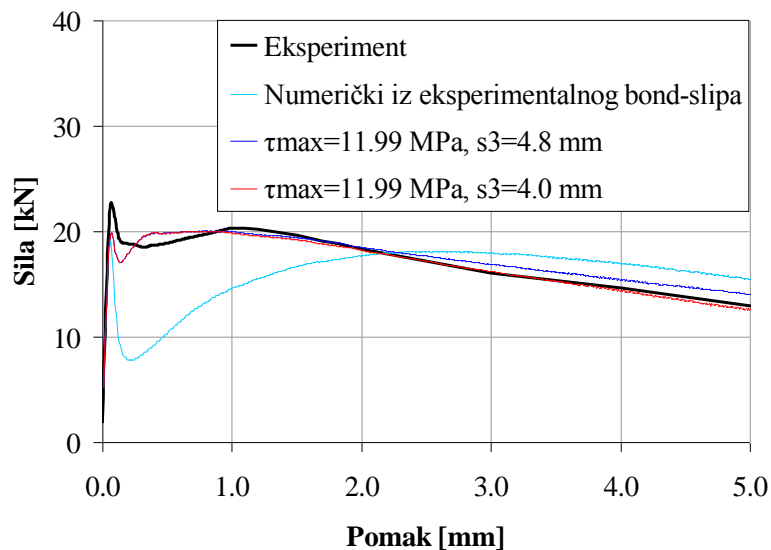
Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2\_10\_BV dan je na slici 5.8.



Slika 5.8 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2\_10\_BV

### 5.2.2 Model s $V_f=0.5\%$ (M2\_05\_)

Numerički proračun na betonskoj gredi armiranoj vlaknima s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5\%$ , uz korištenje veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau-s$ ) dobivene iz eksperimenta čupanja pojedinačnog vlakna (slika 5.4), nije pokazao dobro slaganje s eksperimentalno dobivenim dijagramom sila-pomak (prikaz je dan na slici 5.9 svijetlo plava linija). Numerički proračun pokazao je “premekano” ponašanje zbog čega će se pristupiti kalibraciji parametara diskretnog bond model. Glavni razlog neslaganja je činjenica da je eksperiment čupanja vlakna proveden na jednom vlaknu betona, tako da nije uzeta u obzir interakcija ostalih vlakana na ponašanje jednog vlakna pri čupanju iz betona.



Slika 5.9 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_ (kalibracija)

Zbog “premekanog” ponašanja diskretnog bond model pristupilo se je kalibraciji parametra  $k_1$ , a zbog pojednostavljenja procesa kalibracije pretpostavljeno je da je veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau-s$ ) do pomaka  $s_1$  pravac (slika 4.11a).

Parametar  $k_1$  diskretnog bond model dobiven je kalibracijom betonskih greda armiranih vlaknima s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5\%$ , na način da se je uspoređivao eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom. Parametri  $k_{secant}$ ,  $k_2$  i  $k_{unload}$  usvojeni su isti kao i  $k_1$ , kako bi veza posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau-s$ ) do pomaka  $s_1$  bila pravac. Parametar  $R$  usvojen je kao

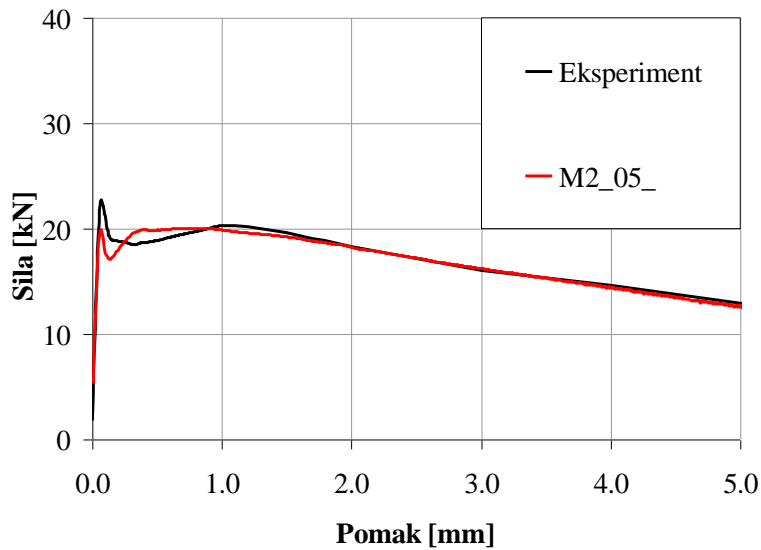
veliki broj da bi dobili pravac za vezu posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ -s) do pomaka  $s_1$ . Parametari  $\tau_f$  i  $s_2^*$  dobiven je iz eksperimenta čupanja pojedinačnog vlakna, dok su parametri  $k_1$  i  $s_3$  dobiveni kalibracijom.

Kalibracijom na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5$  % dobiven je parametar  $k_1=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>. Usvojeni su parametri:  $\tau_m=10.17$  N/mm<sup>2</sup> (eksperiment),  $\tau_f=1.82$  N/mm<sup>2</sup> (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup> (kalibracija),  $k_1=1199.00$  N/mm<sup>3</sup> (kalibracija),  $k_2=1200.19$  N/mm<sup>3</sup> (kalibracija),  $k_{unload}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup> (kalibracija),  $s_2^*=0.2$  mm (eksperiment),  $s_3=4.0$  mm (kalibracija) i  $R=1000.000$  (kalibracija). Parametar  $s_3$  dobiven u eksperimentu je 4.8 mm, ali numerički proračun pokazuje bolje rezultate kada se usvoji  $s_3=4.0$  mm, koji ima i fizikalnu interpretaciju jer je duljina kuke vlakna 4 mm, a tada postoji samo komponenta trenja posmične čvrstoće (slika 4.11c).

Numerički proračun proveden je na betonskoj gredi armiranoj vlaknima s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5$  %, uz korištenje gore dobivenih parametara diskretnog bond model. Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagram sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom pokazuje zadovoljavajuće slaganje.

Na slici 5.10 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.5$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom.





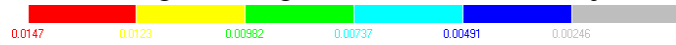
Slika 5.10 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_ dan je na slici 5.11.

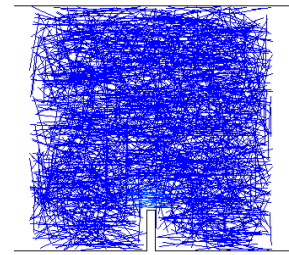
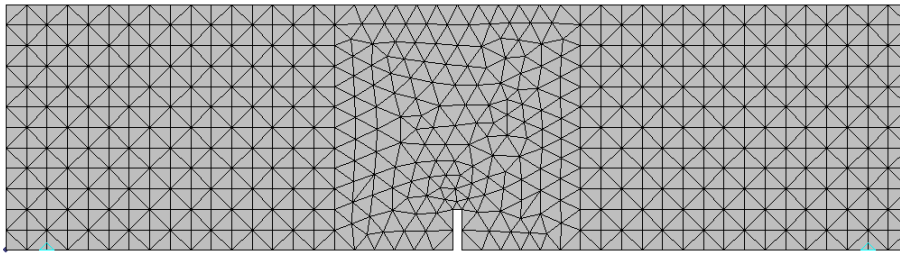
Sa slike 5.11 vidljivo je da se pukotina pojavljuje neposredno iznad reza i širi se vertikalno prema gore pri povećanju pomaka. Vidljivo je da se velika naprezanja u vlaknima pojavljuju neposredno iznad reza na mjestu pukotine (slika 5.11c). S porastom pomaka naprezanja u vlaknima postaju sve veća. Pri daljnjem povećanju pomaka vlakna se postepeno izvlače iz betona kao posljedica prokliznuća vlakna na mjestu spoja vlakna i betona (dupli čvorovi). Daljnjim povećanjem pomaka vidljivo je da naprezanja u vlaknima neposredno iznad reza postaju sve manja što je posljedica činjenice da pri sve većim prokliznućima vlakna počinje padati posmično naprezanje na spoju vlakna i betona, što ima za posljedicu sve manje naprezanje u vlaknima (slike 5.11b do 5.11e).

Na slici 5.12 prikazana su naprezanja u vlaknima u četiri različita inkrementa pomaka, vlakna su prikazana samo ako im je naprezanje veće ili jednako 1000 MPa.

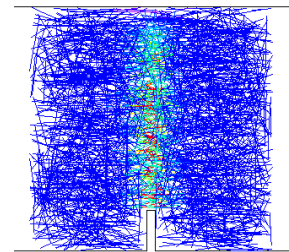
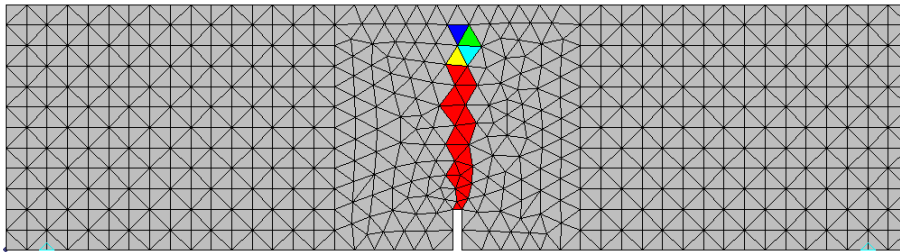
(a) legenda za glavne vlačne deformacije



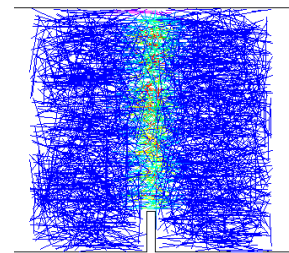
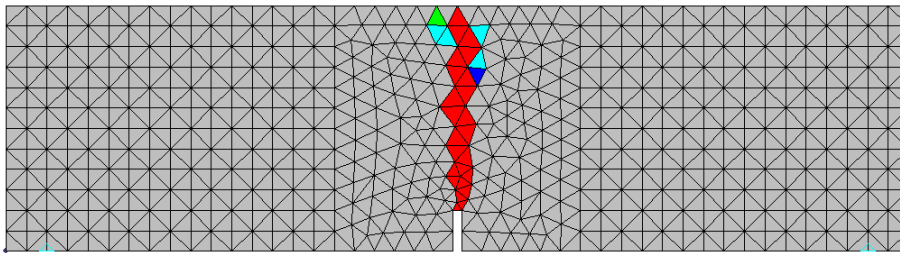
(b) pri pomaku  $\delta_1$



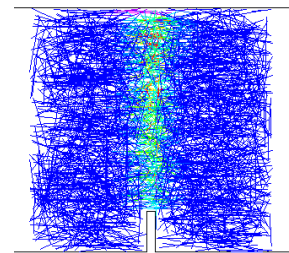
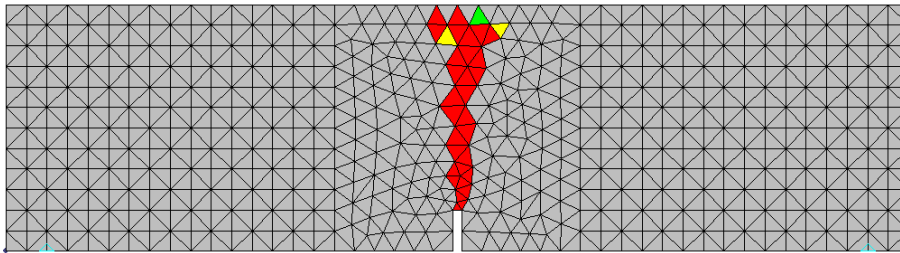
(c) pri pomaku  $\delta_2$



(d) pri pomaku  $\delta_3$



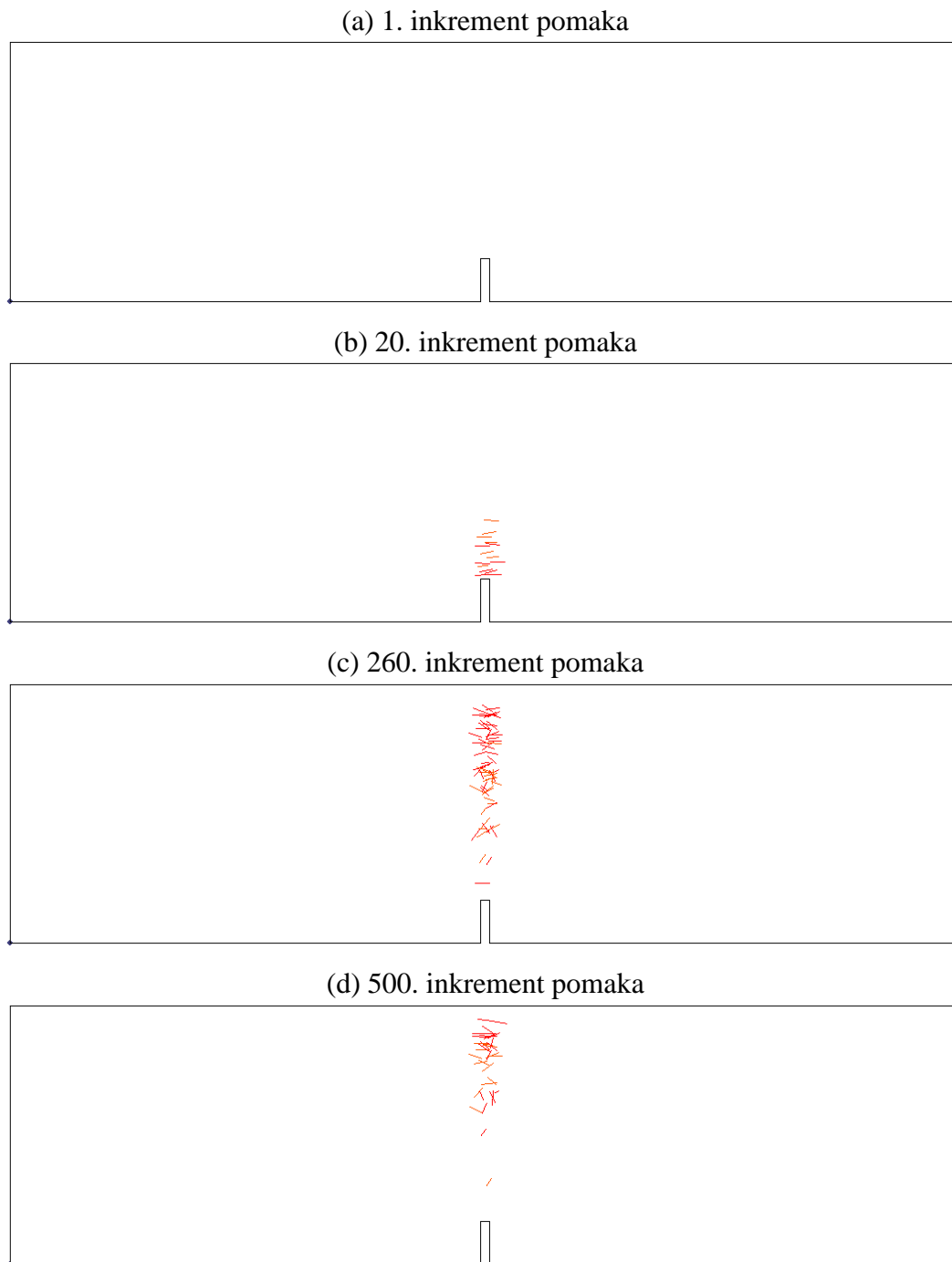
(e) pri pomaku  $\delta_4$



(f) legenda za naprežanja u vlaknima [MPa]



Slika 5.11 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_05\_



Slika 5.12 Prikaz naprezanja u vlaknima za model M2\_05

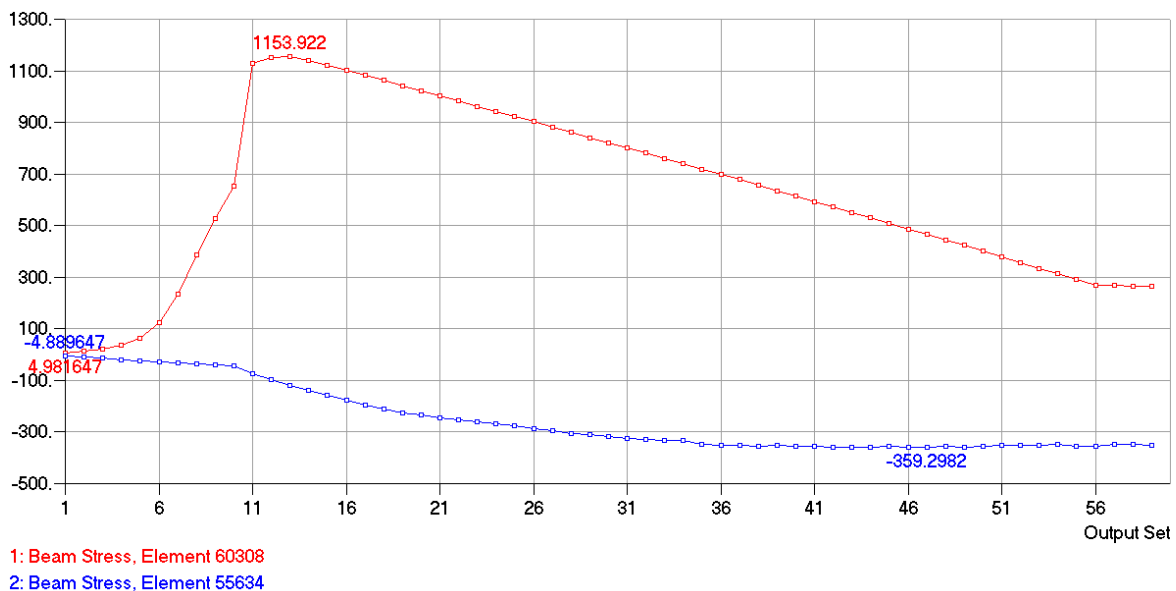
Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 5.4. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa. Razlog otkazivanja vlakna je čupanje vlakna iz betona, a ne slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna. Analizom naprezanja u vlaknima vidljivo je da nakon pojave pukotine iznad reza u gredi dolazi do naglog skoka u vlačnom naprezanju vlakna zato jer beton nakon pojave

pukotine ne može više nositi vlačna naprezanja, i vlačna napezanja na mjestu pukotine prihvaćaju vlakna koja se nalaze na mjestu pukotine.

Tablica 5.4 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05

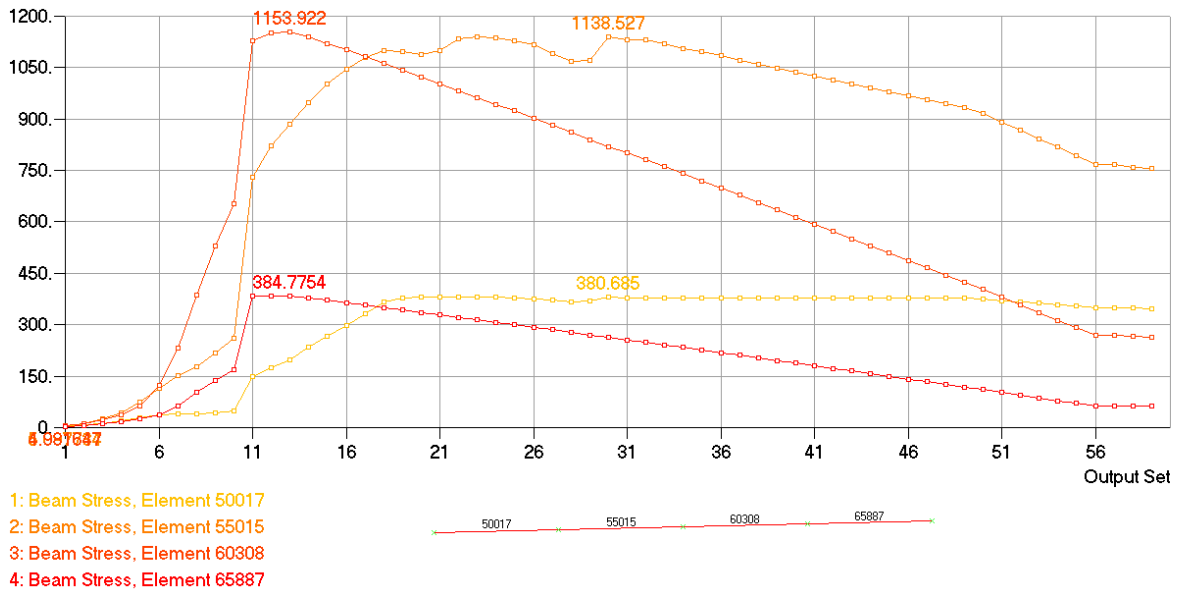
najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
1153.922	-359.2982

Na slici 5.13 prikazana su naprezanja u elementima vlakana koja su najmanja i najveća. Najmanje naprezanje u vlaknima javlja se u elementu ispod linije nanošenja pomaka i iznosi -359.2982 MPa, dok se najveće naprezanje u vlaknima javlja u elementu iznad reza u sredini grede i znosi 1153.922MPa. Na osi apscisi prikazani su izlazni podaci za 59 inkremenata. Ukupno je bilo 500 inkrementa pomaka, ali u prikazu se vidi samo 59 inkremenata pomaka. Ti izlazni podaci (59 inkremenata pomaka) odnose se na inkremente pomaka 1, 2, 3, . . . ,8, 9, 10, 20, 30, 40, . . . , 480, 490 i 500. Vidljivo je da nakon 5. inkrementa pomaka napezanje u vlaknu za element 60308 počinje brže rasti što je posljedica otvaranja pukotine na tome mjestu.



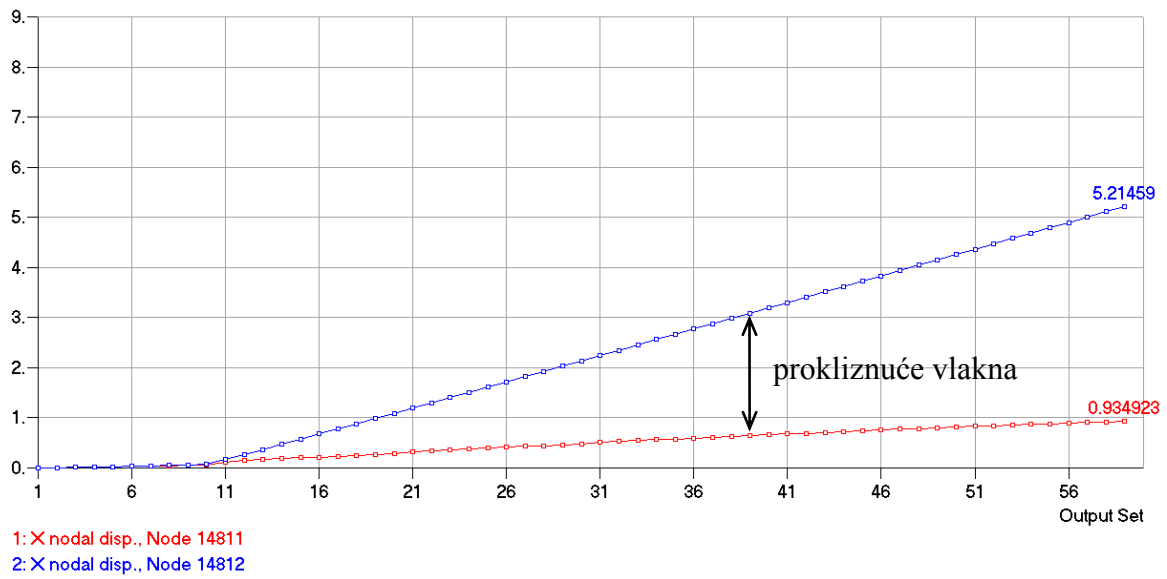
Slika 5.13. Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05

Na slici 5.14 vidljiva je promjena napreznja u vlaknima za elemente 50015, 55015, 60308 i 65887, to su svi elementi vlakana koji su povezani s elementom 60308 koji ima najveće napreznje u vlakanu.



Slika 5.14. Promjena napreznja u vlaknima za elemente 50015, 55015, 60308 i 65887 za model M2\_05

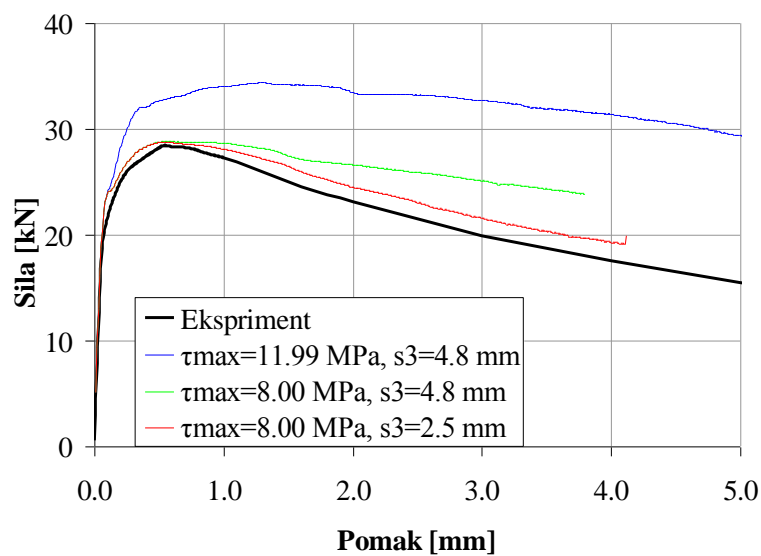
Slika 5.15 prikazuje promjenu pomaka čvorova 14811 i 14812 u  $x$  smjeru, čvorovi 14811 i 14812 su čvorovi bond elementa koji povezuju duple čvorove. Čvor 14811 nalazi se na betonskom tetraedralnom elementu, dok se čvor 14812 nalazi se na štapnom elementu vlakna (element 60308). Ova slika prikazuje relativni pomak između dva dupla što predstavlja prokliznuće vlakna. Slika ne predstavlja pravo prokliznuće vlakna jer vlakno nije paralelno s osi  $x$ . Vlakno je gotovo paralelno s osi  $x$  pa je greška relativno mala. Do 10. inkrementa pomaka proklizninuće vlakna je gotovo zanemarivo, nakon širenja pukotine i prokliznuće se sve više povećava i u posljednjem inkrementu pomaka iznosi oko 4.3 mm.



Slika 5.15. Promjenu pomaka čvorova 14811 i 14812 u  $x$  smjeru za model M2\_05

### 5.2.3 Model s $V_f=1.0\%$ (M2\_10\_)

Numerički proračun proveden je na betonskoj gredi armiranoj vlaknima s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.0\%$ , uz korištenje parametara diskretnog bond model dobivenih za model s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5\%$  ( $\tau_{max}=11.99\text{ N/mm}^2$  i  $s_3=4.8\text{ mm}$ ). Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom pokazuje loše slaganje (slika 5.16). Glavni razlog takvog ponašanja je činjenica da pri povećanju volumnog udjela vlakana  $V_f$  dolazi do slabljenja bonda.



Slika 5.16 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model (M2\_10\_) (kalibracija)

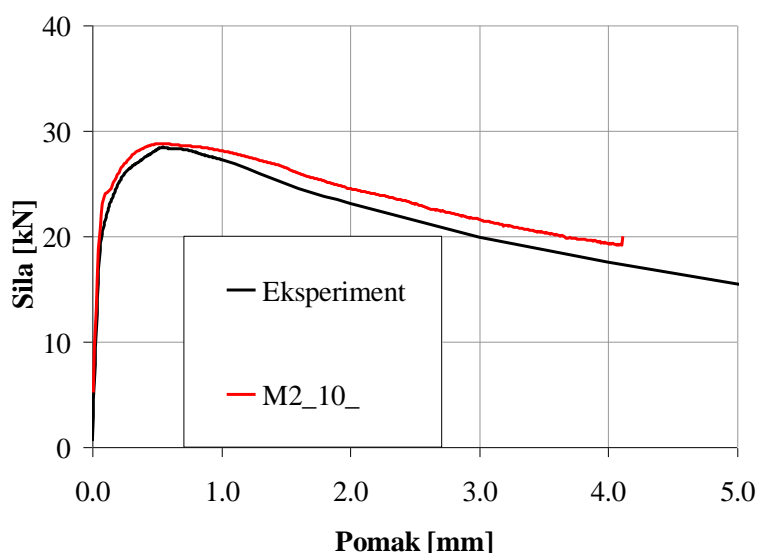
Kod kalibracije parametara diskretnog bond modela najprije se je smanjivalo maksimalno naprezanje  $\tau_{max}$  s 11.99 MPa na 8.00 MPa, smanjivanjem maksimalnog naprezanja  $\tau_{max}$  smanjuje se i maksimalna sila u dijagramu sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom (slika 5.16).

Nakon toga se je smanjivao pomak  $s_3$  diskretnog bond modela s 4.0 mm na 2.5 mm, smanjivanjem pomaka  $s_3$  diskretnog bond maksimalna sila se gotovo ne smanjuje, ali zato silazna grana dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom postaje sve strmija (slika 5.16).

Kalibracijom na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.0\%$  dobiveni su parametri  $\tau_m=6.18\text{ N/mm}^2$  i  $s_3=2.5\text{ mm}$ . Usvojeni su parametri:  $\tau_m=6.18\text{ N/mm}^2$  (kalibracija),  $\tau_f=1.82\text{ N/mm}^2$  (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_1=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_2=1200.19\text{ N/mm}^3$ ,  $k_{unload}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $s_2^*=0.2\text{ mm}$  (eksperiment),  $s_3=2.5\text{ mm}$  (kalibracija) i  $R=1000.000$ .

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom pokazuje zadovoljavajuće slaganje.

Na slici 5.17 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=1.0\%$  i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom.



Slika 5.17 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_10\_

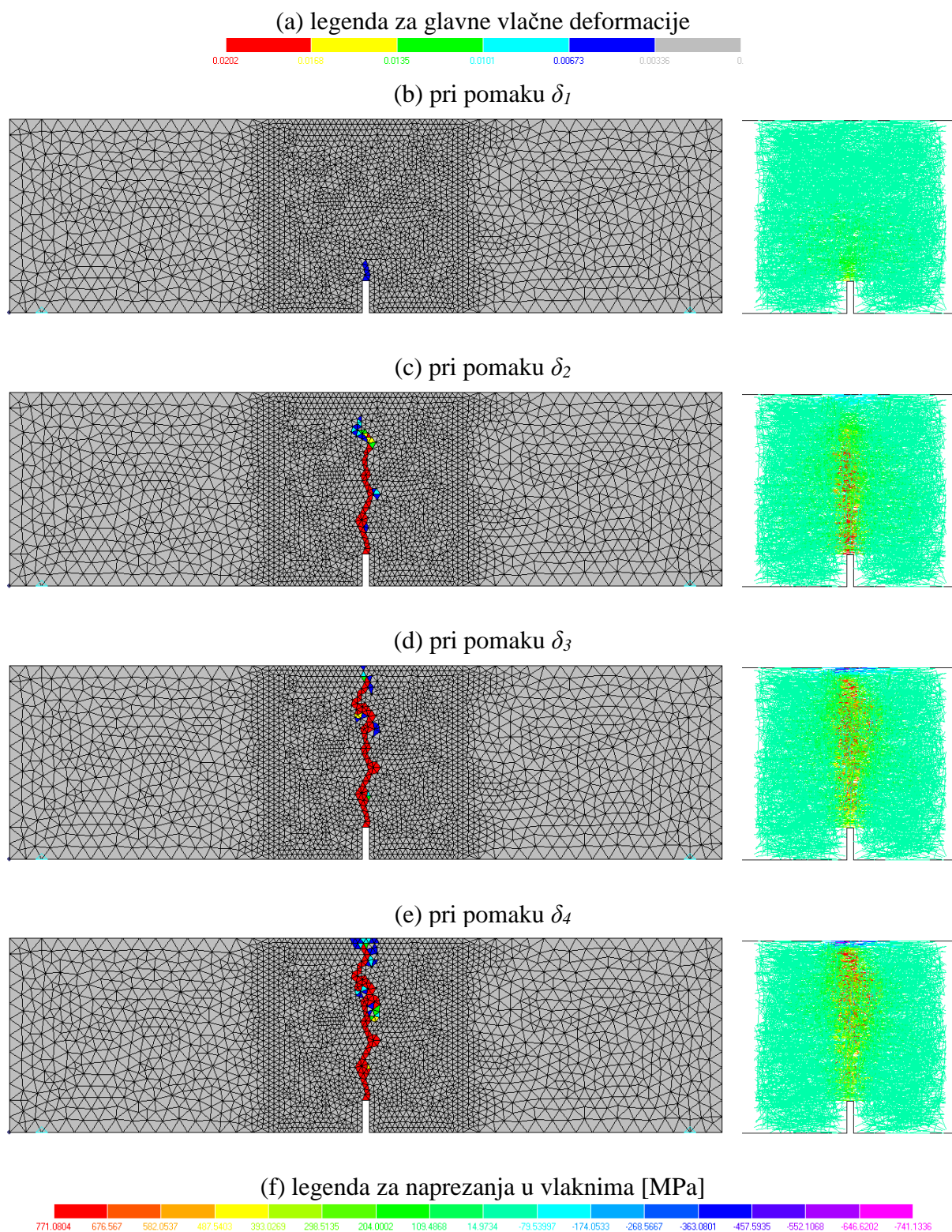
Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i napreznja u vlaknima za model M2\_10\_ dan je na slici 5.18.

Prikaz najvećih i najmanjih napreznja u vlaknima dan je u tablici 5.5. I kod ovog modela vidljivo je da napreznje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5\text{ MPa}$ . Razlog otkazivanja vlakna je čupanje vlakna iz betona, a ne slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna.



Tablica 5.5 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_10\_

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
771.0804	-741.1336

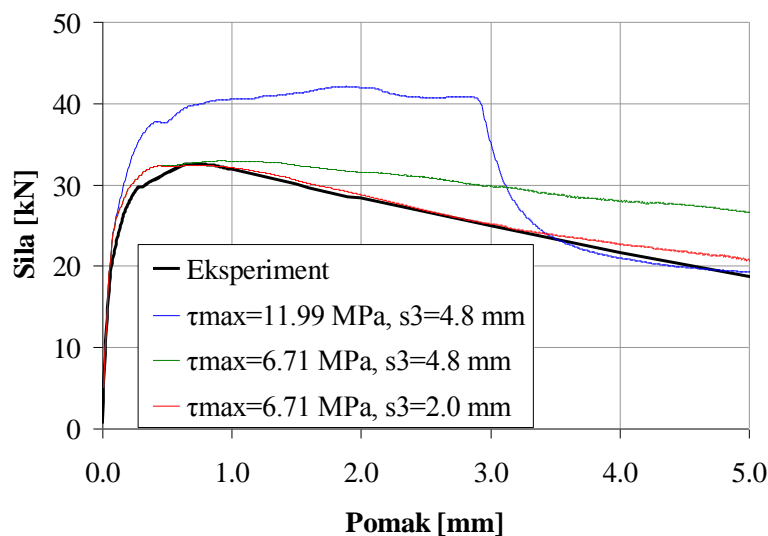


Slika 5.18 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_10\_

#### 5.2.4 Model s $V_f=1.5\%$ (M2\_15\_)

Model s  $1.5\%$  volumnog udjela vlakna nije bilo moguće izgenerirati u programu FEMAP zbog prevelikog broja potrebnih konačnih elemenata, tako da će se koristiti modificirani model betona s  $1.0\%$  volumnog udjela vlakana, na način da se ploština vlakna  $A_s$  i opseg vlakna  $P_s$  povećaju za  $1.5$  puta.

Numerički proračun proveden je na betonskoj gredi armiranoj vlaknima s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.5\%$ , uz korištenje parametara diskretnog bond model dobivenih za model s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5\%$  ( $\tau_{max}=11.99\text{ N/mm}^2$  i  $s_3=4.8\text{ mm}$ ). Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom pokazuje loše slaganje (slika 5.19), a glavni razlog takvog ponašanja je činjenica da pri povećanju volumnog udjela vlakana  $V_f$  dolazi do slabljenja bonda.



Slika 5.19 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model (M2\_15\_) (kalibracija)

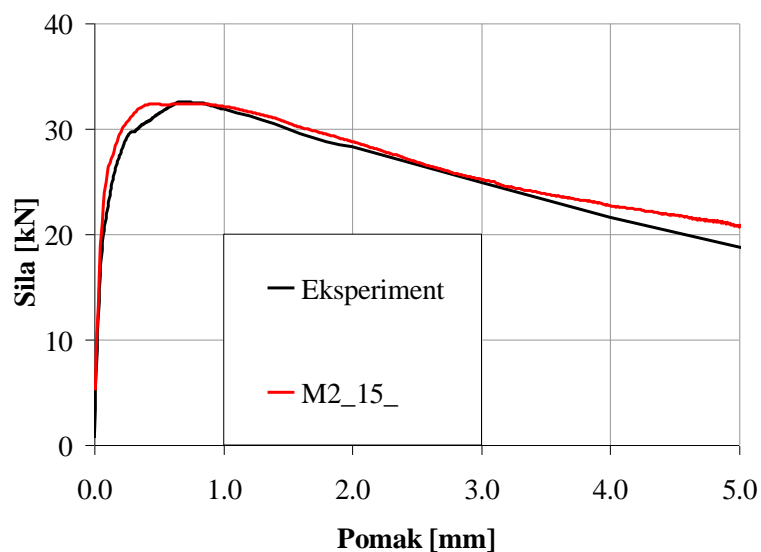
Pri kalibraciji parametara diskretnog bond modela najprije se je smanjivalo maksimalno naprezanje  $\tau_{max}$  s  $11.99\text{ MPa}$  na  $6.71\text{ MPa}$ , smanjivanjem maksimalnog naprezanja  $\tau_{max}$  smanjuje se i maksimalna sila u dijagramu sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom (slika 5.19).

Nakon toga se je smanjivao pomak  $s_3$  diskretnog bond modela s 4.8 mm na 2.0 mm. Smanjivanjem pomaka  $s_3$  diskretnog bond maksimalna sila se gotovo ni ne smanjuje, ali zato silazna grana dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim postaje sve strmija (slika 5.19).

Provedenom kalibracijom na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.5\%$  dobiveni su parametri  $\tau_m=4.89\text{ N/mm}^2$  i  $s_3=2.0\text{ mm}$ . Usvojeni su parametri:  $\tau_m=4.89\text{ N/mm}^2$  (kalibracija),  $\tau_f=1.82\text{ N/mm}^2$  (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_1=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_2=1200.19\text{ N/mm}^3$ ,  $k_{unload}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $s_2^*=0.2\text{ mm}$  (eksperiment),  $s_3=2.0\text{ mm}$  (kalibracija) i  $R=1000.000$ .

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagram sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom pokazuje zadovoljavajuće slaganje.

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=1.5\%$  i dijagrama dobivenog numeričkim proračunom prikazana je na slici 5.20.



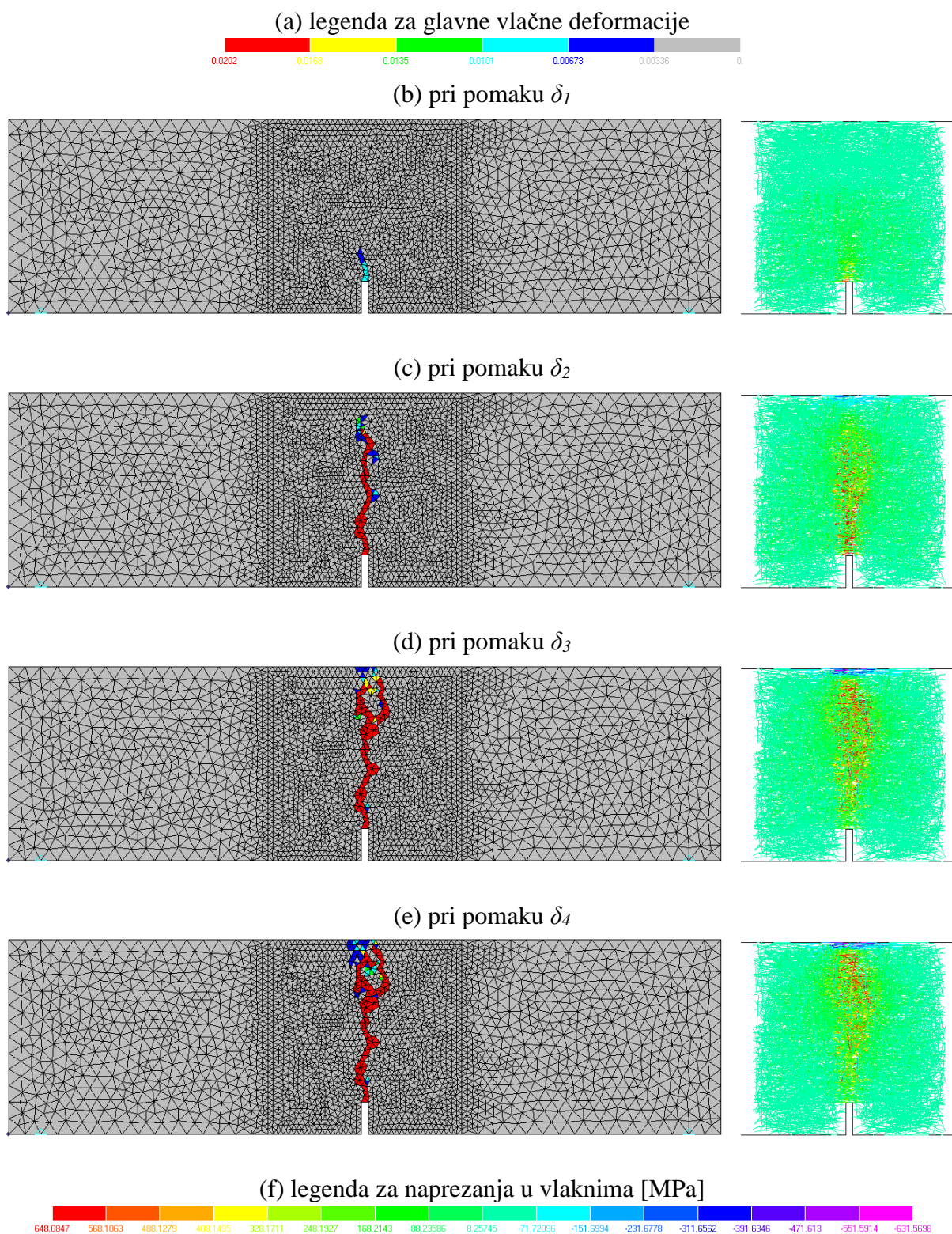
Slika 5.20 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_15\_

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_15\_ dan je na slici 5.21.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 5.6. Ponovno je vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa. Razlog otkazivanja vlakna ponovno je čupanje vlakna iz betona, a ne slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna.

Tablica 5.6 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_15\_

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
648.0847	-631.5698

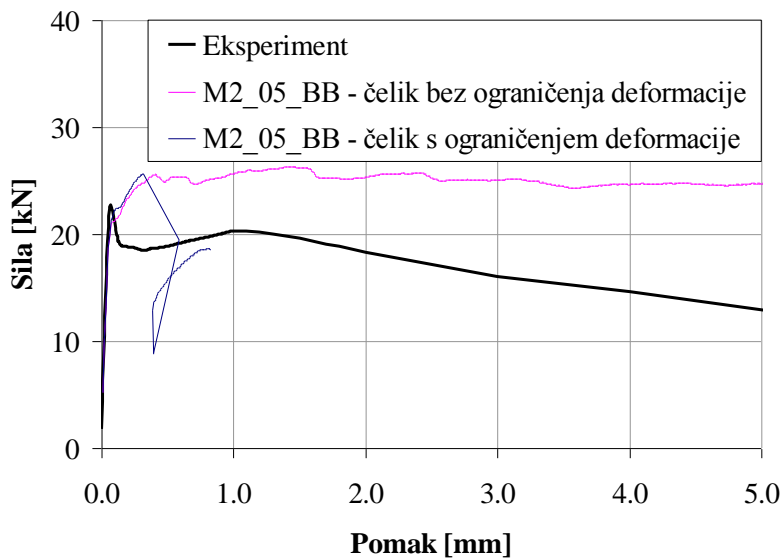


Slika 5.21 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_15\_

### 5.2.5 Model bez bonda s $V_f=0.5\%$ (M2\_05\_BB)

Proračun modela bez bond elementa (bez proklizavanja vlakana) rađen je samo za volumni udio vlakana  $V_f=0.5\%$ . Model bez vlakana oznake M2\_05\_BB dobiven je pomoću modela M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2 tako da su: pobrisani bond elementi, dupli čvorovi su spojeni i umjesto *rod* elemenata moramo koristiti *bar* elemente za vlakna. Ovako dobiveni model ima savršeni bond kod kojega nema prokliznuća vlakana.

Na slici 5.22 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_BB. Prikazan je i trenutak kada je u vlaknima dostignuto naprežanje pri dostizanju čvrstoće vlakna  $f_s=1345\text{ MPa}$ , nakon toga vlakna ne pucaju već naprežanje u vlaknima ostaje jednako čvrstoći vlakna što je posljedica korištenog konstitutivnog zakona za vlakna definiranog jednoosnim odnosom naprežanje-deformacija (slika 4.4). Nakon te točke dobivao nerealne rezultate u numeričkom proračunu za model M2\_05\_BB jer bi tada trebalo doći do pucanja vlakana kao posljedica dostizanja vlačne čvrstoće vlakana.



Slika 5.22 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_BB

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_05\_BB dan je na slici 5.23. Vidljivo je da se kod modela bez bonda M2\_05\_BB (slika 5.23) dobiva puno šire područje oštećenja u betonu, a i područje u kojemu naprežanja u

vlaknima dostižu velika naprezanja je puno šire nego kod modela s bondom M2\_05\_ (slika 5.11).

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 5.7. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima dostiže vlačne čvrstoće vlakana  $f_s=1345$  MPa. Razlog otkazivanja vlakna trebao bi biti slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna, što se nije moglo dobiti numerički zbog korištenog konstitutivnog zakona za vlakna definiranog jednoosnim odnosom naprezanje-deformacija (slika 4.4).

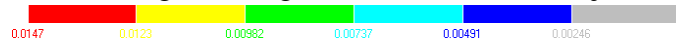
Tablica 5.7 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_BB

najveće naprezanje u vlaknima	najmanje naprezanje u vlaknima
[MPa]	[MPa]
1345	-1274.547

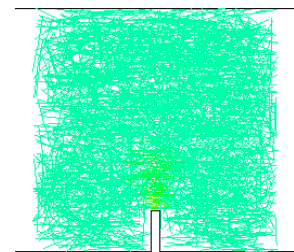
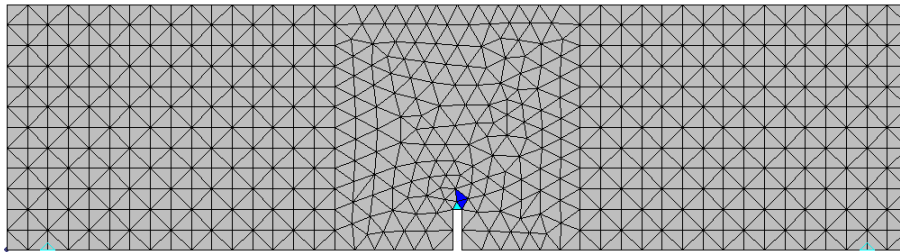
Dodatno je izrađen model s ograničenjem deformacije u vlaknima od 5 %, kod kojeg nakon dostizanja deformaciju od 5 % dolazi do pucanja vlakana, a nakon toga dolazi i do pada nosivosti (slika 5.22).



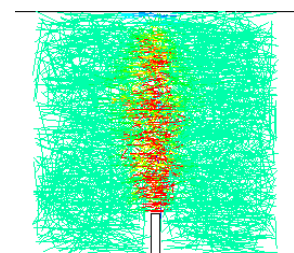
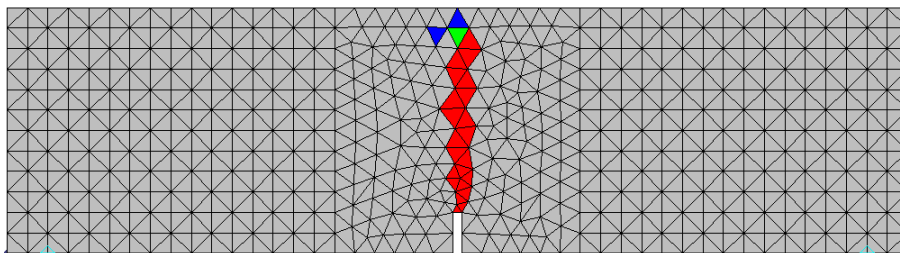
(a) legenda za glavne vlačne deformacije



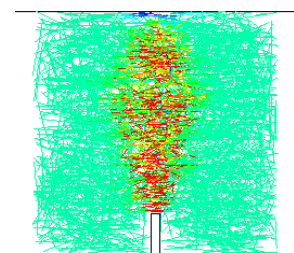
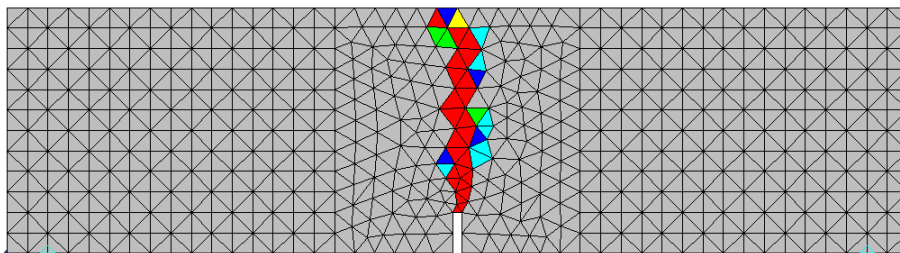
(b) pri pomaku  $\delta_1$



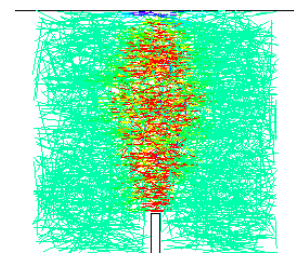
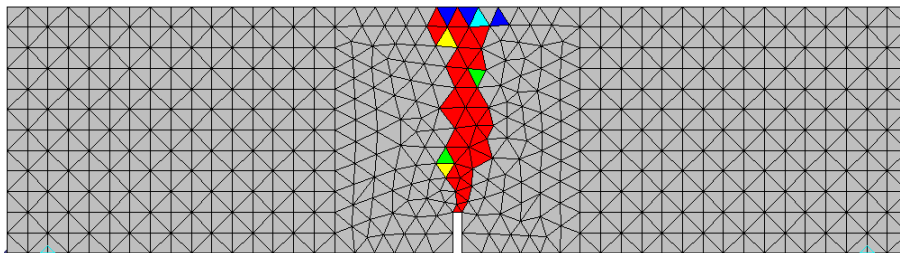
(c) pri pomaku  $\delta_2$



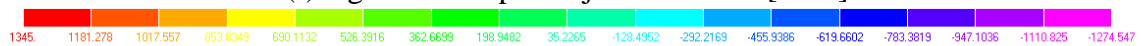
(d) pri pomaku  $\delta_3$



(e) pri pomaku  $\delta_4$



(f) legenda za naprežanja u vlaknima [MPa]



Slika 5.23 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_05\_BB

## 5.2.6 Pregled svih rezultata

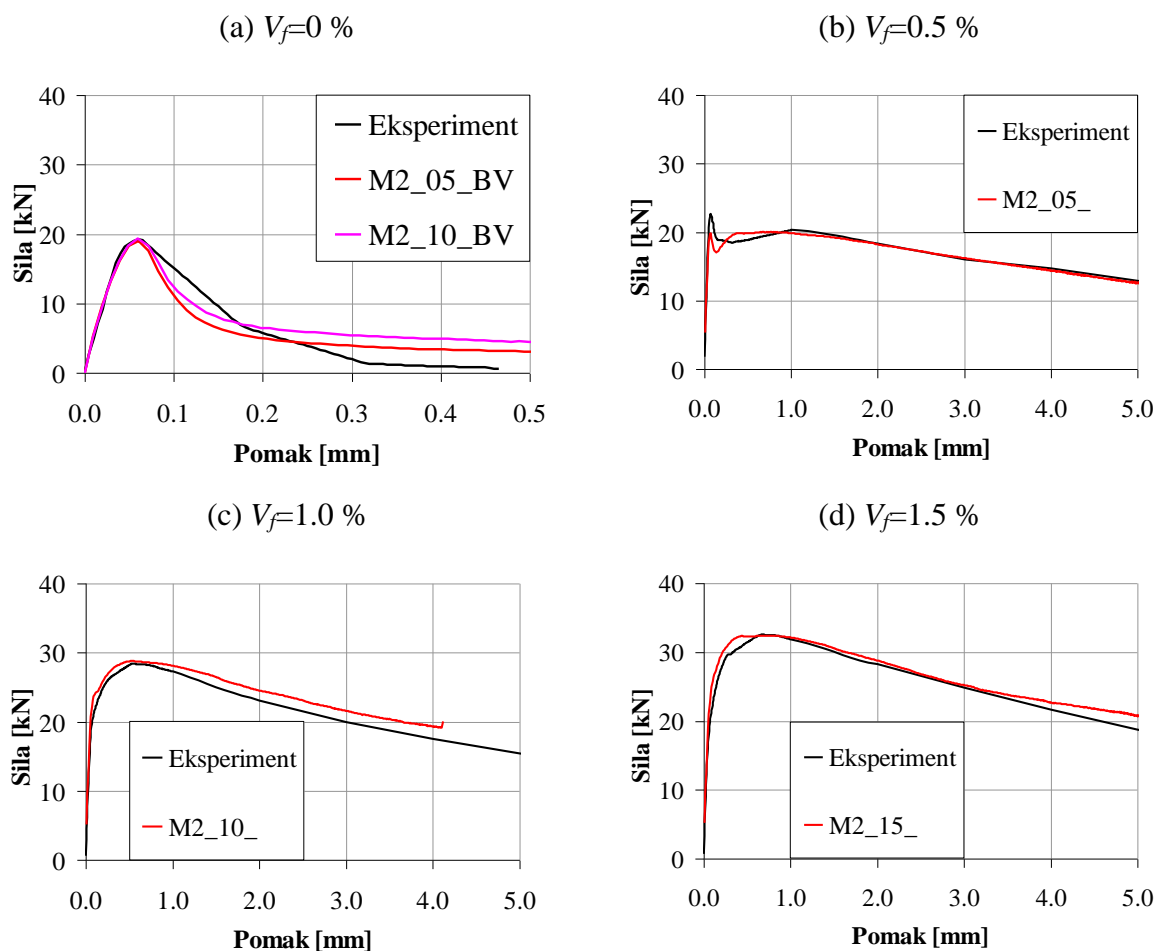
Parametri diskretnog bond modela i vlakana dobiveni kalibracijom za betone mješavine M2 prikazani su u tablici 5.8.

Tablica 5.8 Parametri vlakana i diskretnog bond model za betone mješavine M2

parametri	model			način dobivanja
	$V_f=0.5\%$	$V_f=1.0\%$	$V_f=1.5\%$	
$E_0$	210000.0 N/mm <sup>2</sup>	210000.0 N/mm <sup>2</sup>	210000.0 N/mm <sup>2</sup>	proizvođač
$\nu$	0.33	0.33	0.33	usvojeno
$A_s$	0.23758 mm <sup>2</sup>	0.23758 mm <sup>2</sup>	0.35637 mm <sup>2</sup>	$d_f^2 \cdot \pi/4$
$f_y$	1210.5 N/mm <sup>2</sup>	1210.5 N/mm <sup>2</sup>	1210.5 N/mm <sup>2</sup>	$0.9 \cdot f_s$
$E_h$	14563.0 N/mm <sup>2</sup>	14563.0 N/mm <sup>2</sup>	14563.0 N/mm <sup>2</sup>	$(f_s - f_y)/(\varepsilon_s - \varepsilon_y)$
$f_s$	1345.0 N/mm <sup>2</sup>	1345.0 N/mm <sup>2</sup>	1345.0 N/mm <sup>2</sup>	proizvođač
$\tau_m$	<b>10.17 N/mm<sup>2</sup></b>	<b>6.18 N/mm<sup>2</sup></b>	<b>4.89 N/mm<sup>2</sup></b>	<b>kalibracija</b>
$\tau_f$	1.82 N/mm <sup>2</sup>	1.82 N/mm <sup>2</sup>	1.82 N/mm <sup>2</sup>	čupanje vlakna
$k_{secant}$	1199.00 N/mm <sup>3</sup>	1199.00 N/mm <sup>3</sup>	1199.00 N/mm <sup>3</sup>	$k_1$
$k_1$	<b>1199.00 N/mm<sup>3</sup></b>	<b>1199.00 N/mm<sup>3</sup></b>	<b>1199.00 N/mm<sup>3</sup></b>	<b>kalibracija</b>
$k_2$	1200.19 N/mm <sup>3</sup>	1200.19 N/mm <sup>3</sup>	1200.19 N/mm <sup>3</sup>	$1.001 \cdot k_1$
$s_2^*$	0.2 mm	0.2 mm	0.2 mm	čupanje vlakna
$s_3$	<b>4.0 mm</b>	<b>2.5 mm</b>	<b>2.0 mm</b>	<b>kalibracija</b>
$k_{unload}$	1199.00 N/mm <sup>2</sup>	1199.00 N/mm <sup>2</sup>	1199.00 N/mm <sup>2</sup>	$k_1$
$R$	1000.000	1000.000	1000.000	pravac
$P_s$	1.727 mm	1.727 mm	2.590 mm	$d_f \pi$
$r$	0.275 mm	0.275 mm	0.336 mm	$d_f/2$

Oznake u tablici 5.8 koje do sada nisu definirane: Poissonov omjer vlakna  $\nu$ , ploština vlakna  $A_s$ , opseg vlakna  $P_s$  i radijus vlakna  $r$ .

Na slici 5.24 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za beton mješavine M2.



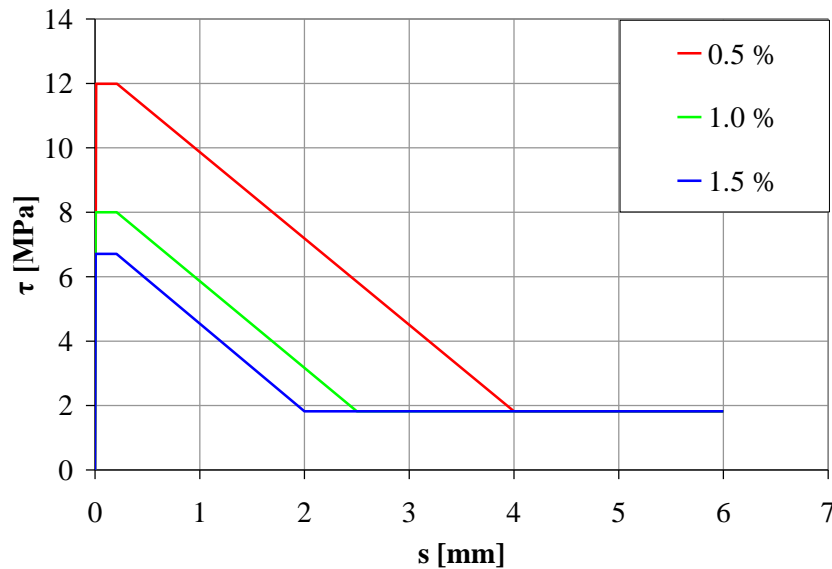
Slika 5.24 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za beton mješavine M2

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 5.9. Vidljivo je da kod niti jednog modela naprezanje u vlaknima nije bilo veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa. Razlog otkazivanja vlakna je čupanje vlakna iz betona, a ne slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna. Analizom naprezanja u vlaknima vidljivo je da nakon pojave pukotine iznad reza u gredi dolazi do naglog skoka u vlačnom naprezanju vlakna zato jer beton nakon pojave pukotine ne može više nositi vlačna naprezanja, a vlačna napezanja na mjestu pukotine prihvaćaju vlakna koja se nalaze na mjestu pukotine.

Tablica 5.9 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za beton mješavine M2

model	najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
$V_f=0.5 \%$	1153.922	-359.2982
$V_f=1.0 \%$	771.0804	-741.1336
$V_f=1.5 \%$	648.0847	-631.5698

Veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) za betonske grede armirane vlaknima s različitim volumnim udjelima vlakana ( $V_f=0.5 \%$ ,  $V_f=1.0 \%$  i  $V_f=1.5 \%$ ), koji su dobiveni kalibracijom, prikazani su na slici 5.25.



Slika 5.25 Veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) za betonske grede armirane vlaknima s različitim volumnim udjelima vlakana

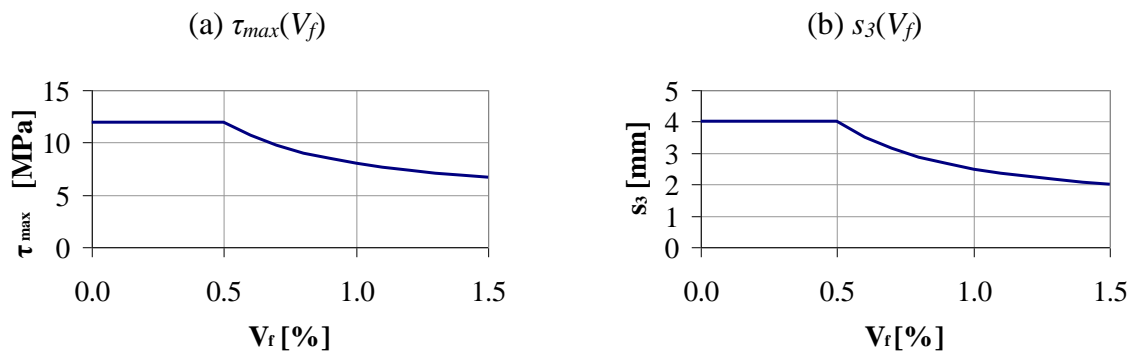
Uspostavljena je korelacija između maksimalnog posmičnog naprezanja  $\tau_{max}=\tau_m+\tau_f$  [MPa] i volumnog udjela vlakana  $V_f$  [%]:

$$\begin{aligned} \tau_{max}(V_f) &= 11.99 & 0 \leq V_f < 0.5 \\ \tau_{max}(V_f) &= 4.05 + \frac{3.97}{V_f} & 0.5 \leq V_f \leq 1.5 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Također, uspostavljena je korelacija između prokliznuće pri kojem više nema mehaničke komponente posmične čvrstoće  $s_3$  [mm] i volumnog udjela vlakana  $V_f$  [%]:

$$\begin{aligned}
 s_3(V_f) &= 4.00 & 0 \leq V_f < 0.5 \\
 s_3(V_f) &= 1.00 + \frac{1.50}{V_f} & 0.5 \leq V_f \leq 1.5
 \end{aligned}
 \tag{5.12}$$

Prikaz funkcija (5.11.) i (5.12.) dan je na slici 5.26.



Slika 5.26 Korelacija: (a)  $\tau_{max}$  i  $V_f$  i (b)  $s_3$  i  $V_f$

Dobivene korelacije dane izrazima (5.11) i (5.12) mogu se koristiti za procjenu parametara  $\tau_{max}$  i  $s_3$  za bilo koju vrijednost volumnog udjela vlakana  $V_f$  između 0.0 % i 1.5 %. Kada su poznate vrijednosti  $\tau_{max}$  i  $s_3$ , može se napraviti numerički proračun betonske grede armirane vlaknima s proizvoljnim volumnim udjelom vlakana.

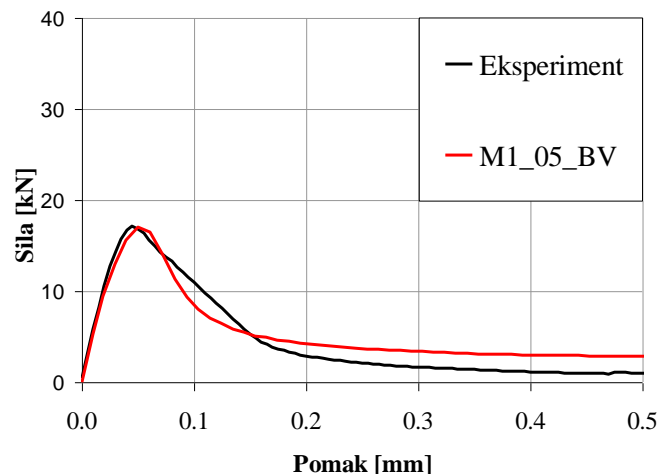
## 5.3 Beton mješavine M1

### 5.3.1 Model s $V_f=0.0$ %

#### 5.3.1.1 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=0.5$ % (M1\_05\_BV)

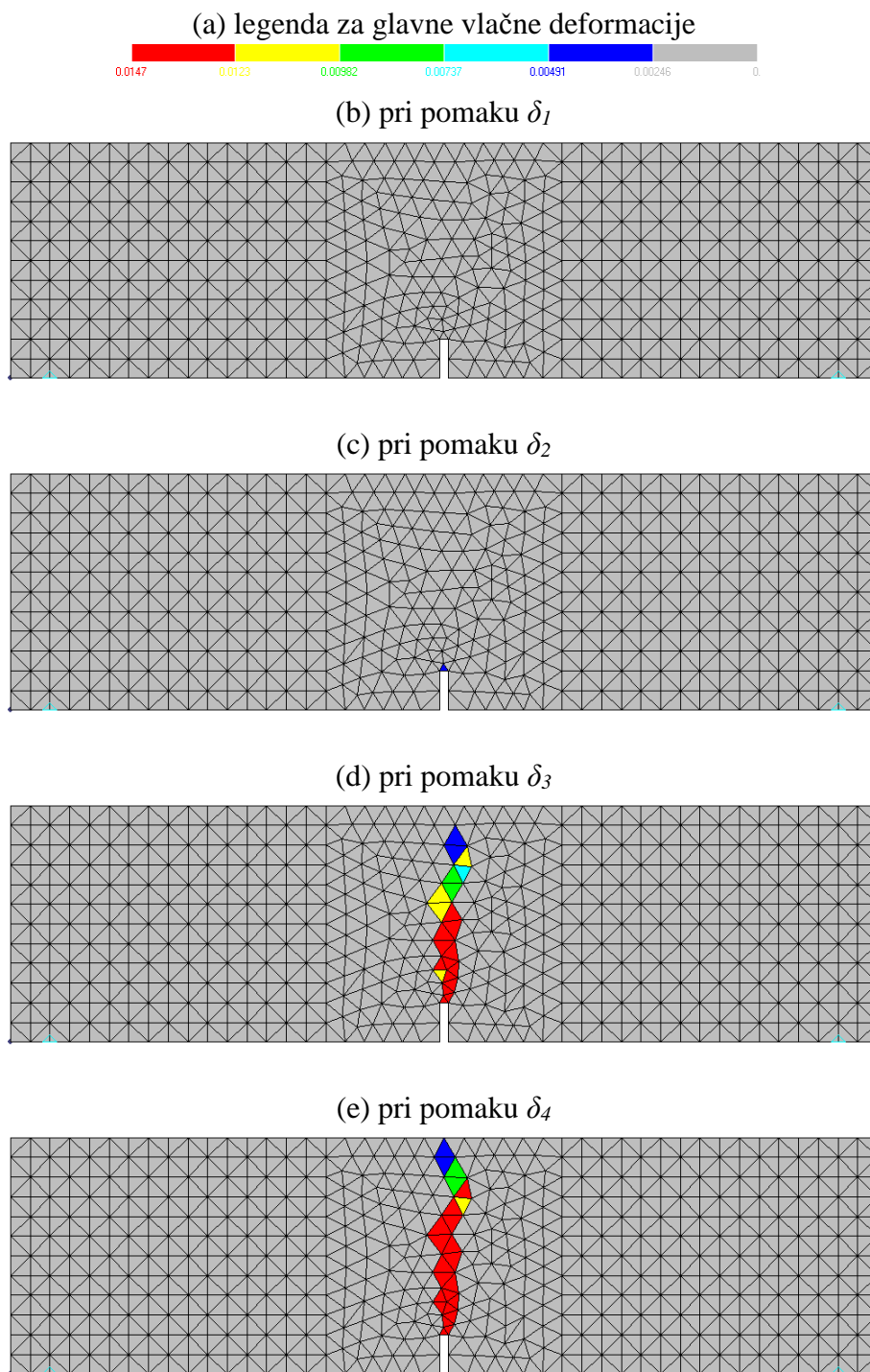
I kod betona mješavine M1 parametri mikroravninskog modela dobiveni su kalibracijom betonske grede bez vlakana opterećene pri kontroli pomaka. Uspoređivao se je eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom. Kalibracijom mikroravninskog modela dobiveni su potrebni parametri mikroravninskog modela betona:  $E=66000$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu=0.18$ ,  $a=0.003$ ,  $b=0.0500$ ,  $p=0.75$ ,  $q=2.00$ ,  $\eta=0.57$ ,  $e_1=0.000045$ ,  $e_2=0.00290$ ,  $e_3=0.00065$ ,  $e_4=5.00$ ,  $n=0.550$ ,  $m=0.880$  i  $k=0.430$ . Detaljno objašnjenje parametara mikroravninskog modela prikazano je u [48]. Na osnovu mikroravninskih parametara betona dobiveni su makroskopski parametri betona: modul elastičnosti  $E_c = 38652$  MPa, Poissonov omjer  $\nu_c = 0.18$ , jednoosna tlačna čvrstoća  $f_c = 75.46$  MPa, jednoosna vlačna čvrstoća  $f_t = 4.73$  MPa i energija loma  $G_F = 0.075$  J/m<sup>2</sup>.

Na slici 5.27 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.0$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_05\_BV.



Slika 5.27 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_05\_BV

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1\_05\_BV dan je na slici 5.28.

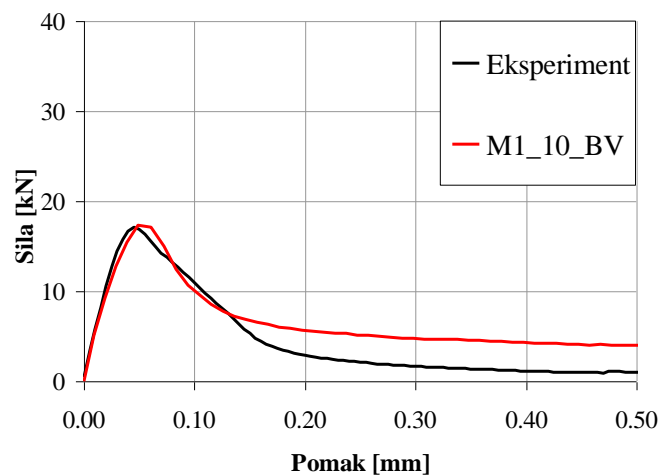


Slika 5.28 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1\_05\_BV

### 5.3.1.2 Model bez vlakana $V_f=0.0$ % rađen na mreži s $V_f=1.0$ % (M1\_10\_BV)

Kalibracijom betonske grede bez vlakana opterećene pri kontroli pomaka dobiveni su parametri mikroravninskog modela. Uspoređivao se je eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom. Pri kalibraciji mikroravninskog modela dobiveni su potrebni parametri mikroravninskog modela betona:  $E=66000$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu=0.18$ ,  $a=0.003$ ,  $b=0.0500$ ,  $p=0.75$ ,  $q=2.00$ ,  $\eta=0.57$ ,  $e_1=0.000045$ ,  $e_2=0.00290$ ,  $e_3=0.00065$ ,  $e_4=5.00$ ,  $n=0.550$ ,  $m=0.880$  i  $k=0.430$ . Na osnovu mikroravninskih parametara betona dobiveni su makroskopski parametri betona: modul elastičnosti  $E_c = 38652$  MPa, Poissonov omjer  $\nu_c = 0.18$ , jednoosna tlačna čvrstoća  $f_c = 75.46$  MPa, jednoosna vlačna čvrstoća  $f_t = 4.73$  MPa i energija loma  $G_F = 0.075$  J/m<sup>2</sup>.

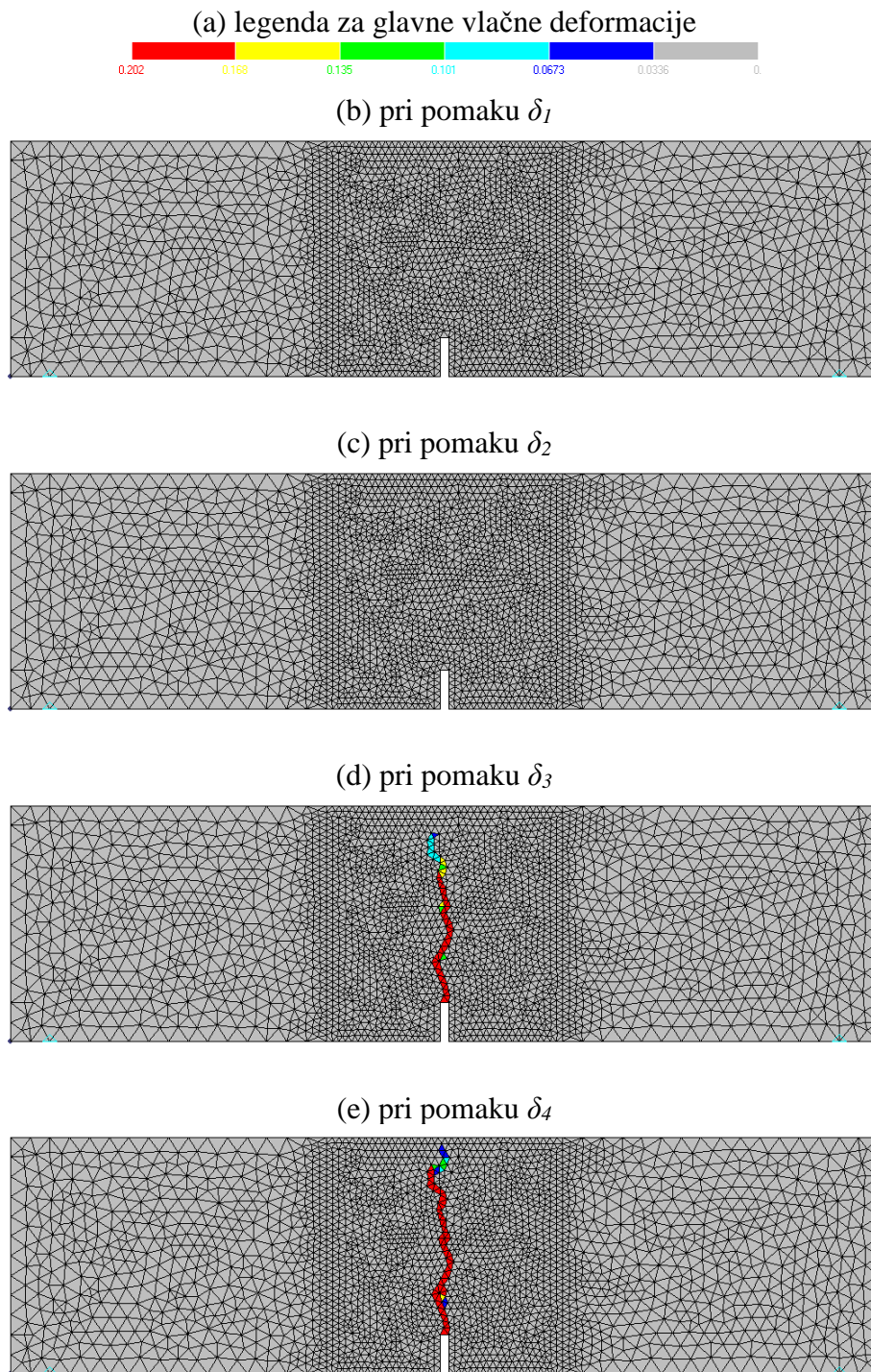
Na slici 5.29 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.0$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_10\_BV.



Slika 5.29 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_10\_BV

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1\_10\_BV dan je na slici 5.30.





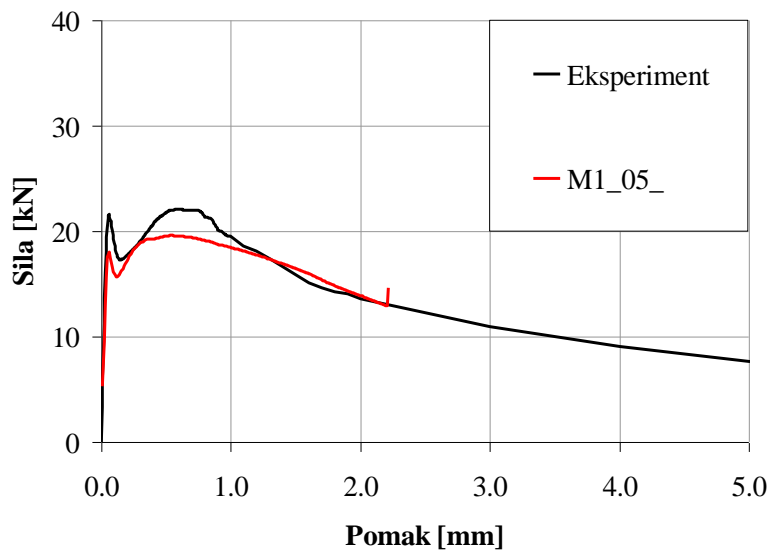
Slika 5.30 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1\_10\_BV

### 5.3.2 Model s $V_f=0.5$ % (M1\_05\_)

Budući da beton mješavine M1 ima manju tlačnu čvrstoću od betona mješavine M2 (tablica 3.5) maksimalno naprežanje  $\tau_{max}$  uzeto je isto kao i za betone mješavine M2  $\tau_{max}=11.99$  N/mm<sup>2</sup>, a kalibrirana parametara diskretnog bond model rađena je samo s pomakom  $s_3$ . Kalibracijom je dobiven pomak  $s_3=1.5$  mm.

Kalibracijom na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5$  % dobiveni su parametri  $\tau_m=10.17$  N/mm<sup>2</sup> i  $s_3=1.5$  mm. Usvojeni su parametri:  $\tau_m=10.17$  N/mm<sup>2</sup> (kalibracija),  $\tau_f=1.82$  N/mm<sup>2</sup> (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_I=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_2=1200.19$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_{unload}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $s_2^*=0.2$  mm (eksperiment),  $s_3=1.5$  mm (kalibracija) i  $R=1000.000$ .

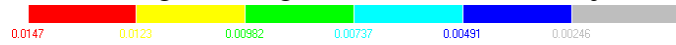
Na slici 5.31 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=0.5$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom.



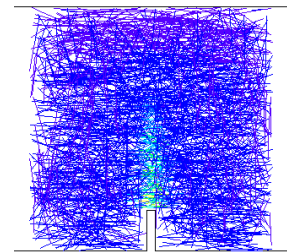
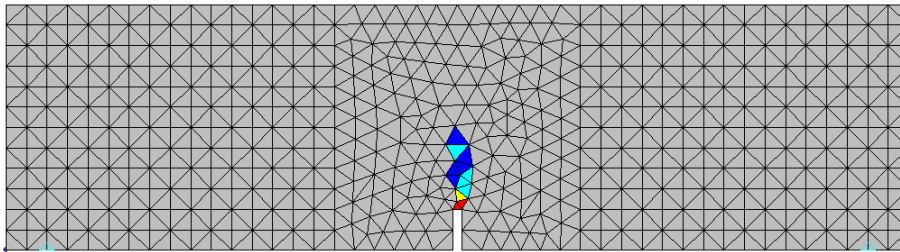
Slika 5.31 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_05\_

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M1\_05\_ dan je na slici 5.32.

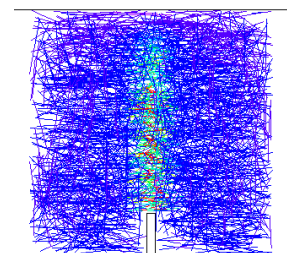
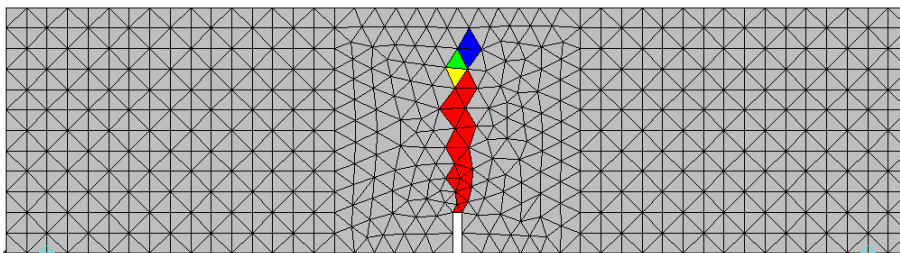
(a) legenda za glavne vlačne deformacije



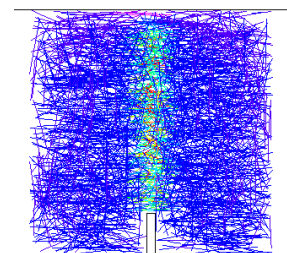
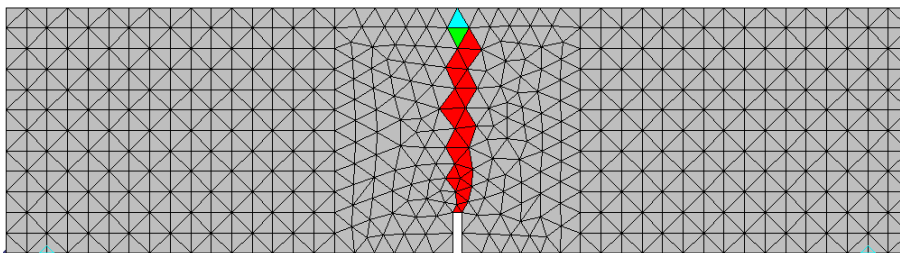
(b) pri pomaku  $\delta_1$



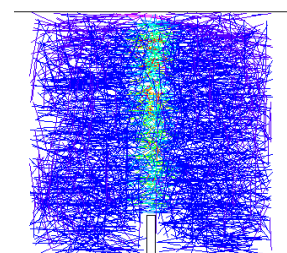
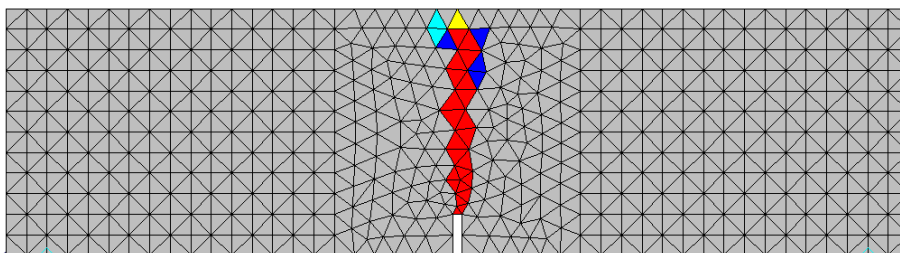
(c) pri pomaku  $\delta_2$



(d) pri pomaku  $\delta_3$



(e) pri pomaku  $\delta_4$



(f) legenda za napreznja u vlaknima [MPa]



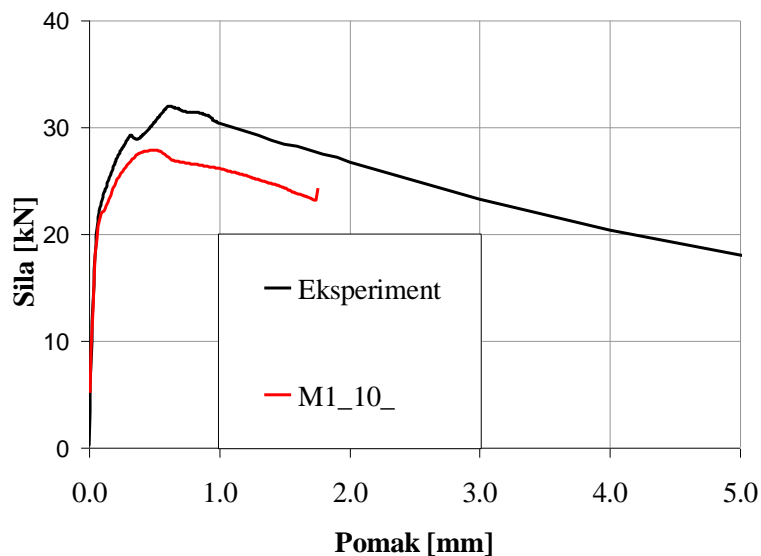
Slika 5.32 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i napreznja u vlaknima za model M1\_05\_

### 5.3.3 Model s $V_f=1.0$ % (M1\_10\_)

Beton mješavine M1 ima manju tlačnu čvrstoću betona od betona mješavine M2 (tablica 3.5) pa je maksimalno naprezanje  $\tau_{max}$  uzeto je isto kao i za betone mješavine M2  $\tau_{max}=8.00$  N/mm<sup>2</sup>. Kabibriracija paramatara diskretnog bond model rađena je samo s pomakom  $s_3$ , a kalibracijom je dobiven pomak  $s_3=1.5$  mm.

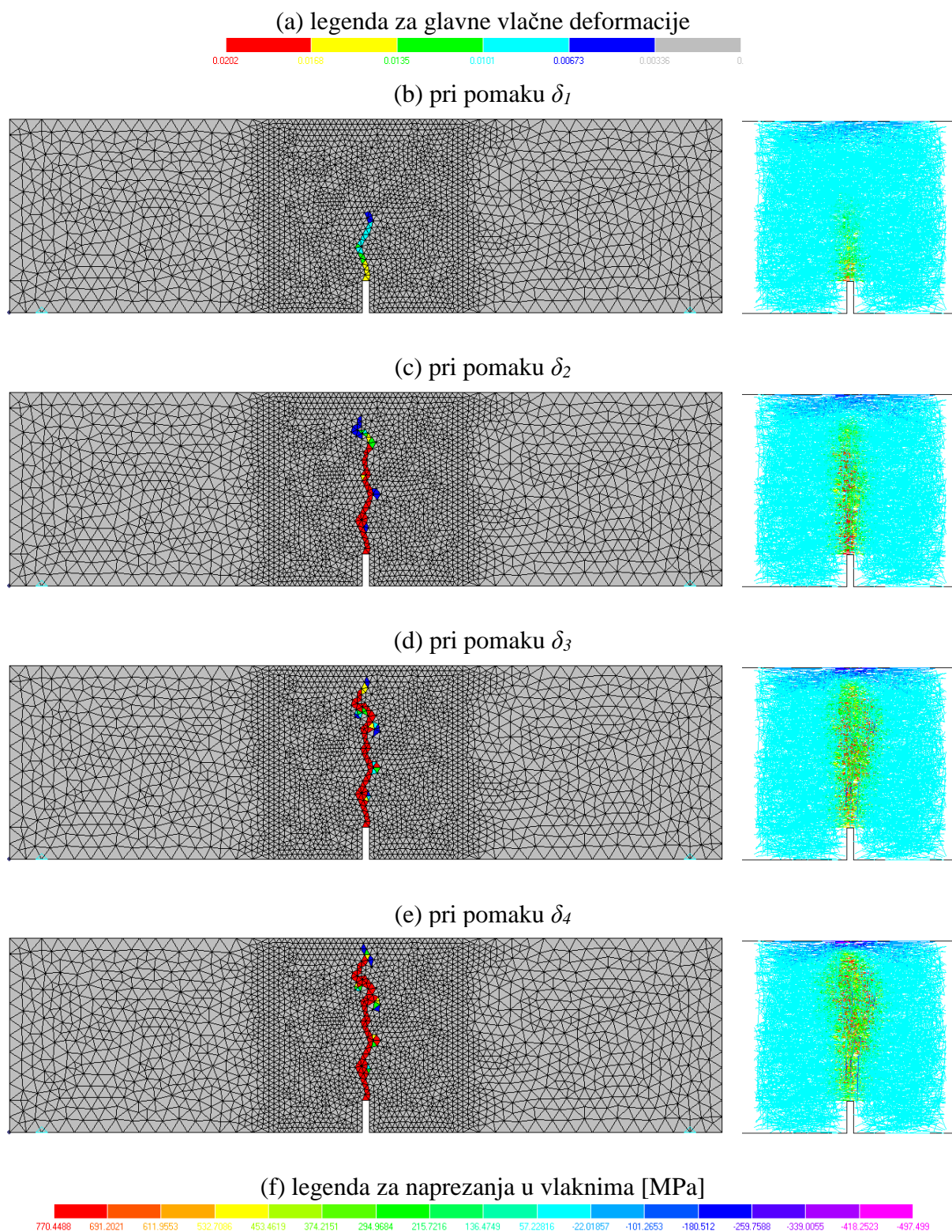
Na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.0$  % kalibracijom su dobiveni parametri  $\tau_m=6.18$  N/mm<sup>2</sup> i  $s_3=1.5$  mm. Usvojeni su parametri:  $\tau_m=6.18$  N/mm<sup>2</sup> (kalibracija),  $\tau_f=1.82$  N/mm<sup>2</sup> (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_I=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_2=1200.19$  N/mm<sup>3</sup>,  $k_{unload}=1199.00$  N/mm<sup>3</sup>,  $s_2^*=0.2$  mm (eksperiment),  $s_3=1.5$  mm (kalibracija) i  $R=1000.000$ .

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=1.0$  % i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom prikazana je na slici 5.33.



Slika 5.33 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_10\_

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1\_10\_ dan je na slici 5.34.



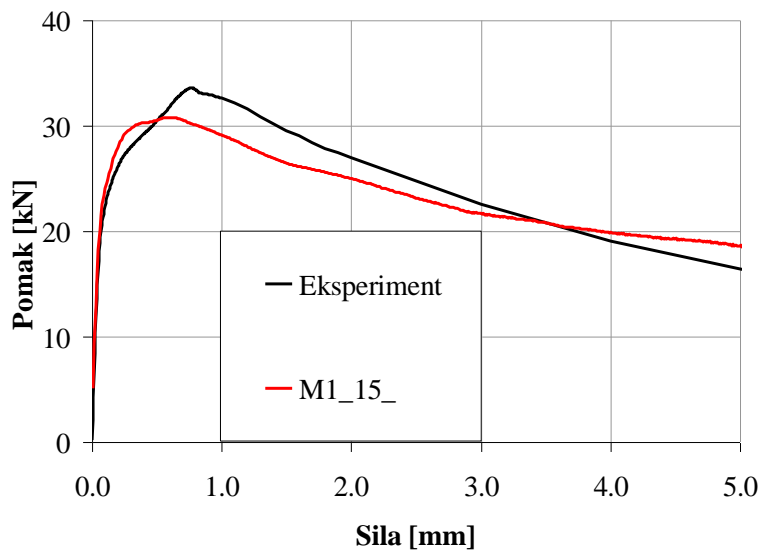
Slika 5.34 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1\_10\_

### 5.3.4 Model s $V_f=1.5\%$ (M1\_15\_)

Iz istih razloga kao i kod predhodnih modela za beton mješavine M1 uzeto je maksimalno naprezanje  $\tau_{max}$  isto kao i za betone mješavine M2  $\tau_{max}=6.71\text{ N/mm}^2$ , a kabibriracija paramatara diskretnog bond model rađena je samo s pomakom  $s_3$ , pri kalibraciji dobiven je pomak  $s_3=1.0\text{ mm}$ .

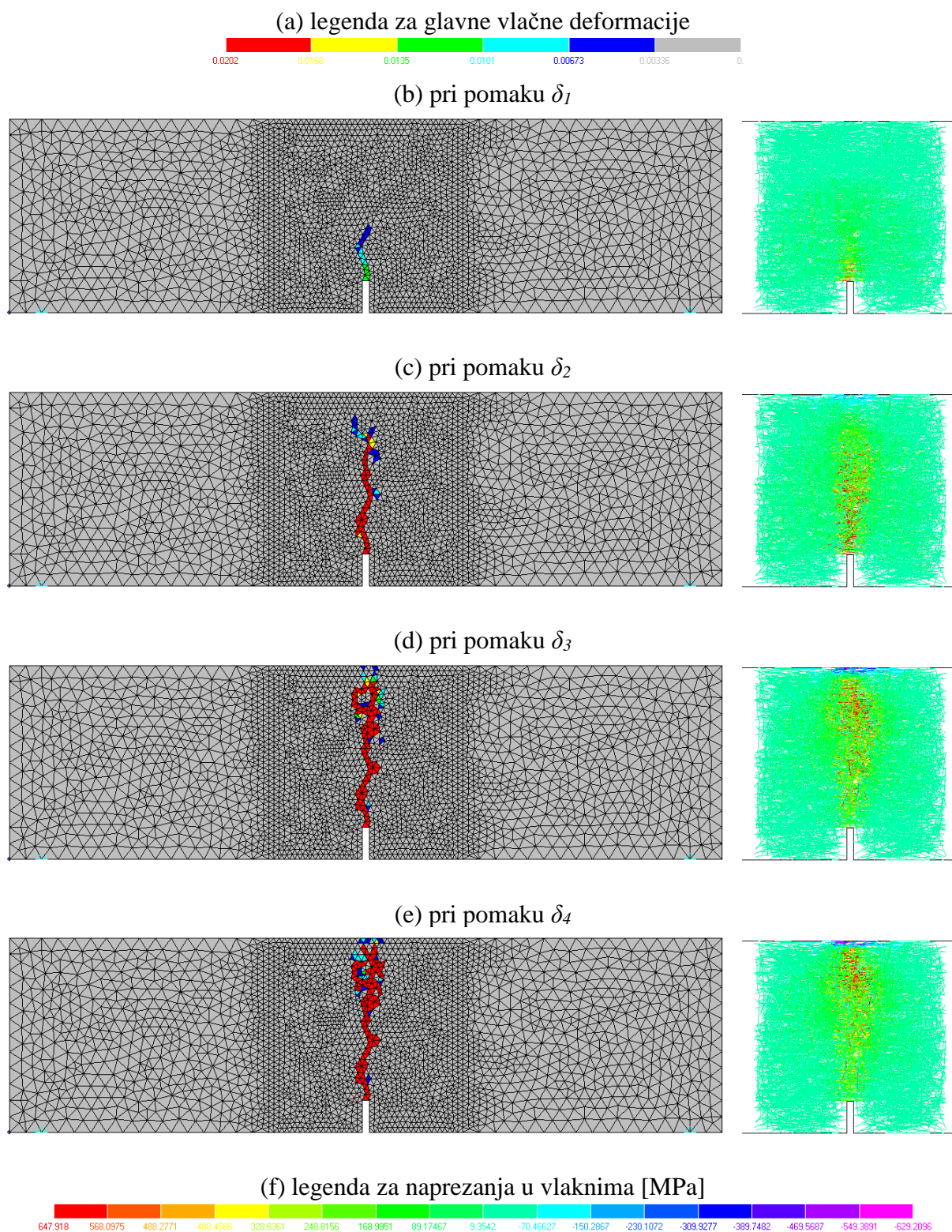
Pri kalibraciji na modelu s volumnim udjelima vlakana  $V_f=1.5\%$  dobiveni su parametri  $\tau_m=4.89\text{ N/mm}^2$  i  $s_3=1.0\text{ mm}$ . Usvojeni su parametri:  $\tau_m=4.89\text{ N/mm}^2$  (kalibracija),  $\tau_f=1.82\text{ N/mm}^2$  (eksperiment),  $k_{secant}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_I=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $k_2=1200.19\text{ N/mm}^3$ ,  $k_{unload}=1199.00\text{ N/mm}^3$ ,  $s_2^*=0.2\text{ mm}$  (eksperiment),  $s_3=1.0\text{ mm}$  (kalibracija) i  $R=1000.000$ .

Na slici 5.33 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak s  $V_f=1.0\%$  i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom.



Slika 5.35 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1\_15\_

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1\_15\_ dan je na slici 5.36.



Slika 5.36 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M1\_15\_

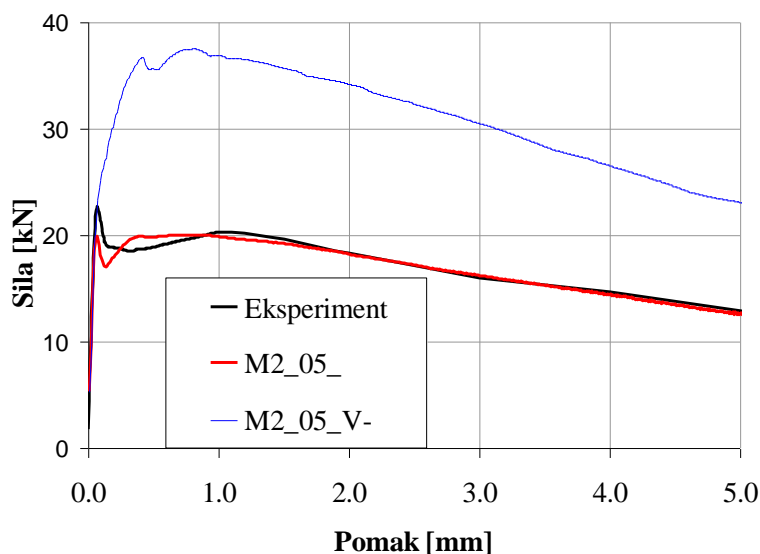
## 6 NUMERIČKA ANALIZA UTJECAJA ORIJENTACIJE VLAKANA

### 6.1 Predefinirana orijentacija vlakana

#### 6.1.1 Vlakna pod kutem 0° prema osi $x$ (M2\_05\_V-)

Numerička analiza utjecaja orijentacije vlakana provedena je samo na betonu mješavine M2 i to s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5$  %. Parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2. Sva vlakna generirana su tako da su pod kutem 0° prema osi  $x$   $n=[1 \ 0 \ 0]^T$  dok je težište vlakna slučajna varijabla.

Na slici 6.1 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V-.



Slika 6.1 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V-

Kao što se je i očekivalo kod modela s vlaknima pod kutem 0° prema osi  $x$  model M2\_05\_V- dolazi do drastičnog povećanja nosivosti u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_. Povećanje nosivosti je gotovo 100 %. Ovaj model je



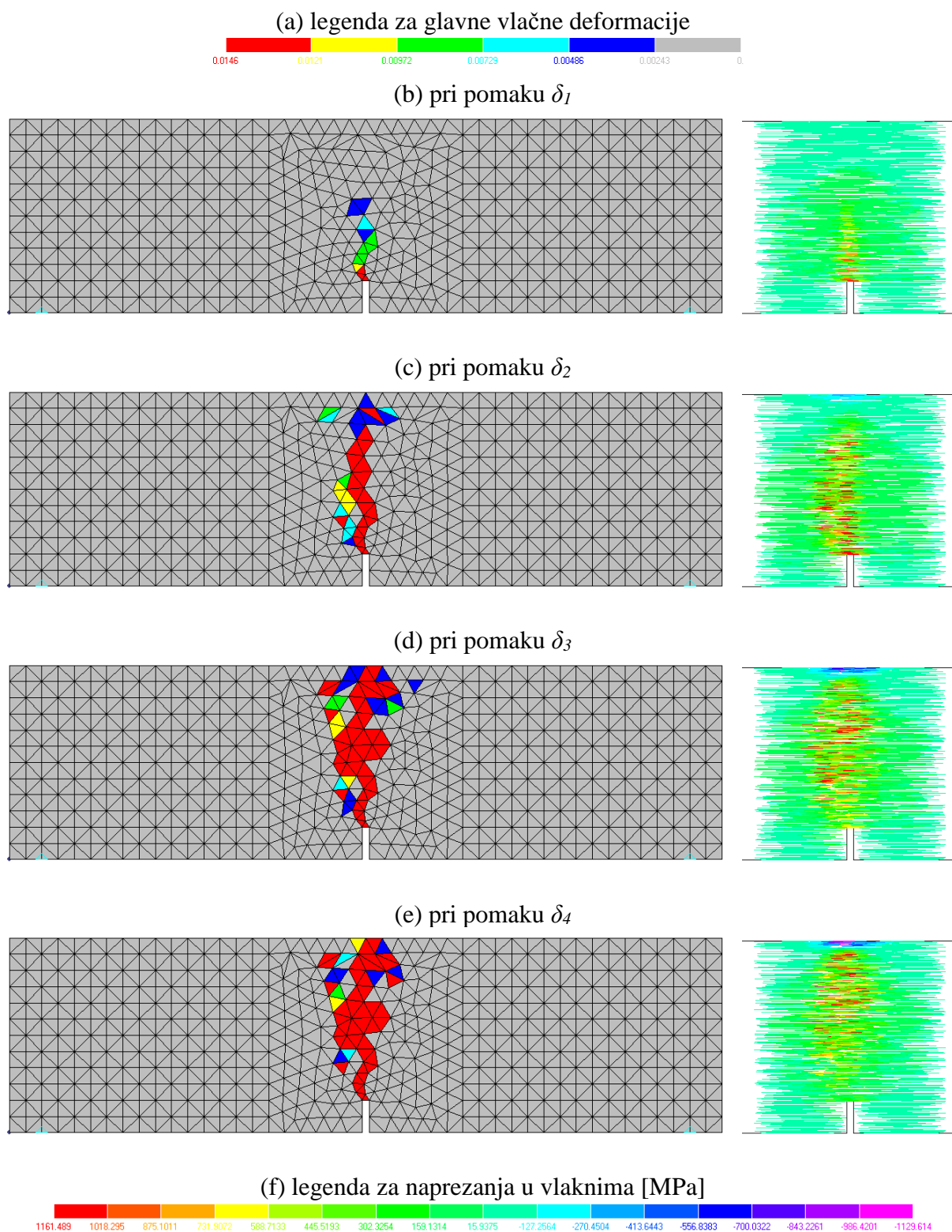
pokazao da je kod betona armiranog vlaknima najbolje kada je orijentacija vlakana okomito na pukotinu, što je u praksi nemoguće izvesti.

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V- dan je na slici 6.2. Vidljivo je da se kod modela s vlaknima pod kutem  $0^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V- (slika 6.2) dobiva puno šire područje oštećenja u betonu, a i područje u kojemu naprezanja u vlaknima dostižu velika naprezanja je puno šire nego kod modela s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_ (slika 5.11).

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.1. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.1 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V-

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
1161.489	-1129.614

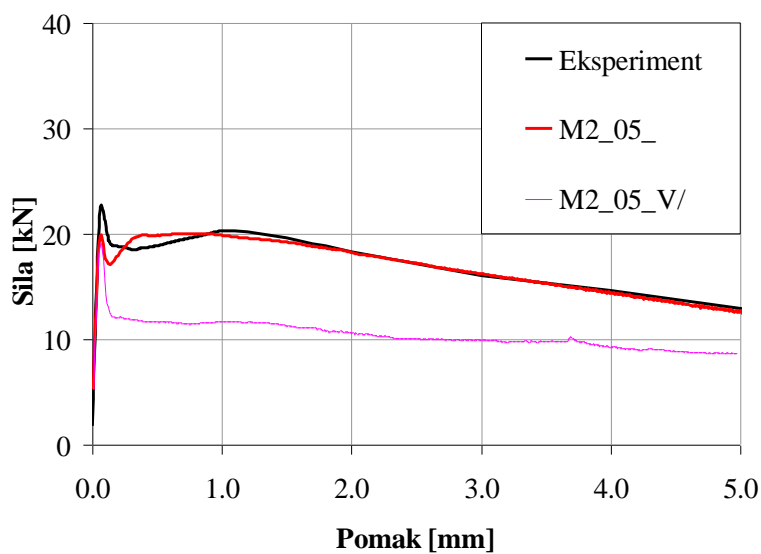


Slika 6.2 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za model M2\_05\_V-

### 6.1.2 Vlakna pod kutem 45° prema osi x (M2\_05\_V/)

Parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2, ali sva vlakna generirana su tako da su pod kutem 45° prema osi  $x$   $n=[0.707 \ 0.707 \ 0]^T$  dok je težište vlakna slučajna varijabla.

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V/ prikazana je na slici 6.3.



Slika 6.3 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V/

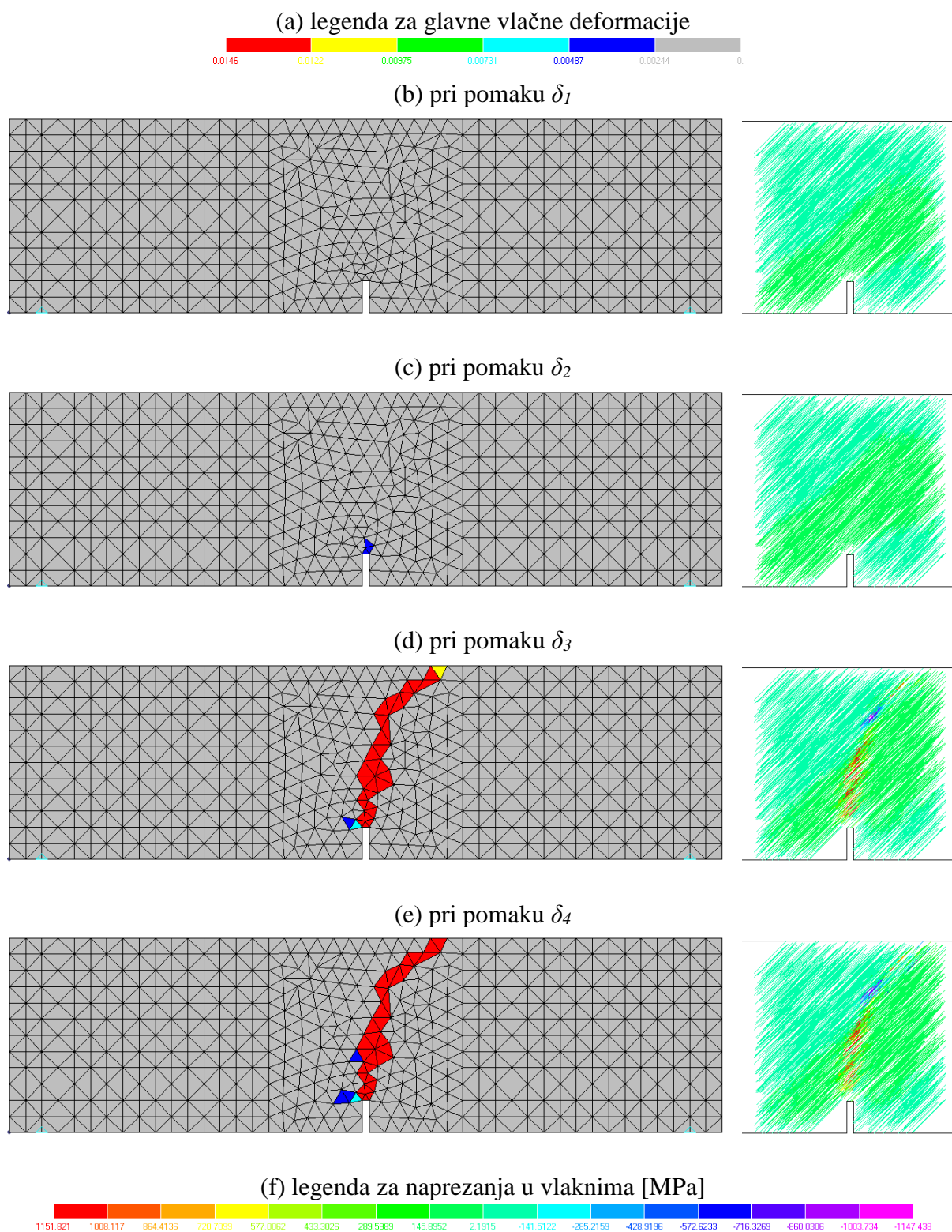
Kod modela s vlaknima pod kutem 45° prema osi  $x$  model M2\_05\_V/ dobivamo gotovo istu nosivost u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_, dok je ponašanje pri većim pomacima dosta lošije u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_.

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V/ dan je na slici 6.4. Kod modela s vlaknima pod kutem 45° prema osi  $x$  model M2\_05\_V/ pukotina se pojavljuje neposredno iznad reza. Pri povećanju pomaka dodazi do širenja pukotine prema gore. Ono što je zanimljivo kod ovog modela je da pri većim pomacima pukotina se širi pod kutem 45° prema osi  $x$ , dakle pukotina prati smjer vlakana jer je otpornost kompozita u tom smjeru najmanja.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.2. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.2 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V/

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
1151.821	-1147.438

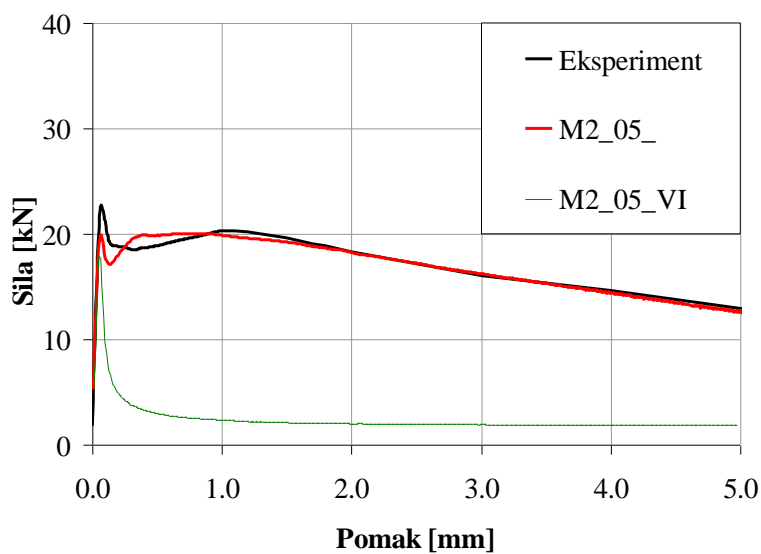


Slika 6.4 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za M2\_05\_V/

### 6.1.3 Vlakna pod kutem 90° prema osi $x$ (M2\_05\_VI)

Kod ovog modela parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2, ali sva vlakna generirana su tako da su pod kutem 90° prema osi  $x$   $n=[0 \ 1 \ 0]^T$  dok je težište vlakna slučajna varijabla.

Na slici 6.5 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_VI.



Slika 6.5 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_VI

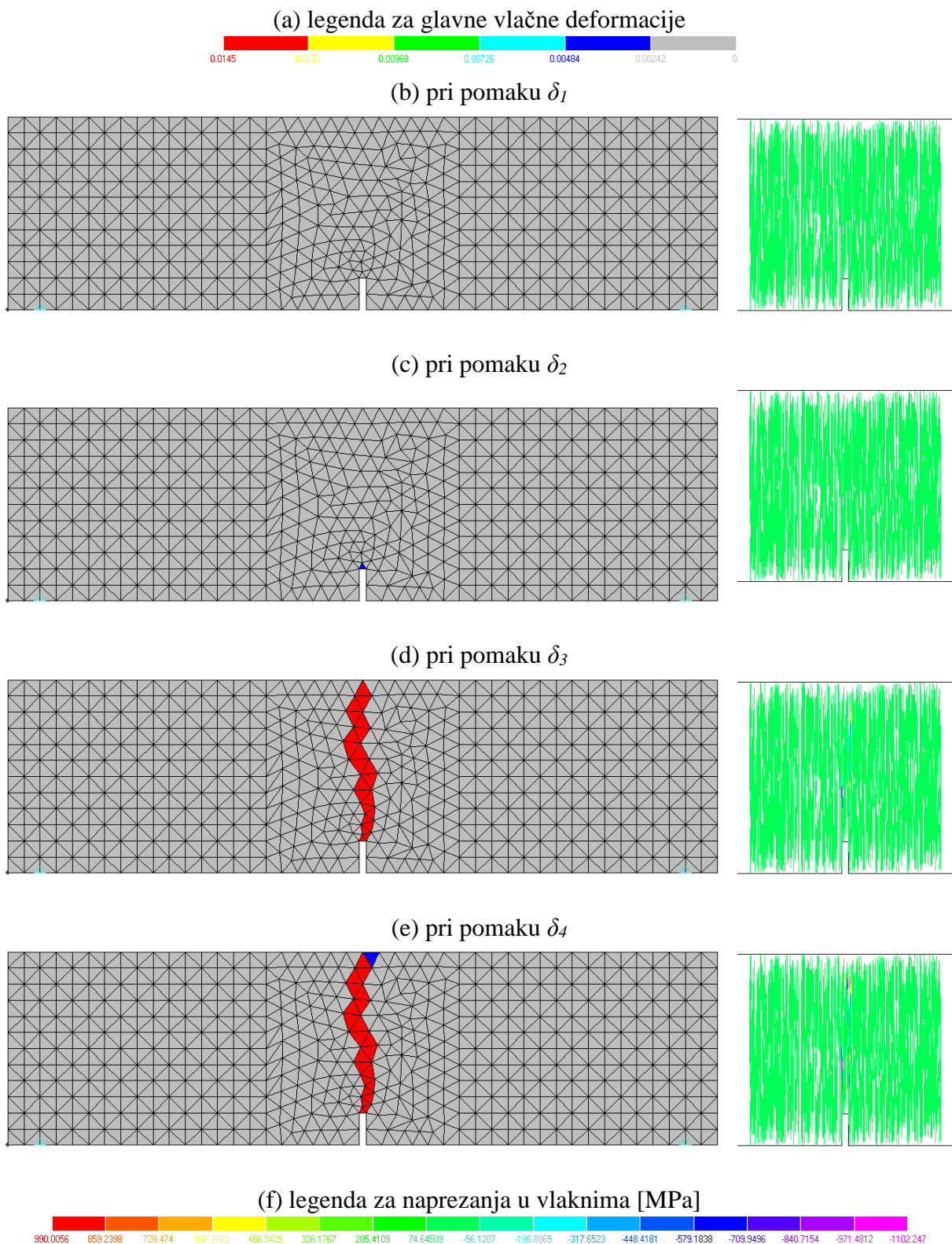
Kao što se je i očekivalo kod modela s vlaknima pod kutem 90° prema osi  $x$  model M2\_05\_VI nosivosti je gotovo ista u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_, ali je zato ponašanje pri većim pomacima ima puno manju duktilnost u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_. Ovaj model je pokazao da je kod betona armiranog vlaknima najlošije kada je orijentacija vlakana paralelna na pukotinu. Ponašanje modela s vlaknima pod kutem 90° prema osi  $x$  model M2\_05\_VI gotovo je identično ponašanju modela bez vlakana jer su vlakna gotovo neefikasna jer su paralelna s pukotinom.

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_VI dan je na slici 6.6.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.3. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.3 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_VI

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
990.0056	-1102.247



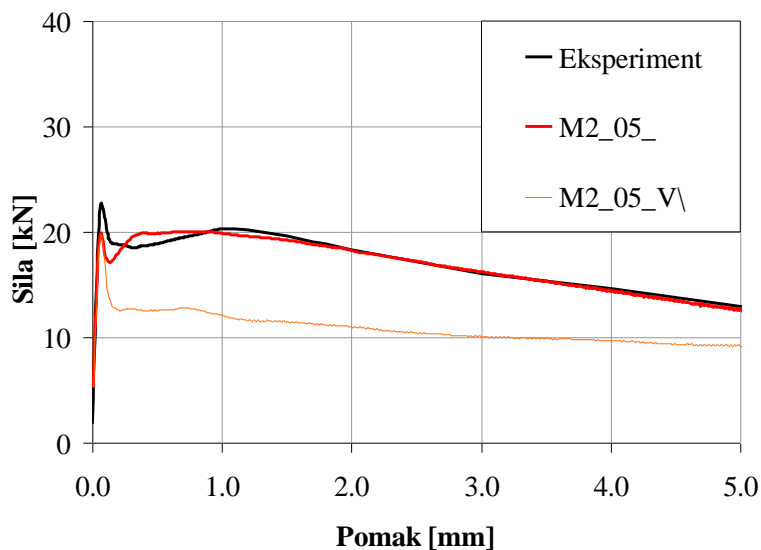
Slika 6.6 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i napreznja u vlaknima za model M2\_05\_VI



#### 6.1.4 Vlakna pod kutem 135° prema osi x (M2\_05\_V)

Kao i kod prethodnih modela parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2, pri tome sva vlakna generirana su pod kutem 135° prema osi  $x$   $n=[-0.707 \ 0.707 \ 0]^T$  dok je težište vlakna slučajna varijabla.

Na slici 6.7 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V\.



Slika 6.7 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V\

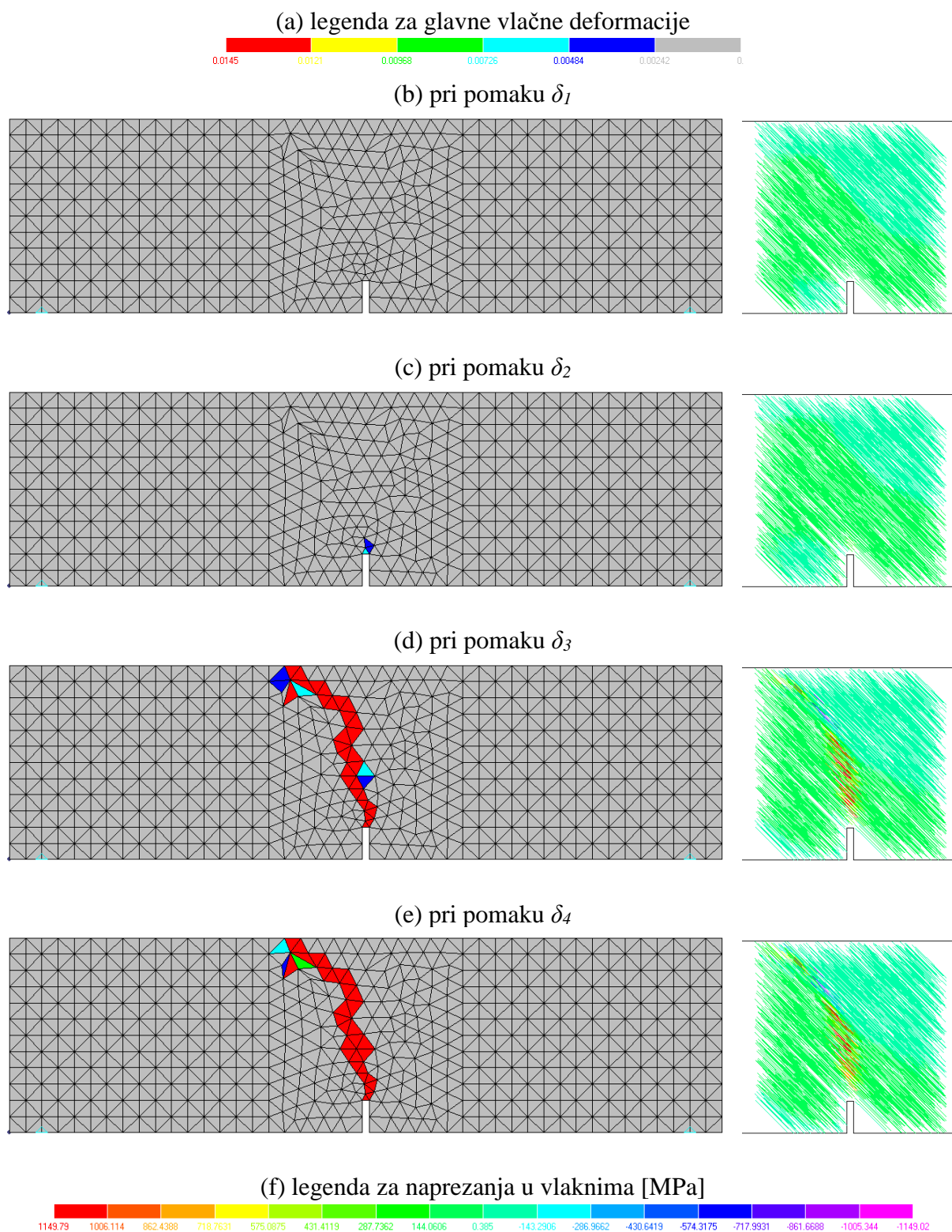
Model s vlaknima pod kutem 135° prema osi  $x$  model M2\_05\_V\ ima gotovo istu nosivost u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana model M2\_05\_. Ponašanje pri većim pomacima dosta je lošije u odnosu na model s slučajnom generacijom orijentacije vlakana (model M2\_05\_).

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V\ dan je na slici 6.8. Kod modela s vlaknima pod kutem 135° prema osi  $x$  model M2\_05\_V\ pukotina se pojavljuje neposredno iznad reza i širi se prema gore. Kod ovog modela pri većim pomacima pukotina se širi pod kutem 135° prema osi  $x$ , dakle pukotina prati smjer vlakana jer je otpornost kompozita u tom smjeru najmanja.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.4. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.4 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V\

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
1149.79	-1149.02



Slika 6.8 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprežanja u vlaknima za M2\_05\_V\

### 6.1.5 Pregled svih rezultata

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.5. Vidljivo je da kod niti jednog modela naprezanje u vlaknima nije bilo veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.5 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima pri predefiniranoj orijentaciji vlakana

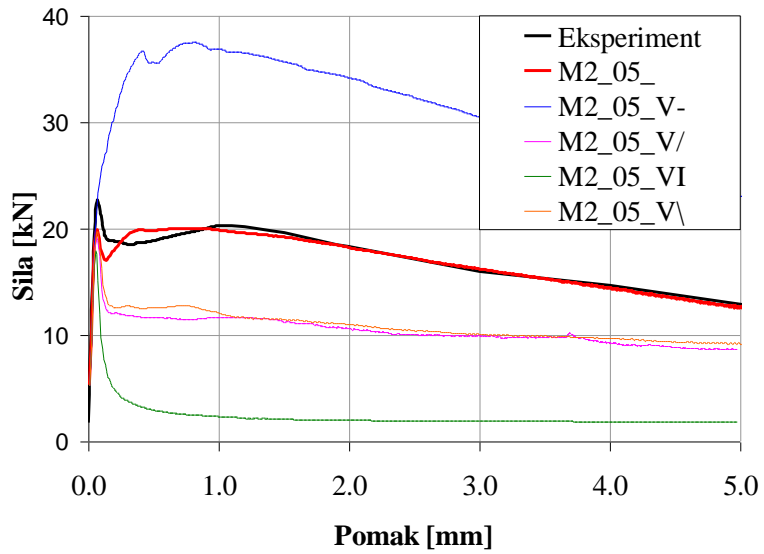
model	najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
M2_05_V-	1161.489	-1129.614
M2_05_V/	1151.821	-1147.438
M2_05_VI	990.0056	-1102.247
M2_05_V\	1149.79	-1149.02

Na slici 6.9 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_ i sve modele pri predefiniranoj orijentaciji vlakana.

Vidljivo je da model s vlaknima pod kutem  $45^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V/ i modela s vlaknima pod kutem  $135^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V\ imaju gotovo isto ponašanje što je bilo i za očekivati. Oba modela se bitnije razlikuju pri prikazu pukotina, kod modela s vlaknima pod kutem  $45^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V/ pukotina se širi pod kutem  $45^\circ$  prema osi  $x$  (slika 6.4), dok se kod modela s vlaknima pod kutem  $135^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V\ pukotina se širi pod kutem  $135^\circ$  prema osi  $x$  (slika 6.8).

Vidljiva je i drastična razlika u ponašanju modela s vlaknima pod kutem  $0^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_V- i modela s vlaknima pod kutem  $90^\circ$  prema osi  $x$  model M2\_05\_VI, kako po pitanju nosivosti tako i po pitanju duktilnosti.

Cilj provedene numeričke analize pri predefiniranoj orijentaciji vlakana bio je provjeriti da li numerički model može davati očekivane rezultate. Rezultati numeričke analize pri predefiniranoj orijentaciji vlakana pokazuju očekivano ponašanje pri različitim predefiniranoj orijentaciji vlakana ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $135^\circ$ ).



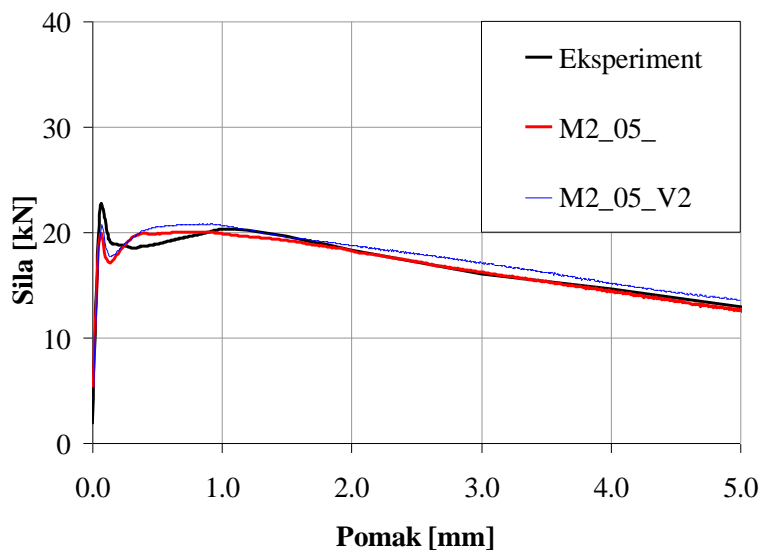
Slika 6.9 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2\_05\_ i sve modele pri predefiniranoj orijentaciji vlakana

## 6.2 Slučajna orijentacija vlakana

### 6.2.1 Druga slučajna orijentacija vlakana (M2\_05\_V2)

Numerička analiza utjecaja slučajne orijentacije provedena je samo na betonu mješavine M2 i to s volumnim udjelima vlakana  $V_f=0.5\%$ . Parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2. Prva slučajna orijentacija vlakana je model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2 na kome je rađena kalibracija parametara diskretnog bond. Provesti će se numerička analizira za modele s još dodatne dvije slučajne orijentacije vlakana, što znači da se postupak izrade modela mora početi iz početka. Najprije se moraju slučajno generirati štapni konačni elementi vlakana, a nakon toga i tetraedralni konačni elementi betona na način kako je to opisano u poglavlju 4.4.

Na slici 6.10 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V2.



Slika 6.10 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V2

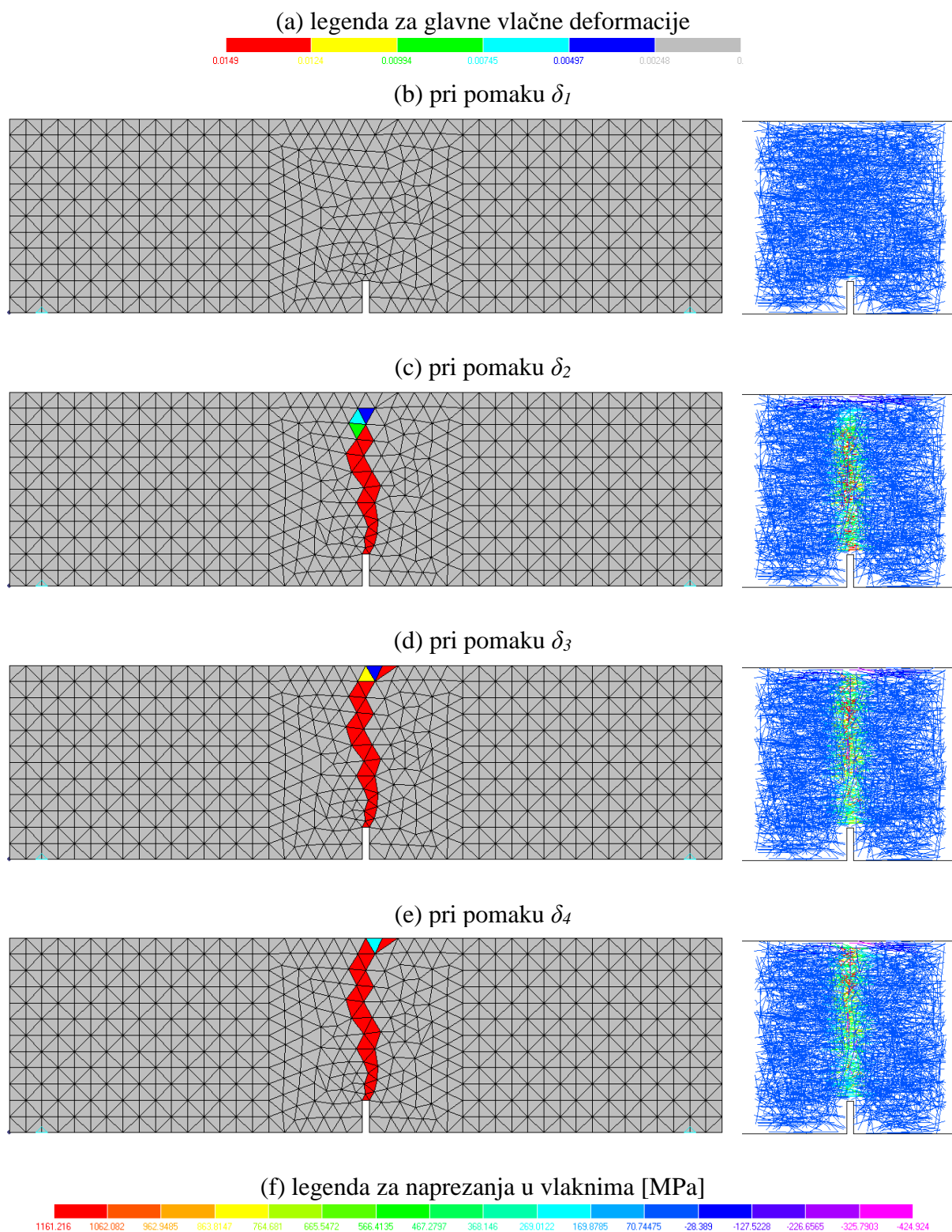
Na slici 6.10 vidljivo je da model s drugom slučajnom orijentacijom vlakana model M2\_05\_V2 ima nešto veću nosivost od modela s prvom slučajnom orijentacijom vlakana model M2\_05\_, ali ta razlika je relativno mala.

Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V2 dan je na slici 6.11.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.6. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.6 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V2

najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
1161.216	-424.924



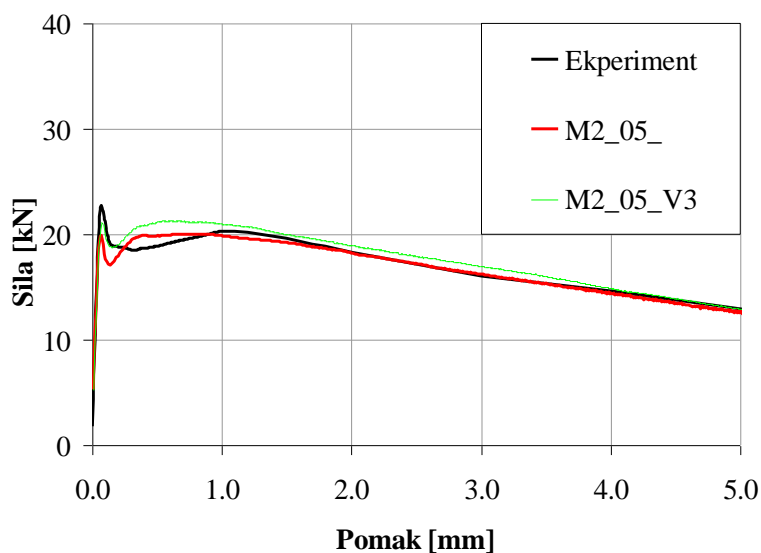
Slika 6.11 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V2



### 6.2.2 Treća slučajna orijentacija vlakana (M2\_05\_V3)

Parametri mikroravninskog modela betona i parametri diskretnog bond model uzeti su isti kao za model M2\_05\_ iz poglavlja 5.2.2. Još jednom je provedena slučajna generacija štapnih konačnih elementa vlakana, a nakon toga i tetraedralnih konačnih elementa betona na način kako je to opisano u poglavlju 4.4.

Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V3 prikazana je na slici 6.12.



Slika 6.12 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_ i M2\_05\_V3

Vidljivo je da model s trećom slučajnom orijentacijom vlakana model M2\_05\_V3 ima još veću nosivost od modela s prvom slučajnom orijentacijom vlakana model M2\_05\_, ali je ta razlika još uvijek relativno mala.

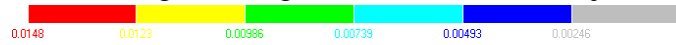
Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V3 dan je na slici 6.13.

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.7. Vidljivo je da naprezanje u vlaknima nije veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

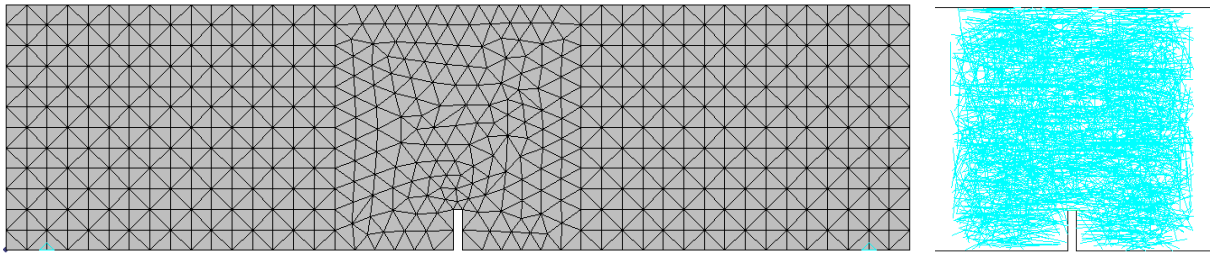
Tablica 6.7 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2\_05\_V3

najveće naprezanje u vlaknima	najmanje naprezanje u vlaknima
[MPa]	[MPa]
1155.554	-762.6246

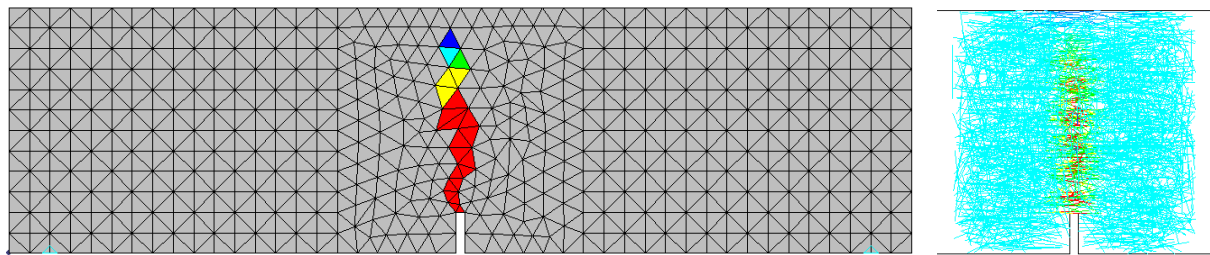
(a) legenda za glavne vlačne deformacije



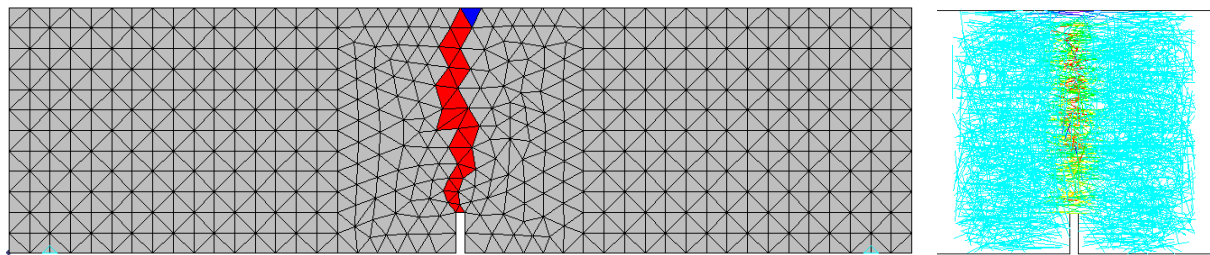
(b) pri pomaku  $\delta_1$



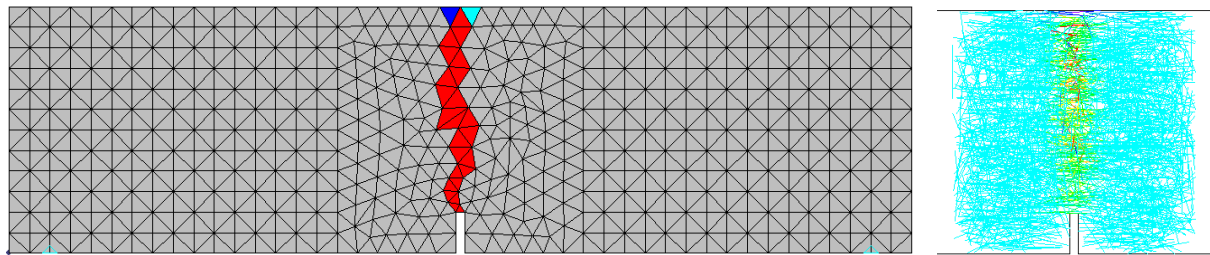
(c) pri pomaku  $\delta_2$



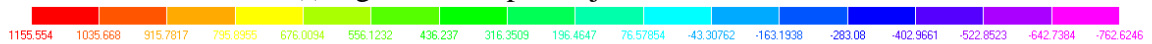
(d) pri pomaku  $\delta_3$



(e) pri pomaku  $\delta_4$



(f) legenda za napreznja u vlaknima [MPa]



Slika 6.13 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i napreznja u vlaknima za model M2\_05\_V3

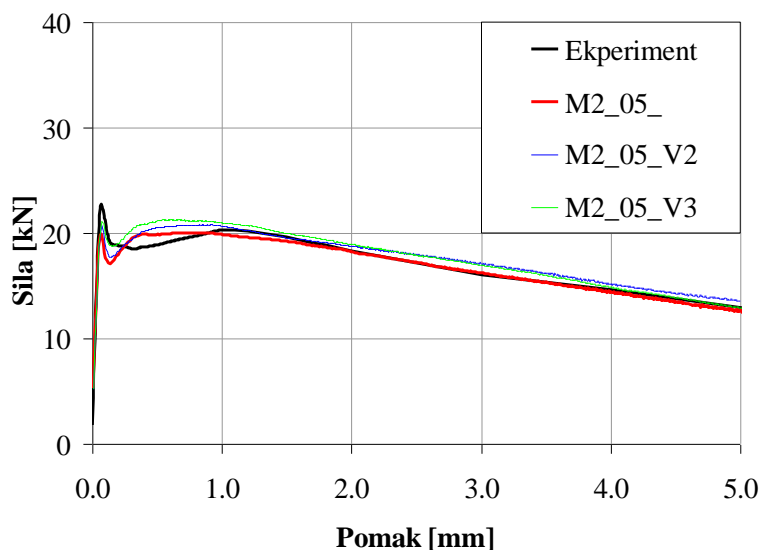
### 6.2.3 Pregled svih rezultata

Prikaz najvećih i najmanjih naprezanja u vlaknima dan je u tablici 6.8. Vidljivo je da kod niti jednog modela naprezanje u vlaknima nije bilo veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa.

Tablica 6.8 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima pri predefiniciranoj orijentaciji vlakana

model	najveće naprezanje u vlaknima [MPa]	najmanje naprezanje u vlaknima [MPa]
M2_05_	1153.922	-359.2982
M2_05_V2	1161.216	-424.924
M2_05_V3	1155.554	-762.6246

Na slici 6.14 prikazana je usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_, M2\_05\_V2 i M2\_05\_V3. Vidljivo je da su rezultati gotovo neovisni o modelu pri različitim slučajnim orijentacijama vlakana.



Slika 6.14 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2\_05\_, M2\_05\_V2 i M2\_05\_V3

## 7 ZAKLJUČAK

U radu su prikazani rezultati eksperimentalne i 3D nelinearne numeričke analize betona armiranog čeličnim vlaknima s kukama. Analiza je provedena savijanjem zarezanih greda uz kontrolu pomaka s različitim volumnim udjelom vlakana ( $V_f=0\%$ ,  $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Korišten je mezo model betona, pri čemu se kompozit sastoji od: cementne matrice, vlakana i veza između cementne matrice i vlakana "interface". Uspoređivao se je eksperimentalno dobiveni dijagram sila-pomak i dijagram sila-pomak dobiven numeričkim proračunom u programu MASA.

Cilj je istraživanja određivanje parametara diskretnog bond modela za betone armiranim s različitim volumnim udjelom vlakana ( $V_f=0.5\%$ ,  $V_f=1.0\%$  i  $V_f=1.5\%$ ). Numerička analiza provedena je korištenjem 3D programa za nelinearnu analizu betonskih i armiranobetonskih konstrukcija (MASA) koji se zasniva na metodi konačnih elemenata.

Na osnovi rezultata analize može se zaključiti:

- a) Mezo modeliranje betona armiranog vlaknima vrlo je zahtjevna zadaća u postupku modeliranja zato što se moraju izgenerirati vlakna slučajno orijentirana u prostoru, a nakon toga treba izgenerirati betonske elemente na način da imamo zajedničke čvorove za elemente vlakana i betona.
- b) Da bi se skratilo vrijeme proračuna treba napraviti optimizaciju numeracije čvorova i elemenata. Bez obzira na provedu optimizaciju proračun nekih modela trajao je 5 dana.
- c) Iako je mezo modeliranje vrlo zahtjevna zadaća i po pitanju modeliranja i trajanja samog proračuna, dobije se puno bolji uvid u stvarno ponašanje kompozita, jer nakon analize možemo dobiti deformacije i naprezanja u betonu i vlakanima.
- d) Na osnovu rezultata kalibracije diskretnog bond modela vidljivo je da s povećanjem volumnog udjela vlakana  $V_f$  dolazi do smanjenja maksimalnog posmičnog naprezanja  $\tau_{max}$  i prokliznuća pri kojem više nema mehaničke komponente posmične čvrstoće  $s_3$ , takvi rezultati su logični jer kod većeg udjela vlakana može se očekivati i manja prionjivost između vlakana i betona.
- e) Kod niti jednog modela najveće naprezanje u vlaknima nije bilo veće od granice popuštanja vlakna  $f_y=1210.5$  MPa. Razlog otkazivanja vlakna je čupanje vlakna iz betona, a ne slom zbog dostizanja vlačne čvrstoće vlakna.

- f) Nakon provedene kalibracije parametara diskretnog bond modela napravljena je korelacija između nekih parametara diskretnog bond modela ( $\tau_{max}$  i  $s_3$ ) i volumnog udjela vlakana  $V_f$ , izrazi (5.11) i (5.12). S poznatim vrijednostima  $\tau_{max}$  i  $s_3$ , može se napraviti numerički proračun betonske grede armirane vlaknima s proizvoljnim volumnim udjelom vlakana.
- g) Beton armiran vlaknima može se uspješno modelirati na mezo nivou što je dokazano usporedbom eksperimentalno dobivenog dijagram sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom.
- h) Glavni nedostatak predloženog mezo modela je složenost procesa modeliranja i trajenje samog proračuna, a pri velikom volumnom udjelu vlakana može se dogoditi da se betonski elementi ne mogu izgenerirati oko elemenata vlakana.

Provedena analiza pokazuje da predloženi mezo model betona daje odlične rezultate za betone armirane čeličnim vlaknima s kukama. U budućnosti bi predloženi mezo model trebalo verificirati i s vlaknima drugačijeg oblika i materijala. Zanimljiva bi bila i verifikacija mezo modela pri cikličkom opterećenju.

## 8 LITERATURA

- [1] ACI Committee 544: State-of-the Art Report on Fiber Reinforced Concrete, *ACI Manual of Concrete Practice*, ACI 544.1R-96, 2001.
- [2] Barr B.I.G, Lee M.K., Place Hansen E.J., Dupora D., Erdem E., Schaerlaekens S., Schnfitgen S., Stang H. & Vandewalle, L.: Round-robin analysis of the RILEM TC 162-TDF beam bending test: Part 1 - Test method evaluation, *Materials and Structures*, 36(263), pp. 609-620, 2003.
- [3] Bažant Z.P. & Oh B.H.: Crack band theory for fracture of concrete, *RILEM*, 93(16), pp. 155-177, 1983.
- [4] Bazant Z.P. & Oh B.-H.: Efficient numerical integration on the surface of a sphere, *Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik*, 66 (1), pp. 37-49, 1986.
- [5] Bažant Z.P. & Prat P.C.: “Microplane model for brittle-plastic material-parts I and II”, *Journal of Engineering. Mechanics*, 114, pp. 1672-1702, 1988.
- [6] Bentur A., Wu S.T., Banthia N., Baggot R., Hansen W., Katz A., Leung C., Li V.C., Mobasher B., Naaman A.E., Robertson R., Soroushian P., Stang H. & Taerwe L.: Fiber Matrix Interfaces (Chapter), *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites - HPRCC 2*, eds. A.E Naaman. & H.W. Reinhardt, Spon, London, pp. 149-191, 1996.
- [7] Bolander J.E. & Saito S.: Discrete modelling of short-fiber reinforcement in cementitious composites, *Advanced Cement Based Material*, 6, pp. 76-86, 1997.
- [8] Bolander J.E. & Sukumar N.: Irregular lattice model for quasistatic crack propagation, *Physical Review B*, 71, pp. 1-12, 2005.
- [9] Bui T.T.: *Numerical simulation of fracture in plain and fibre-reinforced concrete*, disertacija, School of Civil and Environmental Engineering The University of New South Wales Sydney, Australia, 2007.

- [10] Cachim P.B.: *Experimental and numerical analysis of the behaviour of structural concrete under fatigue loading with applications to concrete pavements*, disertacija, Faculty of Engineering of the University of Porto, Porto, 1999.
- [11] Chang D-I. & Chai W-K. Flexural fracture and fatigue behavior of steel-fiber-reinforced concrete structures, *Nuclear Engineering and Design*, 156, pp. 201-207, 1995.
- [12] Cox H.L.: The Elasticity and Strength of Paper and other Fibrous Materials, *British Journal of Applied Physics*, 3, pp. 72-79, 1952.
- [13] Cunha V.: *Pullout behaviour of hooked-end steel fibres in self-compacting concrete*, Report 07-DEC/E06, University of Minho, 2007.
- [14] Do M-T., Chaallal O. & Aıtcin P-C.: Fatigue behavior of high performance concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 5(1), pp. 96-111, 1993.
- [15] Eligehausen R., Popov E.P. & Bertero, V.V.: Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations, *Report No. UCB/EERC-83/23*, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, 1983.
- [16] EN 12390-3:2001: Testing hardened concrete - Part 3: Compressive strength of test specimens, 2001.
- [17] EN 12390-6:2000: Testing hardened concrete - Part 6: Tensile splitting strength of test specimens, 2000.
- [18] Fischer G., Stang H. & Dick-Nielsen L.: Initiation and development of cracking in ECC materials: experimental observations and modelling, *Fracture mechanics of concrete and concrete structures FRAMCOS6*, pp. 1517-1522, 2007.
- [19] Grzybowski M. & Meyer C.: Damage accumulation in concrete with and without fiber reinforcement, *ACI Materials Journal*, 90(6), pp. 594-60, 1993.



- [20] Han T.-S., Feenstra P.-H. & Billington S.-L.: Simulation of highly ductile fiber-reinforced cement-based composite components under cyclic loading, *ACI Structural Journal*, 100(6), pp. 749-757, 2003.
- [21] Hannant D.J.: *Fiber Cements and Fiber Concretes*, J. Wiley, 1978.
- [22] HDGI: *Građevni Godišnjak '97*, Topgraf, 1997.
- [23] Johnston C.D. & Zemp R.W.: Flexural fatigue performance of steel fiber reinforced concrete-influence of fiber content, aspect ratio and type, *ACI Materials Journal*, 88(4), pp. 374-83, 1991.
- [24] Jun P. & Mechtcherine V.: Behaviour of strain-hardening cement-based composites (SHCC) under monotonic and cyclic tensile loading: Part 2 - Modelling, *Cement & Concrete Composites*, 32, pp. 810-818, 2010.
- [25] Kosa K., & Naaman A.E.: Corrosion of Steel Fiber Reinforced Concrete, *ACI Materials Journal*, 87(1), pp. 27-37, 1990.
- [26] Kunieda M., Ogura H., Ueda N. & Nakamura H.: Tensile fracture process of Strain Hardening Cementitious Composites by means of three-dimensional meso-scale analysis, *Cement & Concrete Composites*, 33, pp. 956-965, 2011.
- [27] Lee M.K. & Barr B.I.G.: An overview of the fatigue behaviour of plain and fibre reinforced concrete, *Cement & Concrete Composites*, 26 pp. 299-305, 2004.
- [28] Lettow S.: Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen - Anwendung auf Übergreifungsstöße, disertacija, IWB Universität Stuttgart, Stuttgart, 2006.
- [29] Löfgren I.: *Fibre-reinforced Concrete for Industrial Construction-a fracture mechanics approach to material testing and structural analysis*, disertacija, Dep. of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2005.

- [30] Maalej M.: *Fracture Resistance of Engineered Fiber Cementitious Composites and Implications to Structural Behavior*, disertacija, University of Michigan, Michigan, 1994.
- [31] Maalej M.: Tensile properties of short fiber composites with fiber strength distribution, *Journal of Materials Science*, 36, pp. 2203–2212, 2001.
- [32] Markovic I., Van Mier J.G.M. & Walraven J.C.: Tensile Response of High Performance Hybrid Fiber Concrete, *5th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS-5)*, Vail, pp. 1113-1121, 2004.
- [33] Mohr O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materiales?, *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 46, pp. 1524-1530, 1572-1577, 1900.
- [34] Naaman A.E.: *A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete*, disertacija, Massachusetts Institute of Technology, Civil Engineering Department, 1972.
- [35] Naaman A.E., F. Moavenzadeh & F.J. McGarry: Probabilistic Analysis of Fiber Reinforced Concrete, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 100, pp. 397-413, 1974.
- [36] Naaman A.E. & Shah, S.P.: Pull-Out Mechanisms of Steel Fiber Reinforced Concrete, *Journal of the Structural Division*, 102, pp. 1537-1548, 1976.
- [37] Naaman A.E.: High performance fiber reinforced cement composites, *Proceedings of the IABSE Symposium on Concrete Structures for the Future*, Paris, pp. 371-376, 1987.
- [38] Naaman A.E. & Reinhardt H.W.: Characterization of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites, *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites - HFRCC 2*, England, pp. 1-24, 1996.
- [39] Naaman A.E. & Hammoud H.: Fatigue characteristics of high performance fiber-reinforced concrete, *Cement and Concrete Composites*, 20, pp. 353-363, 1998.

- [40] Naaman A.E.: Fiber Reinforcement for Concrete: Looking Back, Looking Ahead, *Fifth RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concretes (FRC)*, Cachan, pp. 65-86, 2000.
- [41] Naaman A.E.: Toughness, Ductility, Surface Energy and Deflection-Hardening FRC Composites, *JCI Workshop on Ductile Fiber Reinforced Cementitious Composite (DFRCC)*, Japan Concrete Institute, Tokyo, pp. 33-57, 2002.
- [42] Naaman A.E.: Strain Hardening and Deflection Hardening Fiber Reinforced Cement Composites, *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC-4)*, RILEM, pp. 95-113, 2003.
- [43] Naaman A.E.: Engineered Steel Fibers with Optimal Properties for Reinforcement of Cement Composites, *Journal of Advanced Concrete Technology*, Japan Concrete Institute, 1(3), pp. 241-252, 2003.
- [44] Naaman A.E. & Reinhardt H.W.: Proposed Classification of FRC Composites Based on their Tensile Response, *Materials and Structures*, 39, pp. 547-555, 2006.
- [45] Ožbolt, J. & Bažant, Z.P.: Microplane model for cyclic triaxial behavior of concrete., *Journal of Engineering Mechanics*, 118 (7), pp. 1365-1386, 1992.
- [46] Ožbolt J.: MASA – **MA**croscopic **S**pace **A**nalysis, *Internal Report*, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1998.
- [47] Ožbolt J., Meštrović D., Li Y.J. & Eligehausen R.: Compression failure – beams made of different concrete types and sizes, *Journal of Structural Engineering*, 126, pp. 200-209, 2000.
- [48] Ožbolt J., Li Y.J. & Kožar I.: Microplane Model for Concrete with Relaxed Kinematic Constraint, *International Journal of Solids and Structures*, 38, pp. 2683-2711, 2001.

- [49] Ožbolt J., Lettow S. & Kožar I.: Discrete Bond Element for 3D Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, *3<sup>rd</sup> International Symposium: Bond in Concrete - from research to standards*, Budapest, 2002.
- [50] Ožbolt J. & Reinhardt H.W.: Numerical study of mixed mode fracture in concrete, *International Journal of Fracture*, 118, pp. 145-161, 2002.
- [51] Schauffert E.A. & Cusatis G.: Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. I: Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, 138, pp. 826-833, 2012.
- [52] Schauffert E.A., Cusatis G., Pelessone D., O'Daniel J.L. & Baylot J.T.: Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. II: Tensile Fracture and Multiaxial Loading Behavior, *Journal of Engineering Mechanics*, 138, pp. 834-841, 2012.
- [53] Schumacher P.: *Rotation Capacity of Self-Compacting Steel Fiber Reinforced Concrete*, disertacija, Delft University of Technology, Netherlands, 2006.
- [54] Shi C. & Mo Y.L.: *High-Performance Construction Materials Science and Applications*, World Scientific, 2008.
- [55] Suwada H. & Fukuyama H.: Nonlinear finite element analysis on shear failure of structural elements using high performance fiber reinforced cement composite, *Journal of Advanced Concrete Technology*, 4(1), pp. 45-57, 2006.
- [56] Taylor G.I.: "Plastic strains in metals", *Journal of the Institute of Metals*, 62, pp. 307-324, 1938.
- [57] Tjiptobroto P. & Hansen W.: Model for prediction of the elastic strain of fiber reinforced composites containing high volume fractions of discontinuous fibers, *ACI Materials Journal*, 90(2), 1993.

- [58] Vandewalle L.: RILEM TC162-TDF: Test and design methods for steel fiber reinforced concrete: Bending test final Recommendation, *Materials and Structures*, 35, pp. 579-582, 2002.
- [59] Visalvanich K. & Naaman A.E.: A Fracture Model for Fiber Reinforced Concrete, *Journal of the American Concrete Institute*, 80(2), pp. 128-138 1983.
- [60] Zhang J. & Stang H.: Fatigue performance in flexure of fiberreinforced concrete, *ACI Materials Journal*, 95(1), pp. 58–67, 1998.

## 9 POPIS ILUSTRACIJA

### 9.1 Popis slika

Slika 2.1 Primjeri nekih komercijalnih vlakana [29] i [54].....	3
Slika 2.2 Izgledi vlakana [29] .....	4
Slika 2.3 Dijagrami naprezanje-deformacija za beton i beton armiran vlaknima [29].....	7
Slika 2.4 Klasifikacija vlačnog ponašanja materijala baziranih na cementu [29].....	7
Slika 2.5 Dijagram vlačno naprezanje-širina pukotine ( $\sigma-w$ ) za beton armiran vlaknima [29] .....	8
Slika 2.6 Efekt vlakana pri vlačnom djelovanju [29] .....	8
Slika 2.7 Beton armiran vlaknima prikazan kao kompozit [54] .....	9
Slika 2.8 Tipični dijagrami naprezanje-deformacija ili naprezanje-pomak u vlaku za betone armirane vlaknima: (a) kompozit koji pokazuje deformacijsko omekšanje (FRC) i (b) kompozit koji pokazuje deformacijsko očvršćivanje (HPFRCC) [54] .....	10
Slika 2.9 Tipični dijagrami naprezanje-pomak u vlaku za betone armirane vlaknima: (a) deformacijsko omekšanje i (b) deformacijsko očvršćivanje (HPFRCC) [54].....	11
Slika 2.10 Podjela betona armiranih vlaknima na osnovu njihovog ponašanja pri vlaku i savijanju [54] .....	12
Slika 2.11 Jednostavni model: (a) vlačni element i (b) idealizirani dijagram naprezanje-pomak u vlaku [54] .....	13
Slika 2.12 Jednostavni model: (a) dijagram naprezanje-deformacija matrice, (b) dijagram naprezanje-deformacija vlakana i (c) dijagram posmično naprezanje-prokliznuće vlakana pri vrlo malim prokliznućima [54] .....	14
Slika 2.13 Objašnjenje koeficijenta $\alpha_3$ u nerspucanom stanju kompozita [54] .....	15
Slika 2.14 Model za čipanje vlakana nakon pojave pukotine u matrici [54] .....	17
Slika 2.15 Definiranje srednje vrijednost odnosa kraće duljine sidrenja vlakna preko pukotine i duljine vlakna [54] .....	18
Slika 2.16 Doprinos vlakana nagnutih pod kutem većim od $60^\circ$ na otpornost čupanja vlakna zbog odlamanja matrice oko vlakana [54] .....	19
Slika 2.17 Veza vlačno naprezanje kompozita-širina pukotine ( $\sigma_c-w$ ) .....	19
Slika 2.18 Kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje deformacijskog	

očvršćivanja i višestrukog raspucavanja kompozita [54] .....	21
Slika 2.19 Kritični volumni udio vlakana potreban za dobivanje progibnog očvršćivanja kompozita [54] .....	22
Slika 2.20 Poželjne osobine vlakana i matrice za dobivanje kvalitetnih kompozita [54, 21] .....	23
Slika 2.21 Dijagram sila čupanja-pomak pri čupanju ravnog vlakna iz betonske prizme [13] .....	24
Slika 2.22 Tipični dijagrami sila čupanja-pomak za ravna vlakna i vlakna s kukama [13]	25
Slika 2.23 Veza između normalizirane sile čupanja i kuta nagiba [13] .....	25
Slika 2.24 Tipični dijagram sila-pomak pri savijanju grede armirane vlaknima: (a) utjecaj volumnog udjela vlakana [2] i (b) utjecaj smjera ugradnje betona [53]...	26
Slika 2.25 <i>S-N</i> krivulje za beton armiran vlaknima u tlaku: (a) $V_f=0.0\%$ , (b) $V_f=0.5\%$ , (c) $V_f=1.0\%$ i (d) $V_f=0.0\%$ , $V_f=0.5$ i $V_f=1.0\%$ [27] .....	29
Slika 2.26 <i>S-N</i> krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju: (a) $V_f=0.0\%$ , (b) $V_f=0.5\%$ , (c) $V_f=1.0\%$ i (d) $V_f=0.0\%$ , $V_f=0.5$ i $V_f=1.0\%$ [27] .....	30
Slika 2.27 Prikaz modela [9] .....	33
Slika 2.28 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom na mezo nivou za različite volumne udjele vlakana [9] .....	34
Slika 2.29 Pomak grede kod širine pukotine 3 mm za uzorak s udjelom vlakana od 25 $\text{kg/m}^3$ betona (vlakna nisu prikazana) [9] .....	35
Slika 3.1 Čelična vlakna s kukama Dramix RC 65/35 BN.....	38
Slika 3.2 Dijagram naprezanje-deformacija za Dramix vlakna s različitim oblikom kuka.	38
Slika 3.3 Betoniranje kalupa za ispitivanje tlačne čvrstoće betona i vlačne čvrstoće betona cijepanjem.....	40
Slika 3.4 Eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna.....	41
Slika 3.5 Eksperimentalni rezultati čupanja pojedinačnog vlakna za betone mješavina M1, M2 i M3.....	43
Slika 3.6 Prikaz svih eksperimentalnih rezultata čupanja pojedinačnog vlakna.....	44
Slika 3.7 Betoniranje kalupa za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna iz betonske prizme.....	44
Slika 3.8 Uzorak za eksperiment statičkog ispitivanja grede na savijanje pod kontrolom pomaka [58] .....	45

Slika 3.9 Procedura lijevanja betona [58] .....	45
Slika 3.10 Procedura rezanja grede [58] .....	46
Slika 3.11 Eksperiment statičkog ispitivanja grede na savijanje pod kontrolom pomaka na gredi s $V_f=1.5\%$ .....	47
Slika 3.12 Betoniranje kalupa za statičko ispitivanje greda na savijanje pod kontrolom pomaka.....	47
Slika 3.13 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M1.....	48
Slika 3.14 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M2.....	49
Slika 3.15 Eksperimentalno dobiveni dijagrami sila-pomak greda za različite volumne udjele vlakana i to za beton mješavine M3.....	51
Slika 3.16 Cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila.....	53
Slika 3.17 Usporedba $S-N$ krivulje za beton armiran vlaknima pri savijanju [27] s provedenim eksperimentima: (a) $V_f=0.0\%$ , (b) $V_f=0.5\%$ , (c) $V_f=1.0\%$ i (d) $V_f=0.0\%$ , $V_f=0.5$ i $V_f=1.0\%$ .....	55
Slika 4.1 Mikroravninski model betona: (a) kontakti slojevi između zrna agregata i (b) dekompozicija ukupnog makroskopskog tenzora deformacije na mikroravnini [48] .....	57
Slika 4.2 Veza između naprezanja i deformacije (prikazana kvalitativno): (a) volumenska komponenta, (b) devijatorska komponenta i (c) posmične komponente $M$ i $K$ [48] .....	60
Slika 4.3 Prostorna diskretizacija (aproksimacija) kugle pomoću 21 integracijske točke (simetrični dio) [48] .....	62
Slika 4.4 Ulazni parametri za modeliranje vlakna.....	63
Slika 4.5 Ulazni parametri za modeliranje veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau-s$ ) .....	65
Slika 4.6 Definicija parametra $\Omega_s$ [49] .....	66
Slika 4.7 Reprezentativni volumen [49] .....	67
Slika 4.8 Cikličko ponašanje bond elementa [49] .....	68
Slika 4.9 Bond element i polje pomak bond elementa [49] .....	69
Slika 4.10 Zarezane grede s područjem unutar kojega se generiraju vlakna.....	71



Slika 4.11 Način modeliranja vlakna: (a) veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ), (b) štapni konačni elementi i čvorovi vlakna i (c) stvarni oblik vlakna.....	75
Slika 4.12 Prikaz konačnih elemenata vlakana generiranih u središnjih 150 mm grede....	77
Slika 5.1 Prikaz modela s 0.5 % i 1.0 % volumnog udjela vlakana.....	80
Slika 5.2 Dijagram naprezanje u betonu - širina pukotine ( $\sigma$ - $w$ ) [29] .....	82
Slika 5.3 Definiranje veličina $\delta_1$ , $\delta_2$ , $\delta_3$ i $\delta_4$ .....	85
Slika 5.4 Prikaz veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) dobiven iz eksperimenta.....	86
Slika 5.5 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_05_BV.....	87
Slika 5.6 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2_05_BV	88
Slika 5.7 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_10_BV.....	89
Slika 5.8 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M2_10_BV	90
Slika 5.9 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_05_ (kalibracija) .....	91
Slika 5.10 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_05_.....	93
Slika 5.11 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_.....	94
Slika 5.12 Prikaz naprezanja u vlaknima za model M2_05.....	95
Slika 5.13. Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05.....	96
Slika 5.14. Promjena naprezanja u vlaknima za elemente 50015, 55015, 60308 i 65887 za model M2_05.....	97
Slika 5.15. Promjenu pomaka čvorova 14811 i 14812 u $x$ smjeru za model M2_05.....	98
Slika 5.16 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model (M2_10_) (kalibracija) .....	99
Slika 5.17 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_10_.....	100
Slika 5.18 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_10_.....	102
Slika 5.19 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama	

sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model (M2_15_) (kalibracija) .....	103
Slika 5.20 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_15_ .....	105
Slika 5.21 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_15_.....	106
Slika 5.22 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_BB.....	107
Slika 5.23 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_BB.....	109
Slika 5.24 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za beton mješavine M2.....	111
Slika 5.25 Veze posmično naprezanje-prokliznuće vlakna ( $\tau$ - $s$ ) za betonske grede armirane vlaknima s različitim volumnim udjelima vlakana.....	112
Slika 5.26 Korelacija: (a) $\tau_{max}$ i $V_f$ i (b) $s_3$ i $V_f$ .....	113
Slika 5.27 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1_05_BV.....	114
Slika 5.28 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1_05_BV.....	115
Slika 5.29 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1_10_BV.....	116
Slika 5.30 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) za model M1_10_BV.....	117
Slika 5.31 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1_05_.....	118
Slika 5.32 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1_05_.....	119
Slika 5.33 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1_10_.....	120
Slika 5.34 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1_10_.....	121
Slika 5.35 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M1_15_.....	122

Slika 5.36 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M1_15_.....	123
Slika 6.1 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_ i M2_05_V-....	124
Slika 6.2 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_V-.....	126
Slika 6.3 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_ i M2_05_V/....	127
Slika 6.4 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za M2_05_V/.....	129
Slika 6.5 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_ i M2_05_VI....	130
Slika 6.6 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_VI.....	132
Slika 6.7 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_ i M2_05_V\....	133
Slika 6.8 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za M2_05_V\.....	135
Slika 6.9 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za model M2_05_ i sve modele pri predefiniranoj orijentaciji vlakana.....	137
Slika 6.10 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim za modele M2_05_ i M2_05_V2.....	138
Slika 6.11 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_V2.....	140
Slika 6.12 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_ i M2_05_V3.....	141
Slika 6.13 Prikaz pukotina (lokalizacija glavne vlačne deformacije) i naprezanja u vlaknima za model M2_05_V3.....	143
Slika 6.14 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama sila-pomak i dijagrama sila-pomak dobivenog numeričkim proračunom za modele M2_05_, M2_05_V2 i M2_05_V3.....	144

## 9.2 Popis tablica

Tablica 2.1 Mehaničke osobine materijala baziranih na cementu [29] .....	6
Tablica 3.1 Sastav za 1 m <sup>3</sup> betona mješavine M1.....	36
Tablica 3.2 Sastav za 1 m <sup>3</sup> betona mješavine M2.....	37
Tablica 3.3 Sastav za 1 m <sup>3</sup> betona mješavine M3.....	37
Tablica 3.4 Broj uzoraka za određivanje tlačne čvrstoće betona i vlačna čvrstoća betona cijepanjem.....	39
Tablica 3.5 Tlačne i vlačne čvrstoće cijepanjem betona mješavina M1, M2 i M3.....	40
Tablica 3.6 Broj uzoraka za eksperiment čupanja pojedinačnog vlakna.....	42
Tablica 3.7 Broj uzoraka za eksperiment statičkog monotonog opterećenja grede na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom pomaka.....	46
Tablica 3.8 Slomne sile za pojedine uzorke i različite volumne udjele vlakana i srednja vrijednost slomne sile $F_u$ za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2 [kN].....	50
Tablica 3.9 Prikaz maksimalnih sila u ciklusu $F_{max}$ i minimalnih sila u ciklusu $F_{min}$ za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2.....	53
Tablica 3.10 Broj uzoraka za cikličko ispitivanje greda na savijanje u tri točke do sloma pod kontrolom sila betona mješavine M2.....	54
Tablica 3.11 Broj ciklusa u trenutku sloma $N$ dobiven za različite volumne udjele vlakana betona mješavine M2.....	54
Tablica 4.1 Usvojene veličine potrebne za generiranje vlakana.....	76
Tablica 5.1 Prikaz broja vlakana u betonu u središnjih 150 mm zarezane grede ovisno o volumnom udjelu vlakana.....	79
Tablica 5.2 Prikaz prosječne deformacije u konačnom elementu betona pri kritičnoj širini pukotine ovisno o modelu.....	83
Tablica 5.3 Broj čvorova i konačnih elemenata za svaki model.....	84
Tablica 5.4 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05.....	96
Tablica 5.5 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_10.....	101
Tablica 5.6 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_15.....	105
Tablica 5.7 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_BB.....	108
Tablica 5.8 Parametri vlakana i diskretnog bond model za betone mješavine M2.....	110
Tablica 5.9 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za beton mješavine M2.....	112

Tablica 6.1 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_V-.....	125
Tablica 6.2 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_V/.....	128
Tablica 6.3 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_VI.....	131
Tablica 6.4 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_V\.....	134
Tablica 6.5 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima pri predefiniranoj orijentaciji vlakana.....	136
Tablica 6.6 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_V2.....	139
Tablica 6.7 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima za model M2_05_V3.....	142
Tablica 6.8 Najveća i najmanja naprezanja u vlaknima pri predefiniranoj orijentaciji vlakana.....	144